EXAMEN DE AUTÓMATAS (2° Grado en Informática, Junio-2018)

Apellidos, nombre: **DNI:** **GRUPO:** 1 / 2 / 3 / PCEO

¿Has presentado las prácticas? señala NO / SI / Año anterior

Instrucciones: este ENUNCIADO debe entregarse al salir (los folios en sucio se entregan, pero aparte).
Todos los apartados y subaparatados deben ir claramente indicados. Las faltas ortográficas restan puntos. Un examen desordenado y poco legible resta puntos.

Parte I: PREGUNTAS TIPO TEST. Total 3 puntos sobre 10: respuesta bien +0.3 y respuesta mal -0.15.

1. Dadas dos cadenas v y w, indica la respuesta **verdadera**:
   a) Si v y w comparten el mismo prefijo, sufijo y subcadena entonces $v = w$.
   b) Siempre podemos encontrar un prefijo de v que sea sufijo de w. Verdadero: $v = \lambda \cdot x$ y $w = x \cdot \lambda$
   c) La cadena v es prefijo de w cuando $v = w \cdot x$.
2. Dados los lenguajes L_1 y L_2, indica la respuesta **verdadera**:
   a) Si L_1 es finito entonces $L_1 \cup L_2$ es también finito.
   b) Si L_1 es finito entonces sucede que L_1^* es siempre infinito Falso: $L_1 = \{\lambda\}$ entonces $L_1^* = \{\lambda\}$ es finito.
   c) Si L_1 y L_2 son finitos y $L_1 \neq L_2 \neq \emptyset$ entonces $(L_1 \cup L_2)^*$ es siempre infinito. Verdadero: $L_1 \neq L_2 \neq \emptyset$ implica que uno de los dos es distinto de $\{\lambda\}$ por tanto $(L_1 \cup L_2)^*$ es necesariamente infinto.
3. Sean $M = (Q, V, \delta, q_0, F)$ y $M' = (Q', V', \delta', q_0', F')$ dos autómatas finitos deterministas, indica la respuesta **verdadera**:
   a) Si $Q = Q'$ y $\delta = \delta'$ entonces M y M' son equivalentes
   b) $L(M') = \overline{L(M)}$ si $F' = Q - F$.
   c) Si δ se define como $\delta : Q \times V \cup \{\lambda\} \rightarrow \mathcal{P}(Q)$ entonces M es no determinista. Verdadero: –
4. En relación a las expresiones regulares R_1 y R_2, indica la respuesta **verdadera**:
   a) $R_1 \circ R_2 = \varnothing \iff R_1 = \varnothing$
   b) $L(R_1) \subseteq L(R_2) \Rightarrow R_1 | R_2 = R_1$
   c) $R_1^* = (R_1 \circ R_1^* | \lambda)^*$ Verdadero: $(R_1 \circ R_1^* | \lambda)^* = (R_1 \circ R_1^* | \lambda) \overset{prop13}{=} R_1^*$
5. Gracias al Teorema de Kleene podemos decir que:
   a) Si M es un AF, existe un autómata mínimo equivalente a M.
   b) Únicamente cuando M es un AFD se puede obtener una expresión regular R tal que $L(M) = L(R)$.
   c) Sea R una expresión regular, puedo encontar un AFND tal que $L(M) = L(R)$. Verdadero: *cc*
6. Indica cuál de los siguientes conjuntos de reglas pertenecen a una gramática es regular:
   a) $P = \{S \rightarrow Aa \mid b\, A \rightarrow S\}$.
   b) $P = \{S \rightarrow aS \mid \lambda\}$.Verdadero
   c) $P = \{S \rightarrow aSa \mid b\}$.
7. Sea G una GLC y $L_1 = \{a^n b a^n \mid n \geq 0\}$. Indica el conjunto de reglas P para que $L_1 = L(G)$:
   a) $P = \{S \rightarrow aSa \mid b\}$ Verdadero
   b) $P = \{S \rightarrow aSa \mid aAa,\ A \rightarrow aAa \mid b\}$Falso: no acepta b
   c) $P = \{S \rightarrow aSa \mid A \mid b,\ A \rightarrow aAa \mid \lambda\}$ Falso: acepta λ
8. Sean dos GLC $G_1 = (V_{N_1}, V_T, S_1, P_1)$ y $G_2 = (V_{N_2}, V_T, S_2, P_2)$, indica la respuesta **verdadera**:
   a) $G_{union} = (V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, V_T, S, P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_2 \mid S_1\})$ Verdadera
   b) $G_{union} = (V_{N_1} \cup V_{N_2} \cup \{S\}, V_T, S, P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1\ S_2\})$
   c) $G_{union} = (V_{N_1} \cup \{S\}, V_T, S, \{S \rightarrow S_1 \mid S_2\} \cup P1)$
9. Acerca del algoritmo de transformación GLCtoAP indica la respuesta **verdadera**:
   a) Tiene como entrada una GLC y como salida un autómata de pila con aceptación por estado final.
   b) Tiene como entrada una GLC y como salida un autómata de pila no determinista con aceptación por estado final.
   c) Tiene como entrada una GLC y como salida un autómata de pila no determinista con aceptación por pila vacía.Verdadera
10. Sea el lenguaje $L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ indica la respuesta **verdadera**:
   a) L_1 es un lenguaje regular y puede ser generado por una gramática regular y por una GLC.
   b) L_1 es libre de contexto y puede ser generado por una GLC pero no por una sensible al contexto.
   c) L_1 no se puede definir con una expresión regular pero puede ser generado por una GLC. Verdadera

Parte II: PROBLEMAS. Total 7 puntos.

1. $\boxed{\text{2.0 puntos}}$ Sean los siguientes lenguajes:

   - $L_1 = \{w\ ab\ w' \mid w, w' \in \{a, b\}^*\}$,
   - L_2 cadenas de aes y bes con un número impar de aes.

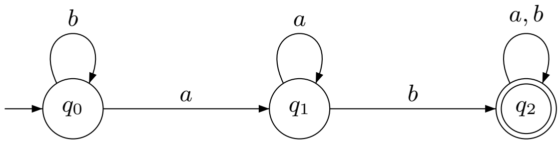
   a) **(1.0p)** Diseña los AF para los lenguajes L_1, L_2 y $L_1 \cup L_2$.

   b) **(1.0p)** Diseña la expresión regular ER_1 para el lenguaje $\overline{L_2}$.

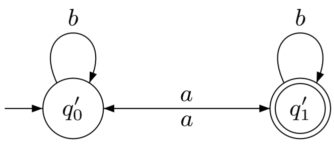
   SOLUCION

   a) Autómata

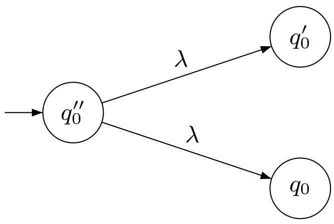
   L_1



   L_2



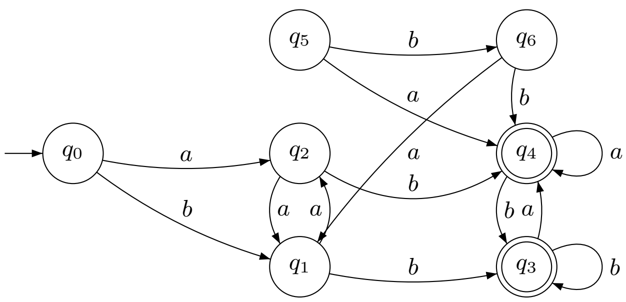
   $L_1 \cup L_2$



   b) Expresión regular:

   $\overline{L_2}$ son cadenas pares de aes. $ER_1 = (b|ab^*a)^*$

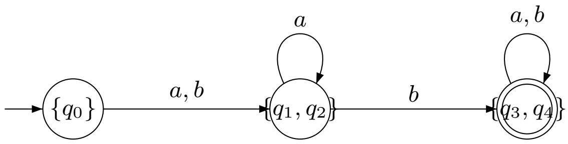
2. $\boxed{\text{1.5 puntos}}$ Dado el siguiente autómata, obtén el autómata determinista mínimo equivalente utilizando el algoritmo visto en clase.



SOLUCION

Inaccesibles: q_5 y q_6 son inaccesibles

Estados equivalentes = Tras obtener la tabla triangular $q_1 \equiv q_2$ y $q_3 \equiv q_4$.



3. $\boxed{\text{2.0 puntos}}$ Sea la gramática G_3 con las siguientes reglas de producción:

$$\begin{aligned} S &\to aS \mid A \mid aBa \\ A &\to aaA \mid aB \mid aA \mid \lambda \\ B &\to Ba \end{aligned}$$

a) **(0.5p)**Demuestra que G_3 es ambígua.

b) **(0.5p)**Indica cuál es el lenguaje generado por G_3 y define una gramática regular equivalente.

c) **(1p)**Obtén una gramática propia equivalente utilizando los algoritmos vistos en clase.

SOLUCION

a)Ambigua: dos árboles de derivación distintos con la cadena aa.

b)

En realidad se trata del lenguaje $L = \{a^i | i \geq 0\}$ (es decir la expresión regular a^*). Por lo tanto:

$$S \to aA \mid \lambda$$

c)

a) Gramática propia.

1 Eliminar Inútiles

1.1 Eliminar Inaccesibles. $V_{ac} = \{S, A, B\}$. Todas son accesibles.

1.2 Eliminar Improductivas $V_{pro} = \{S, A\}$ elimino $B \to Ba$, $A \to aB$ y $S \to aBa$.

$$\begin{aligned} S &\to aS \mid A \\ A &\to aaA \mid aA \mid \lambda \end{aligned}$$

2 Elimino lambda reglas $V_{anu} = \{S, A\}$

$$\begin{aligned} S' &\to S \mid \lambda \\ S &\to aS \mid a \mid A \\ A &\to aaA \mid aA \mid aa \mid a \end{aligned}$$

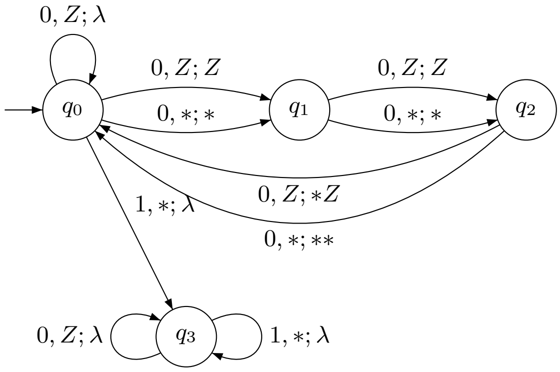
(Regla S' puesto que S aparece en parte derecha de la regla.)

3 Elimino unitarias $V_{uni}(S') = \{S\}$, $V_{uni}(S) = \{A\}$, $V_{uni}(A) = \emptyset$

$$\begin{aligned} S' &\to aS \mid a \mid aaA \mid aA \mid aa \mid \lambda \\ S &\to aS \mid a \mid aaA \mid aA \mid aa \\ A &\to aaA \mid aA \mid aa \mid a \end{aligned}$$

4. $\boxed{\text{1.5 puntos}}$ Obten un autómata de pila AP_4 que acepte el lenguaje $L_4 = \{0^{3n}1^n0 \mid n \geq 0\}$por aceptación por pila vacía para el lenguaje

SOLUCION


$0, Z; \lambda$
$0, Z; Z$
$0, *; *$
q_0
q_1
$0, Z; Z$
$0, *; *$
q_2
$0, Z; *Z$
$0, *; **$
$1, *; \lambda$
$0, Z; \lambda$
q_3
$1, *; \lambda$