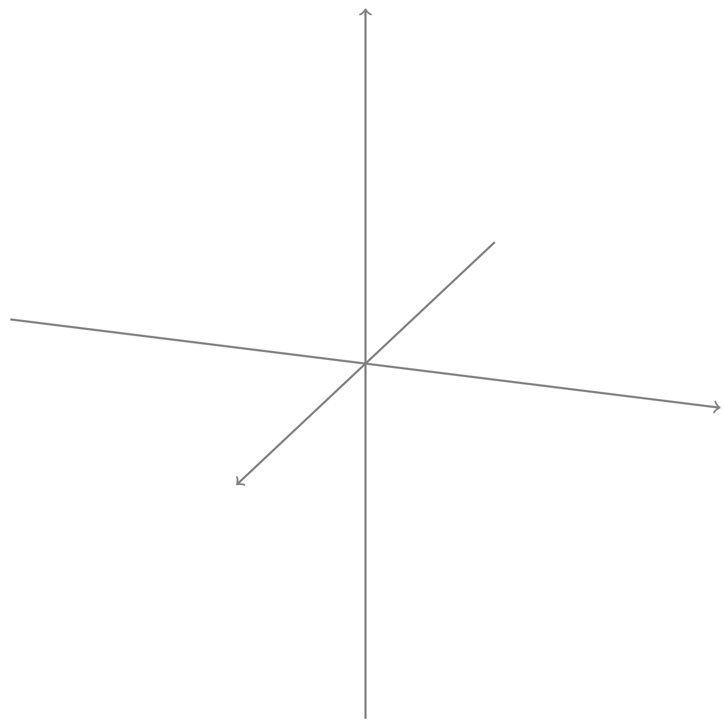
TAREA 10 AMD. PRODUCTO ESCALAR

Ejercicio 1. *Para cada una de las rectas dadas, calcula un vector v_1 de la recta y dos vectores v_2 y v_3 perpendiculares a la recta de forma que la base $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ tenga orientación positiva, normalízalos, píntalos en unos ejes coordenados y dibuja un cuadrado de tamaño 4×4 centrado en el origen con lados paralelos a los vectores v_2 y v_3. Para hacer los dibujos usa los siguientes ejes coordenados:*



(1) *La recta r dada por* $\begin{cases} 2x + 2y - z = 0 \\ x - y + 3z = 0 \end{cases}$

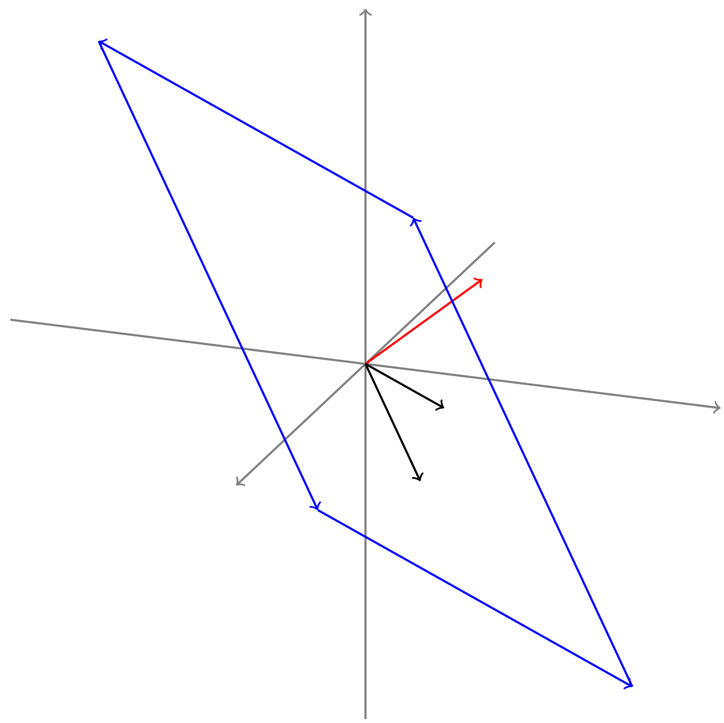
(2) *La recta r dada por $x = 2\lambda, y = 0, z = -\lambda$ con $\lambda \in \mathbb{R}$.*

Solución

$$\begin{aligned} z &= 0 \\ 2x + 2y &= 0 \\ x - y &= 0 \\ x &= -y \\ 2x + 2x &= 0 \end{aligned} \quad P_0 = (0,0,0) \quad \begin{aligned} z &= 1 \\ 2x + 2y - 1 &= 0 \\ x - y + 3 &= 0 \\ x &= -2y + 1 \\ -3y + 4 &= 0 \\ 3y &= 4 \\ y &= \frac{4}{3} \\ x &= \frac{-5}{3} \end{aligned} \quad P_1 = (\tfrac{-5}{3}, \tfrac{4}{3}, 1) \equiv (-5, 4, 3),\ v_r = (-5, 4, 3)$$

```
vr1 = vector(RR, [-5, 4, 3]).normalized()
vr2 = vector(RR, [4, 5, 0]).normalized()
vr3 = vr1.cross_product(vr2).normalized()
B = block_matrix([[vr1.column(), vr2.column(), vr3.column()]])

square = matrix(RR, [[0, 2, 2], [0, 2, -2], [0, -2, -2], [0, -2, 2]]).T
squareB = [B * square.column(i) for i in range(4)]
```



Ejercicio 2. *Dado el espacio $W = N(H) \leq \mathbb{R}^5$, donde*

```
H=matrix(QQ,[[-1,-1,1,0,2],[2,0,1,1,0]])
```

$$H = \left[\begin{array}{rrrrr} -1 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right].$$

Calcula una base de W y obtén una base ortonormal a partir de ella utilizando el método de Gram-Schmidt.

Solución:

```
HtI = block_matrix([[H.T, 1]])
HtIr = HtI.echelon_form()
HtIr = copy(HtIr)
HtIr.subdivide(2, 2)
A = HtIr.subdivision(1, 1).T
Ar = A.echelon_form()
```

$$[H^T|I] = \left[\begin{array}{rr|rrrrr} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{rr|rrrrr} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -2 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -\frac{1}{2} \end{array}\right]$$

$$A = \left[\begin{array}{rrr} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{rrr} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

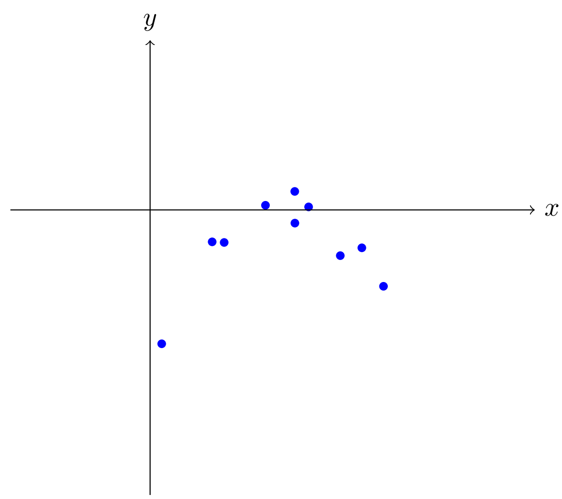
Ejercicio 3. *Calcula la parábola que mejor se ajusta a los datos que se proporcionan a continuación:*

```
XY = matrix(RR,[[ 0.9791609077659043 ,  -0.430715356970999 ],
                [ 1.5250083079649113 ,  0.061165657369748695 ],
                [ 2.7989027102112827 ,  -0.5015548718775755 ],
                [ 1.912158417289881 ,  0.24440901271557722 ],
                [ 0.8205530309864537 ,  -0.42261180235811696 ],
                [ 1.914008178794904 ,  -0.17482280182386326 ],
                [ 3.0850261801730925 ,  -1.0104522969296543 ],
```

```
            [ 0.15356067616723457 ,  -1.77110192879229 31 ],
            [ 2.0952887890653016 ,  0.03975209722972092 ],
            [ 2.514022662217597 ,  -0.6049726172196987 ]])

X = XY.column(0)
Y = XY.column(1)
```

La representación gráfica de estos puntos es:



Solución: