

ÁLGEBRA Y MATEMÁTICA DISCRETA

TAREA DE APLICACIONES LINEALES

```
miDNI = 36363    # introduce aqui las 5 ultimas cifras de tu DNI o NIE
primo = ZZ(miDNI^2).next_prime()
EJ = [1+20*i+ZZ(Zmod(20)(primo^(i+2)))] for i in range(4)]

# fijar primeros valores
EJ[0] = 10
EJ[1] = 38
EJ[2] = 42
EJ[3] = 74
```

Los ejercicios que tienes que realizar son al menos el Ejercicio 10, Ejercicio 38, Ejercicio 42 y Ejercicio 74.

Ejercicio 1. Sea K el cuerpo de 47 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^3$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f \left(\begin{bmatrix} 3 \\ 28 \\ 45 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad f \left(\begin{bmatrix} 7 \\ 15 \\ 17 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 8 \\ 44 \\ 11 \end{bmatrix} \quad f \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 15 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 11 \\ 23 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 3 \\ 28 \\ 45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 7 \\ 15 \\ 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 44 \\ 11 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 15 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 23 \\ 20 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 28 & 15 & 15 \\ 45 & 17 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 11 \\ 0 & 44 & 23 \\ 0 & 11 & 20 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 2. Sea K el cuerpo de 7 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 6 & 6 & 0 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 0 & 5 & 2 \\ 5 & 6 & 4 \\ 5 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 3. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 19 \\ 19 \\ 6 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 10 \\ 16 \\ 27 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 6 \\ 17 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 18 \\ 19 \\ 20 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 28 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 19 \\ 19 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 10 \\ 16 \\ 27 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 17 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 18 \\ 19 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 19 & 10 & 18 \\ 19 & 16 & 19 \\ 6 & 27 & 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 28 \\ 2 & 17 & 11 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 4. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 5. Sea K el cuerpo de 47 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 18 \\ 38 \\ 26 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 16 \\ 15 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 40 \\ 14 \\ 44 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 7 \\ 16 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 22 \\ 36 \\ 38 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 32 \\ 43 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 18 \\ 38 \\ 26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 15 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 40 \\ 14 \\ 44 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 16 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 22 \\ 36 \\ 38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ 43 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 18 & 40 & 22 \\ 38 & 14 & 36 \\ 26 & 44 & 38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 7 & 32 \\ 15 & 16 & 43 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 6. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad f \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -9 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 2 \\ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -5 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -2 \\ 0 & -1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 7. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^3$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 8. Sea K el cuerpo de 29 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 27 \\ 24 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 7 \\ 17 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 3 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 27 \\ 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 7 \\ 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 27 & 7 \\ 24 & 17 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 5 & 18 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 9. Sea K el cuerpo de 13 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^3$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 10 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 10. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 9 \\ 13 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 17 \\ 1 \\ 6 \\ 12 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 10 \\ 4 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 3 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 9 \\ 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 1 \\ 6 \\ 12 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 3 \\ 18 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 13 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 & 0 \\ 1 & 10 \\ 6 & 3 \\ 12 & 18 \end{bmatrix}$$

Solución:

```
A = matrix(Zmod(19), [[9, 10], [13, 4]])
B = matrix(Zmod(19), [[9, 10], [13, 4], [12, 18]])
Ap = block_matrix([[A, 1]])
Ai = Ap.echelon_form().subdivision(0, 1)
```

$$M = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 13 & 4 \\ 12 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 13 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$M = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 13 & 4 \\ 12 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 11. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 2 \\ -8 \\ -5 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & -8 \\ 1 & -1 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 12. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^3$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 30 \\ 5 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 21 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad f \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 6 \\ 28 \\ 17 \end{bmatrix} \quad f \left(\begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 13 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 23 \\ 14 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 2 \\ 30 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 28 \\ 17 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 9 \\ 10 \\ 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23 \\ 14 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 2 & 1 & 9 \\ 30 & 0 & 10 \\ 5 & 0 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 6 & 23 \\ 2 & 28 & 14 \\ 3 & 17 & 12 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 13. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad f \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad f \left(\begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -5 \\ -1 & -2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 14. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} -4 \\ 9 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 15. Sea K el cuerpo de 7 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 0 & 6 \\ 3 & 6 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 16. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 7 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \frac{1}{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} -8 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 7 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \frac{1}{2} \\ 2 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} -8 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -3 & 7 & -8 \\ 2 & -5 & 5 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 2 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 17. Sea K el cuerpo de 17 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 4 \\ 14 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 11 \\ 9 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 4 \\ 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 11 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 14 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 18. Sea K el cuerpo de 47 elementos.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} 11 \\ 35 \\ 42 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 10 \\ 24 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 29 \\ 24 \\ 10 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 41 \\ 46 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 20 \\ 34 \\ 23 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 11 \\ 29 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 11 \\ 35 \\ 42 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 24 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 29 \\ 24 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41 \\ 46 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 20 \\ 34 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 29 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} 11 & 29 & 20 \\ 35 & 24 & 34 \\ 42 & 10 & 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 41 & 11 \\ 24 & 46 & 29 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 19. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^2$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 20. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicación

Calcula la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ que cumple las siguientes condiciones:

$$f\left(\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad f\left(\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ -9 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Versión Sistema Matricial

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones matriciales despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad M \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Versión Ecuación Matricial

Resuelve la ecuación matricial siguiente despejando el valor de la matriz M

$$M \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & \frac{1}{2} \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución:

Ejercicio 21. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 8 & 9 \\ 0 & 1 & 6 & 5 \\ 16 & 0 & 6 & 6 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 4}(\mathbb{Z}_{19})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(19), [[1,9,8,9],
[0,1,6,5],
[16,0,6,6]])
```

Ejercicio 22. Sea K el cuerpo de 43 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^5 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 33 & 4 & 7 & 36 & 32 \\ 36 & 7 & 34 & 14 & 20 \\ 13 & 37 & 14 & 39 & 42 \\ 32 & 38 & 26 & 0 & 3 \\ 26 & 36 & 37 & 42 & 39 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 5}(\mathbb{Z}_{43})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(43), [[33,4,7,36,32],
[36,7,34,14,20],
[13,37,14,39,42],
[32,38,26,0,3],
[26,36,37,42,39]])
```

Ejercicio 23. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 13 & 7 & 6 & 0 \\ 18 & 2 & 15 & 2 \\ 20 & 30 & 8 & 19 \\ 13 & 18 & 23 & 9 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 4}(\mathbb{Z}_{31})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(31), [[13,7,6,0],
[18,2,15,2],
```

[20,30,8,19],
[13,18,23,9]])

Ejercicio 24. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 & 4 & -2 \\ -2 & 5 & -3 & 5 & -5 \\ -2 & 2 & 1 & -7 & -9 \\ 1 & -4 & 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 5}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[-1,3,-2,4,-2],
[-2,5,-3,5,-5],
[-2,2,1,-7,-9],
[1,-4,1,0,4]])
```

Ejercicio 25. Sea K el cuerpo de 5 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 4 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 4}(\mathbb{Z}_5)$$

Solución:

```
matrix(Zmod(5), [[2,2,4,1],
[3,1,3,2],
[4,3,4,1]])
```

Ejercicio 26. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 4 \\ 5 & 6 & -3 & 0 \\ -1 & -3 & -2 & -8 \\ 0 & -2 & 0 & -5 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[1,3,-1,4],
[5,6,-3,0],
[-1,-3,-2,-8],
[0,-2,0,-5]])
```

Ejercicio 27. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 8 \\ -1 & 3 & -5 \\ -1 & -1 & -4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 3}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[2,-2,8],
[-1,3,-5],
[-1,-1,-4],
[1,0,3]])
```

Ejercicio 28. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 4 & 18 & 16 & 9 \\ 12 & 0 & 10 & 5 & 16 \\ 5 & 4 & 10 & 18 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 5}(\mathbb{Z}_{19})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(19), [[16,4,18,16,9],
[12,0,10,5,16],
[5,4,10,18,0]])
```

Ejercicio 29. Sea K el cuerpo de 37 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 14 & 14 \\ 15 & 2 & 11 \\ 7 & 11 & 27 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 3}(\mathbb{Z}_{37})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(37), [[0,14,14],
[15,2,11],
[7,11,27]])
```


Ejercicio 30. Sea K el cuerpo de 7 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^5 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 6 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 4 \\ 4 & 6 & 6 \\ 5 & 4 & 5 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 3}(\mathbb{Z}_7)$$

Solución:

```
matrix(Zmod(7), [[1,5,0],
[6,2,1],
[6,2,4],
[4,6,6],
[5,4,5]])
```

Ejercicio 31. Sea K el cuerpo de 11 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 2 \\ 7 & 9 & 6 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 3}(\mathbb{Z}_{11})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(11), [[6,6,2],
[7,9,6],
[1,0,5]])
```

Ejercicio 32. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^5 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 27 & 2 & 22 & 11 \\ 14 & 16 & 19 & 26 \\ 21 & 24 & 14 & 6 \\ 21 & 24 & 1 & 2 \\ 18 & 28 & 8 & 28 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 4}(\mathbb{Z}_{31})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(31), [[27,2,22,11],
[14,16,19,26],
[21,24,14,6],
[21,24,1,2],
[18,28,8,28]])
```

Ejercicio 33. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & -8 & -2 \\ -2 & -1 & -8 & 7 \\ 0 & -2 & -7 & 1 \\ -2 & -1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 4}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[1,-3,-8,-2],
[-2,-1,-8,7],
```

$[0, -2, -7, 1],$
 $[-2, -1, -4, 3]])$

Ejercicio 34. Sea K el cuerpo de 47 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 18 & 27 & 46 \\ 31 & 10 & 26 \\ 25 & 14 & 44 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 3}(\mathbb{Z}_{47})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(47), [[18,27,46],
[31,10,26],
[25,14,44]])
```

Ejercicio 35. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & 9 & 4 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 4}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[-5,-1,-2,-2],
[-1,2,9,4],
[2,0,-1,0]])
```

Ejercicio 36. Sea K el cuerpo de 17 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^5 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 16 & 10 & 10 \\ 5 & 2 & 3 \\ 10 & 5 & 1 \\ 12 & 8 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 3}(\mathbb{Z}_{17})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(17), [[5,5,3],
[16,10,10],
[5,2,3],
[10,5,1],
[12,8,2]])
```

Ejercicio 37. Sea K el cuerpo de 5 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 4}(\mathbb{Z}_5)$$

Solución:

```
matrix(Zmod(5), [[1,4,2,2],
[0,1,2,0],
```

$[3, 1, 0, 2],$
 $[1, 1, 3, 0]]$)

Ejercicio 38. Sea K el cuerpo de 7 elementos.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 4}(\mathbb{Z}_7)$$

Solución:

```
A = matrix(Zmod(7), [[6,1,0,2],
[3,0,1,0],
[5,6,1,4],
[4,3,4,5]])
Ar = A.echelon_form()
```

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La aplicación lineal biyectiva, sus columnas son base y su matriz tiene inversa por los dos lados

Ejercicio 39. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^3 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[1,0,3],
[2,1,7],
[0,0,1]])
```

Ejercicio 40. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Aplicaciones

Determina si la aplicación lineal asociada a la matriz A es inyectiva, sobreyectiva, biyectiva o ninguna de esas cosas, siendo A la matriz

Versión Vectores

Determina si las columnas de la matriz A son linealmente independientes, generadores o base de K^4 , siendo A la matriz

Versión Inversas

Determina si la matriz A tiene inversa por la izquierda, por la derecha, por los dos lados o por ninguno, siendo A la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -6 \\ 2 & -1 & -9 \\ 1 & -1 & -5 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 3}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[3,1,-6],
[2,-1,-9],
[1,-1,-5],
[1,1,0]])
```

Ejercicio 41. Sea K el cuerpo de 11 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 6 & 3 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 7 & 9 \\ 6 & 3 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$7x_0 + 9x_1 = 0$$

$$6x_0 + 3x_1 = 0$$

$$-x_0 + 5x_1 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 6 & 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 5 & 4 & 10 & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 9}(\mathbb{Z}_{11})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(11), [[7,9],
[6,3],
[10,5]])
matrix(Zmod(11), [[10,6,1,3,5,6,4,9,0],
[0,0,9,5,4,10,3,3,0]])
```

Ejercicio 42. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f: K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} -2 & 8 & 4 \\ 2 & -8 & -9 \\ 1 & -4 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} -2 & 8 & 4 \\ 2 & -8 & -9 \\ 1 & -4 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \\ -1 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$-2x_0 + 8x_1 + 4x_2 = 0$$

$$2x_0 - 8x_1 - 9x_2 = 0$$

$$x_0 - 4x_1 - 3x_2 = 0$$

$$-x_0 + 4x_1 = 0$$

$$-x_0 + 4x_1 + 8x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} -4 & \frac{1}{8} & 2 & 2 & -3 & -1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 1 \\ 1 & \frac{1}{32} & 2 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{29} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{3} \\ -2 & 0 & \frac{2}{5} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
M = matrix(QQ, [[-2,8,4],
[2,-8,-9],
[1,-4,-3],
[-1,4,0],
[-1,4,8]])
A = matrix(QQ, [[-4,1/8,2,2,-3,-1,1,-1/2,1/4,1],
[1,1/32,2,1/2,-1/29,-1/4,1/4,-1/8,0,1/3],
[-2,0,2/5,0,1/2,0,0,0,-1/3,-1/2]])
```

Para calcular las columnas vectores del nucleo, aplicamos f a todas las columnas de A multiplicandola por $M(f)$

$$M \cdot A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & \frac{68}{5} & 0 & \frac{224}{29} & 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{6} & -\frac{4}{3} \\ 2 & 0 & -\frac{78}{5} & 0 & -\frac{593}{29} & 0 & 0 & 0 & \frac{23}{6} & \frac{23}{6} \\ -2 & 0 & -\frac{36}{5} & 0 & -\frac{58}{29} & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{6} \\ 8 & 0 & 6 & 0 & \frac{83}{29} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{6} \\ -8 & 0 & \frac{46}{5} & 0 & \frac{199}{29} & 0 & 0 & 0 & -\frac{35}{12} & -\frac{11}{3} \end{pmatrix}$$

Las columnas que dan 0 pertenecen al nucleo, y contando desde 1 son la 2, 4, 6, 7 y 8.

Ejercicio 43. Sea K el cuerpo de 29 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 21 & 5 & 6 \\ 1 & 28 & 23 \\ 3 & 4 & 22 \\ 23 & 24 & 27 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 21 & 5 & 6 \\ 1 & 28 & 23 \\ 3 & 4 & 22 \\ 23 & 24 & 27 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$21x_0 + 5x_1 + 6x_2 = 0$$

$$x_0 - x_1 + 23x_2 = 0$$

$$3x_0 + 4x_1 + 22x_2 = 0$$

$$23x_0 + 24x_1 + 27x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 19 & 13 & 0 & 15 & 22 & 5 & 2 & 3 & 18 & 9 \\ 26 & 16 & 18 & 19 & 22 & 21 & 18 & 27 & 21 & 23 \\ 23 & 11 & 22 & 9 & 4 & 27 & 7 & 25 & 23 & 17 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{29})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(29), [[21,5,6],
[1,28,23],
[3,4,22],
[23,24,27]])
matrix(Zmod(29), [[19,13,0,15,22,5,2,3,18,9],
[26,16,18,19,22,21,18,27,21,23],
[23,11,22,9,4,27,7,25,23,17]])
```

Ejercicio 44. Sea K el cuerpo de 11 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^4 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 0 & 1 \\ 10 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 7 & 1 & 0 & 1 \\ 10 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$7x_0 + x_1 + x_3 = 0$$

$$-x_0 + 7x_2 - x_3 = 0$$

$$3x_0 + 7x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 3 & 2 & 1 & 10 & 9 & 9 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 7 & 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 9 & 2 & 9 & 2 & 7 & 7 & 6 & 9 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 5 & 6 & 0 & 10 & 7 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 9}(\mathbb{Z}_{11})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(11), [[7,1,0,1],
[10,0,7,10],
[3,7,3,5]])
matrix(Zmod(11), [[6,2,3,2,1,10,9,9,4],
[0,5,0,7,1,1,3,0,2],
[9,2,9,2,7,7,6,9,5],
[2,4,5,1,5,6,0,10,7]])
```

Ejercicio 45. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 16 \\ 6 & 0 & 9 \\ 17 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 9 \\ 11 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 16 \\ 6 & 0 & 9 \\ 17 & 0 & 5 \\ 5 & 0 & 9 \\ 11 & 0 & 11 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$16x_2 = 0$$

$$6x_0 + 9x_2 = 0$$

$$17x_0 + 5x_2 = 0$$

$$5x_0 + 9x_2 = 0$$

$$11x_0 + 11x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 15 & 0 & 13 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 5 \\ 13 & 2 & 18 & 18 & 4 & 16 & 6 & 1 & 10 & 7 \\ 12 & 0 & 13 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 5 & 17 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{19})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(19), [[0,0,16],
[6,0,9],
[17,0,5],
[5,0,9],
[11,0,11]])
matrix(Zmod(19), [[15,0,13,0,0,1,0,0,2,5],
[13,2,18,18,4,16,6,1,10,7],
[12,0,13,0,0,8,0,0,5,17]])
```

Ejercicio 46. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^4 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 11 & 23 & 9 & 23 \\ 22 & 15 & 18 & 15 \\ 29 & 24 & 24 & 27 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 11 & 23 & 9 & 23 \\ 22 & 15 & 18 & 15 \\ 29 & 24 & 24 & 27 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$11x_0 + 23x_1 + 9x_2 + 23x_3 = 0$$

$$22x_0 + 15x_1 + 18x_2 + 15x_3 = 0$$

$$29x_0 + 24x_1 + 24x_2 + 27x_3 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 14 & 12 & 27 & 15 & 26 & 5 & 2 & 12 & 12 & 18 \\ 23 & 14 & 0 & 1 & 23 & 26 & 4 & 7 & 21 & 22 \\ 28 & 2 & 5 & 19 & 4 & 10 & 28 & 20 & 15 & 11 \\ 20 & 28 & 9 & 12 & 25 & 13 & 0 & 1 & 24 & 25 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 10}(\mathbb{Z}_{31})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(31), [[11,23,9,23],
[22,15,18,15],
[29,24,24,27]])
matrix(Zmod(31), [[14,12,27,15,26,5,2,12,12,18],
[23,14,0,1,23,26,4,7,21,22],
[28,2,5,19,4,10,28,20,15,11],
[20,28,9,12,25,13,0,1,24,25]])
```

Ejercicio 47. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 4 & 8 \\ -1 & -2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 4 & 8 \\ -1 & -2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$4x_0 + 8x_1 = 0$$

$$4x_0 + 8x_1 = 0$$

$$-x_0 - 2x_1 = 0$$

$$-2x_0 - 4x_1 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{26} & -\frac{49}{8} & \frac{2}{3} & 50 & -\frac{1}{8} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{5} & -64 & -1 \\ -1 & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & -25 & \frac{1}{16} & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 9}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[4,8],
[4,8],
[-1,-2],
[-2,-4]])
matrix(QQ, [[1/26,-49/8,2/3,50,-1/8,-1/3,2/5,-64,-1],
[-1,-1/3,-1/3,-25,1/16,1,1,1/2,1/2]])
```

Ejercicio 48. Sea K el cuerpo de 29 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 9 & 12 \\ 4 & 15 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 9 & 12 \\ 4 & 15 \\ 9 & 12 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$9x_0 + 12x_1 = 0$$

$$4x_0 + 15x_1 = 0$$

$$9x_0 + 12x_1 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 19 & 12 & 7 & 18 & 9 & 10 & 22 & 1 & 12 \\ 25 & 15 & 25 & 0 & 27 & 7 & 27 & 21 & 20 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 9}(\mathbb{Z}_{29})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(29), [[9,12],
[4,15],
[9,12]])
matrix(Zmod(29), [[19,12,7,18,9,10,22,1,12],
[25,15,25,0,27,7,27,21,20]])
```

Ejercicio 49. Sea K el cuerpo de 5 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^2$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$x_0 - x_2 = 0$$

$$-x_0 + x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 4 & 0 & 0 & 4 & 0 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_5)$$

Solución:

```
matrix(Zmod(5), [[1,0,4],
[4,0,1]])
matrix(Zmod(5), [[2,1,3,1,4,0,0,4,0,4],
[4,4,4,4,2,2,2,1,1,1],
[4,1,2,3,4,1,0,0,0,4]])
```

Ejercicio 50. Sea K el cuerpo de 43 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 30 & 27 & 35 \\ 40 & 9 & 22 \\ 16 & 33 & 14 \\ 22 & 23 & 15 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 30 & 27 & 35 \\ 40 & 9 & 22 \\ 16 & 33 & 14 \\ 22 & 23 & 15 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$30x_0 + 27x_1 + 35x_2 = 0$$

$$40x_0 + 9x_1 + 22x_2 = 0$$

$$16x_0 + 33x_1 + 14x_2 = 0$$

$$22x_0 + 23x_1 + 15x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 25 & 34 & 11 & 11 & 10 & 38 & 12 & 26 & 29 & 0 \\ 30 & 33 & 22 & 17 & 26 & 4 & 33 & 32 & 37 & 0 \\ 32 & 40 & 16 & 18 & 29 & 27 & 38 & 1 & 24 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{43})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(43), [[30,27,35],
[40,9,22],
[16,33,14],
[22,23,15]])
matrix(Zmod(43), [[25,34,11,11,10,38,12,26,29,0],
[30,33,22,17,26,4,33,32,37,0],
[32,40,16,18,29,27,38,1,24,0]])
```

Ejercicio 51. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^5 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 11 & 16 & 14 & 10 & 6 \\ 9 & 8 & 8 & 5 & 8 \\ 6 & 1 & 18 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 11 & 16 & 14 & 10 & 6 \\ 9 & 8 & 8 & 5 & 8 \\ 6 & 1 & 18 & 3 & 10 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$11x_0 + 16x_1 + 14x_2 + 10x_3 + 6x_4 = 0$$

$$9x_0 + 8x_1 + 8x_2 + 5x_3 + 8x_4 = 0$$

$$6x_0 + x_1 - x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 12 & 8 & 7 & 9 & 16 & 0 & 9 & 14 \\ 1 & 5 & 10 & 6 & 15 & 7 & 12 & 10 & 9 & 18 \\ 1 & 3 & 11 & 3 & 16 & 8 & 17 & 9 & 6 & 5 \\ 8 & 2 & 18 & 9 & 7 & 15 & 17 & 0 & 6 & 10 \\ 13 & 13 & 16 & 14 & 9 & 13 & 5 & 7 & 2 & 12 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 10}(\mathbb{Z}_{19})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(19), [[11,16,14,10,6],
[9,8,8,5,8],
[6,1,18,3,10]])
matrix(Zmod(19), [[1,9,12,8,7,9,16,0,9,14],
[1,5,10,6,15,7,12,10,9,18],
[1,3,11,3,16,8,17,9,6,5],
[8,2,18,9,7,15,17,0,6,10],
[13,13,16,14,9,13,5,7,2,12]])
```

Ejercicio 52. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 27 & 14 & 23 \\ 26 & 16 & 2 \\ 10 & 10 & 1 \\ 18 & 27 & 29 \\ 8 & 10 & 22 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 27 & 14 & 23 \\ 26 & 16 & 2 \\ 10 & 10 & 1 \\ 18 & 27 & 29 \\ 8 & 10 & 22 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$27x_0 + 14x_1 + 23x_2 = 0$$

$$26x_0 + 16x_1 + 2x_2 = 0$$

$$10x_0 + 10x_1 + x_2 = 0$$

$$18x_0 + 27x_1 + 29x_2 = 0$$

$$8x_0 + 10x_1 + 22x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 24 & 1 & 17 & 15 & 21 & 23 & 2 & 3 & 30 & 26 \\ 12 & 15 & 22 & 7 & 14 & 19 & 3 & 20 & 14 & 7 \\ 12 & 5 & 26 & 28 & 0 & 14 & 12 & 18 & 25 & 29 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{31})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(31), [[27,14,23],
[26,16,2],
[10,10,1],
[18,27,29],
[8,10,22]])
matrix(Zmod(31), [[24,1,17,15,21,23,2,3,30,26],
[12,15,22,7,14,19,3,20,14,7],
[12,5,26,28,0,14,12,18,25,29]])
```

Ejercicio 53. Sea K el cuerpo de 5 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \\ 0 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$x_0 + 3x_1 = 0$$

$$x_0 + 3x_1 = 0$$

$$0 = 0$$

$$2x_0 + x_1 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 2 & 4 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 1 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 8}(\mathbb{Z}_5)$$

Solución:

```
matrix(Zmod(5), [[1,3],
[1,3],
[0,0],
[2,1]])
matrix(Zmod(5), [[1,2,3,0,2,4,3,4],
[3,2,4,1,1,1,3,2]])
```

Ejercicio 54. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 11 & 12 \\ 15 & 6 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 10 & 4 \\ 11 & 12 \\ 15 & 6 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$10x_0 + 4x_1 = 0$$

$$11x_0 + 12x_1 = 0$$

$$15x_0 + 6x_1 = 0$$

$$10x_0 + 4x_1 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 13 & 1 & 1 & 8 & 9 & 15 & 3 & 9 \\ 4 & 18 & 1 & 7 & 18 & 12 & 13 & 2 & 6 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 9}(\mathbb{Z}_{19})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(19), [[10,4],
[11,12],
[15,6],
[10,4]])
matrix(Zmod(19), [[10,13,1,1,8,9,15,3,9],
[4,18,1,7,18,12,13,2,6]])
```

Ejercicio 55. Sea K el cuerpo de 47 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^4 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 7 & 37 & 8 & 0 \\ 7 & 3 & 35 & 34 \\ 21 & 11 & 26 & 6 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 7 & 37 & 8 & 0 \\ 7 & 3 & 35 & 34 \\ 21 & 11 & 26 & 6 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$7x_0 + 37x_1 + 8x_2 = 0$$

$$7x_0 + 3x_1 + 35x_2 + 34x_3 = 0$$

$$21x_0 + 11x_1 + 26x_2 + 6x_3 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 28 & 41 & 45 & 46 & 40 & 8 & 40 & 44 & 42 & 23 \\ 5 & 31 & 40 & 38 & 1 & 10 & 27 & 46 & 22 & 28 \\ 17 & 44 & 40 & 10 & 34 & 29 & 34 & 12 & 1 & 46 \\ 15 & 32 & 11 & 8 & 11 & 16 & 0 & 25 & 8 & 11 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 10}(\mathbb{Z}_{47})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(47), [[7,37,8,0],
[7,3,35,34],
[21,11,26,6]])
matrix(Zmod(47), [[28,41,45,46,40,8,40,44,42,23],
[5,31,40,38,1,10,27,46,22,28],
[17,44,40,10,34,29,34,12,1,46],
[15,32,11,8,11,16,0,25,8,11]])
```

Ejercicio 56. Sea K el cuerpo de 17 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 3 \\ 10 & 5 & 6 \\ 12 & 6 & 14 \\ 0 & 10 & 10 \\ 2 & 16 & 6 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 8 & 9 & 3 \\ 10 & 5 & 6 \\ 12 & 6 & 14 \\ 0 & 10 & 10 \\ 2 & 16 & 6 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$8x_0 + 9x_1 + 3x_2 = 0$$

$$10x_0 + 5x_1 + 6x_2 = 0$$

$$12x_0 + 6x_1 + 14x_2 = 0$$

$$10x_1 + 10x_2 = 0$$

$$2x_0 - x_1 + 6x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 15 & 5 & 1 & 0 & 14 & 13 & 9 & 13 & 9 & 6 \\ 14 & 3 & 13 & 0 & 4 & 11 & 5 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 5 & 12 & 0 & 13 & 6 & 12 & 1 & 16 & 14 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{17})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(17), [[8,9,3],
[10,5,6],
[12,6,14],
[0,10,10],
[2,16,6]])
matrix(Zmod(17), [[15,5,1,0,14,13,9,13,9,6],
[14,3,13,0,4,11,5,6,11,5],
[3,5,12,0,13,6,12,1,16,14]])
```

Ejercicio 57. Sea K el cuerpo de 41 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 27 & 24 \\ 1 & 10 \\ 22 & 15 \\ 26 & 14 \\ 16 & 37 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 27 & 24 \\ 1 & 10 \\ 22 & 15 \\ 26 & 14 \\ 16 & 37 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$27x_0 + 24x_1 = 0$$

$$x_0 + 10x_1 = 0$$

$$22x_0 + 15x_1 = 0$$

$$26x_0 + 14x_1 = 0$$

$$16x_0 + 37x_1 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 35 & 39 & 40 & 6 & 35 & 25 & 35 & 22 & 27 & 3 \\ 17 & 33 & 37 & 39 & 13 & 32 & 0 & 6 & 28 & 12 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 10}(\mathbb{Z}_{41})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(41), [[27,24],
[1,10],
[22,15],
[26,14],
[16,37]])
matrix(Zmod(41), [[35,39,40,6,35,25,35,22,27,3],
[17,33,37,39,13,32,0,6,28,12]])
```

Ejercicio 58. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} -2 & 7 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} -2 & 7 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -4 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$-2x_0 + 7x_1 - x_2 = 0$$

$$x_1 - x_2 = 0$$

$$x_0 - x_1 - 2x_2 = 0$$

$$4x_1 - 4x_2 = 0$$

$$-x_0 + x_1 + 2x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{13}{8} & 2 & 0 & -3 \\ 0 & -\frac{1}{250} & 1 & 2 & -\frac{13}{24} & -5 & 0 & -1 \\ -\frac{2}{5} & \frac{1}{15} & \frac{3}{4} & 0 & -\frac{13}{24} & -3 & 0 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 8}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[-2,7,-1],
[0,1,-1],
[1,-1,-2],
[0,4,-4],
[-1,1,2]])
matrix(QQ, [[0,2/3,0,-1/3,-13/8,2,0,-3],
[0,-1/250,1,2,-13/24,-5,0,-1],
[-2/5,1/15,3/4,0,-13/24,-3,0,-1]])
```

Ejercicio 59. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \\ 2 & -8 & -3 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 4 \\ 2 & -8 & -3 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$-x_2 = 0$$

$$x_0 - 4x_1 - x_2 = 0$$

$$4x_2 = 0$$

$$4x_2 = 0$$

$$2x_0 - 8x_1 - 3x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 & -1 & 3 & 0 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -21 & \frac{33}{2} & \frac{1}{14} \\ -\frac{1}{8} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{3} & -1 & -\frac{1}{6} & 0 & \frac{33}{8} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 13 & -15 & 0 & -\frac{5}{2} & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[0,0,-1],
[1,-4,-1],
[0,0,4],
[0,0,4],
[2,-8,-3]])
matrix(QQ, [[-1/2,-1,-1,3,0,-1/3,-2/3,-21,33/2,1/14],
[-1/8,-1/4,-1/2,3/4,-1/3,-1,-1/6,0,33/8,-1/3],
[0,0,-1,0,13,-15,0,-5/2,0,1/3]])
```

Ejercicio 60. Sea K el cuerpo de 41 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el núcleo de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 38 & 5 & 28 \\ 29 & 10 & 12 \\ 17 & 30 & 1 \\ 6 & 17 & 9 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el anulador por la derecha de la matriz

$$\begin{bmatrix} 38 & 5 & 28 \\ 29 & 10 & 12 \\ 17 & 30 & 1 \\ 6 & 17 & 9 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en espacio vectorial definido en forma implícita por las siguientes ecuaciones:

$$38x_0 + 5x_1 + 28x_2 = 0$$

$$29x_0 + 10x_1 + 12x_2 = 0$$

$$17x_0 + 30x_1 + x_2 = 0$$

$$6x_0 + 17x_1 + 9x_2 = 0$$

Siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 3 & 7 & 27 & 27 & 2 & 24 & 13 & 21 & 16 \\ 36 & 0 & 31 & 35 & 7 & 40 & 15 & 14 & 8 & 33 \\ 21 & 16 & 13 & 19 & 28 & 37 & 2 & 15 & 10 & 9 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{41})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(41), [[38,5,28],
[29,10,12],
[17,30,1],
[6,17,9]])
matrix(Zmod(41), [[10,3,7,27,27,2,24,13,21,16],
[36,0,31,35,7,40,15,14,8,33],
[21,16,13,19,28,37,2,15,10,9]])
```

Ejercicio 61. Sea K el cuerpo de 37 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 21 & 3 & 27 \\ 23 & 5 & 20 \\ 8 & 14 & 31 \\ 29 & 8 & 25 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 21 & 3 & 27 \\ 23 & 5 & 20 \\ 8 & 14 & 31 \\ 29 & 8 & 25 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 21 & 3 & 27 \\ 23 & 5 & 20 \\ 8 & 14 & 31 \\ 29 & 8 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 16 & 36 & 35 & 13 & 10 & 24 & 14 & 10 & 33 \\ 28 & 30 & 6 & 18 & 18 & 35 & 16 & 30 & 11 & 3 \\ 20 & 30 & 22 & 6 & 24 & 30 & 6 & 29 & 35 & 23 \\ 3 & 33 & 30 & 11 & 1 & 34 & 10 & 2 & 17 & 8 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 10}(\mathbb{Z}_{37})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(37), [[21,3,27],
[23,5,20],
[8,14,31],
[29,8,25]])
matrix(Zmod(37), [[1,16,36,35,13,10,24,14,10,33],
[28,30,6,18,18,35,16,30,11,3],
[20,30,22,6,24,30,6,29,35,23],
[3,33,30,11,1,34,10,2,17,8]])
```

Ejercicio 62. Sea K el cuerpo de 43 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 25 & 31 \\ 19 & 27 \\ 32 & 7 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 25 & 31 \\ 19 & 27 \\ 32 & 7 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 25 & 31 \\ 19 & 27 \\ 32 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 19 & 31 & 36 & 37 & 35 & 26 & 14 & 4 & 28 \\ 17 & 32 & 27 & 4 & 35 & 17 & 6 & 17 & 0 & 23 \\ 6 & 18 & 7 & 12 & 25 & 16 & 35 & 5 & 16 & 41 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{43})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(43), [[25,31],
[19,27],
[32,7]])
matrix(Zmod(43), [[2,19,31,36,37,35,26,14,4,28],
[17,32,27,4,35,17,6,17,0,23],
[6,18,7,12,25,16,35,5,16,41]])
```

Ejercicio 63. Sea K el cuerpo de 29 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 0 & 11 & 15 \\ 28 & 11 & 4 \\ 12 & 23 & 21 \\ 18 & 6 & 19 \\ 15 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & 15 \\ 28 & 11 & 4 \\ 12 & 23 & 21 \\ 18 & 6 & 19 \\ 15 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & 15 \\ 28 & 11 & 4 \\ 12 & 23 & 21 \\ 18 & 6 & 19 \\ 15 & 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 13 & 23 & 21 & 13 & 4 & 1 & 17 & 13 & 7 & 21 \\ 1 & 2 & 20 & 21 & 9 & 2 & 15 & 19 & 8 & 27 \\ 13 & 1 & 19 & 13 & 9 & 18 & 20 & 19 & 9 & 22 \\ 28 & 22 & 11 & 13 & 15 & 15 & 11 & 2 & 17 & 1 \\ 16 & 6 & 20 & 11 & 24 & 15 & 23 & 9 & 3 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 10}(\mathbb{Z}_{29})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(29), [[0,11,15],
[28,11,4],
[12,23,21],
[18,6,19],
[15,4,7]])
matrix(Zmod(29), [[13,23,21,13,4,1,17,13,7,21],
[1,2,20,21,9,2,15,19,8,27],
[13,1,19,13,9,18,20,19,9,22],
[28,22,11,13,15,15,11,2,17,1],
[16,6,20,11,24,15,23,9,3,2]])
```

Ejercicio 64. Sea K el cuerpo de 17 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuáles de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 15 \\ 2 & 9 & 5 \\ 9 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 9 & 6 & 15 \\ 2 & 9 & 5 \\ 9 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 9 & 6 & 15 \\ 2 & 9 & 5 \\ 9 & 3 & 4 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 14 & 12 & 3 & 11 & 8 & 10 & 10 \\ 16 & 8 & 12 & 2 & 11 & 16 & 0 & 9 & 9 & 11 \\ 4 & 16 & 13 & 10 & 8 & 14 & 2 & 0 & 15 & 2 \\ 15 & 1 & 8 & 8 & 9 & 4 & 15 & 9 & 10 & 3 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 10}(\mathbb{Z}_{17})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(17), [[9,6,15],
[2,9,5],
[9,3,4],
[4,4,4]])
matrix(Zmod(17), [[4,1,2,14,12,3,11,8,10,10],
[16,8,12,2,11,16,0,9,9,11],
[4,16,13,10,8,14,2,0,15,2],
[15,1,8,8,9,4,15,9,10,3]])
```

Ejercicio 65. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 3 & -7 & 1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 3 & -7 & 1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 3 & -7 & 1 \\ -2 & 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{11}{94} & 0 & \frac{3}{2} & 288 & \frac{8}{9} & 0 & 0 & -2 & -4 \\ -1 & 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{20} & -\frac{1}{2} & -1 & 6 & 0 & 0 \\ -\frac{246}{47} & 5 & -\frac{5}{3} & \frac{1}{5} & 3 & -5 & 2 & 4 & -1 \\ \frac{293}{94} & -3 & \frac{3}{7} & -1 & -1 & 3 & 0 & -2 & -5 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 9}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[1,-4,2],
[1,-3,1],
[3,-7,1],
[-2,5,-1]])
matrix(QQ, [[11/94,0,3/2,288,8/9,0,0,-2,-4],
[-1,1,-1/2,1/20,-1/2,-1,6,0,0],
[-246/47,5,-5/3,1/5,3,-5,2,4,-1],
[293/94,-3,2/7,-1,-1,3,0,-2,-5]])
```

Ejercicio 66. Sea K el cuerpo de 29 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^5 \rightarrow K^2$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 5 & 14 & 16 \\ 3 & 5 & 16 & 10 & 28 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 5 & 14 & 16 \\ 3 & 5 & 16 & 10 & 28 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 5 & 14 & 16 \\ 3 & 5 & 16 & 10 & 28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 17 & 5 & 14 & 6 & 22 & 21 & 7 & 9 & 26 \\ 8 & 4 & 1 & 20 & 24 & 7 & 5 & 23 & 14 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 9}(\mathbb{Z}_{29})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(29), [[10,7,5,14,16],
[3,5,16,10,28]])
matrix(Zmod(29), [[17,5,14,6,22,21,7,9,26],
[8,4,1,20,24,7,5,23,14]])
```

Ejercicio 67. Sea K el cuerpo de 13 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 10 & 8 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 10 & 8 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 4 & 11 \\ 10 & 8 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 12 & 9 & 1 & 11 & 8 & 5 & 7 & 10 & 10 & 2 \\ 4 & 3 & 9 & 8 & 7 & 9 & 3 & 12 & 8 & 11 \\ 8 & 6 & 5 & 3 & 1 & 6 & 12 & 11 & 3 & 3 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{13})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(13), [[4,11],
[10,8],
[7,3]])
matrix(Zmod(13), [[12,9,1,11,8,5,7,10,10,2],
[4,3,9,8,7,9,3,12,8,11],
[8,6,5,3,1,6,12,11,3,3]])
```

Ejercicio 68. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 \\ 15 & 15 & 9 \\ 4 & 2 & 13 \\ 14 & 18 & 10 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 \\ 15 & 15 & 9 \\ 4 & 2 & 13 \\ 14 & 18 & 10 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 \\ 15 & 15 & 9 \\ 4 & 2 & 13 \\ 14 & 18 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 12 & 13 & 8 & 18 & 18 & 15 & 7 & 7 & 12 \\ 0 & 6 & 6 & 3 & 6 & 5 & 18 & 16 & 1 & 5 \\ 18 & 3 & 9 & 18 & 16 & 12 & 0 & 8 & 18 & 0 \\ 2 & 18 & 3 & 14 & 14 & 12 & 0 & 7 & 6 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 10}(\mathbb{Z}_{19})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(19), [[10,4,15],
[15,15,9],
[4,2,13],
[14,18,10]])
matrix(Zmod(19), [[16,12,13,8,18,18,15,7,7,12],
[0,6,6,3,6,5,18,16,1,5],
[18,3,9,18,16,12,0,8,18,0],
[2,18,3,14,14,12,0,7,6,1]])
```

Ejercicio 69. Sea K el cuerpo de 47 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^4 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 20 & 11 & 22 & 21 \\ 34 & 14 & 28 & 31 \\ 6 & 31 & 43 & 0 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 20 & 11 & 22 & 21 \\ 34 & 14 & 28 & 31 \\ 6 & 31 & 43 & 0 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 20 & 11 & 22 & 21 \\ 34 & 14 & 28 & 31 \\ 6 & 31 & 43 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 44 & 40 & 37 & 11 & 39 & 16 & 16 & 45 & 39 & 19 \\ 25 & 28 & 30 & 40 & 24 & 46 & 46 & 37 & 24 & 40 \\ 13 & 16 & 19 & 16 & 45 & 14 & 6 & 39 & 25 & 30 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{47})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(47), [[20,11,22,21],
[34,14,28,31],
[6,31,43,0]])
matrix(Zmod(47), [[44,40,37,11,39,16,16,45,39,19],
[25,28,30,40,24,46,46,37,24,40],
[13,16,19,16,45,14,6,39,25,30]])
```

Ejercicio 70. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 19 & 2 & 4 \\ 11 & 11 & 16 \\ 30 & 30 & 7 \\ 0 & 18 & 30 \\ 21 & 12 & 24 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 19 & 2 & 4 \\ 11 & 11 & 16 \\ 30 & 30 & 7 \\ 0 & 18 & 30 \\ 21 & 12 & 24 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 19 & 2 & 4 \\ 11 & 11 & 16 \\ 30 & 30 & 7 \\ 0 & 18 & 30 \\ 21 & 12 & 24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 27 & 21 & 3 & 15 & 21 & 2 & 7 & 24 & 18 & 21 \\ 6 & 6 & 29 & 15 & 11 & 7 & 6 & 20 & 30 & 19 \\ 22 & 22 & 3 & 3 & 12 & 5 & 23 & 1 & 30 & 21 \\ 23 & 2 & 24 & 16 & 0 & 14 & 19 & 11 & 6 & 24 \\ 7 & 2 & 18 & 6 & 8 & 12 & 30 & 20 & 29 & 2 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 10}(\mathbb{Z}_{31})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(31), [[19,2,4],
[11,11,16],
[30,30,7],
[0,18,30],
[21,12,24]])
matrix(Zmod(31), [[27,21,3,15,21,2,7,24,18,21],
[6,6,29,15,11,7,6,20,30,19],
[22,22,3,3,12,5,23,1,30,21],
[23,2,24,16,0,14,19,11,6,24],
[7,2,18,6,8,12,30,20,29,2]])
```

Ejercicio 71. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f: K^5 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -7 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -7 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -7 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 & 1 & 1 & -\frac{13}{3} & 0 & -3 & 2 & \frac{1}{13} \\ -2 & -\frac{7}{3} & -\frac{21}{32} & \frac{1}{2} & 0 & -4 & 2 & -\frac{1}{20} & -4 & 0 \\ 0 & \frac{17}{6} & \frac{5}{5} & -\frac{3}{2} & -1 & 14 & -\frac{335}{3} & \frac{48}{11} & 2 & -\frac{1}{13} \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[1,2,1,-7,0],
[-1,-1,0,4,1],
[0,-1,-1,3,-1]])
matrix(QQ, [[-1/2,-1/2,0,1,1,-13/3,0,-3,2,1/13],
[-2,-7/3,-21/32,1/2,0,-4,2,-1/20,-4,0],
[0,17/6,5,-3/2,-1,14,-335/3,48/11,2,-1/13]])
```

Ejercicio 72. Sea K el cuerpo de 29 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^4 \rightarrow K^2$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 0 & 10 \\ 19 & 28 & 0 & 19 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 0 & 10 \\ 19 & 28 & 0 & 19 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 0 & 10 \\ 19 & 28 & 0 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 14 & 13 & 12 & 15 & 14 & 13 & 25 & 23 & 26 & 4 \\ 28 & 15 & 6 & 14 & 15 & 16 & 4 & 19 & 4 & 25 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 10}(\mathbb{Z}_{29})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(29), [[10,1,0,10],
[19,28,0,19]])
matrix(Zmod(29), [[14,13,12,15,14,13,25,23,26,4],
[28,15,6,14,15,16,4,19,4,25]])
```

Ejercicio 73. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 6 & -7 & -7 \\ -5 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 6 & -7 & -7 \\ -5 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 6 & -7 & -7 \\ -5 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 3 \\ 4 & -1 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 0 & 0 & 23 & -3 & -1 & -\frac{1}{3} & 4 & -6 & 1 \\ 2 & -2 & \frac{8}{3} & \frac{2}{3} & 1 & -2 & -2 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{163}{2} & -50 & \frac{200}{3} & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -1 & 3 & -126 & 46 \\ \frac{145}{2} & -44 & \frac{176}{3} & -\frac{11}{2} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & -1 & -3 & -114 & 41 \\ \frac{191}{2} & -58 & \frac{232}{3} & 2 & -19 & -5 & \frac{1}{3} & -10 & -150 & 54 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 10}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[6,-7,-7],
[-5,6,6],
[1,3,3],
[4,-1,-1],
[5,-1,-1]])
matrix(QQ, [[3/2,0,0,23,-3,-1,-1/3,4,-6,1],
[2,-2,8/3,2/3,1,-2,-2,0,0,1],
[163/2,-50,200/3,0,-1/4,-1/2,-1,3,-126,46],
[145/2,-44,176/3,-11/2,2/3,1/3,-1,-3,-114,41],
[191/2,-58,232/3,2,-19,-5,1/3,-10,-150,54]])
```

Ejercicio 74. Sea K el cuerpo de 41 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^5 \rightarrow K^2$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 40 & 21 & 29 & 34 & 21 \\ 3 & 19 & 36 & 21 & 19 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 40 & 21 & 29 & 34 & 21 \\ 3 & 19 & 36 & 21 & 19 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 40 & 21 & 29 & 34 & 21 \\ 3 & 19 & 36 & 21 & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 35 & 37 & 18 & 39 & 7 & 25 & 13 & 40 & 19 & 17 \\ 18 & 6 & 28 & 16 & 33 & 7 & 10 & 34 & 25 & 31 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{2 \times 10}(\mathbb{Z}_{41})$$

Solución:

```
M = matrix(Zmod(41), [[40,21,29,34,21],
[3,19,36,21,19]])
A = matrix(Zmod(41), [[35,37,18,39,7,25,13,40,19,17],
[18,6,28,16,33,7,10,34,25,31]])
MA = block_matrix([[M, A]])
MAr = MA.echelon_form()
```

Pertenecen a la imagen de f aquellos vectores de A donde $MX =$ cada de las columnas de A tengan solución.

$$[M|A] = \left(\begin{array}{ccccc|cccccccc} 40 & 21 & 29 & 34 & 21 & 35 & 37 & 18 & 39 & 7 & 25 & 13 & 40 & 19 & 17 \\ 3 & 19 & 36 & 21 & 19 & 18 & 6 & 28 & 16 & 33 & 7 & 10 & 34 & 25 & 31 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|cccccccc} 1 & 20 & 12 & 7 & 20 & 6 & 0 & 23 & 36 & 29 & 16 & 6 & 8 & 22 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 12 & 32 & 0 & 26 & 29 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Las columnas donde $H = 0$, ya que $0 = H$ y $0 = 0$. Estas son 1, 3, 6, 9, 10.

Ejercicio 75. Sea K el cuerpo de los números reales.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 7 & -7 \\ -3 & 3 \\ -3 & 3 \\ -2 & 2 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 7 & -7 \\ -3 & 3 \\ -3 & 3 \\ -2 & 2 \\ 5 & -5 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 7 & -7 \\ -3 & 3 \\ -3 & 3 \\ -2 & 2 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{1}{3} & 0 & -1 & 1 & 0 & -3 & -\frac{1}{35} & 0 \\ -\frac{1}{5} & -\frac{1}{7} & 0 & \frac{3}{7} & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{1}{4} & -2 & -3 \\ 2 & -\frac{1}{7} & 1 & \frac{3}{7} & -\frac{3}{7} & 0 & -\frac{2}{67} & \frac{1}{24} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{5} & -\frac{2}{21} & -\frac{1}{4} & \frac{2}{7} & -\frac{2}{7} & 0 & 11 & \frac{4}{29} & 0 \\ 0 & \frac{5}{21} & 4 & -\frac{5}{7} & \frac{5}{7} & 0 & -4 & 0 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 9}(\mathbb{R})$$

Solución:

```
matrix(QQ, [[7,-7],
[-3,3],
[-3,3],
[-2,2],
[5,-5]])
matrix(QQ, [[-4/5,1/3,0,-1,1,0,-3,-1/35,0],
[-1/5,-1/7,0,3/7,-3/7,0,-1/4,-2,-3],
[2,-1/7,1,3/7,-3/7,0,-2/67,1/24,-1/4],
[-1/5,-2/21,-1/4,2/7,-2/7,0,11,4/29,0],
[0,5/21,4,-5/7,5/7,0,-4,0,1]])
```

Ejercicio 76. Sea K el cuerpo de 7 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 3 \\ 6 & 3 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 4 & 2 & 0 & 3 & 1 & 6 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 6 & 5 & 1 & 2 & 1 & 5 & 4 & 0 \\ 5 & 6 & 6 & 0 & 4 & 3 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 1 & 5 & 5 & 2 & 5 & 6 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 5 & 5 & 3 & 3 & 4 & 6 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 10}(\mathbb{Z}_7)$$

Solución:

```
matrix(Zmod(7), [[0,5,3],
[6,3,6],
[3,0,0],
[2,5,3],
[4,5,3]])
matrix(Zmod(7), [[2,2,4,2,0,3,1,6,1,0],
[1,2,6,5,1,2,1,5,4,0],
[5,6,6,0,4,3,5,0,1,0],
```

$[6, 0, 1, 5, 5, 2, 5, 6, 4, 0],$
 $[1, 1, 5, 5, 3, 3, 4, 6, 0, 0]]$)

Ejercicio 77. Sea K el cuerpo de 41 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^3 \rightarrow K^4$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 0 & 13 & 33 \\ 12 & 12 & 6 \\ 8 & 40 & 19 \\ 4 & 30 & 27 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 33 \\ 12 & 12 & 6 \\ 8 & 40 & 19 \\ 4 & 30 & 27 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 0 & 13 & 33 \\ 12 & 12 & 6 \\ 8 & 40 & 19 \\ 4 & 30 & 27 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 34 & 13 & 36 & 4 & 24 & 12 & 12 & 25 & 5 \\ 17 & 14 & 38 & 14 & 18 & 22 & 13 & 36 & 25 & 14 \\ 3 & 37 & 30 & 38 & 15 & 38 & 5 & 22 & 33 & 21 \\ 10 & 27 & 25 & 35 & 37 & 28 & 36 & 36 & 31 & 20 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{4 \times 10}(\mathbb{Z}_{41})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(41), [[0,13,33],
[12,12,6],
[8,40,19],
[4,30,27]])
matrix(Zmod(41), [[9,34,13,36,4,24,12,12,25,5],
[17,14,38,14,18,22,13,36,25,14],
[3,37,30,38,15,38,5,22,33,21],
[10,27,25,35,37,28,36,36,31,20]])
```

Ejercicio 78. Sea K el cuerpo de 31 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^5 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 17 & 17 & 28 & 30 & 19 \\ 6 & 6 & 30 & 24 & 29 \\ 15 & 15 & 9 & 16 & 29 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 17 & 17 & 28 & 30 & 19 \\ 6 & 6 & 30 & 24 & 29 \\ 15 & 15 & 9 & 16 & 29 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 17 & 17 & 28 & 30 & 19 \\ 6 & 6 & 30 & 24 & 29 \\ 15 & 15 & 9 & 16 & 29 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 29 & 18 & 2 & 19 & 19 & 10 & 6 & 11 & 10 \\ 19 & 3 & 24 & 12 & 8 & 10 & 17 & 7 & 24 & 16 \\ 23 & 19 & 7 & 22 & 2 & 18 & 10 & 26 & 24 & 4 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{31})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(31), [[17,17,28,30,19],
[6,6,30,24,29],
[15,15,9,16,29]])
matrix(Zmod(31), [[16,29,18,2,19,19,10,6,11,10],
[19,3,24,12,8,10,17,7,24,16],
[23,19,7,22,2,18,10,26,24,4]])
```

Ejercicio 79. Sea K el cuerpo de 5 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^2 \rightarrow K^5$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 4 & 0 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 1 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 1 & 0 & 4 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 4 & 3 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{5 \times 8}(\mathbb{Z}_5)$$

Solución:

```
matrix(Zmod(5), [[2,0],
[4,0],
[1,0],
[2,0],
[3,0]])
matrix(Zmod(5), [[1,4,2,4,0,4,1,2],
[2,1,0,1,0,3,3,1],
[3,2,3,1,0,2,4,0],
```

$[1, 0, 4, 1, 0, 4, 0, 2],$
 $[4, 4, 4, 3, 0, 1, 2, 0]]$)

Ejercicio 80. Sea K el cuerpo de 19 elementos.

Versión Núcleo

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en la imagen de la aplicación lineal $f : K^5 \rightarrow K^3$ siendo

$$M(f) = \begin{bmatrix} 1 & 15 & 5 & 14 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 1 & 9 \\ 17 & 12 & 3 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

y A la matriz que se da a continuación:

Versión Anulador

Determina de entre los vectores columna de la matriz A , cuales de ellos están en el espacio generado por las columnas de la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 15 & 5 & 14 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 1 & 9 \\ 17 & 12 & 3 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

Versión Ecuaciones Implícitas

Para cada una de las columnas B de la matriz A , determina qué sistemas de ecuaciones tienen solución, siendo

$$\begin{bmatrix} 1 & 15 & 5 & 14 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 1 & 9 \\ 17 & 12 & 3 & 14 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = B$$

siendo A la matriz que se da a continuación:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 3 & 5 & 6 & 1 & 5 & 16 & 7 & 2 \\ 9 & 15 & 6 & 0 & 9 & 5 & 11 & 16 & 0 & 17 \\ 5 & 2 & 11 & 9 & 6 & 18 & 6 & 9 & 5 & 7 \end{bmatrix} \in \mathbf{M}_{3 \times 10}(\mathbb{Z}_{19})$$

Solución:

```
matrix(Zmod(19), [[1,15,5,14,1],
[0,1,8,1,9],
[17,12,3,14,15]])
matrix(Zmod(19), [[0,10,3,5,6,1,5,16,7,2],
[9,15,6,0,9,5,11,16,0,17],
[5,2,11,9,6,18,6,9,5,7]])
```