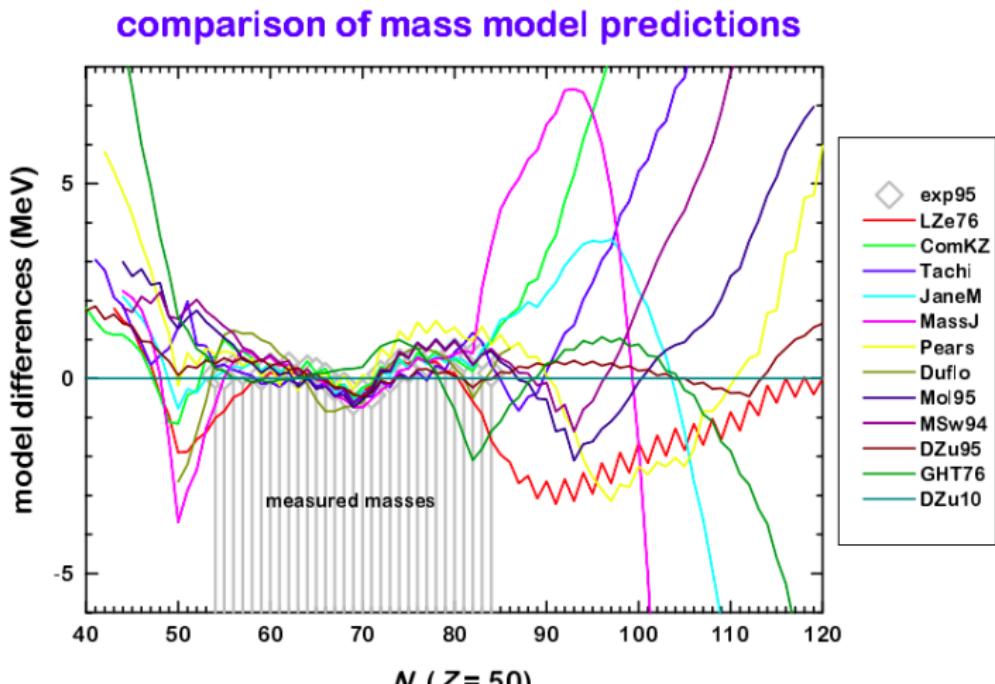


Estimación de Masas Nucleares Mediante Redes Neuronales Probabilísticas y Random Forest

Alejandro Restrepo Giraldo

Noviembre de 2022

- ▶ Las masas nucleares son un parámetro importante para la física nuclear.
- ▶ Relevantes para modelar la estabilidad y estructura nuclear (B.E., S_n , S_p , δV_{pn} , etc.).
- ▶ Variables relacionadas:
 1. Déficit de masa [MeV]: $\delta M = M - A$
 2. Residuos o diferencias de masa [MeV]: $\mathcal{E} = M_{\text{modelo}} - M_{\text{experimental}}$



MISTRAL Collaboration

CSNSM-Orsay

Planteamiento del Problema

- ▶ Dada la relevancia de la masa nuclear y la discordancia de los modelos teóricos en su extrapolación, se busca abordar este problema bajo el marco conceptual de los algoritmos de machine learning.

Se pretende reproducir los resultados de autores que han tratado este problema previamente con los datos en su versión más reciente y proponer mejoras basadas en características físicas de la estructura nuclear.

Una vez implementados los modelos de machine learning, analizar su validez y utilidad para extrapolaciones.

- Modelo de la gota líquida (Bethe–Weizsäcker):

$$B.E = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta(N, Z)$$

- Características:

1. M11: $A, Z, N, A^{2/3}, \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}, \frac{(N-Z)^2}{A}, Z_{EO}, N_{EO}, \Delta Z, \Delta N, \Delta A$
2. M12: $A, Z, N, A^{2/3}, \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}, \frac{(N-Z)^2}{A}, Z_{EO}, N_{EO}, \Delta Z, \Delta N, \Delta A, E_{F.E.}$

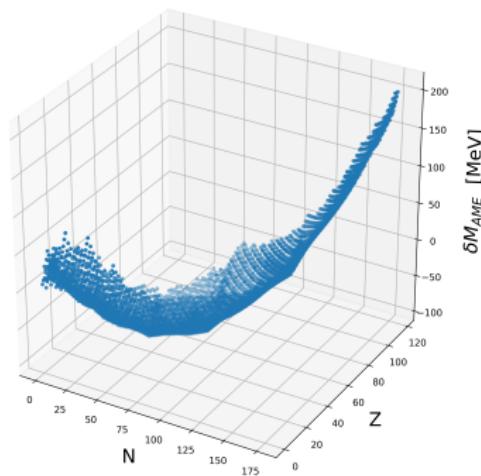
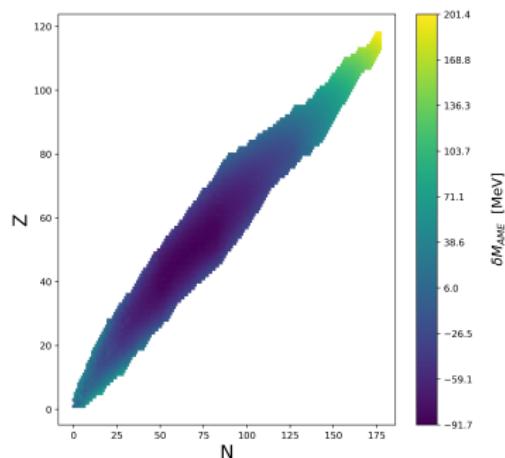
- Objetivo: déficit de masa δM

► Obtención de datos:

1. Atomic Mass Evaluation 2020 (AME2020):
https://www-nds.iaea.org/amdc/ame2020/mass_1.mas20.txt
2. National Nuclear Data Center (NNDC):
<https://www.nndc.bnl.gov/>
3. Finite Range Droplet Model 2012 (FRDM): <https://t2.lanl.gov/nis/molleretal/publications/ADNDT-FRDM2012.html>

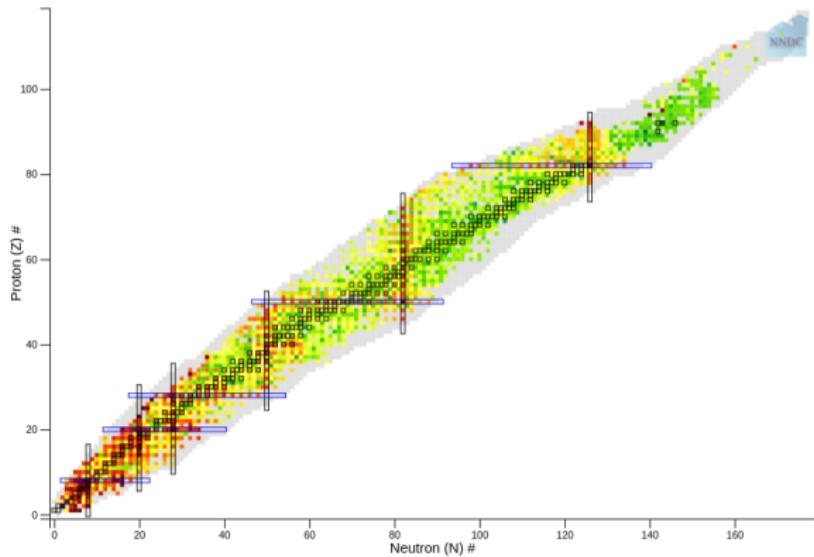
Metodología

► Déficit de masa δM :

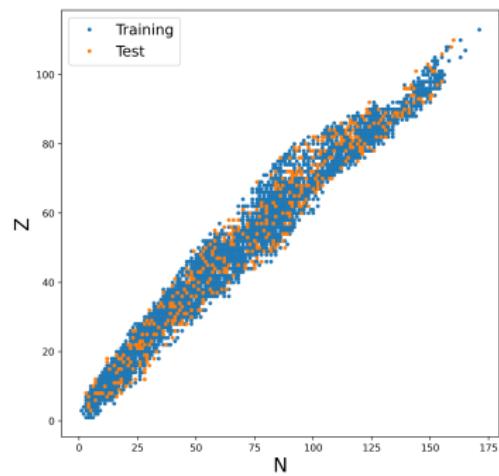
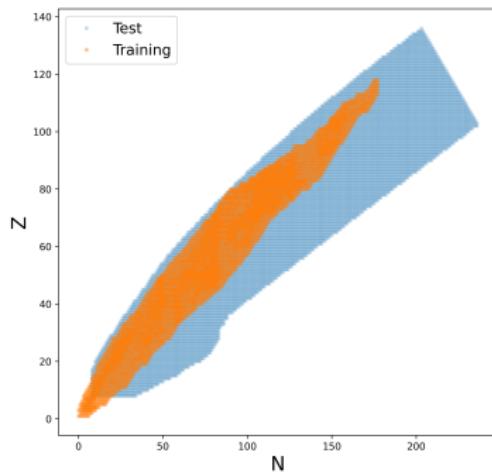


Metodología

► Energía del primer estado excitado $E_{F.E.}$:



► Conjuntos de datos M11, M12 Y FRDM:



Metodología

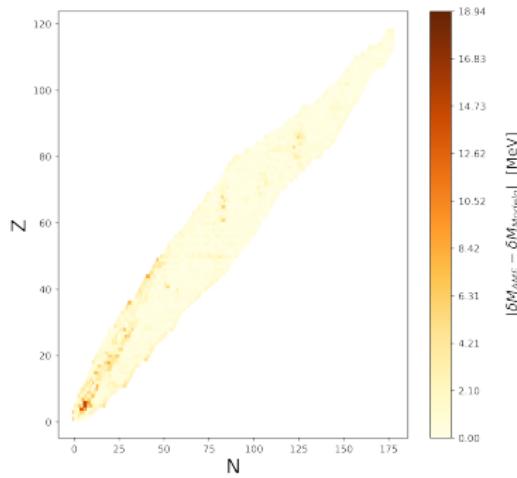
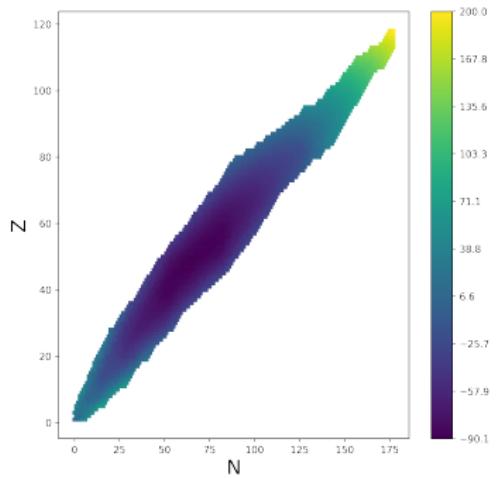
- ▶ Se aplicaron modelos de Random Forest (RF) y Mixture Density Network (MDN) a las características M11 y M12.
- ▶ Se evalúan las bondades del ajuste mediante la raíz cuadrática media (RMS):

$$\sigma_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_i (\delta M_i^{AME} - \delta M_i^{Model})^2}{K}}$$

- ▶ Para las regiones (N,Z) medidas hasta la actualidad, los modelos teóricos se ajustan a $\sigma_{RMS} \approx 0,5\text{MeV}$.

Resultados RF

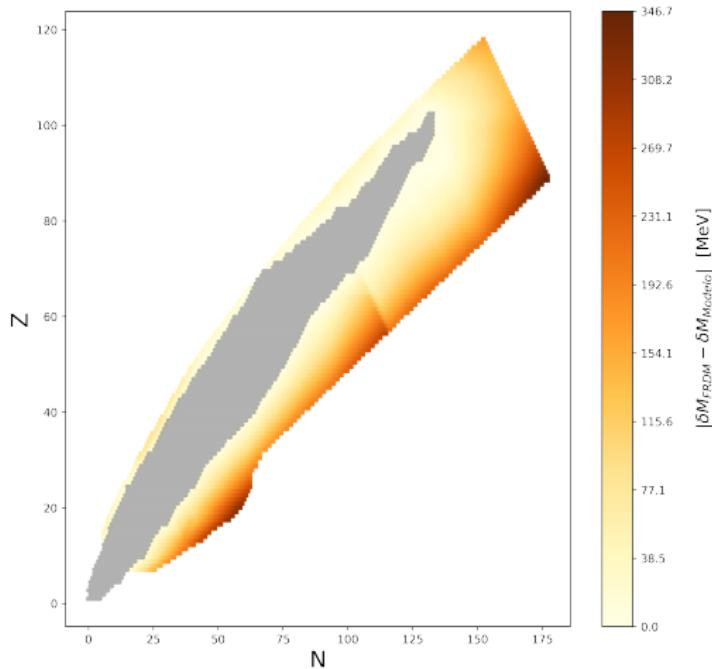
► Random Forest M11 con 3000 árboles:



$$\sigma_{RMS} = 1.5104 \text{ MeV}$$

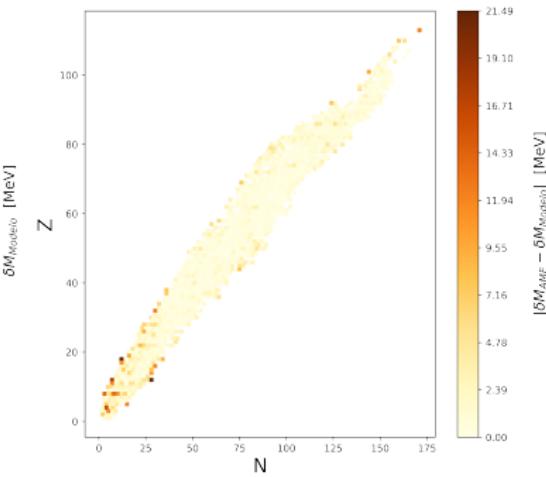
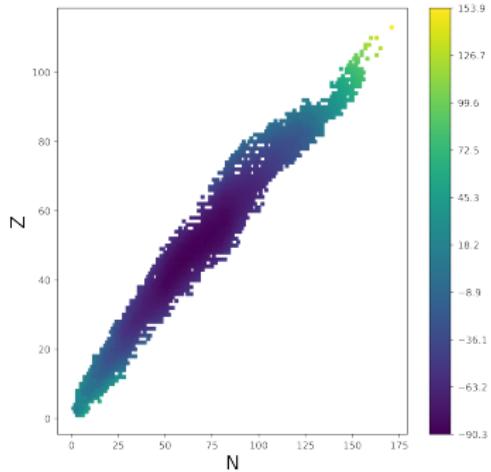
Resultados RF

► Random Forest M11 extrapolación:



Resultados RF

► Random Forest M12 con 1000 árboles:

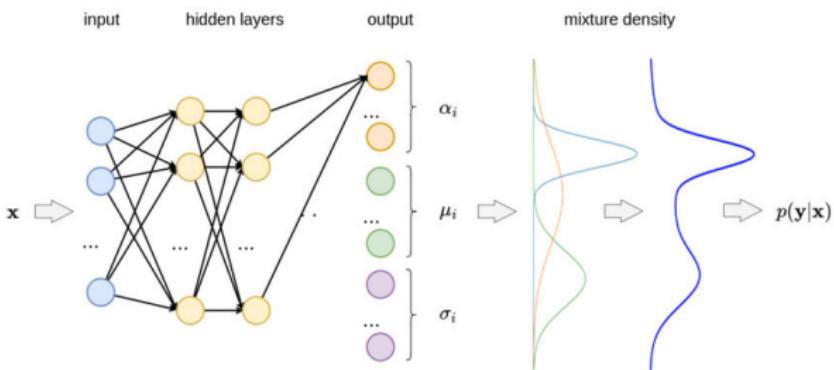


$$\sigma_{RMS} = 1.9556 \text{ MeV}$$

- ▶ Combina una Neural Network (NN) con una Gaussian Mixture Density (GMD).
- ▶ Función de pérdida:

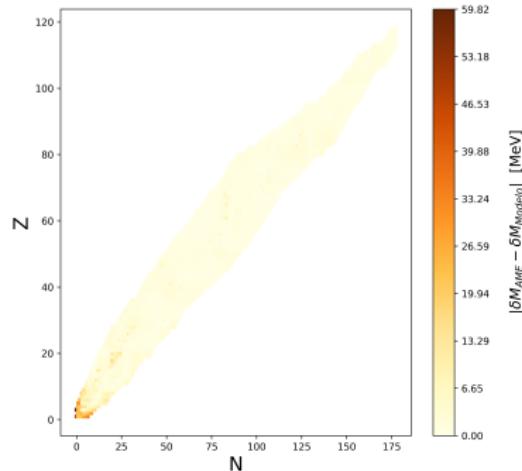
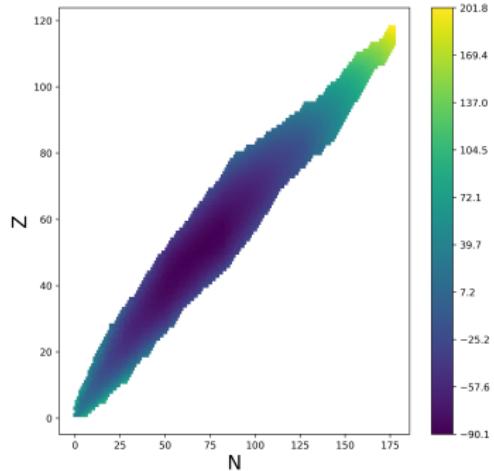
$$L = -\ln \left[\sum_i^m \frac{\alpha_i(\mathbf{x})}{(2\pi)^{m/2} \sigma_i(\mathbf{x})} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{y} - \mu_i(\mathbf{x})\|^2}{2\sigma_i(\mathbf{x})^2} \right) \right]$$

- ▶ <https://github.com/cpmpercussion/keras-mdn-layer>
- ▶ Hiperparámetros: número de mixtures y arquitectura de la red.



Resultados MDN

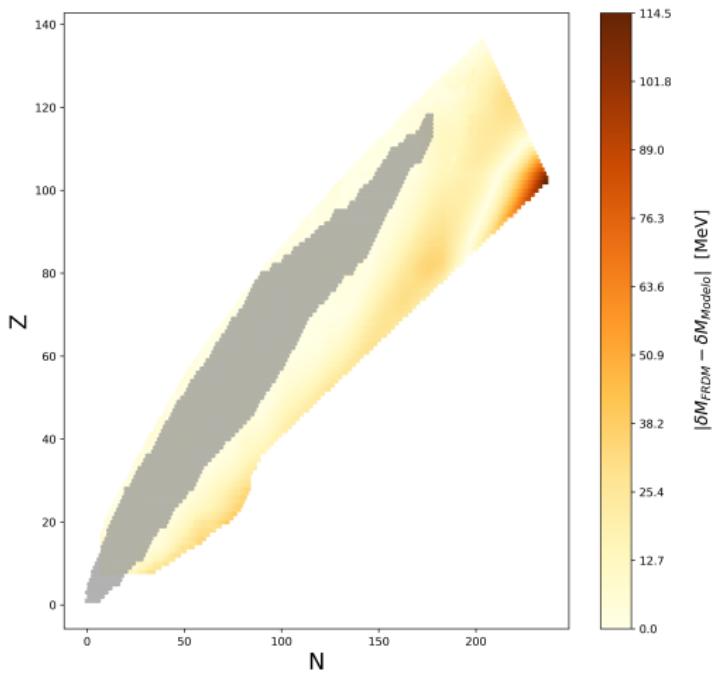
- Mixture Density Network M11 con una capa oculta de 6 neuronas y 1 mezcla:



$$\sigma_{RMS} = 2.7574 \text{ MeV}$$

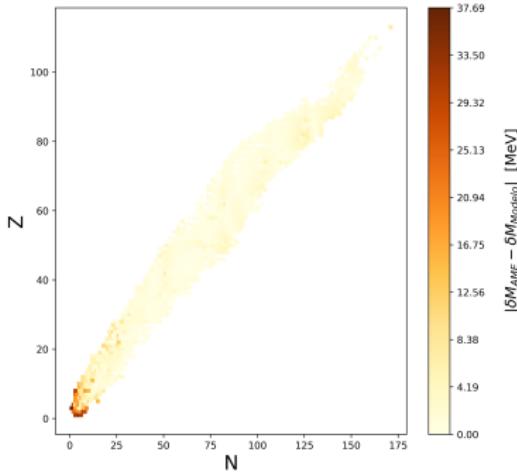
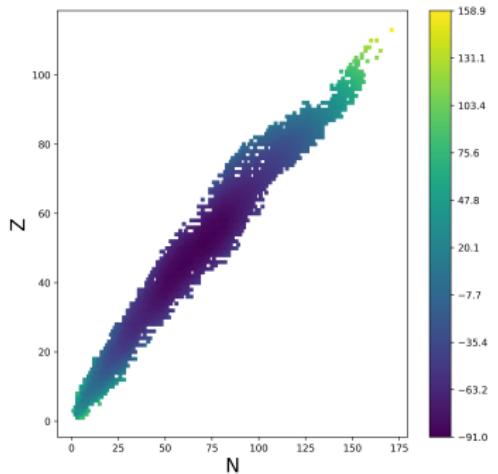
Resultados MDN

- Mixture Density Network M11 extrapolación:



Resultados MDN

- Mixture Density Network M12 con una capa oculta de 6 neuronas y 1 mezcla:



$$\sigma_{RMS} = 3.5641 \text{ MeV}$$

Conclusiones y Perspectivas

- ▶ Ambos modelos (RF y MDN) fueron implementados adecuadamente aunque con σ_{RMS} mayores a las de los modelos teóricos.
- ▶ El modelo de RF interpola mejor los datos evidenciado en los valores de σ_{RMS} . El de MDN extrapola mejor los datos respecto a las predicciones de FRDM.
- ▶ Optimizar los algoritmos hasta ser competentes con los modelos teóricos, es decir, hasta que $\sigma_{RMS} \approx 0,5$ MeV.
- ▶ Contrastar las extrapolaciones de los modelos RF y MDN con las predicciones teóricas.

Bibliografía

- ▶ A. E. Lovell, A. T. Mohan, T. M. Sprouse, M. R. Mumpower, Nuclear masses learned from a probabilistic neural network, Phys. Rev. C 106, 014305, (2022).
- ▶ C. M. Bishop, Mixture Density Networks ,Tech. Rep., Aston University, Department of Computer Science and Applied Mathematics (1994).
- ▶ A. E. Lovell, A. T. Mohan and P Talou, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 47 114001, (2020).
- ▶ Krane, K. S., Introductory nuclear physics (Wiley, New York, NY, 1988).