Ejercicio 1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

sobre el cuerpo de los racionales \mathbb{Q} , realizar las siguientes operaciones: $2 \cdot A$, A+B, $3 \cdot A - 2 \cdot B$ y $A \cdot B^T$

Solución:

$$\begin{array}{l} {\rm A = matrix(QQ, \ [[2, \, 5, \, -3], \ [-1, \, 2, \, 11]])} \\ {\rm B = matrix(QQ, \ [[-1, \, 2, \, 11], \ [2, \, 4, \, -7]])} \\ 2*A \mathrel{\rm es} \left(\begin{array}{ccc} 4 & 10 & -6 \\ -2 & 4 & 22 \end{array} \right), A+B \mathrel{\rm es} \left(\begin{array}{ccc} 1 & 7 & 8 \\ 1 & 6 & 4 \end{array} \right), 3*A \mathrel{\rm es} \left(\begin{array}{ccc} 6 & 15 & -9 \\ -3 & 6 & 33 \end{array} \right), \\ y \; A*B^T \mathrel{\rm es} \left(\begin{array}{ccc} -25 & 45 \\ 126 & -71 \end{array} \right) \\ \end{array}$$

Ejercicio 2. Dada la matriz

$$C = \left(\begin{array}{rrrrr} -5 & 2 & -2 & 1 & 3\\ 1 & 2 & -3 & 2 & -1\\ 2 & -3 & 1 & -4 & 2 \end{array}\right)$$

sobre el cuerpo \mathbb{Z}_{13} . Se pide:

- Determinar su matriz reducida
- Extraer las dos últimas columnas de dicha matriz reducida

Solución:

C = matrix(QQ, [[-5, 2, -2, 1, 3], [1, 2, -3, 2, -1], [2, -3, 1, -4, 2]])

La matriz reducida de
$$C$$
 es
$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & \frac{9}{35} & -\frac{29}{35} \\
0 & 1 & 0 & \frac{59}{35} & -\frac{54}{35} \\
0 & 0 & 1 & \frac{19}{35} & -\frac{34}{35}
\end{pmatrix}$$
Las ultimas dos columnas de C reducida son
$$\begin{pmatrix}
\frac{9}{35} & -\frac{29}{35} \\
\frac{19}{25} & -\frac{34}{25}
\end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Dada la matriz

$$A = \left(\begin{array}{rrrr} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

sobre \mathbb{Z}_5 , encuentra si es posible su inversa.

Solución:

C = matrix(Zmod(5), [[3, 2, 1, 4], [4, 4, 3, 3], [2, 5, 1, 5], [3, 2, 0, 1]])

La inversa en
$$\mathbb{Z}_5$$
 existe y es $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 4 \\ 4 & 3 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$