

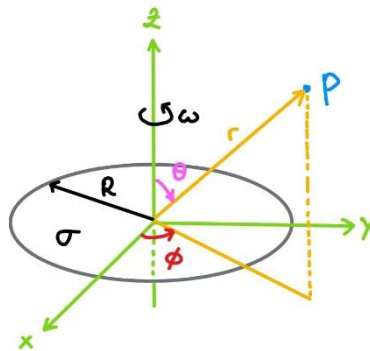
1D1P

One Day One Problem

Persiapan OSN Fisika Tingkat Nasional 2024

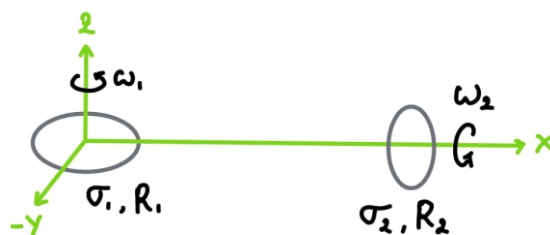
Day 2 - Interaksi Dua Piringan Bermuatan Berotasi

Diketahui terdapat sebuah piringan berjari-jari R dengan persebaran muatan per satuan luas σ . Piringan ini dibuat berputar dengan kecepatan sudut ω terhadap sumbu simetri piringan atau sumbu z koordinat. Tinjau sebuah titik P yang terletak di posisi (x, y, z) , dengan jarak titik P ke sumbu koordinat $O (0,0,0)$ adalah r , dimana $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ dan $r \gg R$. Dalam perhitungan ini, Anda bisa menyatakan jawaban dalam parameter koordinat bola yaitu (r, θ, ϕ) .



- Pada jarak yang cukup jauh, piringan bermuatan yang berotasi ini dapat dipandang sebagai sebuah dipol magnet titik. Momen dipol magnet dari sebuah arus sirkular i berjari-jari r_0 diberikan oleh $m_0 = i\pi r_0^2$ dan arahnya tegak lurus bidang putar arus ke arah orientasi putaran. Tentukan vektor momen dipol magnetik piringan ini!
- Potensial vektor dari sebuah dipol magnet pada suatu titik di posisi \vec{r} , diberikan oleh $\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \vec{m} \times \vec{r}$. Tentukan potensial vektor \vec{A} di titik P !
- Dengan mengetahui bentuk potensial vektor \vec{A} , medan magnet bisa diperoleh dengan menghitung *curl* dari \vec{A} , yaitu $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$. Tentukan vektor medan magnet di titik P !

Sekarang, tinjau sistem dua buah piringan dengan jari-jari R_1 dan R_2 dengan persebaran muatan per satuan luas σ_1 dan σ_2 untuk masing-masing piringan. Piringan pertama memiliki titik pusat di sumbu koordinat dan sumbu simetrinya terletak di sumbu z . Piringan kedua terletak pada $(l, 0, 0)$ dan sumbu simetrinya terletak di sumbu x . Di sini, $l \gg R_1, R_2$.



Terdapat sebuah mekanisme yang mempertahankan kedua piringan tetap di posisinya, namun bisa berubah orientasinya secara bebas. Kedua piringan diputar terhadap sumbu simetrinya dengan kecepatan sudut masing-masing ω_1 dan ω_2 .

- (d) Hitunglah torsi yang dirasakan oleh piringan 2!
- (e) Apabila orientasi piringan 1 dibuat tetap (tidak dapat bergerak) sedangkan piringan 2 dapat bebas bergerak, tentukan orientasi piringan 2 saat sistem stabil!
- (f) Dari posisi stabil piringan 2, jika dia diberikan gangguan kecil, piringan 2 akan melakukan gerak harmonik sederhana. Tentukan periode osilasinya!

Petunjuk:

- (i) Transformasi koordinat bola ke koordinat kartesian dan sebaliknya, dapat dilakukan dengan formula berikut

$$x = r \sin \theta \cos \phi,$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi,$$

$$z = r \cos \theta,$$

$$\hat{r} = \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z},$$

$$\hat{\theta} = \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z},$$

$$\hat{\phi} = -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}.$$

- (ii) Curl di koordinat memiliki formula sebagai berikut

$$\vec{\nabla} \times \vec{V} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (V_\phi \sin \theta) - \frac{\partial V_\theta}{\partial \phi} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r} (r V_\phi) \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r V_\theta) - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) \hat{\phi}.$$

Referensi: Soal UTS Medan Elektromagnetik I No.2 Fisika UI 2022, di Asistensi Oleh M. Ezra Acapalapati Madani

Ad Astra Abyssosque...

