



One Day One Problem

Persiapan OSN Fisika Tingkat Nasional 2024

Solusi Day 2 - Interaksi Dua Piringan Bermuatan Berotasi

Solusi ini ditulis oleh M. Ezra Acalapati S.Si, M.T., selaku asisten dosen yang menjadi soal UTS pada mata kuliah Elektromagnetik I, diampu oleh Handhika Satrio Ramadhan, S.Si., M.Si., Ph.D., pada jurusan Fisika FMIPA UI 2022.

a) Momen magnet dapat dicari menggunakan rapat arus persatuan panjang dan mencari momen magnet per satuan panjang dengan mengasumsikan setiap rapat arus \mathbf{K} membentuk loop per satuan panjang seperti berikut.

$$\begin{aligned}\mathbf{K} &= \sigma \mathbf{v} \\ &= \sigma \omega r \hat{\phi} \\ \frac{d\mathbf{m}}{dr} &= K \mathbf{S} \\ &= \pi \sigma \omega r^3 \hat{z} \quad 4 \\ \mathbf{m} &= \frac{1}{4} \pi \sigma \omega R^4 \hat{z} \quad 4\end{aligned} \quad (6)$$

Cara lain untuk mendapatkan momen magnet adalah dengan menggunakan integrasi langsung seperti berikut.

$$\begin{aligned}\mathbf{m} &= \frac{1}{2} \int d^3 \mathbf{r}' \mathbf{r}' \times \mathbf{J}(\mathbf{r}') \\ &= \frac{1}{2} \int d^2 \mathbf{r}' \mathbf{r}' \times \mathbf{K}(\mathbf{r}') \quad 4 \\ &= \frac{1}{2} \int r' dr' d\phi' \sigma \omega r'^2 \hat{z} \\ &= \frac{1}{4} \pi \sigma \omega R^4 \hat{z} \quad 4\end{aligned} \quad (7)$$

b) Vektor potensial dapat dicari dengan persamaan berikut.

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \mathbf{m} \times \mathbf{r} \quad 4 \\ &= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \hat{m} \times (x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) \\ &= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (-y\hat{x} + x\hat{y}) \\ &= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^2} \sin \theta (-\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}) \\ &= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^2} \sin \theta \hat{\phi} \\ &= \frac{\mu_0 \sigma \omega R^4}{16r^2} \sin \theta \hat{\phi} \quad 4\end{aligned} \quad (8)$$

c) Medan magnet dapat dicari dengan persamaan berikut.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} & 4 \\
 &= \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\phi \sin \theta) \hat{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\phi) \hat{\theta} \\
 &= \frac{\mu_0 m}{4\pi} \left\{ \frac{1}{r^3 \sin \theta} 2 \sin \theta \cos \theta \hat{r} - \frac{1}{r} \sin \theta \left(-\frac{1}{r^2} \right) \hat{\theta} \right\} \\
 &= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) \\
 &= \frac{\mu_0 \sigma \omega R^4}{16r^3} (2 \cos \theta \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}) & 4 & (9)
 \end{aligned}$$

d) Torsi dapat dicari dengan persamaan berikut

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{m}_2 \times \mathbf{B}_1 & 4 \\
 &= \mathbf{m}_2 \times \frac{\mu_0 m_1}{4\pi l^3} (-\hat{z}) \\
 &= \frac{\mu_0 m_1 m_2}{4\pi l^3} (-\hat{x} \times \hat{z}) \\
 &= \frac{\mu_0 \pi}{64l^3} \sigma_1 \sigma_2 \omega_1 \omega_2 R_1^2 R_2^2 \hat{y} & 4 & (10)
 \end{aligned}$$

e) Untuk mendapatkan konfigurasi orientasi momen magnet, dapat dicari dengan meminimalkan energi seperti pada persamaan di bawah.

$$E = -\mathbf{m}_2 \cdot \mathbf{B}_1 \quad 4 \quad (11)$$

Energi akan minimal jika momen magnet dan medan magnet searah yang berarti orientasi dari momen magnet tersebut adalah $-\hat{z}$. 4

(f) gerak osilasi

Torsi pada persamaan (10) saat piringan 2 tersimpang sebesar θ akan menjadi torsi pemulih

$$\tau = -\frac{\mu_0 \pi}{65l^3} \sigma_1 \sigma_2 \omega_1 \omega_2 R_1^2 R_2^2 \sin \theta$$

Torsi ini menghasilkan percepatan sudut $\ddot{\theta}$, momen inersia cakram terhadap sumbu yang melalui diameternya adalah $I_2 = \frac{1}{4} M_2 R_2^2$, sehingga

$$\begin{aligned}
 -\frac{\mu_0 \pi}{65l^3} \sigma_1 \sigma_2 \omega_1 \omega_2 R_1^2 R_2^2 \sin \theta &= \frac{1}{4} M_2 R_2^2 \ddot{\theta}, \\
 \ddot{\theta} + \frac{4\mu_0 \pi}{65l^3 M_2} \sigma_1 \sigma_2 \omega_1 \omega_2 R_1^2 \theta &\approx 0.
 \end{aligned}$$

Diperoleh

$$\omega = \sqrt{\frac{4\mu_0 \pi}{65l^3 M_2} \sigma_1 \sigma_2 \omega_1 \omega_2 R_1^2}$$

Dan periodenya

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{65l^3 M_2}{4\mu_0 \pi \sigma_1 \sigma_2 \omega_1 \omega_2 R_1^2}}$$



Dimensi Sains

Ahmad Basyir Najwan

www.basyiralbanjari.wordpress.com | ahmadbasyirn@gmail.com

0852-1749-9402 (WA) | Youtube: Dimensi Sains | Tiktok: Dimensi Sains
