

# Estadística.- curso 2023-24

## Problemas de muestreo

1. Si la longitud de un tornillo sigue una distribución normal con media 7.5 y desviación típica 0.3. Calcular la probabilidad de que en una muestra de 200 tornillos se obtenga una longitud media menor que 7.4.
2. El voltaje de cierto circuito eléctrico tiene una distribución normal con media 120 y desviación típica 2. Si se toman 5 medidas independientes del voltaje, ¿cuál es la probabilidad de que la media de las medidas esté entre 116 y 118?
3. La longitud de tornillo sigue una distribución normal con media  $m$  y desviación típica 0.3. ¿Cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que la probabilidad de que la media muestral difiera de la media en 0.2 cm sea de 0.99?
4. En la Universidad de Murcia el 25 % de los estudiantes tiene más de 21 años. En una muestra de 400 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que más de 110 supere los 21 años de edad?
5. La siguiente tabla muestra los porcentajes de individuos que tienen hábitos nocivos para la salud clasificados por género.

	<b>Duerme menos de 6 horas</b>	<b>Fumador</b>	<b>No desayuna</b>	<b>Sobrepeso superior al 20 %</b>
Hombre	22.7	28.4	45.4	29.6
Mujer	21.4	22.8	42.0	25.6

Elegimos una muestra aleatoria de 300 hombres. Aproxima la probabilidad de:

- Al menos 150 de ellos no desayuna habitualmente
- Menos de 100 individuos de la muestra son fumadores

Elegimos ahora una muestra de 300 mujeres. Aproxima la probabilidad de que:

- Al menos 60 de ellas sufren un sobrepeso de más del 20 %.
- Menos de 50 de ellas duermen menos de 6 horas.
- Aproxima la probabilidad de que en las muestras elegidas sean más mujeres que hombres los que desayunan habitualmente.

6. Se sabe que el 45 % de una población de votantes está a favor del partido A y el resto a favor del partido B.
  - Se hace una encuesta a 100 personas, ¿cuál es la probabilidad de que esta encuesta de como vencedor al partido A? ¿Cuál es la probabilidad de que la media de votantes del partido A en esta muestra esté entre 44 y 46?
  - Se hace una encuesta a 1000 personas, ¿cuál es la probabilidad de que esta encuesta de como vencedor al partido A? Comparar con el resultado obtenido en el apartado anterior.
7. Se sabe que unos datos siguen una distribución normal. Se coge una muestra de 100 datos y se calcula  $\hat{m}$  y  $\hat{s}$  obteniéndose  $\hat{m} = 2$  y  $\hat{s} = 0.1$ . Calcula la probabilidad de que:
  - $m$  esté en el intervalo  $[0.95, 1.05]$
  - $m$  esté en el intervalo  $[1, 1, +\infty)$

8. Lord Rayleigh en 1890 postuló la existencia del Argón en el aire, y para ello hizo 100 mediciones del peso del llamado gas residual (los científicos de la época sabían aislar el O<sub>2</sub>, el CO<sub>2</sub> y el vapor de agua, el gas restante lo llamaban gas residual) obtuvo como media de las 100 mediciones  $\bar{X} = 2,31001$  gr. y como cuasi desviación típica muestral  $\hat{s} = 0,021$  gr. ¿Cuál es la probabilidad de que la media  $m$  esté en el intervalo  $[2.303773, 2.316247]$ ?
9. Nos interesa la media  $m$  de una serie de datos. Se supone que esos datos corresponden a una normal con desviación típica 2. Cogemos 40 de esos datos y calculamos su media  $\bar{X} = 50$ . Calcula dos valores  $a$  y  $b$  de modo que la seguridad de que  $m$  esté entre ellos sea del 95 %
10. Unos determinados datos tienen desviación típica 2. Se extrae una muestra de tamaño 100 y se calcula su media, dando como resultado 10.
  - Un intervalo de confianza para la media de los datos con seguridad del 90 %
  - Un intervalo de confianza para la media de los datos con seguridad del 95 %
  - ¿Qué intervalo es mayor? ¿por qué?
11. Nos interesa la proporción de personas que saben inglés. Para ello se coge una muestra de 1000 personas de los cuáles se comprueba que hay 250 que tienen esos conocimientos. Calcula un intervalo de confianza para la proporción buscada con seguridad del 95 %
12. Se quiere conocer la proporción de alumnos que entran a la carrera con conocimientos de  $C$ . Para ello se coge una muestra de 100 alumnos de los cuáles se comprueba que solamente 12 de ellos tienen esos conocimientos. Calcula un intervalo de confianza para la proporción buscada con seguridad del 90 %
13. El entrenador de un saltador de longitud quiere analizar su evolución, estudiando la variabilidad de las marcas que va consiguiendo. El entrenador anota las marcas de 9 saltos, obteniendo:

7.2 8.9 8.3 7.3 8.1 8.5 8.6 8.5 8.1

Se calculan la media y desviación típica de estos datos obteniéndose  $\hat{m} = 8,16$  y  $\hat{s} = 0,57$ .

- Por experiencia previa se sabe que las marcas del saltador siguen una distribución normal con varianza  $\frac{1}{4}$ . Calcular, con una confianza del 92 %, los valores entre los cuales se encuentra la media de las marcas del atleta.
  - No tenemos clara cuál es la varianza. Calcular, con una confianza del 94 %, los valores entre los cuales se encuentra la media de las marcas del atleta.
14. Las notas de cierta asignatura se distribuyen según una normal de media  $m$  y varianza  $s^2$ . Se toma una muestra de 16 alumnos elegidos aleatoriamente, obteniendo las siguientes calificaciones:

8.7 6.2 5.7 6.3 4.1 5.1 6.1 5 4.6 8.3 5.7 6.7 6.2 4 4.7 5.5

Se calculan media y desviación típica de estos datos obteniendo  $\hat{m} = 5,8062$  y  $\hat{s} = 1,3203$

- Calcular, con una confianza del 90 %, los valores entre los cuales se encuentra la media de las notas.
  - Si sabemos que  $s^2 = 1$ , calcular, con una confianza del 98 %, los valores entre los cuales se encuentra la media de las notas.
15. Unos determinados datos tienen desviación típica 2. Se extrae una muestra de tamaño 100 y se calcula su media, dando como resultado 10.
    - un intervalo de confianza para la media de los datos con seguridad del 90 %

- ¿De qué tamaño debe ser la muestra si se quiere obtener un intervalo de confianza para la media de estos datos con seguridad del 90 % pero de modo que la amplitud de dicho intervalo sea menor que 0.1?
- 16. La proporción de chips defectuosos en un gran lote manufacturado es de 0.1. ¿Cuál es la menor muestra aleatoria de chips que se deben seleccionar del lote para que la probabilidad de que la proporción de artículos defectuosos en la muestra sea menor que 0.13 sea al menos 0.99?
- 17. Una empresa de neumáticos afirma que una nueva gama dura en promedio al menos de 28000 km. Se supone que las duraciones son una normal con desviación típica 125. Se hace una prueba con 64 neumáticos dando una duración media de 27800 km. Se pide:
  - a) Comprobar si hay evidencia suficiente para rechazar la afirmación de la empresa con nivel de significación del 5 %
  - b) ¿Cuál es el p-valor?
- 18. Un usuario cree que el consumo eléctrico de su ordenador es mayor de lo que dice el fabricante. Este fabricante afirma que la media de consumo es menor de 30 y que los consumos son normales con desviación típica 1. El usuario toma datos de 8 consumos obteniendo {31, 30, 32, 31, 33, 30, 30, 32}. Se quiere estudiar si puede asumirse, considerando un nivel de significación del 3 %, que el consumo medio de libros leídos es como mucho de 30. Se pide:
  - a) Indica qué tipo de contraste es y cuáles son las regiones de rechazo y no rechazo y si se rechaza la hipótesis
  - b) ¿Cuál es el p-valor?
- 19. Se quiere estudiar el número medio de libros que leen los alumnos de un instituto en un año. Se sabe que el número de libros se distribuye según una Normal con desviación típica 2. Se quiere estudiar si puede asumirse, considerando un nivel de significación del 5 %, que el número medio de libros leídos es de 10. Se pide:
  - a) Indica qué tipo de contraste es y cuáles son las regiones de rechazo y no rechazo
  - b) Cogemos una muestra de 50 alumnos a los que preguntamos cuántos libros leyeron el último año. Si la media de sus respuestas es 9 ¿debemos rechazar nuestra hipótesis?
  - c) Repite el ejercicio anterior para las siguientes hipótesis
    - El número medio de libros leídos mayor de 9.5
    - El número medio de libros leídos es menor de 9.1
  - d) Repite los apartados anteriores si se supone que la desviación típica de la población no es conocida y se ha calculado la desviación típica de la muestra dando  $\hat{s} = 1,8$
- 20. Una empresa sabe que el 20 % de sus clientes tienen alguna queja. Proponen un plan de mejora y esperan que el problema haya mejorado. Para comprobarlo le preguntan a 300 clientes y ven que 55 de ellos tienen quejas. ¿Se puede decir con un nivel de significación del 5 % que el problema ha mejorado?
- 21. Una empresa sabe que el 20 % de sus clientes tienen alguna queja. Proponen un plan de mejora y esperan que el problema haya mejorado. Para comprobarlo le preguntan a 300 clientes y ven que 55 de ellos tienen quejas. ¿Se puede decir con un nivel de significación del 5 % que el problema ha mejorado?