



**Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης**  
**Τμήμα Φυσικής - ΠΜΣ «Υπολογιστική Φυσική»**

Μάθημα: Υπολογιστικός Ηλεκτρομαγνητισμός και Εφαρμογές

Διδάσκων: Θεόδωρος Σαμαράς

Σετ ασκήσεων: 1

Ημερομηνία παράδοσης: **28 Μαρτίου 2021**

### Άσκηση 1.1

Η αριθμητική ταχύτητα φάσης στον ελεύθερο χώρο της λύσης της διακριτής μονοδιάστατης κυματικής εξίσωσης δίνεται από τη σχέση

$$\tilde{v}_p = \frac{\omega}{\tilde{k}} = \frac{2\pi c}{\cos^{-1} \left[ \frac{\Delta x^2}{(c\Delta t)^2} (\cos(\omega\Delta t) - 1) + 1 \right]} \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Σχεδιάστε τον λόγο της αριθμητικής προς την αναλυτική ταχύτητα φάσης (βλ. διαφάνεια 2-12 του S. Gedney) ως συνάρτηση του λόγου  $\Delta x/\lambda$  για (α)  $c\Delta t = \Delta x/2$  και (β)  $c\Delta t = \Delta x/4$ .

### Άσκηση 1.2

Γράψτε τον κατάλληλο κώδικα, για να μελετήσετε τη μονοδιάστατη κυματική

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  εξίσωση με ένα εξωτερικό (βλ. διαφάνεια 2-4 του S. Gedney) και ένα εσωτερικό (βλ. διαφάνεια 2-29 του S. Gedney) αριθμητικό σχήμα ακρίβειας δεύτερης τάξης.

- Υποθέστε ότι  $c=1$ .
- Ως αρχική συνθήκη θεωρήστε έναν ορθογωνικό παλμό με
$$u_i^{-1} = \begin{cases} 1, & i = 2 \dots 11 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

Ως  $u_i^0$  θεωρήστε τον ίδιο ορθογωνικό παλμό που έχει μετακινηθεί προς τα δεξιά κατά ένα χωρικό βήμα.

- Χρησιμοποιήστε συνοριακές συνθήκες Dirichlet στα δυο άκρα του υπολογιστικού χώρου ( $u'' = 0$ ).
- Δείξτε στιγμιότυπα του οδεύοντος κύματος (παλμού) κάθε 25 χρονικά βήματα για τα πρώτα 100 χρονικά βήματα (πάρτε τον υπολογιστικό σας χώρο αρκετά μεγάλο, ώστε να μην έχει φτάσει ο παλμός στα άκρα του χώρου μέσα στα 100 αυτά βήματα). Τα στιγμιότυπα ( $u_i^n$  για  $n = 25, 50, 75, 100$ ) αυτά να τα λάβετε και για τα δυο αριθμητικά σχήματα (εξωτερικό και εσωτερικό) αλλά και για τρία χρονικά βήματα:  $\Delta t = 0.9 \Delta x/c$ ,  $\Delta t = \Delta x/c$ , and  $\Delta t = 1.1 \Delta x/c$ . (Το  $\Delta x$  αφήνεται στη δική σας επιλογή...)
- Σχολιάστε και προσπαθήστε να εξηγήσετε τι βλέπετε στα στιγμιότυπα, ως προς το σχήμα του παλμού.