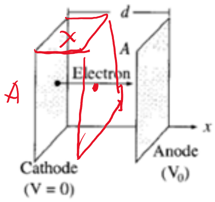
1. **(12 poin)** Dalam suatu dioda vakum, elektron dari katoda dengan potensial nol dipanaskan sehingga terlepas dan bergerak dipercepat menuju anoda yang diberi potensial V_0. Akibatnya, muncul awan elektron diantara katoda dan anoda (dengan rapat muatan per volume sebesar ρ) yang pada keadaan setimbang akan membuat medan di sekitar katoda bernilai nol. Pada keadaan ini, arus yang konstan akan mengalir di antara keduanya.



Asumsikan bahwa luas kedua plat jauh lebih besar dibanding jarak pisahnya ($A >> d$), maka implikasinya adalah potensial, rapat muatan elektron, dan laju dari elektron hanya akan bergantung pada x (lihat gambar).

a. Tuliskan persamaan diferensial untuk $V(x)$ menggunakan hukum Gauss di daerah antara plat tersebut!
b. Misalkan elektron terlepas dari katoda dalam keadaan diam, tentukan kelajuan elektron, v, pada suatu jarak x akibat pengaruh potensial $V(x)$!
c. Dalam keadaan setimbang, arus I bernilai konstan di semua titik, tuliskan hubungan antara I, ρ, dan v!
d. Tuliskan persamaan diferensial dari V!
e. Cari solusi dari persamaan diferensial tersebut! Gambarkan pula plotnya dan bandingkan hasil tersebut dengan kasus dimana elektron tidak terlepas dari katoda (kapasitor vakum)!
f. Tunjukkan bahwa **Hukum Child-Langmuir** yang menyatakan hubungan arus I dan V_0 berlaku!

a.) $\vec{E} = -\nabla V$, $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ } $\nabla \cdot (-\nabla V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \rightarrow$ pers. poisson

$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2}$

$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ //

b.) $E = E'$

$0 = \frac{1}{2} m v^2 - e V(x)$

$eV = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

c.) $I = \frac{q}{t} = \frac{-e}{t}\frac{V_{01}}{V_{01}} = \frac{-\rho A x}{t} = -\rho A v$

$I = -\rho A v$ //

d.) $\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$, $\rho = -\frac{I}{Av} = -\frac{I}{A}\sqrt{\frac{m}{2eV}}$

$\frac{d^2 V}{dx^2} = \frac{I}{A\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}\, V^{-1/2}$

e.) $z = \frac{dV}{dx} \rightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{d^2 V}{dx^2}$

$\frac{dz}{dx}\cdot\frac{dV}{dV} = z\frac{dz}{dV} = \frac{I}{A\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}\, V^{-1/2}$

$\int_0^z z\,dz = \int_0^V \frac{I}{A\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}\, V^{-1/2}\, dV$

$\frac{1}{2} z^2 = \underbrace{\frac{I}{A\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}}_{\alpha}\; 2\, V^{1/2}$

$z^2 = 4\alpha V^{1/2}$

$z = 2\sqrt{\alpha}\, V^{1/4}$

$$\frac{dV}{dx} = 2\sqrt{\alpha}\; V^{1/4}$$

$$\int_0^V dV\, V^{-1/4} = \int_0^x 2\sqrt{\alpha}\, dx$$

$$\frac{4}{3} V^{3/4} = 2\sqrt{\alpha}\, x$$

$$V^{3/4} = \frac{3}{2}\alpha^{1/2}\, x$$

$$V = \left(\frac{3}{2}\alpha^{1/2}\right)^{4/3} x^{4/3}$$

$V = V_0 \rightarrow x = d$

$$V_0^{3/4} = \frac{3}{2}\alpha^{1/2}\, d$$

$$\frac{3}{2}\alpha^{1/2} = \frac{V_0^{3/4}}{d}, \quad V = V_0\left(\frac{x}{d}\right)^{4/3}$$

Jika kapasitor vakum $\rightarrow \rho = 0$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = 0 \rightarrow \frac{dV}{dx} = \text{constant}$$

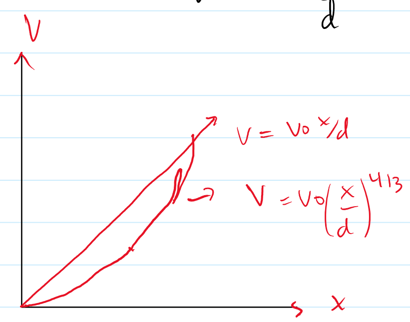
$$\int_0^V dV = \text{constant} \int_0^x dx$$

$$V = C\,x \quad \rightarrow V = V_0 \quad \rightarrow x = d$$

$$V_0 = c\,d$$

$$c = \frac{V_0}{d}$$

$$V = V_0 \frac{x}{d}$$



$V = V_0\left(\frac{x}{d}\right)^n \quad n < 1$

$V = V_0\left(\frac{x}{d}\right)^n \quad n > 1$

f. $V_0^{3/4} = \frac{3}{2}\alpha^{1/2}\, d \;, \quad \alpha = \frac{I}{A\varepsilon_0}\sqrt{\frac{m}{2e}}$

$$V_0^{3/4} = \frac{3}{2} d \cdot \left(\frac{I}{A\varepsilon_0}\left(\frac{m}{2e}\right)^{1/2}\right)^{1/2}$$

$$V_0^{3/4} = \frac{3}{2} d \left(\frac{m}{2e}\right)^{1/4} \left(\frac{1}{A\varepsilon_0}\right)^{1/2} I^{1/2}$$

$$V_0^{3/2} = \left(\frac{3}{2} d \left(\frac{m}{2e}\right)^{1/4} \left(\frac{1}{A\varepsilon_0}\right)^{1/2}\right) I$$

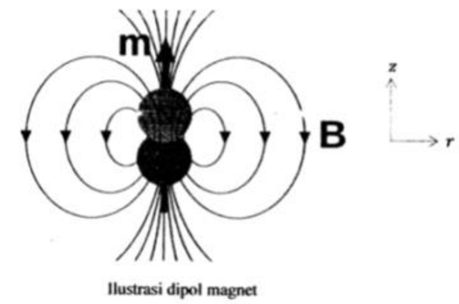
$\hookrightarrow K = \frac{1}{(\quad)}$

$I \; k \; V^{3/2}$

$\hookrightarrow K = \frac{1}{(\quad)}$

$I = K V_0^{3/2}$

Momen dipol magnetik merupakan besaran vektor yang mencirikan sifat keseluruhan magnet, termasuk magnet elementer. Arah momen dipol umumnya dari titik kutub selatan ke kutub utara magnet.



Ilustrasi dipol magnet

Pengaruh Gerakan Dipol Magnet

Untuk kasus z tidak jauh lebih besar dari R. Medan magnet akibat suatu dipol magnet akan memiliki komponen arah vertikal dan arah radial seperti pada gambar di atas. Besar medan magnet yang diakibatkannya adalah

$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(\frac{3z^2}{r^2+z^2}-1\right)\hat{z}+\left(\frac{3zr}{r^2+z^2}\right)\hat{r}\right]$$

Sebuah dipol magnet dengan momen magnet sebesar m dijatuhkan dari ketinggian h dari pusat sebuah kawat cincin diam dengan jari-jari a. Diketahui m mengarah ke bawah dan anggap sumbu z positif ke bawah juga.

a. Tentukan GGL induksi yang terjadi pada cincin sebagai fungsi dari kecepatan sesaat dipol magnet (v) dan posisi dipol terhadap posisi awalnya (z).

b. Tentukan gaya yang dirasakan dipol magnet akibat pergerakan cincin sebagai fungsi dari arus pada cincin yang dihasilkan dari induksi magnet (i) dan posisi dipol terhadap posisi awalnya(z).

Sekarang dipol magnet dijatuhkan di dalam sebuah solenoid berjari-jari a dengan resistivitas ρ yang sangat panjang dan tidak dapat bergerak. Untuk menyederhanakan perhitungan, anggap saja setiap lilitan solenoid berbentuk cincin dengan ketinggian Δz dan ketebalan w. Abaikan induktansi dari solenoid.

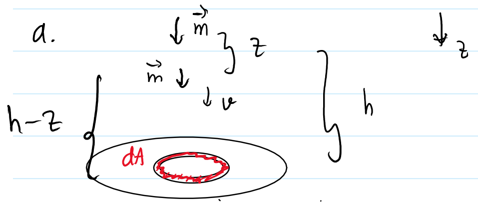
c. Tentukan gaya total yang dialami dipol magnet akibat solenoid sebagai fungsi dari kecepatan sesaat dipol magnet (v).

d. Tentukan kecepatan terminal gerakan dipol magnet jika diketahui berat dipol magnet adalah W.

Petunjuk berikut mungkin dapat membantu :

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^2}{(1+x^2)^5}dx = \frac{5\pi}{128}$$

a.



Hukum faraday $\quad E_{ind} = -\frac{d\phi}{dt}$

$\rightarrow$ fluks magnet $\quad \phi = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$

$dA = 2\pi r\, dr$

$\vec{B} = B_z \qquad z \rightarrow h-z$

$$\phi = \int_0^a \frac{\mu_0 m}{\cancel{4\pi}(r^2+z^2)^{3/2}}\left(\frac{3z^2}{r^2+z^2}-1\right)\cancel{2\pi} r\,dr$$

$u = r^2+z^2$

$du = 2r\,dr$

$$\phi = \int \frac{\mu_0 m}{4\, u^{3/2}}\left(\frac{3z^2}{u}-1\right)du$$

$$= \frac{\mu_0 m}{4}\left(\int \frac{3z^2}{u^{5/2}} - \frac{1}{u^{3/2}}\,du\right)$$

$$= \frac{\mu_0 m}{4}\left(3z^2\left(\frac{-2}{3}\right)u^{-3/2} - (-2)\,u^{-1/2}\right)$$

$$\phi = \frac{\mu_0 m}{4}\left(-2z^2(z^2+r^2)^{-3/2} + 2(z^2+r^2)^{-1/2}\right)\Big|_0^a$$

$$\phi = \frac{\mu_0 m}{4}\left(-2z^2\left[(z^2+a^2)^{-3/2} - z^{-3}\right] + 2\left[(z^2+a^2)^{-1/2} - z^{-1}\right]\right)$$

$$= \frac{\mu_0 m}{2}\left(-\frac{z^2}{(z^2+a^2)^{3/2}} + \cancel{\frac{1}{z}} + \frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}} - \cancel{\frac{1}{z}}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 m}{2}\left(\frac{\cancel{-z^2} + \cancel{z^2}+a^2}{(z^2+a^2)^{3/2}}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 m}{2} \frac{a^2}{(z^2+a^2)^{3/2}}$$

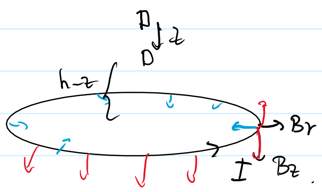
$$\phi = \frac{\mu_0 m}{2} \frac{a^2}{(a^2+(h-z)^2)^{3/2}}$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 m a^2}{2} \frac{d}{dt}\left(\left(a^2+(h-z)^2\right)^{-3/2}\right)$$

$$= \frac{3}{4}\mu_0 m a^2 \left(a^2+(h-z)^2\right)^{-5/2} \cdot -2(h-z)\Big(-\overset{\to v}{\frac{dz}{dt}}\Big)$$

$$= \frac{3}{2}\frac{\mu_0 m a^2 v (h-z)}{(a^2+(h-z)^2)^{5/2}}$$

b. Gaya pada dipol = Gaya pada cincin



$r = a$

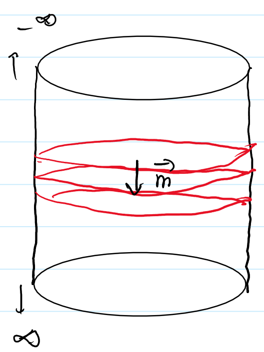
$$\vec{F}_z = I \cdot 2\pi r\, B_r$$

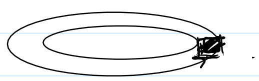
$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi(r^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\left[\left(\frac{3z^2}{r^2+z^2}-1\right)\hat{z}+\left(\frac{3zr}{r^2+z^2}\right)\hat{r}\right]$$

$$F_z = i\, \cancel{2\pi} a \cdot \frac{\mu_0 m}{2\,\cancel{4\pi}(r^2+z^2)^{3/2}} \cdot \frac{3zr}{r^2+z^2}$$

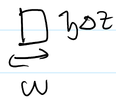
$$F_z = \frac{3}{2}\frac{\mu_0 m a^2 (h-z)\, i}{(a^2+(h-z)^2)^{5/2}}$$

c.





untuk setiap cincin



$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} \qquad R = \rho \cdot \frac{2\pi a}{w\Delta z} \to R = \frac{\rho 2\pi a}{w\, dz}$$

$$I = \frac{\varepsilon_{ind}}{\rho . 2\pi a} \cdot w\, dz$$

$$F_{tot} = \int_{-\infty}^{\infty} dF = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3}{2}\frac{\mu_0 m a^2 (h-z)}{(a^2+(h-z)^2)^{5/2}} \cdot \frac{w}{\rho . 2\pi a} \cdot \frac{3}{2}\frac{\mu_0 m a^2 v (h-z)}{(a^2+(h-z)^2)^{5/2}}\, dz$$

$$F_{tot} = \frac{9}{4}\mu_0^2 m^2 a^4 v \frac{w}{\rho . 2\pi a}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(h-z)^2}{(a^2+(h-z)^2)^5}\, dz \quad , \quad u = \frac{h-z}{a} \to h-z = au$$

$$du = -\frac{dz}{a} \to dz = -a\, du$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(h-z)^2\, dz}{(a^2+(h-z)^2)^5} = \int_{\infty}^{-\infty} \frac{a^2u^2\,(-a\, du)}{(a^2+a^2u^2)^5}$$

$$2\int^{\infty} u^2\, du \qquad 1 \qquad 5\pi$$

$$= a^3 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u^2 \, du}{a^{10}(1+u^2)} = \frac{1}{a^7} \frac{5\pi}{128}$$

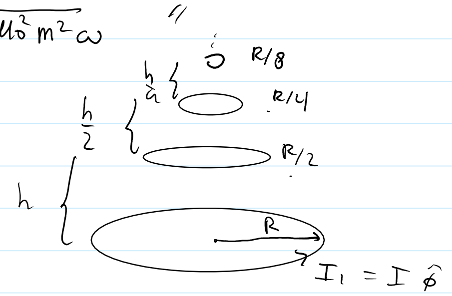
$$F_{tot} = \frac{9 \mu_0^2 m^2 \quad v\omega}{8\pi \rho \cdot a^5} \frac{5\pi}{128}$$

$$F_{tot} = \frac{45 \mu_0^2 m^2 v \omega}{1024 \rho a^5}$$

d. $\Sigma \vec{F} = 0$

$$F_{tot} = W$$

$$\frac{45}{1024} \mu_0^2 \frac{m^2 v \omega}{\rho a^5} = W \rightarrow v_T = \frac{1024 W \rho \cdot a^5}{45 \mu_0^2 m^2 \omega} \quad //$$



Bagian II – susunan loop tak hingga. Sebuah loop lingkaran berjari-jari R dengan pusat di O terletak pada bidang xy ($z = 0$) dan membawa arus $\mathbf{I}_1 = I\hat{\phi}$.

Loop kedua berjari-jari setengah dari jari-jari loop pertama, terletak sejajar di atas loop pertama dengan jarak h.

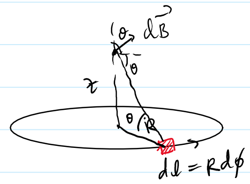
Loop ketiga berjari-jari setengah dari jari-jari loop kedua, terletak sejajar di atas loop kedua dengan jarak antara loop kedua dengan loop ketiga = setengah dari jarak loop pertama dengan loop kedua.

Loop keempat berjari-jari setengah dari jari-jari loop ketiga, terletak sejajar di atas loop ketiga dengan jarak antara loop ketiga dengan loop keempat = setengah dari jarak loop kedua dengan loop ketiga. Dan begitu seterusnya.

Arus yang dimiliki oleh setiap loop searah dengan dengan arah arus loop pertama, dimana besar arus memenuhi hubungan $I_1 = 3I_2$, $I_2 = 3I_3$, $I_3 = 3I_4$ dan seterusnya.

a. Tentukan besar kuat medan magnet di titik $z = 2h$.

b. Jika arah arus setiap loop berselang-seling berlawanan arah (arus loop nomor ganjil searah dengan arah arus loop pertama, arus loop nomor genap berlawanan arah dengan arah arus loop pertama), tentukan besar besar kuat medan magnet di titik $z = 2h$.



$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \cos\theta$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{R d\phi \quad R}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2+R^2)^{3/2}}$$

$$B_{total} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_0 I_n}{2} \frac{R_n^2}{(z_n^2 + R_n^2)^{3/2}}$$

$\rightarrow$ Hubungan Arus , $I_1 = 3I_2$, $I_2 = 3I_3$ . .

$$I_2 = \frac{1}{3} I_1, \quad I_3 = \frac{1}{3} I_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 I$$

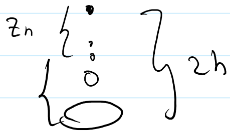
$$I_n = \frac{1}{3} I_{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} I_1$$

$$I_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} I$$

→ Hubungan R_n $\qquad R_1 = R, \quad R_2 = R/2$

$$R_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} R$$

→ Hubungan Z_n



$$Z_n = 2h - \left(h + \frac{h}{2} + \frac{h}{4} + \dots\right)$$

$$= 2h - h\,\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \cancel{2h} - 2h\left(\cancel{1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$$

$$Z_n = 2h\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_0}{2} \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} I \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} R^2}{\left(4h^2\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} R^2\right)^{3/2}} \qquad \left(\frac{1}{4}\right)^{3/2} = \frac{1}{\sqrt{64}} = \frac{1}{8}$$

$$= \frac{\mu_0 I R^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}}{(4h^2+R^2)^{3/2}\left(\frac{1}{8}\right)^{n-1}}$$

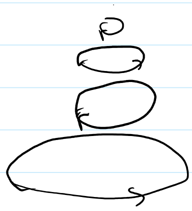
$$= \frac{\mu_0 I R^2}{2(4h^2+R^2)^{3/2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

↳ $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

$$B = \frac{3\mu_0 I R^2}{2(4h^2+R^2)^{3/2}}$$

b.



$$I_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} I, \quad R_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} R, \quad Z_n = 2h\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

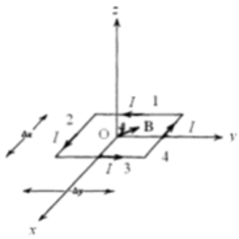
$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(4h^2+R^2)^{3/2}} \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(4h^2+R^2)^{3/2}} \frac{1}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)} \to \frac{3}{5}$$

$$B = \frac{3}{\dots}\frac{\mu_0 I R^2}{\dots}$$

$$B = \frac{3}{10} \frac{\mu_0 I R^2}{(4h^2 + R^2)^{3/2}}$$

Suatu rangkaian tertutup dengan arus I konstan digambarkan pada Gambar 1. Terdapat medan B yang seragam, terletak pada bidang yz dan membentuk sudut θ dengan sumbu z.



Gambar 1. Arus I di dalam medan **B** seragam

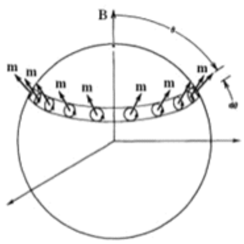
a. Tuliskan vektor gaya yang bekerja pada masing-masing elemen kawat 1, 2, 3 dan 4. Tentukan pula gaya total pada kawat.

b. Tuliskan vektor momen dipol magnet $\boldsymbol{m}$. Kemudian tentukan torka $\boldsymbol{\tau}$ yang bekerja pada rangkaian di atas.

Selanjutnya dalam suatu material berbentuk bola, ditinjau distribusi momen dipol m yang membentuk sudut θ terhadap $\boldsymbol{B} = B\hat{z}$ seperti terdapat pada Gambar 2.

c. Tuliskan usaha infinitesimal dW yang dilakukan untuk memutar $\boldsymbol{m}$ dari sudut θ ke sudut $\theta + d\theta$.

d. Tentukan usaha total yang diperlukan untuk memutar $\boldsymbol{m}$ dari sudut 0 ke θ.



e.

Gambar 2. Distribusi **m** yang membentuk sudut θ terhadap **B**.

a. $\vec{L}_1 = -\Delta y\,\hat{y}$

$\vec{L}_2 = \Delta x\,\hat{x}$

$\vec{L}_3 = \Delta y\,\hat{y}$

$\vec{L}_4 = -\Delta x\,\hat{x}$

$\vec{B} = B(\cos\theta\,\hat{z} + \sin\theta\,\hat{y})$

$\vec{F} = I\,\vec{L} \times \vec{B}$

$\vec{F}_1 = -I\,B\Delta y\cos\theta\,\hat{x}$

$\vec{F}_2 = IB\Delta x(-\cos\theta\,\hat{y} + \sin\theta\,\hat{z})$

$\vec{F}_3 = IB\Delta y\cos\theta\,\hat{x}$

$\vec{F}_4 = IB\Delta x(\cos\theta\,\hat{y} - \sin\theta\,\hat{z})$

$\Sigma\vec{F} = 0$

b. $\vec{m} = I\vec{A}$

$\vec{m} = I\Delta x\Delta y\,\hat{z}$

$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}$

$\vec{\tau} = -I\Delta x\Delta y\,B\sin\theta\,\hat{x}$

c. $dW = |\vec{\tau}|\,d\theta$

$dW = mB\sin\theta\,d\theta$

d. $W = mB\int_0^\theta \sin\theta\,d\theta$

$= mB\left(-\cos\theta\Big|_0^\theta\right)$

$= mB(1 - \cos\theta)$

Usaha ini akan disimpan sebagai energi potensial yang akan membuat dipol-dipol magnet tersebut searah dengan medan B. Adanya temperatur T akan melawan usaha penyearahan dipol tersebut, dimana distribusi Boltzmann memberikan kerapatan jumlah dipol magnet (n) yang memiliki usaha W pada suhu T yang dirumuskan sebagai :

$$n = Cexp(-W/kT)$$

dimana C adalah suatu tetapan dan k adalah tetapan Boltzmann. Jika n diintegralkan terhadap seluruh elemen volume bola, kemudian dibagi dengan volume bola berjari-jari R akan diperoleh N = kerapatan rata-rata dipol magnet.

e. Tentukan N. Kemudian dengan mensubsitusi nilai tetapan C, tuliskan n dinyatakan dalam N, $a = mB/kT$ dan θ

Untuk menentukan magnetisasi total M dalam suatu bola berjari-jari R, maka magnetisasi infinitesimal dM yang menempati elemen volume infinitesimal dV sama

e. $N = \dfrac{\int n \, dV}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

$$N = \frac{3}{4\pi R^3} \int C e^{-\frac{mB}{kT}(1-\cos\theta)} r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

$$= \frac{3}{4\pi R^3} C \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{R} e^{-a(1-\cos\theta)} r^2 dr \sin\theta \, d\theta \, d\phi$$

$$N = \frac{\cancel{3}C}{2\,\cancel{4\pi R^3}} \cdot \cancel{2\pi} \, \frac{1}{\cancel{3}} \cancel{R^3} \int_0^{\pi} e^{-a} e^{a\cos\theta} \sin\theta \, d\theta$$

$$N = \frac{C}{2} e^{-a} \int_0^{\pi} e^{a\cos\theta} \sin\theta \, d\theta, \qquad u = a\cos\theta, \quad du = -a\sin\theta \, d\theta$$

$$= \frac{C}{2} e^{-a} \int e^{u} \left(-\frac{1}{a} du\right)$$

$$= -\frac{C}{2a} e^{-a} e^{a\cos\theta} \Big|_0^{\pi}$$

$$= -\frac{C}{2a} e^{-a}\left(e^{-a} - e^{a}\right)$$

$$= \frac{C}{2a} e^{-a}\left(e^{a} - e^{-a}\right)$$

$$= \frac{C}{a} e^{-a} \left(\frac{e^{a} - e^{-a}}{2}\right)$$

fungsi hiperbolik

$$\sinh(x) = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2} \qquad \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\cosh(x) = \frac{e^{x} + e^{-x}}{2}$$

$$N = \frac{C}{a} e^{-a} \sinh a$$

$$C = \frac{N a e^{a}}{\sinh a}$$

$$n = C e^{-\frac{mB}{kT}(1-\cos\theta)}$$

$$n = \frac{Na\, e^{a}}{\sinh a} e^{-a(1-\cos\theta)}$$

$$n = \frac{Na}{\sinh a} e^{a\cos\theta}$$

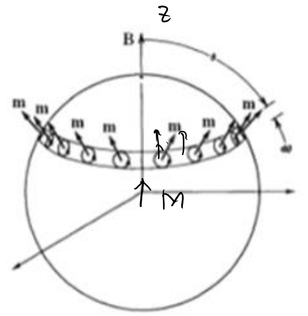
Untuk menentukan magnetisasi total M dalam suatu bola berjari-jari R, maka magnetisasi infinitesimal dM yang menempati elemen volume infinitesimal dV sama

dengan momen dipol m dikalikan kerapatan n dikalikan elemen infinitesimal dV dibagi dengan volume total bola.

dengan momen dipol m dikalikan kerapatan n dikalikan elemen infinitesimal dV dibagi dengan volume total bola.

f. Tentukan M dinyatakan dalam m, N, a dan suatu fungsi hiperbolik a.

f.



e.

$$dM = \frac{m\,n\,dV}{\frac{4}{3}\pi R^3}\cdot\cos\theta$$

$$M = \frac{3}{4\pi R^3}\, m\, \frac{Na}{\sinh a}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{R} e^{a\cos\theta}\cos\theta\; r^2\sin\theta\, dr\, d\theta\, d\phi$$

$$M = \frac{\cancel{3}m\,Na}{2\,\cancel{4\pi R^3}\,\sinh(a)}\,\cancel{2\pi}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}\cancel{R^3}\int_0^{\pi}\cos\theta\sin\theta\, e^{a\cos\theta}\,d\theta$$

$$M = \frac{m\,Na}{2\sinh(a)}\int_0^{\pi}\cos\theta\sin\theta\, e^{a\cos\theta}\,d\theta \qquad , u = a\cos\theta \quad du = -a\sin\theta\, d\theta$$

$$= \frac{m\,Na}{2\sinh a}\int_a^{-a}\frac{u}{\cancel{a}}\left(-\frac{du}{a}\right)e^u$$

$$= \frac{mN}{2a\sinh a}\int_{-a}^{a} u e^u\, du$$

	D	I
+	u	e^u
−	1	e^u
+	0	e^u

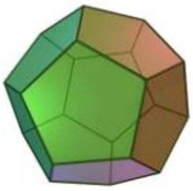
$$= \frac{mN}{2a\sinh a}\left(ue^u - e^u\right)\Big|_{-a}^{a}$$

$$= \frac{mN}{2a\sinh a}\left(\left[ae^a - e^a\right] - \left[-ae^{-a} - e^{-a}\right]\right)$$

$$= \frac{mN}{2a\sinh a}\left(a\left(e^a + e^{-a}\right) + \left(e^{-a} - e^a\right)\right)$$

$$= \frac{mN}{2a\sinh a}\left(a\; 2\cosh(a) - 2\sinh(a)\right)$$

$$M = mN\left(\coth(a) - \frac{1}{a}\right)$$



12 sisi

30 rusuk

20 titik sudut

a. Tentukan fluks medan listrik pada masing-masing sisi jika pada pusat dodecahedron diletakkan muatan Q. (2 poin)

b. Sekarang muatan pada pusatnya dihilangkan. Tentukan magnitudo medan listrik di pusat dodecahedron apabila salah satu sisinya memiliki rapat muatan seragam $-\sigma$ dan pada 11 sisi lainnya diberi rapat muatan seragam σ. (4 poin)

a.) $\phi = \frac{Q}{12\varepsilon_0}$ //

b.) 1 sisi $-\sigma$ + 11 sisi σ //

= 12 sisi σ + 1 sisi -2σ //

misal di pusat masih ada muatan

gaya salah satu sisi

$$F = \int E \cdot dq = \int E \sigma \, dA$$

$$= \sigma \int E \, dA$$

$$F = \frac{\sigma Q}{12\varepsilon_0}$$

gaya pada muatan = gaya pada salah 1 sisi

$$E_{pusat} = \frac{F}{Q} = \frac{\sigma}{12\varepsilon_0}$$ → oleh satu sisi σ

$$E_{pusat} = \frac{\sigma}{6\varepsilon_0}$$