

Ejercicio 1. *Calcula la matriz inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1/2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ definida sobre el cuerpo de los números racionales.*

Solución.

```
A = matrix(QQ, [[1, 2, 1/2], [3, 1, 0], [2, 3, 1]])
Ap = A.augment(matrix.identity(3), subdivide=True)
Apr = Ap.echelon_form()
```

La matriz ampliada por la identidad

$$[A|I] = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

reducida es

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{14}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{10}{3} \end{array} \right) = [I|P]$$

la identidad, por tanto A es invertible, y es

$$\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 2 & 0 & -1 \\ -\frac{14}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{10}{3} \end{pmatrix}$$