

Ejercicio 1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -1 & 2 & 11 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -7 \end{pmatrix}$$

sobre el cuerpo de los racionales \mathbb{Q} , realizar las siguientes operaciones: $2 \cdot A$, $A + B$, $3 \cdot A - 2 \cdot B$ y $A \cdot B^T$

Solución:

`A = matrix(QQ, [[2, 5, -3], [-1, 2, 11]])`

`B = matrix(QQ, [[-1, 2, 11], [2, 4, -7]])`

$2A$ es

$$\begin{pmatrix} 4 & 10 & -6 \\ -2 & 4 & 22 \end{pmatrix}$$

$A + B$ es

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 8 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

$3A$ es

$$\begin{pmatrix} 6 & 15 & -9 \\ -3 & 6 & 33 \end{pmatrix}$$

y AB^T es

$$\begin{pmatrix} -25 & 45 \\ 126 & -71 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2. Dada la matriz

$$C = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$$

sobre el cuerpo \mathbb{Z}_{13} . Se pide:

- Determinar su matriz reducida
- Extraer las dos últimas columnas de dicha matriz reducida

Solución:

`C = matrix(QQ, [[-5, 2, -2, 1, 3], [1, 2, -3, 2, -1], [2, -3, 1, -4, 2]])`

La matriz reducida de C es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{9}{35} & -\frac{29}{35} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{35}{35} & -\frac{34}{35} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{19}{35} & -\frac{34}{35} \end{pmatrix}$$

Las últimas dos columnas de C reducida son

$$\begin{pmatrix} \frac{9}{35} & -\frac{29}{35} \\ \frac{35}{35} & -\frac{34}{35} \\ \frac{19}{35} & -\frac{34}{35} \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 3 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sobre \mathbb{Z}_5 , encuentra si es posible su inversa.

Solución:

`A = matrix(Zmod(5), [[3, 2, 1, 4], [4, 4, 3, 3], [2, 5, 1, 5], [3, 2, 0, 1]])`

La matriz de A reducida es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

por tanto A es inversible