

**Ejercicio 1.** Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

sobre el cuerpo de los racionales  $\mathbb{Q}$ , realizar las siguientes operaciones:  $2 \cdot A$ ,  $A + B$ ,  $3 \cdot A - 2 \cdot B$  y  $A \cdot B^T$

*Solución:*

```
A = matrix(QQ, [[2, 5, -3], [-1, 2, 11]])
```

```
B = matrix(QQ, [[-1, 2, 11], [2, 4, -7]])
```

$2A$  es

$$\begin{pmatrix} 4 & 10 & -6 \\ -2 & 4 & 22 \end{pmatrix}$$

$A + B$  es

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$3A$  es

$$\begin{pmatrix} 6 & 15 & -9 \\ -3 & 6 & 33 \end{pmatrix}$$

y  $AB^T$  es

$$\begin{pmatrix} -25 & 45 \\ 126 & -71 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 2.** Dada la matriz

$$C = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

sobre el cuerpo  $\mathbb{Z}_{13}$ . Se pide:

- Determinar su matriz reducida
- Extraer las dos últimas columnas de dicha matriz reducida

*Solución:*

```
C = matrix(Zmod(13), [[-5, 2, -2, 1, 3], [1, 2, -3, 2, -1], [2, -3, 1, -4, 2]])
```

La matriz reducida de  $C$  es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Las últimas dos columnas de  $C$  reducida son

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 3.** Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sobre  $\mathbb{Z}_5$ , encuentra si es posible su inversa.

*Solución:*

`A = matrix(Zmod(5), [[3, 2, 1, 4], [4, 4, 3, 3], [2, 5, 1, 5], [3, 2, 0, 1]])`

La matriz de  $A$  reducida es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

por tanto  $A$  es inversible

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$