KUMPULAN SOAL PELATIHAN OLIMPIADE FISIKA

MENJADI JUARA OLIMPIADE

EDISI KEDUA

Hendra Kwee, Ph.D.
Yayasan SIMETRI

Tan Jong Anly, Ph.D.
Yayasan SIMETRI

Yudistira Virgus, Ph.D.
Yayasan SIMETRI

YAYASAN SINERGI MENCERDASKAN TUNAS NEGERI

Hendra Kwee, Ph.D.
Yayasan SIMETRI

Tan Jong Anly, Ph.D.
Yayasan SIMETRI

Yudistira Virgus, Ph.D.
Yayasan SIMETRI

PUBLISHED BY YAYASAN SINERGI MENCERDASKAN TUNAS NEGERI

TUFTE-LATEX.GOOGLECODE.COM

Second printing, August 2017

THIS TIME NEXT YEAR,—THIS TIME TEN YEARS,—THIS TIME ONE HUNDRED YEARS,—PROBABLY IT WILL BE JUST AS EASY AS WE THINK IT IS TO UNDERSTAND THAT GLASS OF WATER, WHICH NOW SEEMS SO PLAIN AND SIMPLE. I CANNOT DOUBT BUT THAT THESE THINGS, WHICH NOW SEEM TO US SO MYSTERIOUS, WILL BE NO MYSTERIES AT ALL; THAT THE SCALES WILL FALL FROM OUR EYES; THAT WE SHALL LEARN TO LOOK ON THINGS IN A DIFFERENT WAY—WHEN THAT WHICH IS NOW A DIFFICULTY WILL BE THE ONLY COMMONSENSE AND INTELLIGIBLE WAY OF LOOKING AT THE SUBJECT.

WILLIAM THOMPSON [LORD KELVIN], 1889

Prakata Edisi Kedua

Edisi pertama buku Menjadi Juara Olimpiade diterbitkan pada tahun 2011 dan sudah tidak dicetak lagi. Penulis buku yang saat ini aktif di Yayasan Sinergi Mencerdaskan Tunas Negeri (SIMETRI) ingin agar siswa-siswi Indonesia yang memiliki minat besar di fisika dapat mengakses buku ini. Kami terbitkan edisi kedua buku ini yang kami berikan secara gratis di website www.yayasansimetri.or.id. Walaupun edisi kedua ini sudah memasukkan sejumlah koreksi terhadap edisi pertama, masih mungkin terdapat kesalahan pada buku edisi kedua ini. Jika anda menemukan kesalahan, silahkan kirim masukan ke hendra.kwee@yayasansimetri.or.id. Perbaikan akan kami terbitkan di website yayasan SIMETRI.

Selamat berlatih,

Hendra Kwee, Ph.D.

Prakata Edisi Pertama

Dalam beberapa tahun belakangan ini, tipe soal-soal olimpiade fisika Asia dan International mengalami banyak perubahan. Saat ini sebagian besar soal merupakan pemodelan dari suatu fenomena fisika dan disajikan dengan banyak pertanyaan serta pembahasan yang kompleks. Ini berbeda sekali dengan soal-soal olimpiade di masa lalu yang cenderung singkat walaupun tidak berarti soalnya mudah. Buku ini dirancang untuk menjawab tantangan tersebut. Soal-soal di awal setiap materi merupakan soal-soal yang pendek, sedangkan soal-soal pada akhir setiap materi merupakan soal-soal pemodelan yang panjang dan kompleks.

Variasi kesulitan soal-soal di buku ini kami rancang sangat luas. Ada soal-soal yang dapat diselesaikan dalam waktu kurang dari satu menit, tetapi ada soal yang perlu pemikiran mendalam dan bisa menghabiskan waktu beberapa jam bahkan beberapa hari untuk menyelesaikannya. Soal-soal di buku ini merupakan kompilasi dari berbagai sumber. Sebagian merupakan soal baru yang kami buat sendiri. Sebagian lagi merupakan modifikasi soal-soal dari berbagai referensi. Ada juga soal yang kami ekstrak dari *textbook* dengan tingkat kesulitan yang cukup tinggi.

Buku ini diberi judul "Menjadi Juara Olimpiade", dengan harapan bahwa setiap siswa-siswi yang bersedia menghabiskan waktu berbulan-bulan berkutat dengan soal-soal di buku ini akan mampu menjadi juara olimpiade. Siswa-siswi yang mampu memahami dan menyelesaikan soal-soal tersulit di buku ini mempunyai peluang yang sangat besar untuk meraih medali emas di olimpiade fisika Asia maupun Internasional.

Buku ini terdiri dari 265 soal mencakup bidang mekanika, listrik magnet, gelombang, optik, termodinamika, relativitas dan fisika modern. Semua soal sudah diujikan kepada siswa-siswi TOFI di dalam test-test pada program pembinaan TOFI tahun 2006 – 2010. Jawaban akhir untuk setiap soal diberikan pada bagian akhir setiap bab buku ini. Semua solusi dari soal-soal di buku ini sudah kami susun dan belum akan diterbitkan. Solusi akan kami terbitkan jika ada cukup permintaan dari pembaca. Walaupun solusi tidak kami berikan pada buku ini, kami berusaha sebaik mungkin menyajikan pertanyaan di buku ini sehingga para pembaca dapat dengan mudah memahami inti setiap soal. Jawaban akhir diberikan dengan tujuan agar para pembaca dapat memeriksa jawaban mereka. Kami sangat menyarankan pembaca untuk mencoba setiap soal sebelum melihat jawaban akhir soal tersebut. Berusaha keras memikirkan penyelesaian soal fisika sebelum membaca solusi sangat membantu mempertajam kemampuan analisa Anda. Jika Anda menemukan kesulitan dalam memahami atau mengerjakan soal-soal dalam buku ini, silakan untuk menghubungi kami.

Walaupun buku ini kami tujukan terutama bagi siswa-siswi yang menyiapkan diri untuk menghadapi olimpiade fisika, namun sebenarnya soal-soal di buku ini juga dapat digunakan bagi mahasiswa sarjana maupun mahasiswa pascasarjana. Mahasiswa dapat menggunakan buku ini sebagai latihan soal untuk berbagai mata kuliah fisika yang mereka ambil, bahkan mahasiswa pascasarjana dapat menggunakan buku ini sebagai persiapan menghadapi ujian masuk program doktor.

Kami berterima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam proses penyusunan buku ini, khususnya kepada Kevin Soedyatmiko yang telah membuat semua gambar dalam buku ini. Kami juga berterima kasih kepada Limiardi Eka Sancerio yang telah membantu memeriksa soal dan jawaban dalam buku ini.

Walaupun buku ini sudah melewati proses penyuntingan yang cukup intensif, namun kami menyadari bahwa masih terdapat banyak kekurangan dalam buku ini. Silakan sampaikan saran atau kritik kepada kami melalui email hendra.kwee@yayasansimetri.or.id.
Selamat menikmati.

Penulis
Gading Serpong
Agustus 2014

Daftar Isi

Konstanta dan Faktor Konversi

Atomic mass unit	u	1.66054×10^{-27} kg
		$931.49\ \mathrm{MeV}/c^2$
Bilangan Avogadro	N_0	$6.022 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Bohr magneton	μ_B	$9.274 \times 10^{-24}\ \mathrm{J/T}$
Jari-jari Bohr	a_0	5.292×10^{-11} m
Konstanta Boltzmann	k_B	$1.381 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}$
Konstanta umum gas	R	$8.314\ \mathrm{J/K\,mol}$
Muatan elektron	e	1.602×10^{-19} C
Massa diam elektron	m_e	9.1095×10^{-31} kg
		5.486×10^{-4} u
		$0.5110\ \mathrm{MeV}/c^2$
Elektron volt	eV	1.602×10^{-19} J
Energy dasar atom hidrogen	E_1	-2.179×10^{-18} J
		-13.61 eV
Massa diam hidrogen	m_H	1.6736×10^{-27} kg
		1.007825 u
		$938.79\ \mathrm{MeV}/c^2$
Massa diam proton	m_p	1.6726×10^{-27} kg
		1.007276 u
		$938.28\ \mathrm{MeV}/c^2$
Massa diam neutron	m_n	1.6750×10^{-27} kg
		1.008665 u
		$939.57\ \mathrm{MeV}/c^2$
Kelvin	K	$^\circ\mathrm{C} + 273.15$
Permeabilitas ruang hampa	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\,m/A}$
Permitivitas ruang hampa	ε_0	$8.854 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N\,m^2}$
	$k = 1/4\pi\varepsilon_0$	$8.988 \times 10^{9}\ \mathrm{N\,m^2/C^2}$
Konstanta Plank	h	6.626×10^{-34} Js
	$\hbar = h/2\pi$	1.055×10^{-34} Js
Konstanta Rydberg	R_∞	$1.097 \times 10^{7}\ \mathrm{m}^{-1}$
Kecepatan cahaya di ruang hampa	c	$2.998 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$
Konstanta Stefan-Boltzmann	σ	$5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\,K^4}$
Tetapan pergeseran Wien	b	2.897×10^{-3} m K
Konstanta gravitasi Newton	G	$6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3/kg\,s^2}$

Tabel Periodik Unsur Mendeleev

	1 IA	2 IIA	3 IIIA	4 IVB	5 VB	6 VIB	7 VIIB	8 VIIIB	9 VIIIB	10 VIIIB	11 IB	12 IIB	13 IIIA	14 IVA	15 VA	16 VIA	17 VIIA	18 VIIIA
1	1 1.0079 **H** Hydrogen																	2 4.0025 **He** Helium
2	3 6.941 **Li** Lithium	4 9.0122 **Be** Beryllium											5 10.811 **B** Boron	6 12.011 **C** Carbon	7 14.007 **N** Nitrogen	8 15.999 **O** Oxygen	9 18.998 **F** Flourine	10 20.180 **Ne** Neon
3	11 22.990 **Na** Sodium	12 24.305 **Mg** Magnesium											13 26.982 **Al** Aluminium	14 28.086 **Si** Silicon	15 30.974 **P** Phosphorus	16 32.065 **S** Sulphur	17 35.453 **Cl** Chlorine	18 39.948 **Ar** Argon
4	19 39.098 **K** Potassium	20 40.078 **Ca** Calcium	21 44.956 **Sc** Scandium	22 47.867 **Ti** Titanium	23 50.942 **V** Vanadium	24 51.996 **Cr** Chromium	25 54.938 **Mn** Manganese	26 55.845 **Fe** Iron	27 58.933 **Co** Cobalt	28 58.693 **Ni** Nickel	29 63.546 **Cu** Copper	30 65.39 **Zn** Zinc	31 69.723 **Ga** Gallium	32 72.64 **Ge** Germanium	33 74.922 **As** Arsenic	34 78.96 **Se** Selenium	35 79.904 **Br** Bromine	36 83.8 **Kr** Krypton
5	37 85.468 **Rb** Rubidium	38 87.62 **Sr** Strontium	39 88.906 **Y** Yttrium	40 91.224 **Zr** Zirconium	41 92.906 **Nb** Niobium	42 95.94 **Mo** Molybdenum	43 96 **Tc** Technetium	44 101.07 **Ru** Ruthenium	45 102.91 **Rh** Rhodium	46 106.42 **Pd** Palladium	47 107.87 **Ag** Silver	48 112.41 **Cd** Cadmium	49 114.82 **In** Indium	50 118.71 **Sn** Tin	51 121.76 **Sb** Antimony	52 127.6 **Te** Tellurium	53 126.9 **I** Iodine	54 131.29 **Xe** Xenon
6	55 132.91 **Cs** Caesium	56 137.33 **Ba** Barium	57-71 **La-Lu** Lanthanide	72 178.49 **Hf** Halfnium	73 180.95 **Ta** Tantalum	74 183.84 **W** Tungsten	75 186.21 **Re** Rhenium	76 190.23 **Os** Osmium	77 192.22 **Ir** Iridium	78 195.08 **Pt** Platinum	79 196.97 **Au** Gold	80 200.59 **Hg** Mercury	81 204.38 **Tl** Thallium	82 207.2 **Pb** Lead	83 208.98 **Bi** Bismuth	84 209 **Po** Polonium	85 210 **At** Astatine	86 222 **Rn** Radon
7	87 223 **Fr** Francium	88 226 **Ra** Radium	89-103 **Ac-Lr** Actinide	104 261 **Rf** Rutherfordium	105 262 **Db** Dubnium	106 266 **Sg** Seaborgium	107 264 **Bh** Bohrium	108 277 **Hs** Hassium	109 268 **Mt** Meitnerium	110 281 **Ds** Darmstadtium	111 280 **Rg** Roentgenium	112 285 **Uub** Ununbium	113 284 **Uut** Ununtrium	114 289 **Uuq** Ununquadium	115 288 **Uup** Ununpentium	116 293 **Uuh** Ununhexium	117 292 **Uus** Ununseptium	118 294 **Uuo** Ununoctium

57 138.91 **La** Lanthanum	58 140.12 **Ce** Cerium	59 140.91 **Pr** Praseodymium	60 144.24 **Nd** Neodymium	61 145 **Pm** Promethium	62 150.36 **Sm** Samarium	63 151.96 **Eu** Europium	64 157.25 **Gd** Gadolinium	65 158.93 **Tb** Terbium	66 162.50 **Dy** Dysprosium	67 164.93 **Ho** Holmium	68 167.26 **Er** Erbium	69 168.93 **Tm** Thulium	70 173.04 **Yb** Ytterbium	71 174.97 **Lu** Lutetium
89 227 **Ac** Actinium	90 232.04 **Th** Thorium	91 231.04 **Pa** Protactinium	92 238.03 **U** Uranium	93 237 **Np** Neptunium	94 244 **Pu** Plutonium	95 243 **Am** Americium	96 247 **Cm** Curium	97 247 **Bk** Berkelium	98 251 **Cf** Californium	99 252 **Es** Einsteinium	100 257 **Fm** Fermium	101 258 **Md** Mendelevium	102 259 **No** Nobelium	103 262 **Lr** Lawrencium

- Logam Alkalil
- Logam Alkali Tanah
- Logam
- Metalloid
- Bukan Logam
- Halogen
- Gas Mulia
- Lanthanide/Actinide

Z massa **Simbol** Nama	Buatan

Gas	Cair	Padat

Tiga Langkah Menaklukkan Soal Fisika

Kunci utama dalam mengerjakan soal fisika adalah pemahaman dan penerapan semua konsep fisika terkait pada soal tersebut. Pemahaman konsep fisika yang kuat dapat dibangun dengan cara membaca *textbook* fisika yang bagus dan juga dengan mengerjakan latihan soal yang banyak, dimulai dari soal-soal yang lebih sederhana kemudian ditingkatkan ke soal-soal yang lebih rumit. Hal itu akan meningkatkan intuisi anda ketika mengerjakan soal-soal yang kompleks. Terkadang soal sulit merupakan kumpulan dari berbagai soal sederhana, tugas anda adalah mengidentifikasi bagian-bagian sederhana ini dan menggabungkannya menjadi jawaban terintegrasi dari soal kompleks tersebut. Terkadang juga, soal menjadi sulit karena ada trik-trik khusus yang diperlukan dalam mengerjakan soal tersebut, sehingga anda harus mengubah sudut pandang ketika mengerjakan soal tersebut. Berikut ini adalah beberapa langkah yang akan berguna dalam mengerjakan soal-soal fisika.

1. Persiapan pengerjaan.

   - Baca soal dengan seksama.
     Daftarkan semua informasi yang diketahui dan hal-hal yang ditanyakan. Baca soal dengan hati-hati untuk menghindari jebakan. Semua informasi soal yang ditulis akan membantu anda menentukan hukum atau persamaan yang dibutuhkan dalam mengerjakan soal. Misalnya dengan mengetahui bahwa bola menggelinding tanpa slip, maka anda dapat memastikan bahwa energi mekanik sistem kekal. Mendaftarkan hal-hal yang ditanyakan akan membantu menghindari adanya pertanyaan yang terlewat dan terfokus kepada pertanyaan.

   - Jangan takut untuk mencoba.
     Terkadang soal fisika yang rumit tidak dapat dikerjakan dengan benar pada pengerjaan pertama. Dengan mencoba berulang-ulang Anda mungkin dapat menemukan beberapa metode untuk mengerjakan soal yang sama.

2. Eksekusi.

   - *Divide and conquer*.
     Untuk soal-soal yang rumit, pecah persoalan menjadi beberapa pertanyaan kecil, yang Anda yakin bisa menjawabnya. Misalnya untuk menghitung periode osilasi kecil suatu sistem yang kompleks, pertama-tama hitung terlebih dahulu posisi-posisi kesetimbangan sistem terse-

but, kemudian sistem diberi gangguan kecil di sekitar posisi kesetimbangan untuk menghitung periode osilasinya.

- Gambar diagram jika memungkinkan.
  Untuk soal-soal tertentu, gambar diagram akan sangat membantu dalam memahami maksud soal dan mengerjakan soal. Dalam mengerjakan soal-soal yang membutuhkan geometri, usahakan menggambar dengan skala yang benar sehingga gambar dapat memberi gambaran jawaban yang benar. Misalnya untuk persoalan optik geometri, gambar berkas cahaya dengan skala yang sesuai akan memberi gambaran perbesaran bayangan yang terbentuk.
- Konsentrasi pada persoalan fisika.
  Anda harus terlebih dahulu berkonsentrasi pada persoalan fisika dalam soal. Daftarkan hukum-hukum fisika yang berlaku beserta dengan formula terkait. Selanjutnya baru selesaikan persamaan matematikanya. Misalnya untuk persoalan gerakan suatu balok di atas suatu pasak dengan asumsi semua sistem licin, Anda membutuhkan persamaan kekekalan energi dan momentum. Selanjutnya anda mengerjakan langkah matematika dengan mengeliminasi variabel yang tidak dibutuhkan.
- Perkenalkan variabel baru.
  Tulis besaran-besaran yang sering muncul ke dalam satu paket penulisan variabel yang standar, contohnya jari-jari Bohr dan energi dasar atom hidrogen.
- Tinjau semua kasus yang mungkin.
  Pada soal yang terbuka (hanya memberi sedikit informasi dan batasan), anda perlu meninjau berbagai kemungkinan yang secara matematis masih dapat dikerjakan. Misalnya jika suatu massa ditembak dalam suatu medan gravitasi bintang, mungkin saja benda ini bergerak mengikuti lintasan elips, parabola atau hiperbola, tergantung dari besarnya kecepatan awal benda dan kekuatan medan gravitasi di sekitar benda.
- Lakukan pendekatan yang rasional.
  Jika soal yang diberikan terlalu rumit, mungkin diperlukan pendekatan yang rasional untuk menyederhanakan soal. Kemampuan untuk melakukan pendekatan yang akurat merupakan gambaran pemahaman fisika yang mendalam. Misalnya untuk gerakan benda di udara, Anda mungkin perlu mengabaikan gesekan udara, kecuali secara spesifik disebutkan bahwa gesekan udara perlu dipertimbangkan.
- Gunakan simetri.
  Untuk soal-soal dengan simetri tinggi, manfaatkan simetri sistem untuk menyederhanakan perhitungan. Misalnya besar medan listrik pada permukaan bola akibat muatan titik yang terletak di pusat bola bernilai sama untuk setiap titik di permukaan bola. Setiap titik di permukaan bola adalah identik satu terhadap yang lain, maka setiap titik harus memiliki besar medan listrik yang sama.
- Hindari penggunan rumus jadi.
  Sedapat mungkin, gunakan formula dasar. Penggunaan rumus jadi dilakukan dengan memperhatikan asumsi yang digunakan dalam menurunkan rumus tersebut. Misalnya persamaan gerak parabola tidak

dapat digunakan untuk mendeskripsikan gerakan benda dalam medan gravitasi konstan jika efek rotasi bumi diperhitungkan. Persamaan gerak parabola mengasumsikan bahwa tidak ada efek lain selain gravitasi konstan.

- Selesaikan soal secara simbolik.
  Bekerja dengan notasi simbolik membantu anda memahami konsep fisika dalam soal tersebut, karena Anda dapat melihat ketergantungan satu variabel dengan variabel lain secara langsung. Anda juga tidak perlu menghabiskan waktu mengerjakan operasi numerik jika Anda bekerja dalam notasi simbolik. Misalnya dalam menghitung periode osilasi bandul sederhana, Anda dapat melihat ketergantungan periode terhadap panjang tali dan medan gravitasi bumi.
- Gunakan konvensi yang konsisten.
  Anda bebas menentukan sistem koordinat maupun konvensi tanda asalkan konsisten. Misalnya pada persamaan hukum kedua Newton, arah positif untuk gaya harus sama dengan arah positif untuk percepatan.
- Gunakan angka penting dan unit yang sesuai.
  Angka penting memberikan gambaran tentang ketelitian angka yang diperoleh. Misalnya pada soal diberikan data kecepatan sampai ketelitian 3 angka penting, dan waktu sampai ketelitian 2 angka penting, maka jarak yang diperoleh hanya boleh dilaporkan sampai 2 angka penting saja.

3. Periksa hasil.
   - Periksa dimensi dari hasil perhitungan.
     Setelah mendapat hasil akhir, periksa apakah dimensi yang diperoleh benar. Jika dimensi salah, maka jawaban anda pasti salah. Misalnya dalam menghitung energi sistem, anda mendapatkan unit hasil hitungannya adalah momentum, maka dapat dipastikan perhitungan anda salah. Akan tetapi, jika dimensi benar, tidak berarti jawaban anda pasti benar.
   - Periksa kasus ekstrim.
     Ambil limit dari jawaban akhir dengan hasil yang bisa ditebak dengan mudah. Misalnya periksa untuk limit waktu yang lama, massa yang besar atau temperatur yang tinggi. Periksa juga keadaan mula-mula atau syarat batas dari solusi.
   - Periksa skala (*orde of magnitude*) dari jawaban numerik anda.
     Untuk soal dengan data dan model yang realistis, jawaban numerik anda harusnya juga realistis. Kalau jawaban anda menyimpang jauh, mungkin ada kesalahan. Misalnya jika anda mendapati massa suatu bintang adalah hanya 10 kg, maka jawaban anda pasti salah.
   - Coba metode lain.
     Setelah anda mendapatkan jawaban yang benar, coba gunakan metode lain untuk mengkonfirmasi jawaban anda. Ini juga berguna untuk memberi anda pemahaman lebih mendalam tentang soal tersebut. Misalnya anda dapat mencoba menggunakan metode energi setelah anda menggunakan metode gaya untuk menghitung suatu persoalan mekanika.

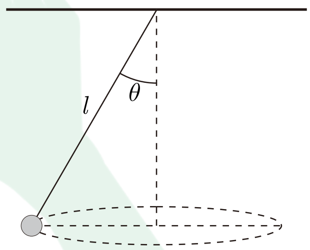
Mekanika

1. Seorang berjalan menuruni sebuah tangga eskalator yang sedang bergerak turun. Waktu yang diperlukan $t_1 = 1$ menit. Jika kecepatan berjalannya dua kali lebih cepat maka waktu yang diperlukan $t_2 = 40$ detik. Berapa waktu yang diperlukan jika orang tersebut diam terhadap tangga eskalator?

   (Seleksi Kabupaten, 2006)

2. Sebuah bandul sederhana dengan panjang tali l berotasi pada bidang horizontal (ayunan konis, lihat gambar 1). Jika periode rotasinya T, tentukan besar sudut θ dalam variabel l, T dan g.

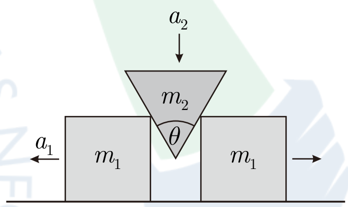
   (Seleksi Kabupaten, 2006)



Gambar 1: Soal no. 2

3. Tentukan percepatan masing-masing benda yang ditunjukkan pada gambar 2, jika nilai m_1, m_2 dan θ diketahui. Abaikan gesekan.

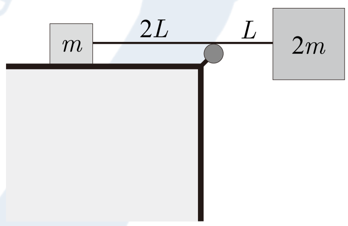
   (Seleksi Kabupaten, 2006)



Gambar 2: Soal no. 3

4. Sebuah sistem ditunjukkan seperti pada gambar 3. Kedua balok bebas bergerak dan tidak ada gesekan antara meja dan balok m. Balok $2m$ dilepas dari keadaan diam. Apakah balok m menyentuh katrol sebelum balok $2m$ menumbuk dinding?

   (Seleksi Kabupaten, 2006)



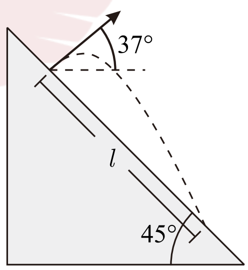
Gambar 3: Soal no. 4

5. Sebuah koin dijatuhkan ke dalam sebuah sumur. Jika waktu total dari koin mulai dijatuhkan sampai terdengar bunyi koin menyentuh permukaan air adalah T dan kecepatan gelombang suara v serta percepatan gravitasi g, tentukan kedalaman permukaan air sumur, nyatakan dalam suku T, v dan g.

   (Seleksi Kabupaten, 2006)

6. Seorang pemain ski melompat dengan sudut $\alpha = 37°$ dengan laju $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$, kemudian ia mendarat pada jarak l dari posisi mula-mula (lihat gambar 4). Jika sudut kemiringan bidang $45°$, tentukan jarak l yang ditempuh. Gunakan $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ dan $\sin(37°) = 0.6$.

   (Seleksi Kabupaten, 2006)



Gambar 4: Soal no. 6

7. Sebuah bandul dengan panjang tali l diberi simpangan dengan sudut θ_0 ($\theta_0 = 5°$) dan berayun dengan periode T_1 detik.

   (a) Tentukan periode osilasi $T_1(\theta_0)$ sampai koreksi orde θ_0^2.

   (b) Bandul yang sama diberi simpangan sebesar $2\theta_0$ dan akan berosilasi dengan periode T_2. Hitung perbandingan T_2/T_1.

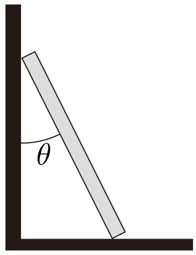
   (Seleksi Kabupaten, 2006)

8. Sebatang tongkat homogen bermassa m memiliki panjang l. Salah satu ujungnya bersandar pada dinding licin dan membentuk sudut θ terhadap dinding (lihat gambar 5), sedangkan ujung yang lain terletak pada lantai kasar. Tongkat berada dalam keadaan setimbang.

   (a) Tentukan nilai gaya kontak dinding terhadap tongkat. Nyatakan dalam suku m, g dan θ.

   (b) Tentukan nilai gaya kontak dinding terhadap tongkat ketika tongkat hampir tergelincir, jika sudut θ tidak diketahui tetapi diketahui koefisien gesek statisnya μ. Nyatakan jawaban anda dalam μ, m dan g. Tentukan sudut θ.

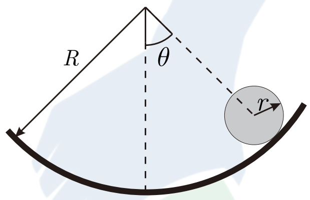
   (Seleksi Kabupaten, 2006)



Gambar 5: Soal no. 8

9. Sebuah pesawat dengan massa M terbang pada ketinggian tertentu dengan laju v. Diketahui bahwa gaya angkat udara pada pesawat bergantung pada: kerapatan udara ρ, laju pesawat v, luas permukaan sayap pesawat A dan suatu konstanta tanpa dimensi yang terkait dengan geometri sayap. Pilot pesawat memutuskan untuk menaikkan ketinggian pesawat sedemikian rupa sehingga kerapatan udara turun menjadi 0.5ρ. Tentukan berapa kecepatan yang dibutuhkan pesawat untuk menghasilkan gaya angkat yang sama. Nyatakan jawaban anda dalam v.

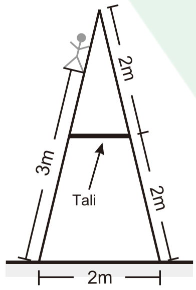
   (Seleksi Kabupaten, 2007)



Gambar 6: Soal no. 10

10. Sebuah silinder (momen inersia silinder $I = \frac{1}{2}mr^2$) dengan jari-jari r ($r = 0.2R$) berosilasi bolak-balik pada bagian dalam sebuah silinder dengan jari-jari R seperti ditunjukkan pada gambar 6. Anggap ada gesekan yang besar antara kedua silinder sehingga silinder tidak slip. Berapakah periode osilasi sistem (anggap sudut θ kecil)?

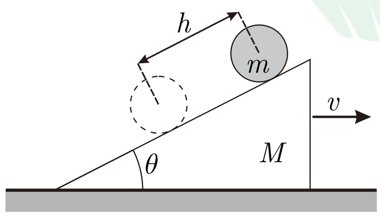
    (Seleksi Kabupaten, 2007)



Gambar 7: Soal no. 11

11. Sebuah tangga berbentuk segitiga sama kaki, seperti ditunjukkan pada Gambar 7, mempunyai massa yang sangat kecil dan bisa diabaikan. Seorang tukang bangunan dengan massa m memanjat sampai ketinggian 3 meter dari dasar. Berapa tegangan tali penghubung (pada posisi horizontal di gambar 7) antara kedua sisi tangga? Nyatakan jawaban anda dalam m dan g, dimana g adalah percepatan gravitasi bumi.

    (Seleksi Kabupaten, 2007)



Gambar 8: Soal no. 12

12. Sebuah bola pejal bermassa m (momen inersia bola pejal $I = \frac{2}{5}mr^2$) menggelinding turun sepanjang bidang miring segitiga yang massanya $M (M = 7m)$, lihat gambar 8. Jari-jari bola $r = 0.1h$ dan $\sin\theta = 0.6$. Mula-mula sistem diam. Berapakah kecepatan M ketika bola turun sejauh h (nyatakan dalam h dan g)? Bola pejal m mengelinding tanpa slip, dan abaikan gesekan antara M dan lantai.

    (Seleksi Kabupaten, 2007)

13. Seorang *bungee jumper* diikatkan pada salah satu ujung tali elastis. Ujung satunya dari tali itu disambung ke suatu jembatan yang tinggi. Kemudian *bungee jumper* ini melompat turun dari jembatan itu dari keadaan diam. Massa orang ini adalah m. Panjang tali kalau kendor adalah L dan konstanta pegas tali adalah k. Medan gravitasi bumi adalah g. Berapa panjang

tali saat *bungee jumper* ini berhenti sesaat? Nyatakan dalam L, m, g dan k.

(Seleksi Kabupaten, 2007)

14. Sebuah elevator naik ke atas dengan percepatan a_e. Saat ketinggian elevator terhadap tanah adalah h dan kecepatannya adalah v_e (anggap $t = 0$), sebuah bola dilempar vertikal ke atas dengan laju v_{be} relatif terhadap elevator. Percepatan gravitasi adalah g.

    (a) Hitung ketinggian maksimum bola relatif terhadap tanah.

    (b) Hitung ketinggian maksimum bola relatif terhadap elevator.

    (c) Kapan bola kembali menyentuh elevator?

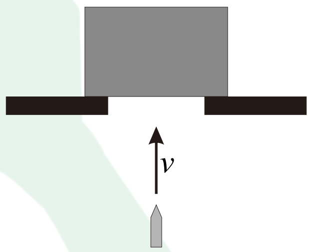
(Seleksi Kabupaten, 2008)

15. Sebuah peluru bermassa $m = 10$ gram ditembakkan ke atas. Kelajuannya sesaat sebelum menumbuk balok adalah $v_0 = 1000\,\mathrm{m/s}$. Peluru menembus balok melalui pusat massanya. Balok yang bermassa $M = 5\,\mathrm{kg}$ ini mula-mula diam. Anggap proses dari peluru saat mulai masuk sampai keluar balok sangat singkat. Ambil percepatan gravitasi bumi $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$.

    (a) Jika kecepatan peluru sesaat setelah menembus balok adalah $v' = 400\,\mathrm{m/s}$, tentukan tinggi maksimum yang dicapai balok.

    (b) Berapa energi yang hilang dalam proses tumbukan?

(Seleksi Kabupaten, 2008)



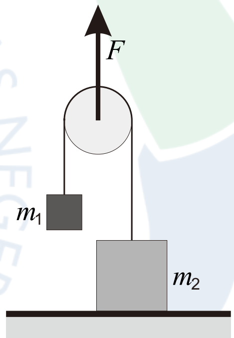
Gambar 9: Soal no. 15

16. Seseorang menarik poros katrol dengan gaya F ke atas seperti ditunjukkan pada gambar 10. Anggap katrol dan tali tidak bermassa. Massa m_2 lebih besar daripada massa m_1.

    (a) Berapa gaya maksimum F agar m_2 tetap tidak bergerak?

    (b) Berapa percepatan massa m_1 untuk harga gaya maksimum ini?

(Seleksi Kabupaten, 2008)



Gambar 10: Soal no. 16

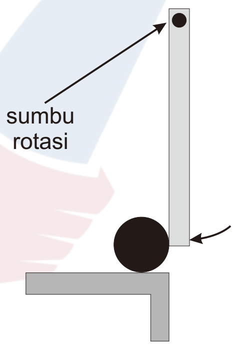
17. Sebuah tongkat homogen dengan panjang l dan massa m berotasi pada sumbu yang terletak pada salah satu ujungnya (lihat gambar 11). Anggap tidak ada gesekan. Batang dilepas dari posisi horizontal dari keadaan diam. Saat batang berada pada keadaan vertikal, batang menumbuk sebuah bola dengan massa M yang diam. Abaikan ukuran bola. Tumbukan yang terjadi tidak lenting sama sekali.

    (a) Tentukan kecepatan sudut batang sesaat sebelum tumbukan.

    (b) Tentukan kecepatan bola sesaat setelah tumbukan.

    (c) Berapakah energi yang hilang dalam proses tumbukan.

(Seleksi Kabupaten, 2008)



Gambar 11: Soal no. 17

18. Sebuah helikopter berusaha menolong seorang korban banjir. Dari suatu ketinggian L, helikopter ini menurunkan tangga tali bagi sang korban banjir. Karena ketakutan, sang korban memanjat tangga tali dengan percepatan a_k relatif terhadap tangga tali. Helikopter sendiri diam di tempat (relatif terhadap bumi) dan menarik tangga tali naik dengan percepatan a relatif terhadap tanah. Anggap tali diam saat korban mulai memanjat

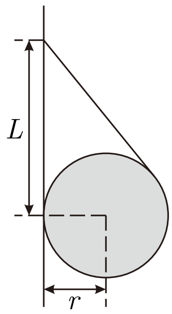
(kecepatan mula-mula adalah nol). Anggap massa korban m dan massa tangga tali bisa diabaikan. Percepatan gravitasi adalah g. Hitung usaha korban W_k untuk naik ke helikopter. Hitung juga usaha helikopter W_h untuk menarik korban sampai korban mencapai helikopter.

(Seleksi Kabupaten, 2008)

19. Perhatikan gambar 12. Ada benang melilit sebuah silinder dan ujung lain benang diikat ke dinding. Jarak dari titik ikat ke titik sentuh silinder dengan dinding adalah L. Jari-jari silinder adalah r. Anggap ada gesekan antara silinder dan dinding dengan koefisien gesek μ. Massa silinder adalah m.

    (a) Anggap sistem setimbang. Hitung berapakah tegangan benang T, gaya normal N dan gaya gesek f. Nyatakan jawaban anda dalam r, L, m dan g.

    (b) Hitung berapakah nilai minimum μ agar kesetimbangan ini bisa tercapai.



Gambar 12: Soal no. 19

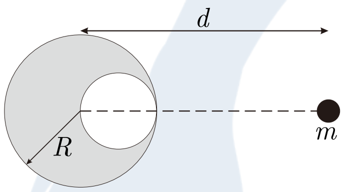
(Seleksi Kabupaten, 2008)

20. Sebuah bola seragam mempunyai rongga di dalamnya. Rongga ini menyentuh permukaan bola dan persis menyentuh pusat bola (diameter rongga adalah R), lihat gambar 13. Jari-jari bola adalah R. Massa bola jika tidak ada rongga adalah M.

    (a) Berapakah jarak pusat massa bola berongga dari pusat bola?

    (b) Hitung gaya gravitasi yang dirasakan massa m akibat bola berongga.

(Seleksi Kabupaten, 2008)



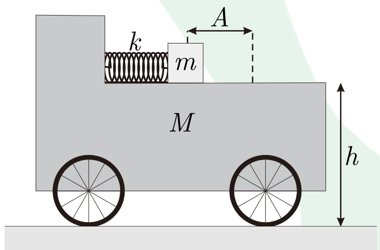
Gambar 13: Soal no. 20

21. Perhatikan gambar 14. Massa kereta M dan massa balok di atasnya m. Sebuah pegas dengan konstanta pegas k berada dalam keadaan tertekan dengan simpangan A. Mula-mula semua sistem diam.

    (a) Saat $t = 0$, massa m dan M dilepas. Hitung kecepatan massa m relatif terhadap bumi dan kecepatan M relatif terhadap bumi saat pegas kendor.

    (b) Hitung jarak antara kedua massa saat massa m menyentuh tanah.

(Seleksi Kabupaten, 2008)



Gambar 14: Soal no. 21

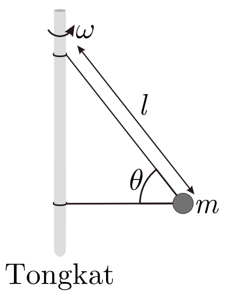
22. Perhatikan gambar 15. Sebuah massa m diikat dengan dua tali ke sebuah tongkat vertikal. Panjang tali yang miring adalah l. Tali kedua dalam keadaan horizontal (mendatar). Sistem diputar dengan suatu kecepatan sudut ω terhadap sumbu putar/tongkat vertikal sedemikian sehingga kedua tali mempunyai tegangan yang sama besarnya. Sudut antara kedua tali adalah θ (ambil $\sin\theta = 0.8$).

    (a) Gambar diagram gaya pada benda m.

    (b) Berapakah besar tegangan tali? Nyatakan dalam mg.

    (c) Berapakah kecepatan sudut ω yang memberikan keadaan di atas?

(Seleksi Kabupaten, 2009)



Gambar 15: Soal no. 22

23. Sebuah helikopter memiliki daya angkat P yang hanya bergantung pada berat beban total W (yaitu berat helikopter ditambah berat beban) yang diangkat, massa jenis udara ρ dan panjang baling-baling helikopter l.

    (a) Gunakan analisa dimensi untuk menentukan ketergantungan P terhadap W, ρ dan l.

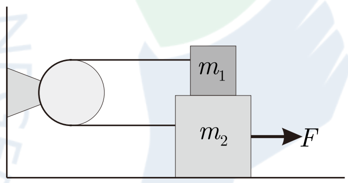
    (b) Jika daya yang dibutuhkan untuk mengangkat beban total W adalah P_0, berapakah daya yang dibutuhkan untuk mengangkat beban total $2W$?

    (Seleksi Kabupaten, 2009)

24. Sebuah keran yang bocor mempunyai air yang menetes turun secara teratur (tetes air jatuh tiap suatu selang waktu yang sama, T) dalam sebuah medan gravitasi konstan. Pada suatu saat, sebuah tetes air (namakan tetes 1) sudah berada pada jarak $y_1 = 16a$ dari keran (dengan a sebuah konstanta). Di atasnya ada 3 tetes air (namakan tetes 2, tetes 3 dan tetes 4) yang jatuh terturut-turut setelah tetes 1 dan ada satu tetes (namakan tetes 5) yang baru persis akan terlepas dari keran. Tentukan posisi tetes air 2, 3 dan 4 saat itu (dihitung relatif terhadap keran). Nyatakan jawaban anda hanya dalam konstanta a.

    (Seleksi Kabupaten, 2009)

25. Pada sistem gambar 16 terdapat gesekan antara massa m_1 dan massa m_2. Terdapat gesekan juga antara massa m_2 dan lantai. Besar koefisien gesek (statis dianggap sama dengan kinetis) kedua permukaan ini sama yaitu μ. Katrol tidak bermassa dan tali tidak dapat mulur. Balok m_1 ditarik dengan gaya konstan F.

    Gambar 16: Soal no. 25

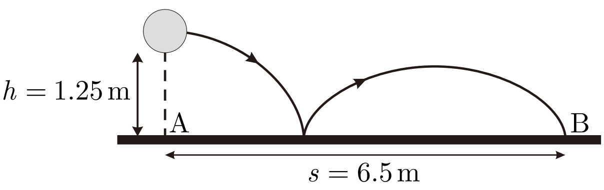
    (a) Gambar diagram gaya pada benda 1 dan benda 2.

    (b) Tulis persamaan gerak benda 1 dan benda 2.

    (c) Berapakah besarnya gaya luar F agar sistem bisa bergerak dengan kecepatan konstan?

    (Seleksi Kabupaten, 2009)

26. Seorang pemain basket berlari dengan laju $v = 3\,\mathrm{m/s}$. Di suatu titik, dia melemparkan bola secara horizontal dengan suatu laju v_0 relatif terhadap dirinya. Dia ingin agar bola mengenai target di B yang jaraknya $s = 6.5\,\mathrm{m}$ dari posisi dia melemparkan bola (titik A), tetapi dia ingin membuat bola memantul sekali lagi dari lantai (lihat gambar 17). Tumbukan antara bola dengan lantai tidak lenting sempurna dengan koefisien restitusi 0.8. Anggap ketinggian bola dari tanah saat dilempar adalah $h = 1.25\,\mathrm{m}$ dan anggap besar percepatan gravitasi bumi adalah $10\,\mathrm{m/s^2}$.



Gambar 17: Soal no. 26

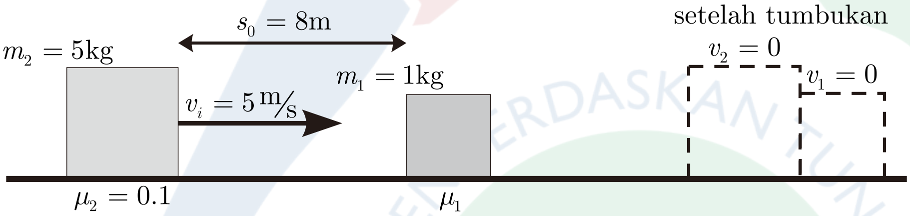
(a) Tentukan lamanya proses dari semenjak bola dilepas sampai tumbukan pertama (t_1).

(b) Tentukan lamanya proses dari semenjak tumbukan pertama sampai tumbukan kedua (t_2).

(c) Tentukan besarnya kecepatan lemparan bola v_0 yang dibutuhkan.

(Seleksi Kabupaten, 2009)

27. Sebuah massa $m_1 = 1$ kg diam di permukaan kasar dengan koefisien gesek antara massa ini dengan lantai adalah μ_1. Anggap koefisien gesek statis dan koefisien gesek kinetis sama. Sebuah massa lainnya $m_2 = 5$ kg bergerak mendekati m_1 dari jarak $s_0 = 8$ m dengan kecepatan $v_i = 5$ m/s. Tumbukan terjadi secara lenting sempurna. Koefisien gesek (statis dan kinetis) antara massa m_2 dengan lantai adalah $\mu_2 = 0.1$. Anggap percepatan gravitasi adalah $g = 10$ m/s².



Gambar 18: Soal no. 27

(a) Tentukan kecepatan benda m_2 sebelum tumbukan (v_0).

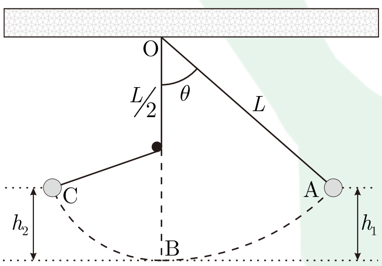
(b) Tentukan kecepatan masing-masing benda persis setelah tumbukan (v_1 dan v_2).

(c) Tentukan berapa besar μ_1 agar kedua massa berhenti di tempat yang sama. Tumbukan hanya terjadi sekali.

(d) Dimanakah posisi kedua benda berhenti, dihitung dari titik posisi tumbukan?

(Seleksi Kabupaten, 2009)

28. Sebuah sistem bandul sederhana mempunyai panjang tali L berada dalam medan gravitasi g. Beban yang digunakan mempunyai massa m dan dapat dianggap berbentuk massa titik. Pada posisi vertikal di bawah titik O terdapat sebuah paku pada jarak $L/2$ dari O. Akibat paku ini, ayunan bandul berubah arah seperti ditunjukkan pada gambar 19. Sudut simpangan mula-mula θ_0 dipilih sedemikian rupa sehingga ketinggian maksimum (titik A) massa m relatif terhadap titik terendah (titik B) adalah h_1. Anggap simpangan sudut θ_0 kecil.



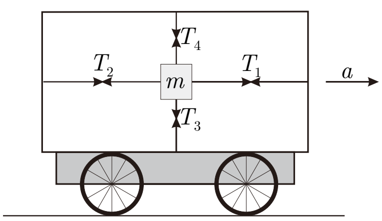
Gambar 19: Soal no. 28

(a) Berapakah ketinggian h_2 dari titik C (titik C adalah posisi simpangan maksimum).

(b) Hitung periode osilasi sistem (yaitu gerak dari A-B-C-B-A).

(Seleksi Kabupaten, 2009)

29. Sebuah balok bermassa m ditahan dengan dua buah tali horizontal dan dua buah tali vertikal terletak dalam sebuah mobil yang mula-mula diam. Jika mobil kemudian dipercepat dengan percepatan a, maka balok m tetap diam terhadap mobil (posisi balok m tidak berubah terhadap mobil). Tentukan :



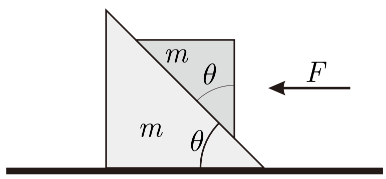
Gambar 20: Soal no. 29

(a) percepatan balok/mobil, nyatakan dalam T_1, T_2, T_3, T_4 dan g,

(b) jarak yang ditempuh mobil selama waktu t, nyatakan dalam T_1, T_2, T_3, T_4 dan g.

(Seleksi Propinsi, 2006)

30. Sebuah prisma bermassa m dengan sudut $\theta = 45°$ (lihat gambar 21) diletakkan pada bidang datar tanpa gesekan. Prisma yang lain, tapi dengan massa yang sama m diletakkan di atas prisma pertama (ukuran prisma pertama lebih besar dari prisma kedua). Terdapat gesekan antara kedua prisma dengan koefisien gesek μ.



Gambar 21: Soal no. 30

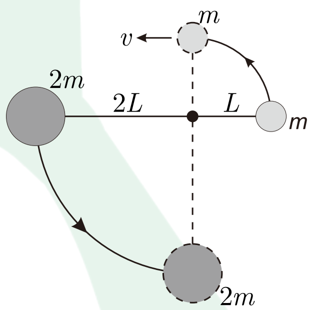
(a) Tentukan rentang gaya horizontal F yang dikerjakan pada prisma kedua sehingga tidak ada gerak relatif di antara kedua prisma, nyatakan dalam suku μ, m, dan g.

(b) Tentukan juga gaya gesek antara kedua prisma untuk rentang gaya tersebut. Nyatakan dalam F, m, dan g.

(Seleksi Propinsi, 2006)

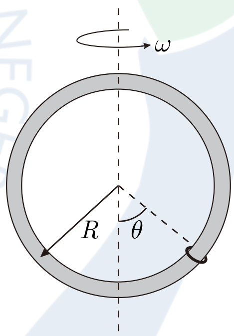
31. Sebuah batang ringan (massa diabaikan) ujung-ujungnya bola-bola kecil dan ditahan secara horisontal (lihat gambar 22). Ketika dilepaskan, batang berotasi terhadap sumbu horisontal yang melalui titik O. Tentukan kelajuan v bola bermassa m saat di titik tertinggi.

(Seleksi Propinsi, 2006)



Gambar 22: Soal no. 31

32. Lingkaran yang terbuat dari kawat dengan jari-jari R berotasi dengan kecepatan sudut konstan ω pada sumbu vertikal yang melewati diameternya, (lihat gambar 23). Sebuah cincin bebas bergerak tanpa gesekan pada kawat tersebut.



Gambar 23: Soal no. 32

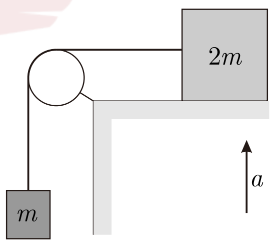
(a) Jika pada sudut θ cincin berada dalam keadaan kesetimbangan stabil, tentukan nilai ω.

(b) Kemudian cincin diberi gangguan kecil, tentukan periode osilasi cincin.

(Seleksi Propinsi, 2006)

33. Sebuah sistem ditunjukkan pada gambar 24, diletakkan dalam elevator yang bergerak ke atas dengan percepatan a. Tentukan tegangan tali T jika meja licin. Diketahui massa masing-masing balok serta percepatan gravitasi g.

(Seleksi Propinsi, 2006)



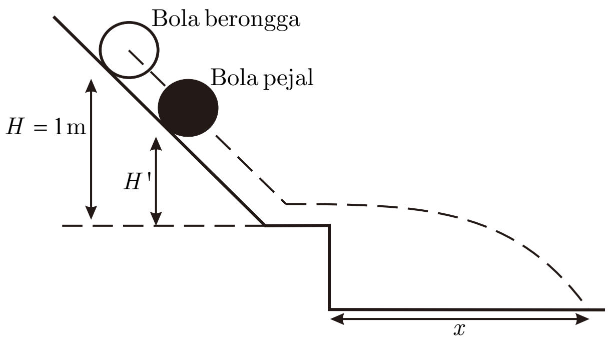
Gambar 24: Soal no. 33

34. Pesawat ruang angkasa dengan momentum p akan mengubah arahnya. Arah yang baru membentuk sudut θ terhadap arah mula-mula dan kelajuannya dipertahankan tetap. Mesin menghasilkan gaya konstan F.

(a) Tentukan waktu minimum t yang diperlukan mesin untuk mengubah arah tersebut. Asumsi mesin dapat diputar/dibelokan sesuai dengan arah yang diperlukan pesawat ruang angkasa.

(b) Jika gaya yang dihasilkan mesin selalu tegak lurus arah pesawat, tentukan waktu yang diperlukan untuk mengubah arah pesawat.

(Seleksi Propinsi, 2006)



Gambar 25: Soal no. 35

35. Sebuah bola berongga mempunyai massa dan jari-jari yang sama dengan sebuah bola pejal (momen inersia bola berongga adalah $\frac{2}{3}mR^2$ dan momen inersia bola pejal adalah $\frac{2}{5}mR^2$). Bola berongga menggelinding tanpa slip pada bidang miring dari ketinggian $H = 1$ meter (lihat gambar 25). Tentukan ketinggian/posisi mula-mula H' untuk bola pejal supaya jarak mendatar x yang ditempuh kedua bola sama jauhnya.

(Seleksi Propinsi, 2006)

36. Dua partikel masing-masing bermassa m dan $2m$ serta memiliki momentum p dan $p/2$ bergerak saling tegak lurus. Setelah tumbukan, terjadi pertukaran momentum, sehingga massa m memiliki momentum $p/2$ sedangkan massa $2m$ mempunyai momentum p. Tentukan besar energi yang hilang dalam tumbukan.

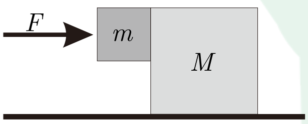
(Seleksi Propinsi, 2006)

37. Sebuah batu beratnya w dilemparkan vertikal ke atas dari lantai dengan kecepatan awal v_0. Jika ada gaya konstan f akibat gesekan/hambatan udara, tentukan

(a) tinggi maksimum yang dicapai, nyatakan dalam v_0, g, f dan w,

(b) laju batu saat menyentuh lantai kembali, nyatakan dalam v_0, f dan w.

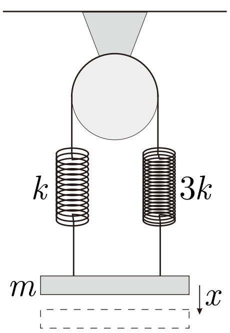
(Seleksi Propinsi, 2007)



Gambar 26: Soal no. 38

38. Sebuah sistem terdiri atas dua buah balok massanya masing-masing m dan M (lihat gambar 26). Koefisien gesekan antara kedua balok μ_s dan tidak ada gesekan antara balok M dengan lantai. Tentukan besar gaya F yang harus diberikan pada balok m supaya tidak turun ke bawah, nyatakan dalam m, M, g dan μ_s.

(Seleksi Propinsi, 2007)



Gambar 27: Soal no. 39

39. Sistem massa pegas di gambar 27 terdiri dari suatu balok dengan massa m dan dua pegas dengan konstanta pegas k dan $3k$. Massa m dapat berosilasi ke atas dan ke bawah, tetapi orientasinya dipertahankan mendatar. Kedua pegas dihubungkan dengan suatu tali tanpa massa melalui suatu katrol licin. Berapakah periode osilasi sistem dinyatakan dalam m dan k?

(Seleksi Propinsi, 2007)

40. Sebuah kereta dengan massa M dapat bergerak bebas tanpa gesekan di atas sebuah lintasan lurus. Mula-mula ada N orang masing-masing dengan massa m berdiri diam di atas kereta yang juga berada pada keadaan diam. Tinjau 2 kasus.

(a) Semua orang di atas kereta berlari bersama ke salah satu ujung kereta dengan laju relatif terhadap kereta v_r dan kemudian melompat turun bersama-sama. Berapakah kecepatan kereta setelah orang-orang ini melompat turun?

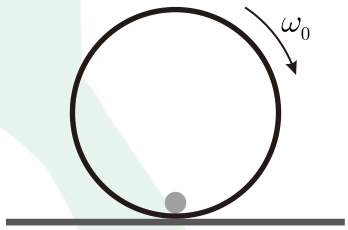
(b) Dalam kasus kedua semua orang berlari bergantian. Jadi orang pertama berlari meninggalkan kereta dengan laju relatif terhadap kereta v_r, kemudian disusul orang kedua berlari meninggalkan kereta di ujung yang sama dengan laju relatif terhadap kereta v_r. Demikian seterusnya sampai orang ke-N. Berapakah kecepatan akhir kereta?

(c) Pada kasus mana kecepatan akhir kereta lebih tinggi?

(Seleksi Propinsi, 2007)

41. Sebuah cincin dengan massa m mempunyai suatu titik manik-manik ditempel di pinggiran cincin itu. Massa manik-manik sama dengan massa cincin. Jari-jari cincin adalah R (momen inersia cincin $I = mR^2$). Abaikan dimensi manik-manik (anggap seperti massa titik). Cincin dan manik-manik bergerak bersama. Mula-mula kecepatan sudut mereka adalah ω_0 dan manik-manik berada di posisi paling rendah. Berapakah nilai maksimum ω_0 agar sistem tidak melompat saat manik-manik berada pada posisi tertinggi? Nyatakan dalam R dan g. Anggap lantai kasar, sehingga sistem cincin manik-manik bisa menggelinding tanpa slip.

(Seleksi Propinsi, 2007)



Gambar 28: Soal no. 41

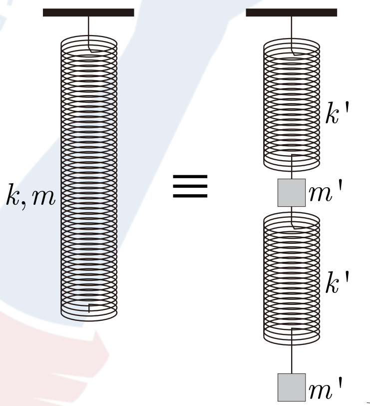
42. Suatu pegas memiliki konstanta pegas k dan massa m. Untuk memudahkan perhitungan, pegas ini bisa dimodelkan dengan sistem yang terdiri dari susunan N massa dan pegas. Untuk pendekatan pertama ($N = 2$), anggap sistem pegas bermassa ini ekuivalen dengan sistem massa pegas yang terdiri dari 2 massa identik m' dan 2 pegas identik tak bermassa dengan konstanta pegas k'. Jika kita menambah terus jumlah massa dan pegas dalam model ini, maka model ini akan semakin mendekati pegas sesungguhnya. Tinjau sistem dengan pendekatan $N = 2$

(a) Mula-mula sistem dibiarkan pada keadaan setimbang. Panjang pegas menjadi L (panjang pegas dalam keadaan kendur adalah L_0). Tentukan L.

(b) Jika ujung atas A dipotong, berapa percepatan massa bawah menurut model ini? Berapa percepatan massa atas menurut model ini?

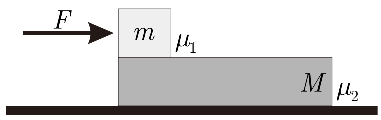
(c) Untuk pendekatan yang lebih akurat, gunakan $N \to \infty$. Tentukan L untuk pendekatan ini.

(Seleksi Propinsi, 2007)



Gambar 29: Soal no. 42

43. Perhatikan gambar 30. Ada 2 balok, masing-masing bermassa m dan M. Koefisien gesek antara kedua balok adalah μ_1. Sedangkan koefisien gesekan antara balok M dengan lantai adalah μ_2. Pada balok atas dikenakan gaya F. Anggap F cukup besar sehingga balok m akan bergerak di atas punggung balok M dan balok M juga bergerak akibat gaya F (dengan asumsi μ_1 cukup besar). Jika balok m berhasil dipindahkan ke ujung lainnya (berpindah sejauh L relatif terhadap balok M) berapakah usaha yang dilakukan oleh gaya F nyatakan dalam bentuk mgL? Untuk menyederhanakan hitungan, anggap $M = \beta m = 2m$, $F = \lambda mg = 5.6mg$, $\mu_1 = 0.5$,



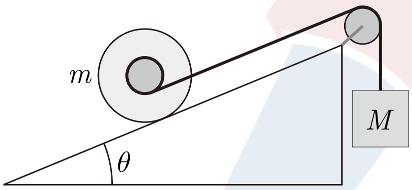
Gambar 30: Soal no. 43

dan $\mu_2 = 0.1$.

(Seleksi Propinsi, 2007)

44. Sepotong kawat dengan jari-jari R dicoba dipotong dengan sebuah gunting. Posisi mula-mula kawat dibuat sedemikian sehingga sangat dekat dengan sumbu putar gunting. Gunting tumpul sehingga tidak berhasil memotong kawat sama sekali. Dalam prosesnya kawat ini bergeser menjauhi sumbu putar gunting. Sudut bukaan gunting saat kawat sudah tidak bergeser lagi adalah θ. Hitung nilai θ. Koefisien gesek (statik dan kinetik dianggap sama) antara gunting dan kawat adalah μ. Anggap ketebalan mata gunting dapat diabaikan. Abaikan juga gravitasi.

(Seleksi Propinsi, 2008)



Gambar 31: Soal no. 45

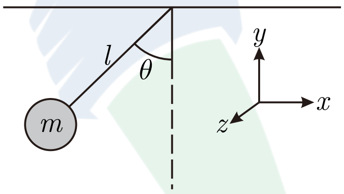
45. Perhatikan gambar 31. Massa beban adalah M, dan massa silinder adalah m ($M = \eta m$). Abaikan massa katrol dan gesekan antara katrol dan sumbu katrol. Jari-jari dalam silinder adalah r dan jari-jari luar adalah R ($r = \lambda R$). Tali digulung ke bagian dalam silinder (seperti pada yoyo). Sudut bidang miring dengan horizontal adalah θ. Anggap massa M bergerak turun. Momen inersia silinder adalah $\frac{1}{2}mR^2$.

   (a) Tinjau kasus lantai sangat kasar, sehingga silinder tidak slip sama sekali. Berapakah percepatan M, nyatakan dalam η, λ, g dan θ?

   (b) Tinjau kasus licin tanpa gesekan. Berapakah percepatan M, nyatakan dalam η, λ, g dan θ?

   (c) Di akhir perh itungan, masukkan nilai $M = 2m$, $r = \frac{1}{2}R$ dan $\theta = 30°$ untuk kedua kasus di atas.

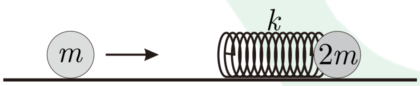
(Seleksi Propinsi, 2008)



Gambar 32: Soal no. 46

46. Sebuah bandul dengan panjang tali l dan massa m mulanya dijaga diam dengan sudut orientasi θ. Berapakah impuls maksimum dalam arah z (keluar bidang kertas) agar massa m tidak menyentuh atap?

(Seleksi Propinsi, 2008)



Gambar 33: Soal no. 47

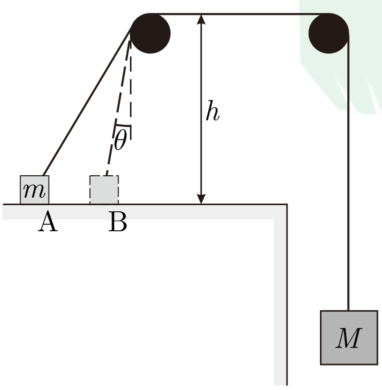
47. Sebuah massa m bergerak ke kanan dengan laju v, menabrak sistem pegas-massa. Konstanta pegas adalah k dan massa kedua besarnya $2m$. Proses tumbukan terjadi selama massa m masih menyentuh sistem pegas-massa. Abaikan efek rotasi.

   (a) Hitung berapa lama proses tumbukan.

   (b) Hitung berapa pergeseran massa $2m$ selama proses tumbukan ini.

   (c) Berapa kecepatan akhir massa m dan massa $2m$?

(Seleksi Propinsi, 2008)



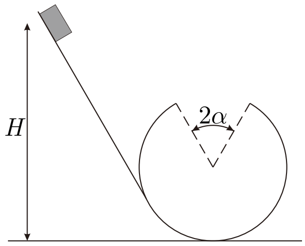
Gambar 34: Soal no. 48

48. Perhatikan gambar 34. Massa m diletakkan di atas meja yang licin. Massa ini dihubungkan ke tali melewati katrol dan menyambung ke massa M. Jarak vertikal massa m ke katrol adalah h (seperti pada gambar 34). Abaikan massa katrol dan anggap tidak ada gesekan pada katrol. Sudut θ mula-mula adalah θ_0. Hitung kecepatan massa m saat m di B. Hitung kecepatan massa m ketika sudut $\theta = 0$.

(Seleksi Propinsi, 2008)

49. Sebuah taman hiburan membuat tantangan baru bagi pengunjungnya. *Roller coaster* yang dibangun di taman hiburan ini tidak mempunyai bagian atasnya, seperti pada gambar 35. Berapakah ketinggian H agar *roller coaster* dapat dengan mendarat kembali setelah melewati celah di puncak *roller coaster*? Jari-jari lintasan adalah R dengan sudut bukaan puncak adalah 2α.

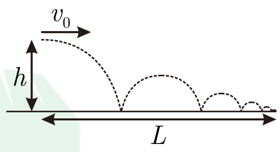
(Seleksi Propinsi, 2008)



Gambar 35: Soal no. 49

50. Sebuah benda ditembakkan secara horizontal dengan kecepatan v_0 pada ketinggian h dari permukaan tanah. Benda ini mengenai tanah dan memantul kembali. Proses tumbukan berlangsung elastik sebagian dengan koefisien restitusi e. Benda akan terus memantul sampai akhirnya tidak bisa memantul lagi. Tentukan kapan ini terjadi (T). Berapakah jarak horizontal L, yang ditempuh benda sampai keadaan ini? Abaikan gesekan udara dan juga abaikan gesekan dengan lantai. Anggap benda merupakan massa titik. Gravitasi bumi adalah g.

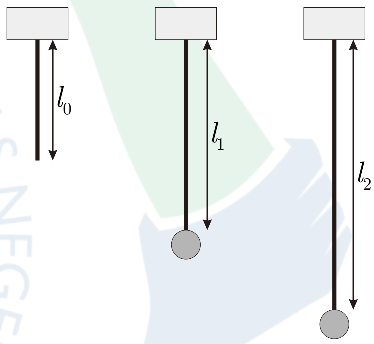
(Seleksi Propinsi, 2009)



Gambar 36: Soal no. 50

51. Sebuah karet ringan (dapat diabaikan massanya) digantung pada langit-langit. Panjang karet dalam keadaan kendur adalah l_0. Jika karet ditarik sehingga panjangnya melebihi l_0 maka karet dapat dianggap seperti pegas (yang memenuhi hukum Hooke), tetapi karet tidak akan memberi gaya pulih sama sekali ketika panjangnya lebih kecil daripada l_0. Pertama sebuah massa digantung pada karet ini sehingga panjang karet (dalam keadaan setimbang) berubah menjadi l_1. Massa kemudian ditarik ke bawah sehingga panjang karet menjadi l_2. Berapakah panjang l_2 agar saat dilepas, massa dapat persis menyentuh langit-langit. Nyatakan jawaban anda dalam l_0 dan l_1.

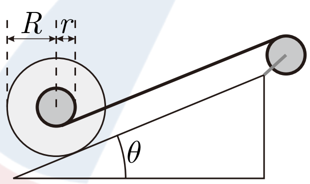
(Seleksi Propinsi, 2009)



Gambar 37: Soal no. 51

52. Sebuah yoyo dengan massa m, jari-jari dalam r dan jari-jari luar R diletakkan di atas sebuah bidang miring dengan sudut kemiringan θ. Momen inersia yoyo adalah $\frac{1}{2}mR^2$. Di ujung atas terdapat sebuah motor yang akan digunakan untuk menggulung benang dari yoyo. Anggap bidang miring licin dan posisi motor diatur sedemikan rupa sehingga benang sejajar dengan bidang miring. Mula-mula semua sistem dijaga diam, kemudian begitu sistem dilepas, motor mulai bekerja. Kecepatan putar motor (penggulungan benang) diatur sedemikian rupa sehingga posisi pusat massa yoyo tetap di tempat. Tentukan berapa daya motor sebagai fungsi waktu. Abaikan massa benang. Anggap benang yang tergulung pada yoyo sangat panjang.

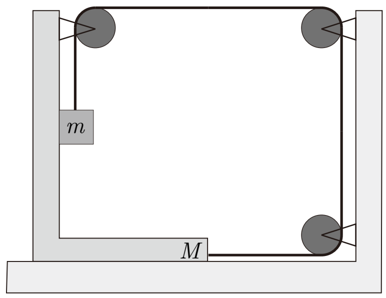
(Seleksi Propinsi, 2009)



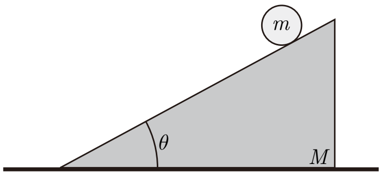
Gambar 38: Soal no. 52

53. Perhatikan sistem dalam gambar 39. Sebuah massa M berbentuk L diletakkan pada lantai licin. Massa ini dihubungkan seperti pada gambar pada massa lainnya m melewati 3 katrol. Massa m persis menempel pada dinding massa M. Abaikan masssa tali dan massa katrol. Anggap tali tidak bisa mulur. Mula-mula sistem dijaga diam. Berapakah vektor percepatan a_m dari massa m ketika massa m dilepas. Anggap massa M tidak bisa terguling.

(Seleksi Propinsi, 2009)



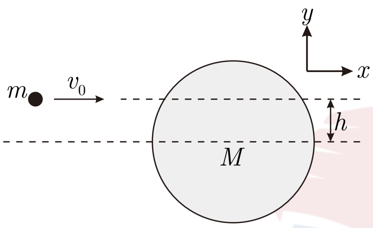
Gambar 39: Soal no. 53



Gambar 40: Soal no. 54

54. Sebuah bola m, dengan jari-jari R ($I = \frac{2}{5}mR^2$) berada di atas sebuah bidang miring yang memiliki massa M. Ada gesekan yang cukup besar antara bola dan bidang miring sehingga bola menggelinding turun tanpa slip. Berapakah koefisien gesek statis minimum μ_s antara bidang miring dan lantai agar bidang miring tidak bergerak sama sekali.

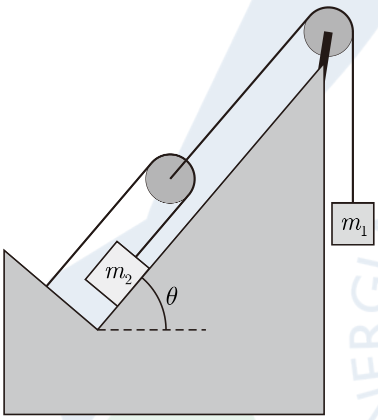
(Seleksi Propinsi, 2009)



Gambar 41: Soal no. 55

55. Sebuah massa titik m bergerak dengan kecepatan v_0 pada sebuah lantai licin dan menabrak sebuah piringan (massa $M = 3m$ dan jari-jari R). Tumbukan terjadi pada jarak $h = 0.6R$ dari pusat piringan (lihat gambar 41). Anggap tidak ada gesekan antara kedua massa. Tumbukan terjadi secara elastik. Tentukan vektor kecepatan akhir (dalam arah x dan y) dari kedua massa.

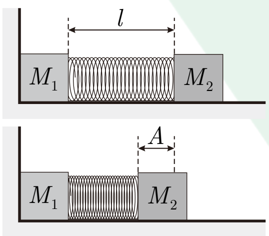
(Seleksi Propinsi, 2009)



Gambar 42: Soal no. 56

56. Tentukan percepatan massa m_1 dalam gambar 42. Abaikan massa katrol dan anggap tidak ada gesekan antara massa m_2 dan bidang miring. Bidang miring tidak dapat bergerak. Anggap massa m_1 cukup besar sehingga massa m_1 dapat bergerak turun.

(Seleksi Propinsi, 2009)



Gambar 43: Soal no. 57

57. Suatu sistem terdiri dari 2 balok (M_1 dan M_2) dan 1 pegas, diletakkan di permukaan lantai licin. Balok M_1 menyentuh dinding tetapi tidak merekat. Anggap massa kedua balok sama (masing-masing m), konstanta pegas k, panjang mula-mula pegas l, dan ukuran kedua balok diabaikan (dianggap sebagai massa titik). Kemudian M_2 ditekan sejauh A dari posisi kesetimbangan.

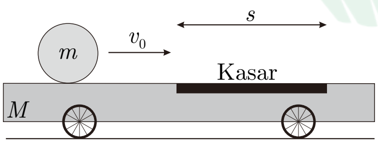
(a) Pada saat $t = 0$, M_2 dilepas. Setelah $t = t_1$, ternyata M_1 lepas dari dinding (tidak menyentuh dinding lagi). Hitung t_1.

(b) Selanjutnya ketika $t = t_2$, kedua balok berada pada posisi terdekat untuk pertama kalinya. Hitung t_2.

(c) Berapakah jarak terdekat antara kedua balok itu (pada saat $t = t_2$)?

(d) Berapakah jarak M_1 dari dinding ketika hal ini terjadi (saat $t = t_2$)?

(Olimpiade Sains Nasional, 2006)



Gambar 44: Soal no. 58

58. Sebuah bola dengan massa m dan jari-jari r (momen inersia bola $I = \frac{2}{5}mr^2$) berada di atas sebuah kereta bermassa M. Mula-mula kereta M diam, sedangkan bola m bergerak dengan kecepatan v_0 tanpa menggelinding sama sekali. Kemudian bola memasuki bagian kasar di atas kereta. Ketika keluar dari bagian kasar, bola sudah menggelinding tanpa slip.

(a) Hitung kecepatan akhir m dan M relatif terhadap bumi ketika bola sudah bergerak tanpa slip ? Hitung juga kecepatan sudut akhir dari m.

(b) Berapakah panjang minimum s agar bola akhirnya bisa menggelinding tanpa slip? Koefisien gesek pada bagian kasar adalah μ.

(Olimpiade Sains Nasional, 2006)

59. Perhatikan sistem massa–pegas dalam gambar 45. Abaikan gesekan pada sistem, massa tali dan massa pegas. Mula-mula semua sistem ditahan diam.

    (a) Berapakah percepatan massa M saat sistem dilepas? Anggap pada keadaan awal, pegas tidak teregang/tertekan dengan panjang l_1.

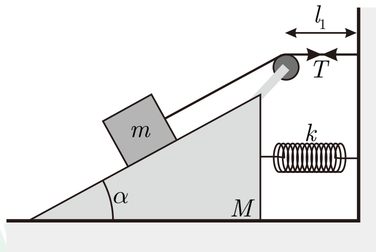
    (b) Berapakah tegangan tali T sesaat setelah sistem dilepas? Apakah energi total sistem kekal?

    (c) Jika M dilepas dari diam, maka M akan bergerak mendekati dinding. Setelah bergeser sejauh x_0, M akan diam sesaat. Berapakah x_0?

    (d) Massa M akan berosilasi bolak-balik di sekitar titik kesetimbangan. Dimanakah posisi kesetimbangan sistem dihitung dari posisi mula-mula?

    (e) Hitung periode osilasi sistem.

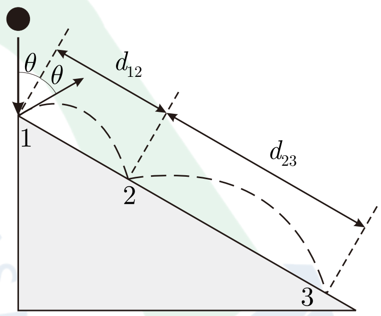
    (Olimpiade Sains Nasional, 2006)



Gambar 45: Soal no. 59

60. Sebuah bola elastis dijatuhkan di atas bidang miring. Bola tersebut terpantul dan jatuh pada bidang miring pada titik yang beda, begitu seterusnya (lihat gambar 46). Jarak antara titik pertama bola jatuh dan titik kedua adalah d_{12} dan jarak antara titik kedua dan ketiga adalah d_{23}. Tentukan perbandingan jarak antara $\frac{d_{12}}{d_{23}}$.

    (Olimpiade Sains Nasional, 2006)



Gambar 46: Soal no. 60

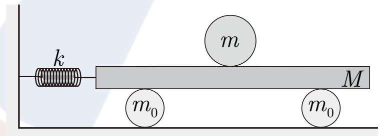
61. Sebuah bola dengan massa m, dan jari-jari r (momen inersia bola $I = \frac{2}{5}mr^2$) berada di atas sebuah balok dengan massa M. Koefisien gesekan antara bola dan balok adalah μ. Balok terhubung ke dinding lewat sebuah pegas dengan konstanta pegas k. Balok M terletak di atas dua silinder dengan massa dan jari-jari masing-masing m_0 dan r_0 (momen inersia $I_0 = \frac{1}{2}m_0r_0^2$), perhatikan gambar 47. Abaikan massa m_0 untuk pertanyaan (a) dan (b).

    (a) Jika sistem diberi simpangan kecil dan dilepas dari keadaan diam, maka balok akan berosilasi bolak-balik dengan bola di atasnya ikut berosilasi. Apabila simpangannya cukup kecil, bola hanya akan menggelinding bolak-balik tanpa slip. Hitung periode osilasi sistem.

    (b) Hitung amplitudo maksimum osilasi balok agar bola tidak terpeleset (bola berosilasi tanpa slip).

    (c) Jika massa m_0 tidak diabaikan dan silinder ikut berosilasi tanpa slip, hitung periode osilasi sistem.

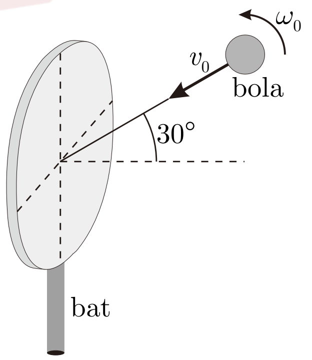
    (Olimpiade Sains Nasional, 2006)



Gambar 47: Soal no. 61

62. Sebuah bola ping-pong bermassa m dengan jari-jari r (momen inersia $\frac{2}{3}mr^2$) dan berputar berlawanan arah jarum jam dengan kecepatan sudut ω_0. Bola ini bergerak dengan sudut 30° mendekati pemukul/bat dengan kecepatan v_0 (perhatikan gambar 48). Bola bertumbukan dengan bat ping-pong dan berinteraksi selama t_1. Koefisien restitusi tumbukan adalah 1, dan anggap pemukul/bat tidak bergerak sebelum dan sesudah tumbukan.

    (a) Jika bola tidak slip, berapakah vektor kecepatan akhir bola tersebut? Hitung berapa kecepatan sudutnya.



Gambar 48: Soal no. 62

(b) Jika bola slip dan waktu selama slip adalah t_2 ($t_2 < t_1$), hitung vektor kecepatan akhir bola. Hitung juga kecepatan sudut bola.

(Olimpiade Sains Nasional, 2006)

63. Sebuah mobil bergerak menuruni suatu jalan yang miring (dengan sudut θ terhadap bidang horizontal) dengan percepatan a. Di dalam mobil terdapat sebuah bandul dengan panjang tali l dan massa m. Hitung periode osilasi bandul dalam mobil ini.

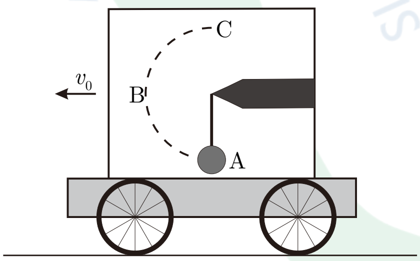
(Olimpiade Sains Nasional, 2007)

64. Sebuah truk bermassa m yang mula-mula diam dipercepat ke kanan sampai suatu kecepatan v_0 dalam waktu t. Energi mekanik diperoleh dari perubahan energi kimia bahan bakar. Hal ini terlihat jelas dari penurunan bahan bakar dalam mobil. Sekarang tinjau kejadian ini dalam kerangka yang bergerak ke kanan dengan kecepatan $\frac{1}{2}v_0$. Menurut pengamat ini, mobil mula-mula bergerak ke kiri dengan kecepatan $-\frac{1}{2}v_0$ dan setelah selang waktu t, kecepatan mobil menjadi $\frac{1}{2}v_0$ ke kanan. Bagi pengamat ini, energi mekanik mobil tidak berubah, tetapi tetap saja jumlah bensin mobil menurun. Kemanakah hilangnya energi bensin ini menurut pengamat bergerak ini? Jelaskan secara kualitatif dan kuantitatif.

(Olimpiade Sains Nasional, 2007)

65. Di belakang sebuah truk terdapat suatu batang homogen dengan massa m dan panjang l yang bersandar di dinding belakang truk. Sudut antara batang dengan lantai truk adalah θ. Kalau seandainya lantai dan dinding truk licin, berapakah percepatan truk yang dibutuhkan agar batang ini tidak terpeleset?

(Olimpiade Sains Nasional, 2007)



Gambar 49: Soal no. 66

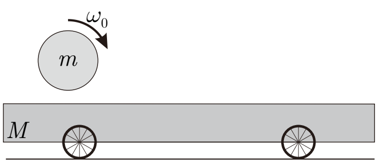
66. Sebuah kereta bergerak dengan kecepatan konstan v_0. Dalam kereta ini ada sebuah bandul seperti pada gambar 49. Panjang bandul adalah R dengan massa m dan mula-mula bandul diam di titik A relatif terhadap kereta. Tinjau 3 kasus:

(a) Jika saat $t = 0$, kereta mulai diperlambat dengan percepatan konstan a mungkinkah massa m bergerak mencapai puncak titik C mengikuti lintasan garis putus-putus pada gambar? Jika mungkin apakah syaratnya? (ingat bahwa a bukan sesaat, tetapi sepanjang waktu).

(b) Jika saat $t = 0$, kereta mulai diperlambat dengan percepatan konstan a, hanya sampai bola berhasil mencapai titik B. Berapakah nilai minimum a agar bola bisa mencapai titik C?

(c) Jika saat $t = 0$, kereta direm mendadak sehingga kecepatan kereta seketika menjadi nol, berapakah nilai minimal v_0 agar bola bisa mencapai puncak C?

(Olimpiade Sains Nasional, 2007)



Gambar 50: Soal no. 67

67. Perhatikan gambar 50. Sebuah silinder (momen inersia silinder $I = \frac{1}{2}mR^2$) bermassa m berputar dengan kecepatan sudut mula-mula ω_0. Saat $t = 0$ silinder ini dilepas dan mengenai permukaan suatu kereta bermassa M yang diam. Anggap silinder tidak memantul. Ada gesekan antara silinder dan kereta dengan koefisien gesek μ. Kereta bebas bergerak. Anggap

kereta cukup panjang, sehingga akhirnya silinder bisa menggelinding tanpa slip.

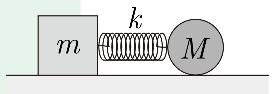
(a) Hitung kecepatan akhir kereta.

(b) Hitung kecepatan sudut akhir silinder.

(c) Hitung berapa energi yang hilang dalam proses ini.

(Olimpiade Sains Nasional, 2007)

68. Perhatikan gambar 51. Sebuah balok bermassa m dan sebuah silinder bermassa M dihubungkan dengan pegas dengan konstanta pegas k. Pegas terhubung ke sumbu silinder. Tidak ada gesekan antara balok M dengan lantai, tetapi ada gesekan yang besar antara silinder dan lantai sehingga silinder bisa menggelinding tanpa slip. Saat mula-mula silinder ditarik menjauh dari m sehingga panjang pegas bertambah sebesar A. Mula-mula semua sistem diam, kemudian silinder dan balok dilepas.



Gambar 51: Soal no. 68

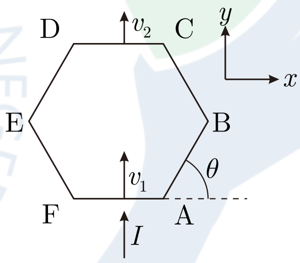
(a) Hitung percepatan pusat massa sistem.

(b) Hitung periode osilasi sistem.

(c) Jika koefisien gesek antara silinder dan lantai adalah μ berapa amplitudo maksimum pegas agar silinder tidak slip.

(Olimpiade Sains Nasional, 2007)

69. Enam batang identik (dengan massa m dan panjang l, momen inersia = $\frac{1}{12}ml^2$) dihubungkan membentuk suatu hexagon. Hexagon ini diletakkan di atas permukaan licin. Titik sambung (A, B, C, D, E dan F) bebas bergerak, perhatikan gambar 52. Saat $t = 0$, batang FA dipukul dengan suatu impuls I sedemikian sehingga FA bergerak dengan kecepatan v_1. Karena impuls persis diberikan di tengah-tengah batang FA, maka seluruh sistem akan bergerak secara simetris (FA dan CD selalu sejajar dengan sumbu x). Inti soal ini adalah menghitung respon sesaat sistem saat $t = 0$ (sudut $\theta = 60°$). Di sini anda diminta untuk menghitung berapa harga v_2 dinyatakan dalam v_1. Tetapi untuk menghitung kecepatan ini akan lebih mudah kalau dikerjakan menuruti langkah- langkah berikut.



Gambar 52: Soal no. 69

(a) Anggap kecepatan batang FA adalah v_1 dan kecepatan batang CD adalah v_2.

  i. Hitung kecepatan titik B ($v_{B,x}$ dan $v_{B,y}$) dan nyatakan dalam v_1 dan v_2.

  ii. Dari jawaban ini, hitung juga kecepatan pusat massa batang AB dan batang BC: $v_{AB,x}$; $v_{AB,y}$; $v_{BC,x}$; dan $v_{BC,y}$. Nyatakan dalam v_1 dan v_2.

  iii. Hitung juga hubungan antara $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ dengan v_1, v_2 dan l.

(b) Pada setiap titik sambung A, B, C, D, E dan F muncul impuls sebagai respon dari impuls I. Impuls titik A dinyatakan dalam arah x dan y: I_{A_x} dan I_{A_y}. Demikian juga untuk titik B, C, D, E dan F. Dari simetri, anda hanya perlu meninjau titik A, B dan C saja. Gambar arah impuls pada batang FA, AB, BC dan CD.

(c) Tulis persamaan gerak batang FA (hanya gerak dalam arah y saja).

(d) Tulis persamaan gerak batang AB (arah x, y dan juga gerak rotasi).

(e) Tulis persamaan gerak batang BC (arah x, y dan juga gerak rotasi).

(f) Tulis persamaan gerak batang CD (hanya gerak dalam arah y saja).

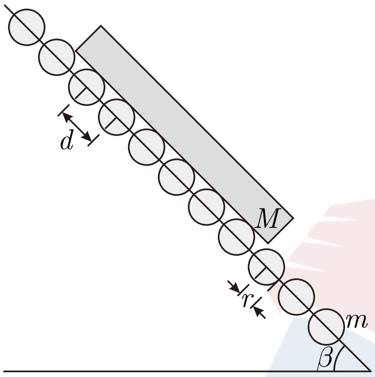
(g) Selesaikan kumpulan persamaan linear yang anda dapat.

i. Hitung I (nyatakan dalam m dan v_1).

ii. Hitung $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (nyatakan dalam v_1 dan l).

iii. Hitung v_2 (nyatakan dalam v_1).

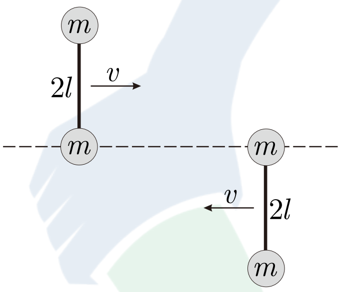
(Olimpiade Sains Nasional, 2007)



Gambar 53: Soal no. 70

70. Pada sebuah bidang miring dengan kemiringan β terhadap bidang datar dipasangi banyak sekali roda berbentuk silinder dengan massa m dan jari-jari r, lihat gambar 53. Permukaan roda ini dilapis karet dan jarak antar roda adalah d. Sebuah balok bermassa M dilepas dari atas bidang miring dan meluncur turun di atas bidang miring ini. Anggap dimensi balok jauh lebih besar daripada d. Karena adanya lapisan karet, maka ada gesekan yang besar antara balok dan roda. Setelah beberapa saat balok M mencapai keadaan tunak (*steady state*) dengan kecepatan hampir konstan (kecepatan terminal). Hitung kecepatan terminal massa M. Asumsikan $\frac{m}{M} \ll 1$. Petunjuk: gunakan persamaan energi.

(Olimpiade Sains Nasional, 2007)



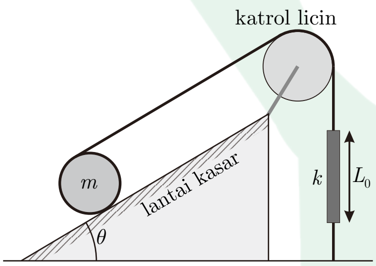
Gambar 54: Soal no. 71

71. Perhatikan gambar 54. Dua buah *dumb-bell* bergerak mendekati satu terhadap yang lain dengan kecepatan masing-masing v. Setiap *dumb-bell* terdiri dari 2 massa m yang terpisah pada jarak $2l$ oleh suatu batang tak bermassa. Mula-mula keduanya tidak berotasi sama sekali. Saat $t = 0$ keduanya bertumbukan lenting sempurna.

(a) Diskripsikan evolusi sistem setelah tumbukan ini.

(b) Anggap tumbukan terjadi di titik koordinat $(0,0)$. Gambar grafik posisi $y(x)$ untuk setiap massa (keempat massa).

(Olimpiade Sains Nasional, 2007)



Gambar 55: Soal no. 72

72. Perhatian sistem dalam gambar 55. Sebuah silinder dengan jari-jari R dan massa m (momen inersia $I = \frac{1}{2}mR^2$) diletakkan di atas sebuah bidang miring dengan kemiringan θ. Lantai sangat kasar, sehingga silinder tidak dapat slip. Benang dililitkan pada permukaan silinder sehingga jika silinder bergerak naik maka benang bertambah panjang dan sebaliknya jika silinder bergerak turun maka benang memendek. Pada sisi lain benang terhubung seutas karet (garis vertikal yang tercetak tebal pada gambar 55) dengan konstanta pegas k. Anggap katrol licin.

(a) Mula-mula silinder ditahan sedemikian sehingga karet masih kendur (panjang mula-mula pegas L_0). Berapakah pertambahan panjang karet ΔL, jika silinder dilepas secara perlahan dan dibiarkan berada pada kesetimbangan statis (silinder m tidak bergerak)?

(b) Berapakah koefisien gesek minimum $\mu_{\min}$, agar silinder tidak terpeleset turun?

(c) Untuk selanjutnya tinjau proses osilasi sistem. Gunakan $\mu = \frac{5}{3}\mu_{\min}$. Gelindingkan silinder ke bawah sejauh A dari posisi kesetimbangan, kemudian dilepas dari keadaan diam.

i. Jika A kecil, maka silinder tidak slip dan benang selalu tegang. Hitung periode osilasi sistem.

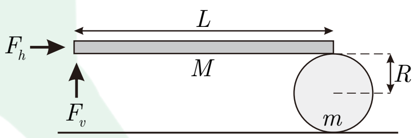
ii. Berapakah A maksimum (A_1) yang bisa diberikan agar benang masih bisa selalu tegang?

iii. Berapakah A maksimum (A_2) yang bisa diberikan agar silinder tidak slip?

iv. Jika silinder digelindingkan ke bawah sejauh A_2, berapakah waktu yang diperlukan oleh silinder untuk kembali ke posisi mula-mula (simpangan A_2)?

(Olimpiade Sains Nasional, 2008)

73. Perhatikan sistem dalam gambar 56. Sebuah batang yang sangat tipis dengan panjang L dan massa M diletakkan di atas sebuah silinder yang memiliki massa m dan jari-jari R (momen inersia $I = \frac{1}{2}mR^2$). Mula-mula ujung kanan batang persis terletak di atas silinder dan seluruh sistem diam. Di ujung kiri batang, dikenakan 2 gaya, satu gaya horizontal F_h yang besarnya konstan dan satu lagi gaya vertikal F_v yang besarnya diatur sedemikian sehingga batang selalu berada pada posisi horizontal. Antara lantai dan silinder, serta antara batang dan silinder terdapat gesekan yang besar, sehingga tidak ada slip sama sekali dalam sistem.



Gambar 56: Soal no. 73

(a) Tentukan percepatan batang relatif terhadap kerangka diam.

(b) Tentukan waktu yang dibutuhkan T, agar tengah batang bisa berada persis di atas silinder.

(c) Hitung besarnya gaya vertikal yang dibutuhkan sebagai fungsi waktu $F_V(t)$, agar batang selalu horizontal. Sketsa fungsi $\frac{F_V(t)}{Mg}$ terhadap $\tau = \frac{t}{T}$ dari $t = 0$ sampai $t = T$.

(d) Tinjaulah usaha dan energi sistem

i. Hitung usaha gaya F_h dari $t = 0$ sampai $t = T$.

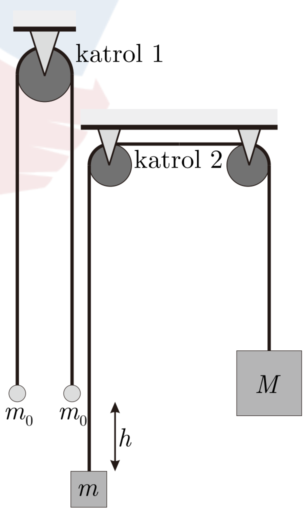
ii. Hitung berapa energi kinetik akhir ($t = T$) batang.

iii. Hitung juga berapa energi kinetik akhir silinder.

iv. Apakah usaha gaya horizontal dan gaya vertikal sama dengan perubahan energi kinetik sistem? Jika ada perbedaan, jelaskan apa sumber perbedaan energi ini.

(Olimpiade Sains Nasional, 2008)

74. Perhatikan sistem dalam gambar 57. Massa M dan m dihubungkan dengan tali yang tidak bisa mulur. Keduanya mula-mula diam dan massa M lebih besar daripada massa m. Anggap katrol licin. Setelah massa m bergerak naik sejauh h, massa m menabrak massa lain m_0 yang mula-mula diam. Tumbukan berlangsung elastik sempurna. Dalam proses tumbukan, semua massa bisa dianggap massa titik. Kedua massa m_0 juga dihubungkan dengan tali yang tidak dapat mulur.



Gambar 57: Soal no. 74

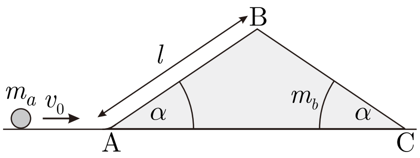
(a) Hitung berapa kecepatan m sesaat sebelum menabrak m_0.

(b) Hitung berapa kecepatan m dan m_0 sesaat setelah tumbukan.

(c) Hitung berapa waktu yang dibutuhkan agar tali pada katrol 1 bisa tegang kembali.

(d) Berapakah massa M agar terjadi tumbukan kedua persis pada saat tali katrol 1 tegang kembali.

(Olimpiade Sains Nasional, 2008)



Gambar 58: Soal no. 75

75. Sebuah massa m_a (anggap massa titik) bergerak mendekati sebuah pasak m_b dengan kecepatan awal v_0. Pasak berbentuk segitiga sama kaki dengan sudut α, dan panjang sisi l. Anggap semua sistem licin. Anggap juga transisi massa m_a saat menaiki pasak m_b di titik A mulus (tidak terjadi kehilangan energi). Demikian juga di titik B dan titik C. Anggap juga kecepatan m_a cukup kecil sedemikian sehingga jika massa m_a berhasil melewati titik B, maka massa m_a tidak terlepas dari lintasan.

(a) Hitung kecepatan massa m_a relatif terhadap pasak m_b, saat massa m_a mulai menaiki sisi AB (saat m_a di titik A). Gunakan konvensi berikut: kecepatan (sepanjang sisi AB) massa m_a relatif terhadap pasak m_b adalah v_1, sedangkan kecepatan pasak m_b relatif terhadap bumi adalah v_2. Nyatakan jawaban anda dalam v_0, m_a ,m_b dan α.

(b) Setelah massa m_a berada di sisi AB, maka massa m_a akan dipercepat, demikian juga pasak. Gunakan konvensi berikut: percepatan massa m_a relatif terhadap pasak m_b diberikan oleh a_1, akan bernilai positif jika percepatannya ke atas (ke arah B), dan percepatan pasak m_b relatif terhadap bumi diberikan oleh a_2, akan bernilai positif jika percepatannya ke kanan. Hitung percepatan a_1 dan a_2. (nyatakan dalam g, m_a, m_b dan α)

(c) Hitung kecepatan minimum dari v_0 agar massa m_a bisa mencapai titik B.

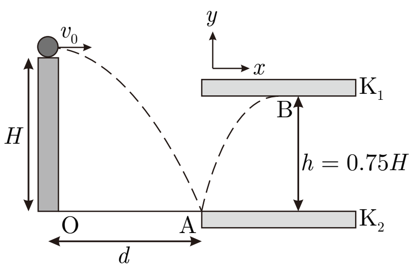
(d) Jika kecepatan awal massa m_a persis sama dengan kecepatan minimum pada soal (c), hitung waktu yang dibutuhkan (t_{naik}) agar massa m_a bisa mencapai titik B dihitung dari saat massa melewati titik A.

(e) Jika kecepatan awal massa m_a lebih kecil daripada kecepatan minimum pada soal (c), hitung kecepatan akhir m_a dan m_b (saat m_a sudah meninggalkan pasak m_b).

(f) Jika kecepatan awal massa m_a hanya sedikit lebih besar daripada kecepatan minimum pada soal (c), sehingga kecepatan massa m_a di titik B (relatif terhadap pasak) hampir nol, tetapi cukup membuat massa m_a mulai menuruni sisi BC, hitung waktu yang dibutuhkan (t_{turun}) agar massa m_a bisa mencapai titik C. Waktu dihitung dari saat massa meninggalkan titik B.

(g) Jika kecepatan massa m_a lebih besar daripada kecepatan minimum pada soal (c), hitung kecepatan akhir m_a dan m_b (saat m_a sudah meninggalkan pasak m_b)

(Olimpiade Sains Nasional, 2008)



Gambar 59: Soal no. 76

76. Dari atas sebuah tembok dengan ketinggian H ditembakkan sebuah bola kecil bermassa m (jari-jari R dapat dianggap jauh lebih kecil daripada H) dengan kecepatan awal horizontal v_0. Dua buah keping sejajar K_1 dan K_2, diletakkan pada jarak d dari bawah tembok (titik asal O), lihat gambar 59. Jarak antara kedua keping adalah $h = 0.75H$. Momen inersia bola adalah $\frac{2}{5}mR^2$.

(a) Tentukan berapa jarak d agar bola bisa persis mengenai ujung kiri keping bawah K_2 (titik A).

(b) Anggap tumbukan antara bola dan keping bawah K_2 lenting sempurna. Anggap pula ada gesekan yang sangat besar antara bola dan keping tersebut tetapi tidak terjadi slip sama sekali dalam seluruh proses tumbukan. Mula-mula bola tidak berotasi.

i. Apakah energi mekanik sistem kekal?

ii. Tentukan arah gaya gesek dalam tumbukan ini.

iii. Tuliskan persamaan impuls gaya gesek dalam arah sumbu x.

iv. Tuliskan persamaan impuls sudut terhadap pusat massa bola akibat gaya gesek.

(c) Tentukan kecepatan bola dalam arah sumbu x sesaat setelah tumbukan di titik A. Tentukan juga kecepatan sudut bola setelah tumbukan tersebut.

(d) Tumbukan kedua terjadi di titik B juga secara lenting sempurna dan tanpa slip seperti pada tumbukan pertama. Koordinat titik B adalah $(\lambda d, h)$, dengan λ adalah sebuah konstanta tanpa dimensi. Tentukan λ. Ambil koordinat titik O sebagai titik asal $(0,0)$.

(e) Tentukan arah gaya gesek pada titik B selama proses tumbukan kedua.

(f) Tentukan kecepatan bola dalam arah sumbu x dan kecepatan sudut bola setelah tumbukan kedua.

(g) Tentukan posisi (koordinat) terjadinya tumbukan ketiga (titik C). Ambil koordinat titik O sebagai titik asal $(0,0)$.

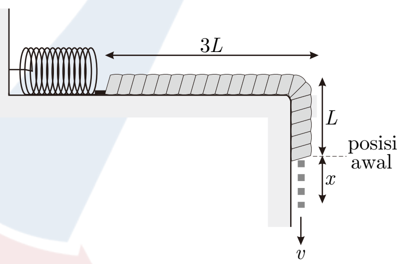
(Olimpiade Sains Nasional, 2009)

77. Seutas tali homogen (massa M, panjang $4L$) diikat pada ujung sebuah pegas (konstanta pegas $k = \frac{Mg}{2L}$) yang melekat pada dinding. Ujung bebas tali tergantung di tepi meja dengan posisi awal L. Selanjutnya tali dilepas sehingga ujung bebas tali bergeser sejauh x dari posisi awal tadi dan tali berosilasi harmonik sederhana. Asumsikan bahwa tidak ada gesekan sama sekali. Anggap pegas dan tali selalu dijaga dalam keadaan kontak dengan permukaan meja. Tentukan

(a) Kecepatan tali v saat tali telah tergeser sejauh x dari posisi awal.

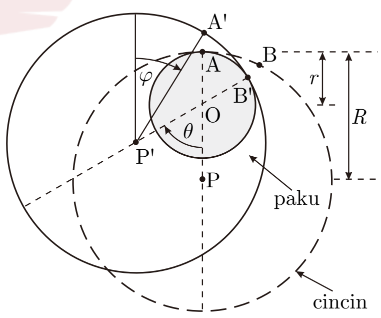
(b) Periode dan amplitudo osilasi ujung bebas tali.

(Olimpiade Sains Nasional, 2009)



Gambar 60: Soal no. 77

78. Sebuah cincin bermassa M dengan jari-jari R (ketebalan cincin jauh lebih kecil daripada R) digantung pada sebuah paku berjari-jari r (pusat paku di titik O). Momen inersia cincin terhadap pusat massanya adalah MR^2. Anggap ada gesekan yang besar antara paku dan cincin, sehingga cincin tidak bisa slip. Tinjau hanya osilasi dengan amplitudo sudut kecil.



Gambar 61: Soal no. 78

(a) Jika ukuran paku diabaikan ($r \to 0$), tentukan periode osilasi sistem.

(b) Jika ukuran paku tidak diabaikan (jari-jari paku adalah r).

i. Carilah hubungan sudut simpangan pusat massa cincin (sudut θ) dengan simpangan sudut cincin φ. Petunjuk: pada saat simpangan sudut $\theta = 0$, titik A pada cincin menyentuh paku. Saat pusat cincin menyimpang sejauh θ, titik A berpindah ke posisi A'. Cincin mengalami simpangan sudut φ yang ditunjukkan oleh posisi sudut dari titik A'. Ingat bahwa semua sudut didefinisikan relatif terhadap sebuah sumbu yang tetap, misalnya sumbu vertikal AP seperti ditunjukkan oleh gambar 61.

ii. Carilah periode osilasi cincin.

iii. Tunjukkan bahwa untuk limit jari-jari $r \to 0$, hasil ini sama dengan hasil pada (a).

(c) Sekarang paku dengan jari-jari r diganti dengan sebuah cincin lain yang berjari-jari r (dengan $r < R$) dan memiliki massa m (momen inersia cincin kecil terhadap pusat massanya adalah mr^2). Cincin kecil ini dibuat bebas berputar terhadap titik pusatnya (titik O), tetapi titik pusat tersebut selalu dijaga tetap diam. Anggap ada gaya gesekan yang besar antara kedua cincin sehingga keduanya tidak bisa slip (tergelincir).

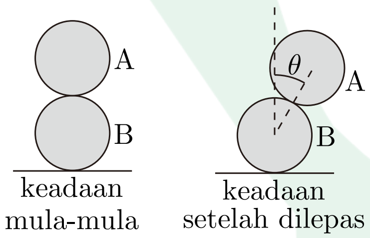
i. Carilah hubungan simpangan sudut cincin besar φ, simpangan sudut cincin kecil β dan simpangan pusat massa cincin besar θ. Petunjuk: gunakan hasil pada bagian (b). Anda hanya butuh menambahkan satu suku yang merupakan efek perputaran cincin kecil.

ii. Carilah periode osilasi cincin.

iii. Tunjukkan bahwa untuk limit massa m sangat besar, hasil ini menjadi sama dengan hasil pada (b).

(Olimpiade Sains Nasional, 2009)

79. Dinamika sistem dua silinder.
Dalam soal ini akan ditinjau gerakan silinder yang diletakkan di atas silinder untuk berbagai kasus/keadaan gerak. Massa kedua silinder sama (yaitu m) dan memiliki jari-jari yang sama (yaitu R). Mula-mula silinder A diam di atas silinder B, kemudian diberi gangguan yang sangat kecil. Dalam semua kasus, akan dianggap bahwa gesekan sangat besar sehingga silinder A menggelinding tanpa slip sampai kemudian lepas kontak. Sudut θ didefinisikan sebagai sudut yang dibentuk oleh garis yang menghubungkan pusat kedua silinder dengan garis vertikal. Anda tidak boleh menggunakan metode Lagrange untuk mengerjakan soal ini.



Gambar 62: Soal no. 79

(a) Silinder B dijaga diam. Pada kasus ini, yang bergerak hanya silinder A.

i. Tuliskan persamaan gerak silinder A (translasi dan rotasi).

ii. Tentukan hubungan laju perubahan sudut $\dot{\theta}$ dengan sudut θ.

iii. Tentukan pada sudut berapakah silinder A lepas kontak dengan silinder B.

(b) Pusat silinder B dijaga diam, tetapi silinder B dibiarkan bebas berotasi. Pada kasus ini silinder A bebas bergerak, tetapi pusat silinder B dipaksa diam.

i. Tuliskan persamaan gerak silinder A dan silinder B.

ii. Tentukan hubungan laju perubahan sudut $\dot{\theta}$ dengan sudut θ.

iii. Tentukan pada sudut berapakah silinder A lepas kontak dengan silinder B.

(c) Pusat silinder B dibiarkan bebas, tetapi silinder B dibuat tidak bisa berotasi. Pada soal ini, silinder B dibuat sedemikian rupa sehingga hanya bisa bertranslasi secara bebas tetapi tidak bisa berotasi sama sekali.

i. Tuliskan persamaan gerak silinder A dan silinder B.

ii. Buktikan bahwa

$$\dot{\theta}^2 = \frac{2g(1-\cos\theta)}{R(3-\cos^2\theta)}.$$

iii. Tentukan pada sudut berapakah silinder A lepas kontak dengan silinder B.

(d) Silinder B dibiarkan menggelinding tanpa slip pada lantai kasar. Pada kondisi ini, semua sistem dibiarkan bebas bergerak. Ada gesekan yang besar juga dengan lantai, sehingga tidak terjadi slip.

i. Tuliskan persamaan gerak silinder A dan silinder B.

ii. Buktikan bahwa

$$\dot{\theta}^2 = \frac{12g(1-\cos\theta)}{R(17+4\cos\theta-4\cos^2\theta)}$$

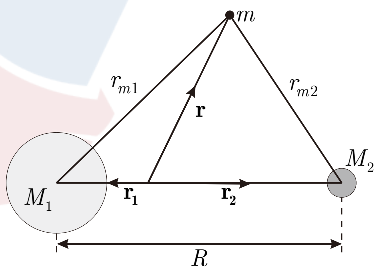
iii. Tentukan pada sudut berapakah silinder A lepas kontak dengan silinder B

PETUNJUK:

$$\frac{d}{dt}\left(\dot{\theta}^2\cos^2\theta\right) = 2\dot{\theta}\left[\ddot{\theta}\cos^2\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta\cos\theta\right]$$
$$\frac{d}{dt}\left(\dot{\theta}^2\cos\theta\right) = \dot{\theta}\left[2\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta\right]$$

(Pelatihan 5 Besar, 2009)

80. *Lagrange Points*
Dalam sistem yang ikut berputar bersama Bumi dan Matahari terdapat 5 posisi dalam sistem yang setimbang (jumlah gaya-gayanya nol). Kelima titik ini dikenal sebagai *Lagrange Points* (diambil dari nama seorang ilmuwan, Joseph Lagrange, yang pertama kali menemukan dan mempelajari sistem 3 benda ini). Analisa eksak (tanpa pendekatan) untuk sistem ini sangatlah rumit dan bersifat *chaos*. Dalam pembahasan di sini akan diambil pendekatan kalau massa 2 benda (M_1 dan M_2) dalam sistem adalah jauh lebih besar daripada massa benda ketiga (m). Jarak antara M_1 dan M_2 adalah R.



Gambar 63: Soal no. 80

(a) Persamaan dasar sistem

i. Tuliskan vektor total gaya gravitasi $\boldsymbol{F}_g$, yang bekerja pada massa m.

ii. Dengan mengambil asumsi $M_1, M_2 \gg m$, tentukan berapa kecepatan sudut revolusi sistem M_1 dan M_2 (yaitu $\boldsymbol{\Omega}$). Untuk selanjutnya, tinjau sistem yang berotasi dengan kecepatan sudut $\boldsymbol{\Omega}$.

iii. Dalam kerangka yang berputar bersama sistem terdapat gaya-gaya fiktif yang bekerja pada massa m. Tuliskan vektor gaya total pada massa m, yaitu $\boldsymbol{F}_\Omega$, dalam kerangka ini.

iv. Pilih sistem koordinat dengan ketiga massa berada pada bidang xy, dan kecepatan sudut rotasi $\boldsymbol{\Omega}$ dalam arah sumbu z positif. Pusat koordinat diambil di pusat massa sistem dengan massa M_1 dan M_2 berada pada sumbu x. Tulis posisi massa m sebagai $\boldsymbol{r} = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath}$. Tinjau kasus statis (massa m diam dalam kerangka yang berputar dengan kecepatan sudut Ω). Tunjukkan bahwa gaya total dalam arah x dan y adalah sebagai berikut:

$$\frac{F_{\Omega,x}}{m} = \Omega^2\left(x - \frac{\beta(x+\alpha R)R^3}{[(x+\alpha R)^2+y^2]^{3/2}} - \frac{\alpha(x-\beta R)R^3}{[(x-\beta R)^2+y^2]^{3/2}}\right)$$
$$\frac{F_{\Omega,y}}{m} = \Omega^2\left(y - \frac{\beta y R^3}{[(x+\alpha R)^2+y^2]^{3/2}} - \frac{\alpha y R^3}{[(x-\beta R)^2+y^2]^{3/2}}\right)$$

dengan $\alpha = \dfrac{M_2}{M_1+M_2}$ dan $\beta = \dfrac{M_1}{M_1+M_2}$.

(b) Identifikasi *Lagrange points*.
Terdapat 5 titik yang memiliki total gaya nol dalam sistem yang berotasi ini. Tiga titik terletak segaris dengan massa M_1 dan M_2 (namakan titik L_1, L_2 dan L_3) yaitu sepanjang sumbu x ($y = 0$) dan dua titik lainnya terletak pada bidang xy dengan posisi simetris di atas dan bawah sumbu x (namakan titik L_4 dan L_5) yaitu $y_4 = -y_5$.

i. Pertama tinjau kasus untuk menentukan posisi L_1, L_2 dan L_3. Tulis $x = (v-\alpha)R$, dengan v adalah jarak m dari M_1 dalam unit R. Tuliskan persamaan gaya yang harus dipenuhi untuk mengindentifikasi ketiga titik ini. Nyatakan persamaannya hanya dalam v dan α saja.

ii. Persamaan di atas memunculkan 3 kasus (masing-masing untuk titik L_1, L_2 dan L_3) yang dapat ditinjau yaitu $v < a$, $a < v < b$ dan $b < v$. Tentukan nilai batas a dan b.

Untuk selanjutnya, selain M_1, $M_2 \gg m$, akan diambil pendekatan bahwa α kecil (untuk sistem Bumi-Matahari, $\alpha = 3.0\times10^{-6}$). Abaikan suku yang kecil, pertahankan hanya orde terendah dari α. Tiga pertanyaan selanjutnya akan menuntun anda untuk menentukan ketiga titik Lagrange yang berada pada sumbu x.

iii. Untuk kasus pertama $v < a$, tulis $v = -1+\delta_1$ dengan δ_1 adalah bilangan kecil positif (tergantung dari α). Nilai v ini akan memberikan posisi titik Lagrange pertama di $x = -R(1+\xi_1)$. Tentukan ξ_1 (nyatakan hanya dalam α).

iv. Untuk kasus kedua $a < v < b$, tulis $v = 1-\delta_2$ dengan δ_2 adalah bilangan kecil positif (tergantung dari α). Nilai v ini akan memberikan posisi titik Lagrange kedua di $x = R(1-\xi_2)$. Tentukan ξ_2 (nyatakan dalam α).

v. Untuk kasus ketiga $b < v$, tulis $v = 1+\delta_3$ dengan δ_3 adalah bilangan kecil positif (tergantung dari α). Nilai v ini akan memberikan posisi titik Lagrange ketiga di $x = R(1+\xi_3)$. Tentukan ξ_3 (nyatakan dalam α).

Untuk menentukan Lagrange point ke-4 dan ke-5 memerlukan teknik yang lebih rumit. Pertama uraikan gaya dalam arah sejajar dan tegak lurus vektor $\boldsymbol{r}$.

vi. Tentukan vektor satuan yang sejajar dengan vektor $\boldsymbol{r}$, $\hat{e}_{\parallel}$. Tentukan vektor satuan yang tegak lurus dengan vektor $\boldsymbol{r}$ dan berada pada bidang xy, $\hat{e}_{\perp}$.

vii. Tentukan vektor gaya pada m dalam arah sejajar vektor $\boldsymbol{r}$, yaitu $\boldsymbol{F}_{\Omega}^{\parallel}$ dan dalam arah tegak lurus vektor $\boldsymbol{r}$, yaitu $\boldsymbol{F}_{\Omega}^{\perp}$.

viii. Tinjau gaya dalam arah tegak lurus vektor $\mathbf{r}$. Agar massa m bisa setimbang, gaya dalam arah ini harus nol: $\boldsymbol{F}_{\Omega}^{\perp} = 0$. Dengan menggunakan persamaan ini, tentukan hubungan antara jarak massa m dari M_1 (yaitu r_{m1}) dengan jarak antara massa m dari M_2 (yaitu r_{m2}).

ix. Sekarang tinjau gaya dalam arah sejajar vektor $\mathbf{r}$. Agar massa m bisa setimbang, gaya dalam arah ini harus nol: $\boldsymbol{F}_{\Omega}^{\parallel} = 0$. Dengan menggunakan persamaan ini, tentukan hubungan antara jarak massa m dari M_1 (yaitu r_{m1}) dengan jarak antara massa M_1 dan M_2 (yaitu R).

x. Tentukan posisi dari titik Lagrange ke-4 (x_4, y_4) dan ke-5 (x_5, y_5).

(c) Stabilitas *Lagrange points*.
Untuk menguji kestabilan titik-titik Lagrange, harus diberikan gangguan kecil pada massa m di sekitar titik kesetimbangannya. Karena gaya pada sistem bergantung dari posisi (x, y) dan kecepatan (v_x, v_y) dari massa m, maka gaya pemulih yang muncul harus memperhitungkan kontribusi dari keempat komponen tersebut. Tulis gaya total sebagai berikut:

$$F_x(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y, v_{x,0} + \delta v_x, v_{y,0} + \delta v_y) = \frac{\partial F_x}{\partial x}\delta x + \frac{\partial F_x}{\partial y}\delta y + \frac{\partial F_x}{\partial v_x}\delta v_x + \frac{\partial F_x}{\partial v_y}\delta v_y$$

$$F_y(x_0 + \delta x, y_0 + \delta y, v_{x,0} + \delta v_x, v_{y,0} + \delta v_y) = \frac{\partial F_y}{\partial x}\delta x + \frac{\partial F_y}{\partial y}\delta y + \frac{\partial F_y}{\partial v_x}\delta v_x + \frac{\partial F_y}{\partial v_y}\delta v_y$$

Gaya ini sudah memasukkan kontribusi dari gerak (kecepatan) massa m. Semua turunan parsial dievaluasi pada $(x_0, y_0, v_{x,0}, v_{y,0})$.

i. Tuliskan bentuk umum dari $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial x}$, $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial y}$, $\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial x}$, dan $\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial y}$. Tunjukkan bahwa $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$.

ii. Hitung $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial v_x}$, $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial v_y}$, $\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial v_x}$, dan $\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial v_y}$. Keempat koefisien ini tidak berubah untuk kelima titik Lagrange.

Kedelapan koefisien ini akan menjadi sejenis konstanta pemulih (analog dengan konstanta pegas). Untuk selanjutnya, anda akan memeriksa kestabilan kelima titik Lagrange. Lakukan ini dengan mengabaikan suku yang kecil dan hanya mempertahankan suku terendah saja dari α.

iii. Tinjau titik Lagrange pertama.

A. Buktikan bahwa $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial x} = c_1\Omega^2$. Tentukan nilai c_1.
B. Buktikan bahwa $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0$.
C. Buktikan bahwa $\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial y} = c_2\alpha\Omega^2$. Tentukan nilai c_2.
D. Dengan melakukan substitusi $x = Ae^{\lambda t}$ dan $y = Be^{\lambda t}$, dengan A dan B tidak nol, tentukan nilai λ sebagai fungsi α dan Ω.
E. Terdapat 4 solusi λ. Jika salah satu dari keempat solusi ini berharga real, maka sistem tidak stabil. Tentukan apakah titik Lagrange pertama ini stabil.
F. Untuk sistem Bumi-Matahari, nilai $\alpha = 3.0 \times 10^{-6}$ dan $\Omega = 2\pi$ per tahun. Jika titik ini stabil, tentukan periodenya (nyatakan dalam tahun). Jika titik ini tidak stabil, hitung $\frac{1}{\lambda}$ (nyatakan dalam tahun)

iv. Tinjau titik Lagrange kedua.

A. Buktikan bahwa $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial x} = c_3\Omega^2$. Tentukan nilai c_3.
B. Buktikan bahwa $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0$.
C. Buktikan bahwa $\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial y} = c_4\Omega^2$. Tentukan nilai c_4.
D. Dengan melakukan substitusi $x = Ae^{\lambda t}$ dan $y = Be^{\lambda t}$, dengan A dan B tidak nol, tentukan nilai λ sebagai fungsi α dan Ω.
E. Terdapat 4 solusi λ. Jika salah satu dari keempat solusi ini berharga real, maka sistem tidak stabil. Tentukan apakah titik Lagrange kedua ini stabil.
F. Untuk sistem Bumi-Matahari, jika titik ini stabil, tentukan periodenya (nyatakan dalam hari). Jika titik ini tidak stabil, hitung $\frac{1}{\lambda}$ (nyatakan dalam hari)

Titik Lagrange ketiga mempunyai perilaku yang mirip dengan titik Lagrange kedua sehingga tidak perlu ditinjau.

v. Tinjau titik Lagrange keempat

A. Buktikan bahwa $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial x} = c_5\Omega^2$. Tentukan nilai c_5.
B. Buktikan bahwa $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = (c_6 + c_7\alpha)\Omega^2$. Tentukan nilai c_6 dan c_7
C. Buktikan bahwa $\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial y} = c_8\Omega^2$. Tentukan nilai c_8.
D. Dengan melakukan substitusi $x = Ae^{\lambda t}$ dan $y = Be^{\lambda t}$, dengan A dan B tidak nol, tentukan nilai λ sebagai fungsi α dan Ω.
E. Tulis $M_1/M_2 = \zeta$. Tentukan nilai batas dari ζ agar titik Lagrange keempat bisa stabil.
F. Untuk sistem Bumi–Matahari, tentukan periode osilasi massa m jika diberikan ganguan kecil.

Titik Lagrange kelima mempunyai perilaku yang sama dengan titik Lagrange keempat sehingga tidak perlu ditinjau di sini.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

Jawaban Mekanika

1. $t = \dfrac{t_1 t_2}{2t_2 - t_1} = 120\,\text{detik}$
2. $\cos\theta = \dfrac{gT^2}{4\pi^2 l}$
3. $a_1 = \dfrac{m_2 g}{2m_1 \tan\frac{\theta}{2} + m_2 \cot\frac{\theta}{2}}$

   $a_2 = \dfrac{m_2 g}{2m_1 \tan^2(\frac{\theta}{2}) + m_2}$
4. m akan menyentuh katrol duluan.
5. $H = v\left[T + \dfrac{v}{g}\right] - \dfrac{v^2}{g}\left[1 + \dfrac{2gT}{v}\right]^{\frac{1}{2}}$
6. $l = \dfrac{2\sqrt{2}v^2\cos\alpha}{g}(\sin\alpha + \cos\alpha) = 31.68\,\text{m}$
7. (a) $T \approx 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}\left[1 + \dfrac{1}{16}\theta_0^2\right]$

   (b) $\dfrac{T_2}{T_1} = 1.0014$
8. (a) $N = \dfrac{mg}{2}\tan\theta$

   (b) $N = \mu mg$

   $\tan\theta = 2\mu$
9. $v' = \sqrt{2}v$
10. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{3(R-r)}{2g}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{6R}{5g}}$
11. $T = \dfrac{\sqrt{15}}{20}mg$
12. $v = \sqrt{\dfrac{mgh\sin\theta}{\frac{7}{10}\frac{(M+m)^2}{m\cos^2\theta} - \frac{1}{2}(M+m)}} = \sqrt{\dfrac{gh}{110}}$
13. $L' = L + \dfrac{mg}{k} + \dfrac{mg}{k}\sqrt{1 + \dfrac{2kL}{mg}}$
14. (a) $h_t = h + \dfrac{(v_{be} + v_e)^2}{2g}$

    (b) $h_e = \dfrac{v_{be}^2}{2(g+a)}$

    (c) $t = \dfrac{2v_{be}}{g + a_e}$
15. (a) $h = \dfrac{m^2(v_0 - v')^2}{2M^2 g} = 7.2\,\text{cm}$

    (b) $\Delta E = 4196.4\,\text{Joule}$
16. (a) $F = 2m_2 g$

    (b) $a = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1}g$
17. (a) $\omega = \sqrt{\dfrac{3g}{l}}$

    (b) $v' = \dfrac{m}{m+3M}\sqrt{3gl}$

    (c) $\Delta E = \dfrac{3mMgl}{2(m+3M)}$
18. $W_k = m(g + a + a_k)\dfrac{La_k}{a + a_k}$

    $W_h = m(g + a + a_k)\dfrac{La}{a + a_k}$
19. (a) $T = \dfrac{L^2 + r^2}{2L^2}mg$

    $f = \dfrac{L^2 + r^2}{2L^2}mg$

    $N = \dfrac{r}{l}mg$

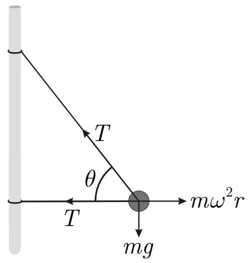
    (b) $\mu = \dfrac{L^2 + r^2}{2Lr}$
20. (a) $x_{cm} = \dfrac{R}{14}$

    (b) $F = \dfrac{GMm}{d^2}\dfrac{7d^2 - 8dR + 2R^2}{8d^2 - 8dR + 2R^2}$
21. (a) $V_m = A\sqrt{\dfrac{Mk}{m(m+M)}}$

    $V_M = A\sqrt{\dfrac{mk}{M(m+M)}}$

    (b) $S = A\sqrt{\dfrac{2h}{g}}\sqrt{\dfrac{(m+M)k}{mM}}$

22. (a)



(b) $T = 1.25mg$

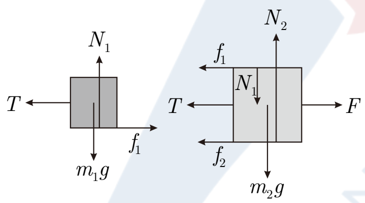
(c) $\omega = \sqrt{\dfrac{10g}{3l}}$

23. (a) $p = c\sqrt{\dfrac{w^3}{\rho l^2}}$

(b) $p' = 2\sqrt{2}p_0$

24. $y_2 = 9a, y_3 = 4a, y_4 = a$

25. (a)



(b)

massa m_1	massa m_2
$N_1 - m_1g = 0$	$N_2 - N_1 - m_2g = 0$
$T - f_1 = m_1a$	$F - T - f_1 - f_2 = m_2a$
$f_1 = \mu N_1$	$f_2 = \mu N_2$

(c) $F = \mu g(3m_1 + m_2)$

26. (a) $t_1 = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 0.5$ detik

(b) $t_2 = 2e\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 0.8$ detik

(c) $v_0 = \dfrac{s}{t_1 + t_2} - v = 2\,\mathrm{m/s}$

27. (a) $v_0 = \sqrt{v_i^2 - 2\mu g s_0} = 3\,\mathrm{m/s}$

(b) $v_1 = 5\,\mathrm{m/s}$, $v_2 = 2\,\mathrm{m/s}$

(c) $\mu_1 = \mu_2\left(\dfrac{v_1}{v_2}\right)^2 = 0.625$

(d) $s = \dfrac{v_2^2}{2\mu_2 g} = 2m$

28. (a) $h_2 = h_1$

(b) $T = \pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} + \pi\sqrt{\dfrac{l}{2g}}$

29. (a) $a = \dfrac{T_1 - T_2}{T_4 - T_3}g$

(b) $s = \dfrac{1}{2}\dfrac{T_1 - T_2}{T_4 - T_3}gt^2$

30. (a) $\dfrac{1-\mu}{1+\mu}2mg < F < \dfrac{1+\mu}{1-\mu}2mg$

(b) $f = \left|mg - \dfrac{F}{2}\right|\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

31. $v = \sqrt{\dfrac{2gl}{3}}$

32. (a) $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{R\cos\theta}}$

(b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\omega^2R^2}{\omega^4R^2 - g^2}}$

33. $T = \dfrac{2}{3}m(g + a)$

34. (a) $t = \dfrac{2p}{F}\sin\frac{\theta}{2}$

(b) $t = \dfrac{p\theta}{F}$

35. $H' = \dfrac{21}{25}H = 0.84\,\mathrm{m}$

36. $\Delta E_k = \dfrac{3}{16}\dfrac{p^2}{m}$

37. (a) $h = \dfrac{wv_0^2}{2g(w+f)}$

(b) $v = v_0\sqrt{\dfrac{w-f}{w+f}}$

38. $F = \dfrac{mg}{\mu_s}\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)$

39. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{3k}}$

40. (a) $v = \dfrac{Nm}{M + Nm}v_r$

(b) $v = \sum_{n=1}^{N}\dfrac{m}{M + nm}v_r$

(c) Kecepatan kasus (b) lebih tinggi.

41. $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{8g}{R}}$

42. (a) $L = L_0 + \dfrac{3}{4}\dfrac{mg}{k}$

(b) $a_b = 0, a_a = 2g$

(c) $L = L_0 + \dfrac{mg}{2k}$

43. $W = \dfrac{\lambda(\lambda - \mu_1)mgL}{\lambda - \mu_1 - \dfrac{\mu_1}{\beta} + \dfrac{\mu_2}{\beta} + \mu_2} = 5.712mgL$

44. $\theta = 2\arctan\mu$

45. (a) $a_M = \dfrac{\eta(1-\lambda)^2 - (1-\lambda)\sin\theta}{1.5 + \eta(1-\lambda)^2}g$

(b) $a_M = \dfrac{\eta(2\lambda^2+1) - \sin\theta}{\eta(2\lambda^2+1) + 1}g$

(c) $a_{M,a} = 0.125g$, $a_{M,b} = 0.625g$

46. $I = m\sqrt{\dfrac{2gl}{\cos\theta}}$

47. (a) $t = \pi\sqrt{\dfrac{2m}{3k}}$

(b) $x = \dfrac{1}{3}\pi v\sqrt{\dfrac{2m}{3k}}$

(c) $v_m = -\dfrac{1}{3}v\,,\, v_{2m} = \dfrac{2}{3}v$

48. $v = \sqrt{\dfrac{2Mgh[\sec\theta_0 - \sec\theta]}{m + M\sin^2\theta}}$

$v(\theta = 0) = \sqrt{\dfrac{2Mgh[\sec\theta_0 - 1]}{m}}$

49. $H = R\left[1 + \cos\alpha + \dfrac{1}{2\cos\alpha}\right]$

50. $T = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}\left[\dfrac{1+e}{1-e}\right]$

$L = v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}}\left[\dfrac{1+e}{1-e}\right]$

51. $l_2 = l_1 + \sqrt{l_1^2 - l_0^2}$

52. $p = \dfrac{2mg^2r^2t\sin^2\theta}{R^2}$

53. $a_{m,x} = \dfrac{2mg}{5m+M},\, a_{m,y} = \dfrac{4mg}{5m+M}$

54. $\mu = \dfrac{5m\sin\theta\cos\theta}{7M + 5m\cos^2\theta + 2m}$

55. $v_{m,x} = 0.04v$

$v_{m,y} = 0.72v$

$v_{M,x} = 0.32v$

$v_{M,y} = -0.24v$

56. $a_1 = \dfrac{m_1 - 2m_2\sin\theta}{m_1 + 4m_2}g$

57. (a) $t_1 = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

(b) $t_2 = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}} + \dfrac{3\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

(c) $L' = L - \dfrac{A}{\sqrt{2}}$

(d) $s = \dfrac{A\sqrt{2}}{8}(3\pi + 2)$

58. (a) $v_m = \dfrac{2m+5M}{2m+7M}v_0$

$v_M = \dfrac{2m}{2m+7M}v_0$

$\omega = \dfrac{5M}{2m+7M}\dfrac{v_0}{R}$

(b) $s = \dfrac{2M(m+6M)}{(2m+7M)^2\mu g}v_0^2$

59. (a) $a_M = \dfrac{mg\sin\alpha}{M + 2m(1-\cos\alpha)}$

(b) $T = \dfrac{M + m(1-\cos\alpha)}{M + 2m(1-\cos\alpha)}mg\sin\alpha$

Energi kekal

(c) $x_0 = \dfrac{2mg\sin\alpha}{k}$

(d) $x' = \dfrac{mg\sin\alpha}{k}$

(e) $T_t = 2\pi\sqrt{\dfrac{M + 2m(1-\cos\alpha)}{k}}$

60. $\dfrac{d_{12}}{d_{23}} = \dfrac{1}{2}$

61. (a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{7M+2m}{7k}}$

(b) $x_M = \dfrac{(2m+7M)\mu g}{2k}$

(c) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{28M + 21m_0 + 8m}{28k}}$

62. (a) $v_x = \dfrac{v_0}{10} - \dfrac{4}{5}R\omega_0$

$v_y = \dfrac{1}{2}\sqrt{3}v_0$

$\omega = -\left[\dfrac{\omega_0}{5} + \dfrac{3v_0}{5R}\right]$

(b) $v_x = \dfrac{3v_0}{10} - \dfrac{2}{5}R_0\omega$

$v_y = \dfrac{1}{2}\sqrt{3}v_0$

$\omega = \dfrac{2\omega_0}{5} - \dfrac{3v_0}{10R}$

63. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{\sqrt{g^2 + a^2 - 2ag\sin\theta}}}$

64. Energi hilang menjadi energi kinetik bumi

Kerangka dengan kecepatan $-\frac{1}{2}v_0$.

$E_{ki} = \dfrac{1}{2}(m+M)\left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2; \quad M = \text{massa Bumi}$

$E_{kf} = \left(\dfrac{mM}{M+m} + \dfrac{1}{4}(M+m)\right)\dfrac{v_0^2}{2}$

$\Delta E = \dfrac{v_0^2}{2}\left(\dfrac{mM}{M+m}\right)$

Kerangka diam

$E_{ki} = 0$

$E_{Kf} = \dfrac{v_0^2}{2}\left(\dfrac{mM}{M+m}\right)$

$\Delta E = \dfrac{v_0^2}{2}\left(\dfrac{mM}{M+m}\right)$

65. $a = g\cot\theta$

66. (a) Tidak mungkin

(b) $a = \dfrac{5}{2}g$

(c) $v_A = \sqrt{5gR}$

67. (a) $V_M = \dfrac{m}{3M+m}R\omega_0$

(b) $\omega = \omega_0\dfrac{m+M}{m+3M}$

(c) $\Delta E = \dfrac{1}{2}\dfrac{MmR^2\omega_0^2}{m+3M}$

68.(a) $a_{cm} = \dfrac{kA}{3(m+M)}$

(b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{3mM}{k(2m+3M)}}$

(c) $A = \dfrac{3\mu Mg}{k}$

69.(a) i. $v_{Bx} = \dfrac{v_1 - v_2}{2}\sqrt{3}$

$v_{By} = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$

ii. $v_{AB,x} = \dfrac{v_1 - v_2}{4}\sqrt{3}$

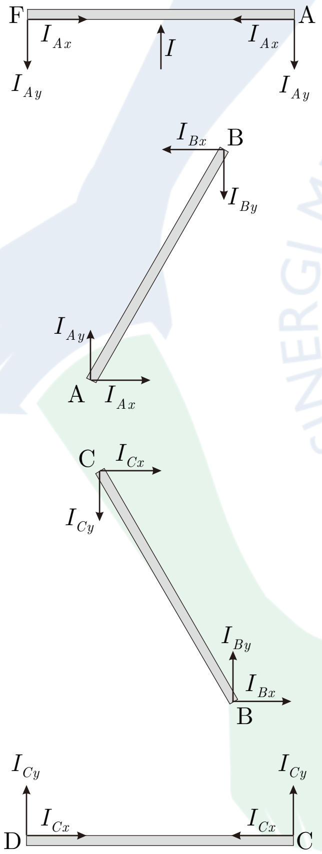
$v_{AB,y} = \dfrac{3v_1 + v_2}{4}$

$v_{BC,x} = \dfrac{v_1 - v_2}{4}\sqrt{3}$

$v_{BC,y} = \dfrac{v_1 + 3v_2}{4}$

iii. $\omega = \dfrac{v_1 - v_2}{l}$

(b)



(c) $I - 2I_{Ay} = mv_1$

(d) $I_{Ay} - I_{By} = m\dfrac{3v_1 + v_2}{4}$

$I_{Ax} - I_{Bx} = m\dfrac{v_1 - v_2}{4}\sqrt{3}$

$(I_{Ay} + I_{By})\frac{l}{4} - (I_{Ax} + I_{Bx})\frac{l}{4}\sqrt{3} = \frac{ml^2(v_1 - v_2)}{12l}$

(e) $I_{By} - I_{Cy} = m\dfrac{v_1 + 3v_2}{4}$

$I_{Cx} + I_{Bx} = m\dfrac{v_1 - v_2}{4}\sqrt{3}$

$(I_{By} + I_{Cy})\frac{l}{4} + (I_{Bx} - I_{Cx})\frac{l}{4}\sqrt{3} = \frac{ml^2(v_1 - v_2)}{12l}$

(f) $2I_{Cy} = mv_2$

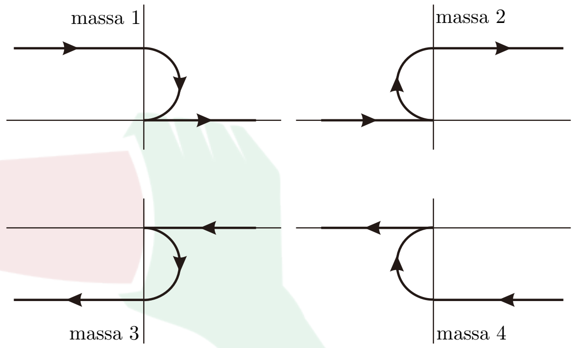
(g) i. $I = \dfrac{33}{10}mv_1$

ii. $\omega = \dfrac{9v_1}{10l}$

iii. $v_2 = \dfrac{v_1}{10}$

70. $v_1 = \sqrt{\dfrac{2Mgd\sin\beta}{m}}$

71.(b)



72.(a) $\Delta L = \dfrac{mg\sin\theta}{2k}$

(b) $\mu_{min} = \dfrac{\tan\theta}{2}$

(c) i. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{3m}{8k}}$

ii. $A_1 = \dfrac{mg\sin\theta}{4k}$

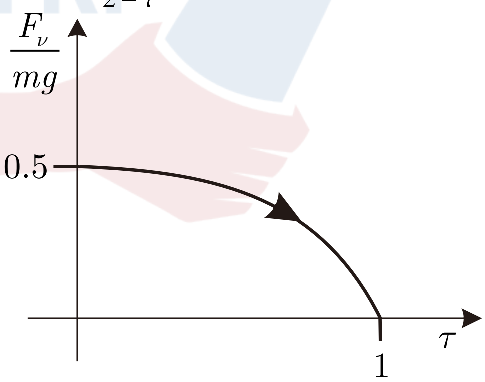
iii. $A_2 = \dfrac{mg\sin\theta}{2k}$

iv. $t = \dfrac{4\pi}{3}\sqrt{\dfrac{3m}{8k}} + 3\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

73.(a) $a_M = \dfrac{F_h}{\frac{3}{8}m + M}$

(b) $T = \sqrt{\dfrac{2L}{F_h}\left(\dfrac{3}{8}m + M\right)}$

(c) $F_v = Mg\dfrac{1-\tau^2}{2-\tau^2}$



(d) i. $W = F_h L$

ii. $E_{kb} = \dfrac{M}{\frac{3}{8}m + M}F_h L$

iii. $E_{k5} = \dfrac{\frac{3}{8}m}{\frac{3}{8}m + M}F_h L$

iv. $W = E_{ks} + E_{kb}$

74. (a) $v = \sqrt{2gh\dfrac{M-m}{M+m}}$

(b) $V_m = \dfrac{m+M-m_0}{m+M+m_0}\sqrt{2gh\dfrac{M-m}{M+m}}$

$V_{m0} = \dfrac{2(m+M)}{m+M+m_0}\sqrt{2gh\dfrac{M-m}{M+m}}$

(c) $t = \dfrac{2(m+M)}{(m+M+m_0)g}\sqrt{2gh\dfrac{M-m}{M+m}}$

(d) $M = m + m_0$

75. (a) $v_1 = v_0\sqrt{\dfrac{m_b}{m_a\sin^2\alpha + m_b}}$

(b) $a_1 = -g\sin\alpha\dfrac{m_a+m_b}{m_a\sin^2\alpha+m_b}$

$a_2 = g\sin\alpha\cos\alpha\dfrac{m_a}{m_a\sin^2\alpha+m_b}$

(c) $v_0 = \sqrt{\dfrac{2(m_a+m_b)gl\sin\alpha}{m_b}}$

(d) $t_{naik} = \sqrt{\dfrac{m_a\sin^2\alpha+m_b}{m_a+m_b}\dfrac{2l}{g\sin\alpha}}$

(e) $v_a = \dfrac{m_a-m_b}{m_a+m_b}v_0$

$v_b = \dfrac{2m_a}{m_a+m_b}v_0$

(f) $t_{turun} = \sqrt{\dfrac{m_a\sin^2\alpha+m_b}{m_a+m_b}\dfrac{2l}{g\sin\alpha}}$

(g) $v_a = v_0$

$v_b = 0$

76. (a) $d = v_0\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$

(b) i. Energi kekal

ii. Ke arah sumbu x negatif

iii. $I_A = m(v_0 - mv'_{Ax})$

$I_A R = \dfrac{2}{5}mR^2\omega'_A$

(c) $v'_{Ax} = \dfrac{3}{7}v_0$

$\omega'_A = \dfrac{10}{7}\dfrac{v_0}{R}$ searah jarum jam

(d) $\lambda = \dfrac{17}{14}$

(e) Ke arah sumbu x negatif

(f) $v'_{Bx} = -\dfrac{31}{49}v_0$

$\omega'_B = \dfrac{60}{49}\dfrac{v_0}{R}$ berlawanan arah jarum jam

$x = \dfrac{44}{49}d$

77. (a) $v = \sqrt{\dfrac{gx}{4L}(2L-x)}$

(b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{4L}{g}}$

$A = L$

78. (a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$

(b) i. $\varphi = \theta\left(1-\dfrac{r}{R}\right)$

ii. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2(R-r)}{g}}$

iii. $T(r=0) = 2\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$

(c) i. $\varphi = \theta\left(1-\dfrac{r}{R}\right) + \beta\dfrac{r}{R}$

ii. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R-r}{g}\dfrac{2m+M}{m+M}}$

iii. $T(m\to\infty) = 2\pi\sqrt{\dfrac{2(R-r)}{g}}$

79. (a) i. $mg\sin\theta - f = m(2R)\ddot{\theta}$

$fR = \dfrac{1}{2}mR^2\ddot{\theta}_A$

$\theta_A = 2\theta$

$mg\cos\theta - N = m(2R)\dot{\theta}^2$

ii. $\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{2g}{3R}(1-\cos\theta)}$

iii. $\cos\theta = \dfrac{4}{7}$

(b) i. Silinder A :

$mg\sin\theta - f = m(2R)\ddot{\theta}$

$fR = \dfrac{1}{2}mR^2\ddot{\theta}_A$

$mg\cos\theta - N = m(2R)\dot{\theta}^2$

Silinder B :

$-fR = \dfrac{1}{2}mR^2\ddot{\theta}_B$

$\theta_A = 2\theta + \theta_B$

ii. $\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{4g}{5R}(1-\cos\theta)}$

iii. $\cos\theta = \dfrac{8}{13}$

(c) i. $\theta_A = 2\theta$

$x_A = x_B + 2R\sin\theta$

$y_A = 2R\cos\theta$

Silinder A:

$-mg + N\cos\theta + f\sin\theta = m\ddot{y}_A$

$N\sin\theta - f\cos\theta = m\ddot{x}_A$

$fR = \dfrac{1}{2}mR^2\ddot{\theta}_A$

Silinder B :

$-N\sin\theta + f\cos\theta = m\ddot{x}_B$

iii. $\cos\theta = 3 - \sqrt{6}$

(d) i. $\theta_A = \theta_B + 2\theta$

$x_A = x_B + 2R\sin\theta$

$y_A = 2R\cos\theta$

$x_B = -R\theta_B$

Silinder A

$-mg + N\cos\theta + f_A \sin\theta = m\ddot{y}_A$

$N\sin\theta - f_A\cos\theta = m\ddot{x}_A$

$f_A R = \frac{1}{2}mR^2\ddot{\theta}_A$

Silinder B :

$-N\sin\theta + f_A\cos\theta + f_B = m\ddot{x}_B$

$f_B R - f_A R = \frac{1}{2}mR^2\ddot{\theta}_B$

iii. $\cos\theta = \frac{1}{2}$

80. (a) i. $\mathbf{F}_g = -\frac{GM_1 m}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1) - \frac{GM_2 m}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2|^3}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_2)$

ii. $\Omega = \left[\frac{G(M_1+M_2)}{R^3}\right]^{\frac{1}{2}}$

iii. $\mathbf{F}_\Omega = \mathbf{F}_g - 2m\left(\mathbf{\Omega}\times\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right) - m\mathbf{\Omega}\times(\mathbf{\Omega}\times\mathbf{r})$

(b) i. $0 = v - \alpha - \frac{(1-\alpha)v}{|v|^3} - \frac{(v-1)\alpha}{|v-1|^3}$

ii. $a = 0$

$b = 1$

iii. $\xi_1 = \frac{5}{12}\alpha$

iv. $\xi_2 = \left(\frac{\alpha}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$

v. $\xi_3 = \left(\frac{\alpha}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$

vi. $\hat{\mathrm{e}}_{\|} = \frac{x\hat{i}+y\hat{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\hat{\mathrm{e}}_{\perp} = \frac{y\hat{i}-x\hat{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

vii.

$$F_\Omega^{\|} = m\Omega^2\left[r - \frac{\beta r^2R^3+\alpha\beta xR^4}{r\left[(x+\alpha R)^2+y^2\right]^{3/2}} - \frac{\alpha r^2R^3-\alpha\beta xR^4}{r\left[(x-\beta R)^2+y^2\right]^{3/2}}\right]$$

$$F_\Omega^{\perp} = \frac{m\Omega^2\alpha\beta R^4 y}{r}\left[\frac{1}{\left[(x-\beta R)^2+y^2\right]^{3/2}} - \frac{1}{\left[(x+\alpha R)^2+y^2\right]^{3/2}}\right]$$

viii. $r_{m_1} = r_{m_2}$

ix. $r_{m_1} = R$

x. $L_4 = \left\{\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)R, \frac{1}{2}\sqrt{3}R\right\}$

$L_5 = \left\{\left(\frac{1}{2}-\alpha\right)R, -\frac{1}{2}\sqrt{3}R\right\}$

(c) i.

$$\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial x} = \Omega^2\left[1 + \frac{\beta R^3[2(x+\alpha R)^2-y^2]}{[(x+\alpha R)^2+y^2]^{5/2}} + \frac{\alpha R^3[2(x-\beta R)^2-y^2]}{[(x-\beta R)^2+y^2]^{5/2}}\right]$$

$$\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial x} = \Omega^2\left[\frac{3\beta yR^3(x+\alpha R)}{[(x+\alpha R)^2+y^2]^{5/2}} + \frac{3\alpha yR^3(x-\beta R)}{[(x-\beta R)^2+y^2]^{5/2}}\right]$$

$$\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial y} = \Omega^2\left[1 + \frac{\beta R^3[-(x+\alpha R)^2+2y^2]}{[(x+\alpha R)^2+y^2]^{5/2}} + \frac{\alpha R^3[-(x-\beta R)^2+2y^2]}{[(x-\beta R)^2+y^2]^{5/2}}\right]$$

ii. $\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial v_x} = 0$

$\frac{1}{m}\frac{\partial F_x}{\partial v_y} = 2\Omega$

$\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial v_x} = -2\Omega$

$\frac{1}{m}\frac{\partial F_y}{\partial v_y} = 0$

iii. A. $c_1 = 3$

C. $c_2 = -\frac{7}{8}$

D. $\lambda_{1,2}^2 = -\Omega^2$

$\lambda_{3,4}^2 = \frac{21}{8}\alpha\Omega^2$

E. Tidak stabil

F. $\frac{1}{\lambda} = 56.7$ tahun

iv. A. $c_3 = 9$

C. $c_4 = -3$

D. $\lambda^2 = (1 \pm 2\sqrt{7})\Omega^2$

E. Tidak stabil

F. $\frac{1}{\lambda} = 23.16$ hari

v. A. $c_5 = \frac{3}{4}$

B. $c_6 = \frac{3}{4}\sqrt{3}$

$c_7 = -\frac{3}{2}\sqrt{3}$

C. $c_8 = \frac{9}{4}$

D. $\lambda^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1-27(\alpha-\alpha^2)}}{2}\Omega^2$

E. $\zeta > \frac{25+\sqrt{621}}{2}$

$\zeta > 24.96$

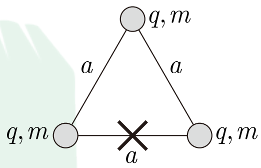
F. $T_1 = \frac{2\pi}{\Omega} = 1.0$ tahun

$T_2 = \frac{2\pi}{\Omega}\sqrt{\frac{4}{27\alpha}} = 222.2$ tahun

Listrik Magnet

1. Tiga buah massa identik m memiliki muatan yang sama q. Ketiga massa dihubungkan dengan tali isolator yang memiliki panjang yang sama, sehingga ketiganya membentuk segitiga sama sisi dengan sisi a, seperti yang diperlihatkan pada gambar 64. Jika tali bagian bawah dipotong, tentukan kecepatan maksimum dari massa yang atas.

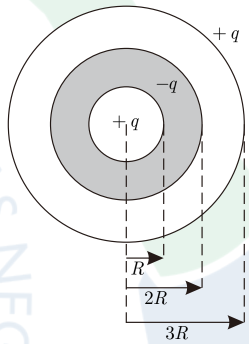
   (Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 64: Soal no. 1

2. Suatu kulit bola tipis berjari-jari $3R$ memiliki muatan sebesar $+q$ yang tersebar merata. Terdapat distribusi muatan seragam $-q$ yang konsentris dengan kulit bola ini pada daerah $R < r < 2R$ seperti yang diperlihatkan pada gambar 65. Pada pusat bola terdapat muatan titik $+q$. Tentukan potensial pada setiap daerah.

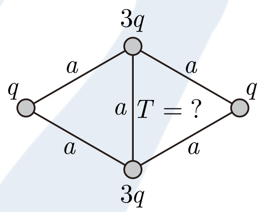
   (Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 65: Soal no. 2

3. Empat buah muatan diam pada pojok 2 segitiga sama sisi. Panjang sisi adalah a. Muatan-muatan ini dihubungkan dengan tali isolator seperti ditunjukkan pada gambar 66. Berapakah tegangan tali tengah?

   (Pelatihan 30 Besar, 2010)



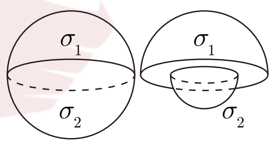
Gambar 66: Soal no. 3

4. Sebuah kulit bola isolator tipis berjari-jari R dibelah di bagian tengahnya menjadi dua bagian yang persis sama besar. Bagian atas diberi muatan per satuan luas yang seragam sebesar σ_1. Bagian bawah diberi muatan per satuan luas yang seragam sebesar σ_2, seperti yang diperlihat oleh gambar 67.

   (a) Tentukan berapakah gaya yang dibutuhkan untuk mempertahankan agar kedua bola tidak terpisah.

   (b) Jika setengah bola pertama memiliki jari-jari sebesar R_1, dan setengah bola kedua berjari-jari R_2, dengan $R_2 < R_1$, tentukan gaya antara kedua setengah bola.

   (Pelatihan 30 Besar, 2010)



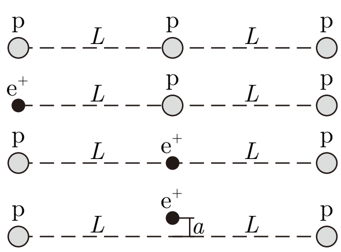
Gambar 67: Soal no. 4

5. Perhatikan konfigurasi dari sistem-sistem di samping. Proton bermassa m_p dilambangkan dengan p dan positron bermassa m_e dilambangkan dengan e^+. Muatan yang berdekatan terpisah pada jarak L. Berapakah kecepatan akhir dari setiap partikel setelah waktu yang sangat lama untuk keempat kasus berikut. Setiap kasus dapat dilihat dalam gambar 68

   (a) Jika ketiga muatan adalah proton semua.

   (b) Muatan paling kiri adalah positron, dua lainnya adalah proton.

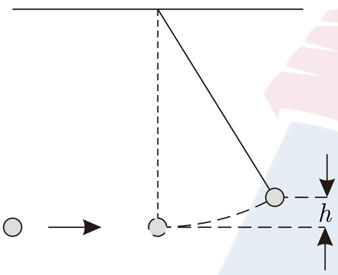
   (c) Positron berada persis di tengah dengan dua proton mengapitnya.



Gambar 68: Soal no. 5

(d) Positron berada di tengah dengan 2 proton mengapitnya. Positron berada sedikit di atas garis penghubung kedua proton. ($a = 0.02L$)
(Pelatihan 30 Besar, 2010)

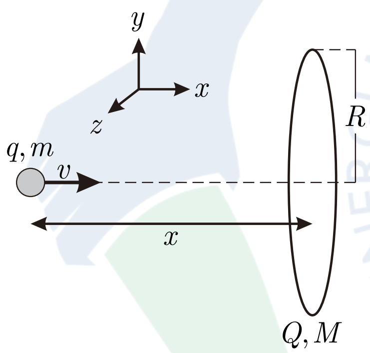
6. Sebuah muatan q_1 bermassa m digantung dengan seutas tali isolator. Muatan kedua didekatkan ke muatan pertama dari jarak yang jauh sekali secara sangat perlahan, seperti yang ditunjukkan pada gambar 69. Berapakah usaha yang diperlukan untuk memindahkan muatan kedua ke posisi muatan pertama sehingga muatan pertama berada pada kesetimbangan di ketinggian h?
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 69: Soal no. 6

7. Suatu sistem dibentuk dari empat muatan sejenis q, yang masing-masing memiliki massa m. Keempat muatan dihubungkan dengan tali isolator sedemikian sehingga membentuk tetrahedral dengan sisi a. Potong salah satu talinya. Tentukan kecepatan maksimum dari muatan pada sistem.
(Pelatihan 30 Besar, 2009)

8. Sebuah partikel bermuatan q dan bermassa m bergerak ke kanan sepanjang sumbu x (dari posisi $-\infty$) mendekati sebuah cincin bermuatan Q, bermassa M dan berjari-jari R yang terletak pada bidang yz, seperti diperlihat pada gambar 70. Mula-mula cincin M diam dan pusatnya terletak persis di pusat koordinat. Kecepatan mula-mula partikel adalah v_0. Anggap q dan Q bermuatan positif. Anggap tidak ada gesakan, dan abaikan efek gravitasi.



Gambar 70: Soal no. 8

(a) Jika $M/m \gg 1$ ($M \to \infty$), berapakah nilai kecepatan mula mula v_{min}, agar partikel bisa melewati cincin.

(b) Dengan asumsi yang sama ($M \to \infty$), dan kecepatan mula-mula adalah v_0, berapakah kecepatan akhir partikel jika partikel berhasil melewati cincin?

(c) Untuk selanjutnya, anggap M tidak jauh lebih besar daripada m. Berapakah kecepatan minimum partikel v_{min} agar bisa melewati cincin?

(d) Jika kecepatan partikel v_0 lebih besar daripada kecepatan minimum ini, berapa kecepatan partikel v_c ketika partikel berada di pusat cincin?

(e) Jika partikel berhasil melewati cincin, berapa kecepatan akhir partikel m, $v_{m,fin}$ dan cincin M, $v_{M,fin}$?

(f) Sekarang anggap jika kecepatan partikel lebih kecil daripada kecepatan minimum. Berapakah jarak terdekat partikel m dan cincin M?

(g) Berapakah kecepatan akhir m, $v'_{m,fin}$ dan cincin M, $v'_{M,fin}$ jika partikel tidak berhasil melewati cincin?
(Pelatihan 30 Besar, 2009)

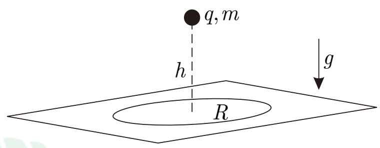
9. Sebuah muatan titik q terletak di pusat sebuah cincin tipis dengan jari-jari R. Cincin ini memiliki muatan $-q$ yang terdistribusi secara merata. Tentukan besar medan listrik pada suatu titik yang terletak pada sumbu cincin pada jarak x dari pusat cincin, jika $x \gg R$.
(Pelatihan 30 Besar, 2009)

10. Sebuah bola berjari-jari r memiliki rapat muatan permukaan $\sigma = \boldsymbol{a}\,.\,\boldsymbol{r}$, dengan $\boldsymbol{a}$ adalah sebuah vektor konstan dan $\boldsymbol{r}$ adalah vektor posisi dari sebuah titik pada permukaan bola relatif terhadap pusat bola. Tentukan medan listrik pada pusat bola.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

11. Sebuah muatan titik q dengan massa m berada pada posisi setimbang di atas sebuah permukaan tak berhingga yang memiliki suatu distribusi muatan (positif) per satuan luas yang merata. Medan gravitasi mengarah ke bawah dan besarnya adalah g. Jarak muatan titik dari permukaan ini adalah h. Setelah itu, dibuat suatu lubang pada permukaan ini dengan jari-jari R yang pusatnya persis berada di bawah muatan titik, seperti yang diperlihatkan pada gambar 71. Tentukan percepatan muatan ini akibat adanya lubang ini.

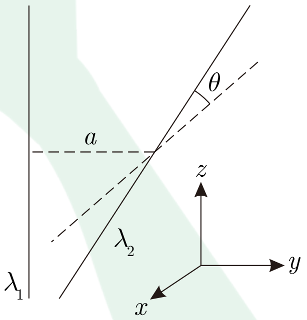
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 71: Soal no. 11

12. Dua buah batang tak berhingga, masing masing mempunyai muatan per satuan panjang λ_1 dan λ_2. Kedua batang terpisah pada jarak a (seperti ditunjukkan pada gambar 72). Batang pertama terletak sepanjang sumbu z. Batang kedua terletak pada bidang xz dan membentuk sudut θ terhadap bidang xy. Tentukan besarnya gaya total yang bekerja di antara kedua batang. Tentukan besarnya gaya pada saat $\theta = 0$. Tentukan juga besarnya gaya saat $\theta = \pi/2$.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 72: Soal no. 12

13. Dua buah muatan titik dengan muatan dan massa masing-masing (Q, M) dan (q, m) terletak pada sebuah medan listrik uniform E dalam arah sumbu x positif (horizontal). Kedua muatan juga berada pada sumbu x (muatan (Q, M) terletak di sebelah kiri muatan (q, m)) dan mula-mula dijaga diam. Tentukan jarak pisah antara kedua muatan l, sehingga jarak pisah ini akan tetap sama besarnya setelah kedua muatan dilepas. Tentukan hubungan antara Q, q, M dan m agar hal ini bisa terjadi. Tinjau semua kasus yang mungkin.

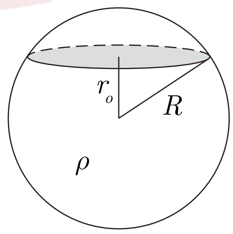
(Pelatihan 30 Besar, 2009)

14. Tiga muatan titik dengan muatan dan massa masing-masing (q, m), $(q, 2m)$ dan $(2q, 5m)$ terletak pada koordinat $(0, 0, 0)$, $(a, 0, 0)$ dan $(2a, 0, 0)$ secara berturut-turut. Sekarang lepaskan ketiga muatan tersebut dari keadaan diam. Berapakah kecepatan masing-masing partikel setelah waktu yang sangat lama.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

15. Sebuah bola dengan jari-jari R bermuatan seragam dengan rapat muatan per satuan volume ρ. Hitung fluks medan listrik ϕ_1 yang melewati bidang datar yang dibatasi oleh perpotongan bidang datar yang berjarak r_0 dari pusat bola dengan permukaan bola, seperti ditunjukkan pada gambar 73. Hitung juga fluks ϕ_2 yang melewati kubah atas yang terbentuk dari perpotongan bidang tersebut. Setelah itu hitung berapa muatan yang terdapat dalam irisan bola itu.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



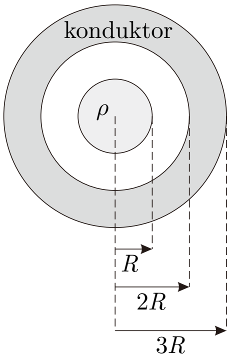
Gambar 73: Soal no. 15

16. Misalkan terdapat medan listrik di suatu daerah $\mathbf{E} = kr^3\hat{\mathbf{r}}$ dalam sistem koordinat bola dengan k adalah sebuah konstanta.

    (a) Tentukan rapat muatan per satuan volume ρ.

    (b) Tentukan total muatan yang berada dalam bola berjari-jari R yang berpusat di pusat koordinat.

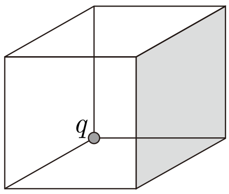
    (Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 74: Soal no. 17

17. Sebuah sebaran muatan seragam berbentuk bola dengan jari-jari R memiliki rapat muatan per satuan volume sebesar ρ. Sebuah bola konduktor berongga memiliki jari-jari dalam $2R$, dan jari-jari luar $3R$ berada pada posisi konsentris terhadap bola pertama (lihat gambar 74). Tentukan medan listrik di setiap daerah. Tentukan juga potensial di setiap daerah dengan acuan di tak berhingga.

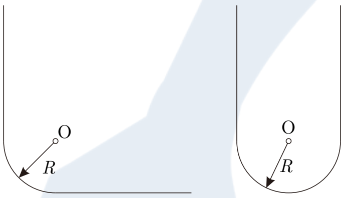
    (Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 75: Soal no. 18

18. Sebuah muatan titik berada pada pojok sebuah kubus seperti ditunjukkan pada gambar 75. Berapakah fluks medan E yang melewati permukaan samping (berwarna abu-abu)

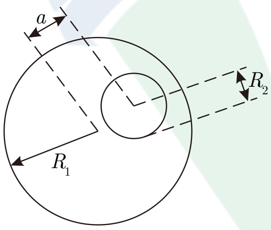
    (Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 76: Soal no. 19

19. Sebuah tali bermuatan per satuan panjang λ disusun seperti pada gambar 76. Busur lingkaran memiliki jari-jari R. Tentukan vektor medan $\boldsymbol{E}$ pada titik O untuk masing-masing konfigurasi. Anggap tali sangat panjang.

    (Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 77: Soal no. 20

20. Sebuah bola dengan jari-jari R_1 memiliki rapat muatan per satuan volume ρ kecuali pada sebuah rongga berbentuk bola dengan jari-jari R_2. Jarak pusat rongga dan pusat bola adalah a (lihat gambar 77).

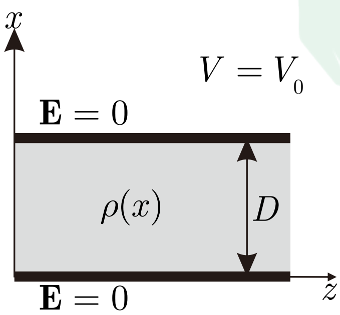
    (a) Tentukan berapakah medan listrik di pusat rongga.

    (b) Tentukan potensial di titik yang sama. Ambil acuan $V = 0$ di titik yang jauh sekali.

    (Pelatihan 30 Besar, 2010)

21. Dua buah muatan dengan besar muatan yang sama q dan massa yang sama m bergerak saling mendekati. Pada suatu saat, jarak di antara mereka adalah R dan laju mereka masing-masing adalah v_1 dan v_2. Tentukan jarak minimum antara kedua partikel.

    (Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 78: Soal no. 22

22. Dua buah keping konduktor tidak berhingga sejajar bidang yz pada $x = 0$ dan $x = D$. Keping bawah memiliki potensial $V = 0$ dan keping atas memiliki potensial $V = V_0$. Sebuah distribusi rapat muatan per satuan volume $\rho(x) = \rho_0 x/D$ berada di antara kedua keping dengan ρ_0 adalah sebuah konstanta. Terdapat rapat muatan per satuan luas tertentu pada permukaan kedua keping konduktor sedemikian sehingga medan listrik pada kedua sisi luar adalah nol. Tidak terdapat muatan lain lagi selain itu. Gambar 78 menunjukkan konfigurasi yang dimaksud.

    (a) Tentukan potensial $V(x)$ untuk $0 < x < D$.

    (b) Tentukan medan listrik $E(x)$ untuk $0 < x < D$.

(c) Tentukan rapat muatan per satuan luas pada keping bawah dan pada keping atas.

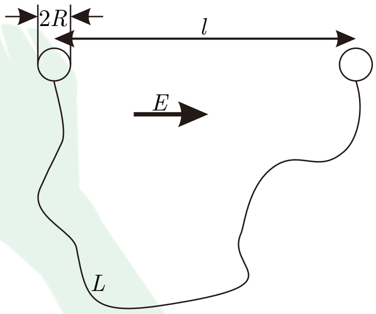
(Pelatihan 30 Besar, 2010)

23. Dua buah bola konduktor masing masing berjari-jari a_1 dan a_2 berada pada jarak b. Kedua bola terhubung dengan kawat konduktor. Bola 1 dan 2 memiliki muatan masing-masing Q_1 dan Q_2. Tentukan hubungan Q_1, Q_2, a_1, a_2, dan b jika $b \gg a_1, a_2$. Tentukan hubungan ini dengan koreksi sampai orde kedua (jika b tidak jauh lebih besar daripada a_1 dan a_2).

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

24. Dua buah bola konduktor memiliki jari-jari dan massa masing-masing R dan m. Bola ini dihubungkan dengan tali konduktor (tanpa hambatan) fleksibel sepanjang L. Kedua bola tidak bermuatan. Mula-mula jarak kedua bola adalah l (skema rangkaian dapat dilihat pada gambar 79). Terdapat medan listrik E dalam arah sejajar dengan posisi relatif kedua bola. Tentukan kecepatan maksimum kedua bola jika $R \ll l < L$. Tentukan kecepatan juga untuk keadaan $R \ll l \ll L$.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 79: Soal no. 24

25. Hitunglah kapasitansi dari sistem berikut

(a) Bola konduktor dengan jari-jari a.

(b) Dua bola konduktor dengan jari-jari masing-masing a terpisah pada jarak $b \gg a$. Keduanya dihubungkan dengan potensial V.

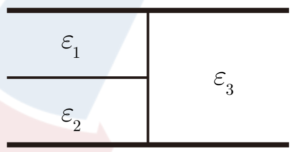
(c) Sistem yang sama dengan bagian (b), tetapi bola pertama dihubungkan dengan potensial $+V$, bola kedua dihubungkan dengan potential $-V$.

(d) Dua bola konduktor dengan jari-jari masing-masing a_1 dan a_2 terpisah pada jarak $b \gg a_1, a_2$. Keduanya dihubungkan dengan potensial V.

(e) Dua bola konduktor dengan jari-jari masing-masing a terpisah pada jarak b yang seorde dengan a. Kedua bola dihubungkan dengan potensial V. Hitung untuk $b = 5\,a$ sampai orde $(a/b)^2$.

(f) Sistem yang sama dengan bagian (e), tetapi bola pertama dihubungkan dengan potensial $+V$, bola kedua dihubungkan dengan potential $-V$.Hitung untuk $b = 5\,a$ sampai orde $(a/b)^2$.

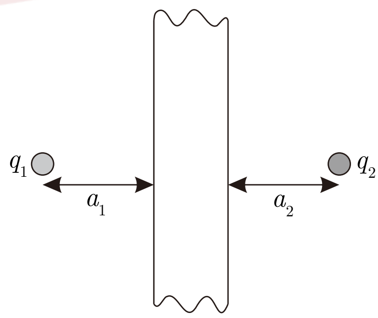
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 80: Soal no. 26

26. Sebuah kapasitor keping sejajar diisi dengan dielektrik ε_1, ε_2 dan ε_3 dengan susunan seperti ditunjukkan pada gambar 80. Dielektrik 1 dan 2 memiliki ketebalan $d/2$, panjang $L/2$ dan lebar w. Dielektrik 3 mempunyai ketebalan d, panjang $L/2$ dan lebar w. Tentukan kapasitansi kapasitor. Tentukan muatan terikat pada permukaan antara dielektrik 1 dan 2, jika sistem dihubungkan dengan tegangan V.

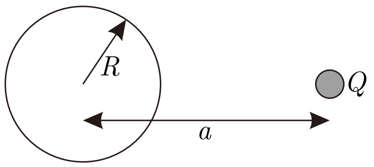
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 81: Soal no. 27

27. Sebuah keping konduktor yang sangat luas dengan ketebalan d. Muatan q_1 berada pada jarak a_1 dari sisi kiri keping, sedangkan muatan q_2 berada pada jarak a_2 dari sisi kanan keping, seperti diperlihatkan pada gambar 81. Tentukan gaya pada masing-masing muatan. Berapakah usaha untuk membuat sistem ini.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



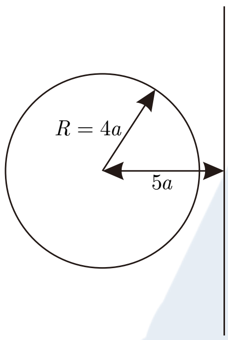
Gambar 82: Soal no. 28

28. Sebuah bola konduktor netral yang tidak dibumikan memiliki jari-jari R. Sebuah muatan Q berada pada jarak a dari pusat konduktor, seperti diperlihatkan pada gambar 82. Berapakah usaha untuk memindahkan muatan ini ke jarak yang jauh sekali dari bola konduktor.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

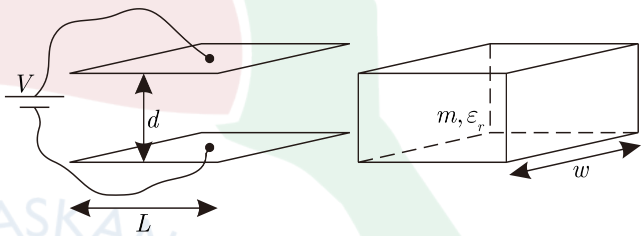
29. Sebuah silinder panjang tak berhingga memiliki jari-jari $R = 4a$. Sumbu silinder berada pada jarak $5a$ dari permukaan sebuah konduktor tak berhingga, seperti diperlihatkan pada gambar 83. Hitung kapasitansi per satuan panjang dari sistem ini.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



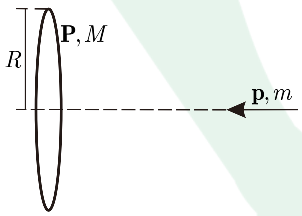
Gambar 83: Soal no. 29

Gambar 84: Soal no. 30



30. Sebuah kapasitor keping sejajar memiliki lebar celah d, panjang keping L dan lebar keping w. Kapasitor ini dihubungkan pada sumber tegangan dengan potensial V. Sebuah keping dielektrik dengan ukuran yang persis sama dengan ukuran celah kapastor memiliki massa m dan konstanta dielektrik relatif ε_r, skema rangkaian dapat dilihat pada gambar 84. Dielektrik ini didekatkan pada kapasitor dan dilepaskan dari keadaan diam. Dielektrik akan berosilasi bolak-balik keluar-masuk dielektrik. Tentukan periode osilasi dielektrik. Abaikan efek pinggir.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 85: Soal no. 31

31. Sebuah dipole listrik p memiliki massa m bergerak dengan kecepatan mula-mula v_0 menuju pusat sebuah cincin berjari-jari R. Luas penampang cincin adalah A. Momen listrik p searah dengan kecepatan v_0. Cincin terpolarisasi P dengan arah berlawanan dengan arah dipole p. Cincin bermassa M bebas bergerak. Berapakah kecepatan minimal v_0 agar dipole dapat melewati pusat cincin?

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

32. Sebuah konduktor dengan bentuk sembarang mempunyai muatan total q. Konduktor ini berada di dalam dielektrik yang mempunyai permitivitas relatif uniform ε_r. Tentukan total muatan terikat (*bound charges*) pada sisi dalam dan sisi luar dielektrik.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

33. Sebuah bola konduktor pejal mempunyai jari-jari R. Konduktor ini mempunyai muatan total Q. Pada jarak $3R$ dari pusat bola, terdapat muatan titik bermuatan q. Tentukan besarnya potensial pada jarak $R/2$ dari pusat bola konduktor ini pada garis yang menghubungkan pusat bola dengan muatan q.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

34. Empat buah keping logam yang sangat lebar terpisah pada jarak yang sangat kecil d satu dengan lainnya seperti ditunjukkan pada gambar 86. Pelat 1 dan 4 terhubung dengan kawat konduktor. Pelat 2 dan 3 diberi beda potensial $\Delta\phi$.

    (a) Tentukan medan listrik di antara pelat-pelat ini

    (b) Tentukan besar muatan per satuan luas pada tiap pelat.

    (Pelatihan 30 Besar, 2009)

Gambar 86: Soal no. 34

35. Sebuah batang dengan muatan per satuan panjang λ berada pada jarak d (dihitung terhadap pusat silinder) dari sebuah silinder logam berjari-jari R. Silinder logam ini dibumikan. Tentukan gaya per satuan panjang yang bekerja pada batang bermuatan ini.

    (Pelatihan 30 Besar, 2009)

36. Dua buah bola kecil berjari-jari r masing-masing dihubungkan ke potensial V secara terpisah. Kemudian keduanya diletakkan pada jarak $d = 1000r$. Bola pertama kemudian dihubungkan sesaat ke bumi (cukup untuk mencapai keseimbangan). Setelah itu, giliran bola kedua dihubungkan ke bumi juga selama sesaat. Berapakah muatan pada bola kedua setelah proses ini? Lakukan pendekatan yang diperlukan.

    (Pelatihan 30 Besar, 2010)

37. Sebuah kapasitor pelat sejajar memiliki kapasitansi C. Pada salah satu pelat diberi muatan $+q$ dan pada pelat lainnya diberi muatan $+4q$. Sebuah pelat konduktor lain diletakkan di antara kedua pelat itu dengan posisi sejajar kedua pelat. Tentukan muatan total pada setiap sisi masing-masing konduktor. Anggap muatan terdistribusi merata pada setiap permukaan konduktor.

    (Pelatihan 30 Besar, 2010)

38. Pada bagian tengah sebuah kapasitor pelat sejajar yang terbuat dari konduktor sempurna diisi dengan dua lapisan bahan dielektrik. Bahan pertama memiliki konstanta dielektrik ε_1, konduktivitas σ_1 dan ketebalan d_1, sedangkan bahan kedua memiliki konstanta dielektrik ε_2, konduktivitas σ_2 dan ketebalan d_2. Sebuah tegangan V diberikan antara kedua pelat konduktor ini. Abaikan efek pinggir. Diketahui luas area kapasitor adalah A.

    (a) Berapakah medan listrik dalam material 1 dan material 2?

    (b) Berapakah arus yang mengalir melalui kapasitor ini?

    (c) Berapakah rapat muatan total per satuan luas, σ_t, pada permukaan batas material 1 dan 2?

    (d) Berapakah rapat muatan bebas per satuan luas, σ_f, pada permukaan batas material 1 dan 2?

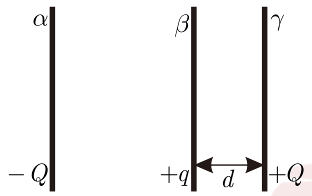
    (Pelatihan 30 Besar, 2010)

39. Sebuah dipole listrik p berada pada jarak d dari pusat sebuah bola konduktor yang terisolasi. Jari-jari bola konduktor adalah R. Dipole mengarah ke pusat bola.

(a) Tentukan dipole dan muatan bayangan pada bola konduktor (posisi, arah dan besarnya).

(b) Tentukan potensial pada permukaan konduktor.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 87: Soal no. 40

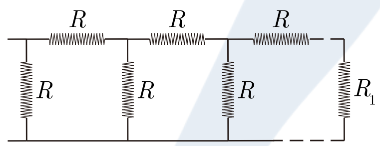
40. Dua buah pelat konduktor identik α dan β dengan muatan masing-masing $-Q$ dan $+q$ $(Q > q > 0)$ terletak paralel satu dengan lainnya pada suatu jarak yang kecil. Pelat lainnya yang identik γ memiliki massa m dan muatan $+Q$ diletakkan paralel dengan kedua pelat lainnya pada jarak d dari pelat β. Luas area masing-masing pelat adalah S. Pelat γ dilepas dari keadaan diam dan dapat bergerak bebas, sedangkan pelat α dan β dijaga diam. Asumsikan bahwa tumbukan antara keping β dan γ berlangsung elastik $(e = 1)$. Abaikan gaya gravitasi, dan efek pinggir. Juga anggap waktu tumbukan cukup agar terjadi redistribusi muatan pada pelat β dan γ.

(a) Berapakah medan listrik E_1 yang bekerja pada pelat γ sebelum tumbukan dengan pelat β?

(b) Berapakah muatan pada kedua pelat, Q_β dan Q_γ, setelah tumbukan?

(c) Berapakah kecepatan v dari pelat γ setelah tumbukan pada jarak d dari pelat β?

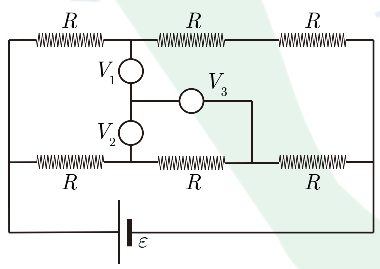
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 88: Soal no. 41

41. Tentukan nilai R_1 pada rangkaian pada gambar 88 agar hambatan pengganti tidak bergantung dari jumlah sel yang ada.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



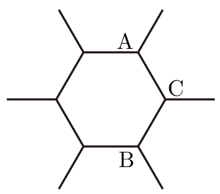
Gambar 89: Soal no. 42

42. Tentukan bacaan voltmeter V_1, V_2 dan V_3 pada rangkaian dalam gambar 89. Anggap hambatan ketiga voltmeter sama dan jauh lebih besar daripada hambatan R.

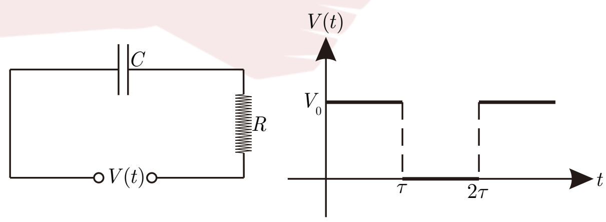
(Pelatihan 30 Besar, 2009)

43. Perhatikan rangkaian tidak berhingga pada gambar 90. Jika hambatan antara titik A dan B adalah R, berapakah hambatan antara titik A dan C, jika setiap segmen kawat identik.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 90: Soal no. 43



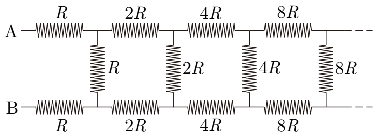
Gambar 91: Soal no. 44

44. Sebuah rangkaian RC serial dihubungkan dengan sebuah tegangan periodik $V(t)$ dengan ketergantungan potensial seperti ditunjukkan pada gambar 91. Tentukan berapakah muatan maksimum pada kapasitor C setelah waktu yang lama sekali.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

45. Tentukan hambatan pengganti antara titik AB pada sebuah rangkaian semi-tak-berhingga seperti ditunjukkan pada gambar 92.

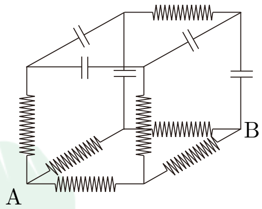
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 92: Soal no. 45

46. Perhatikan rangkaian seperti ditunjukkan pada gambar 93. Semua resistor memiliki hambatan yang sama besar R. Demikian juga semua kapasitor memiliki kapasitansi yang sama besar C. Jika pada titik A dan B diberikan beda potensial V, berapakah muatan kapasitor yang terletak dekat titik B? Asumsikan sistem sudah berada pada keadaan stasioner (tidak berubah terhadap waktu).

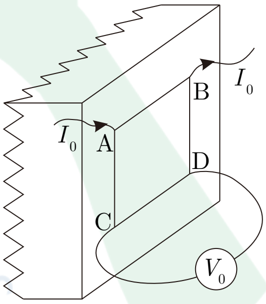
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 93: Soal no. 46

47. Satu bidang datar dengan medium homogen yang sangat luas digunakan untuk sebuah eksperimen. Pada bidang itu diberi tanda bujursangkar ABCD dengan sisi a, dan pada masing-masing titik itu diberi elektroda kecil yang ukurannya jauh lebih kecil dari sisi bujursangkar. Pada titik A diberi arus I_0 dan titik B keluar arus sebesar I_0 juga, pada titik lainnya diukur beda potensial, V_{DC}, diperoleh sebesar V_0, seperti ditunjukkan pada gambar 94. Tentukan resistivitas dari bahan tersebut.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



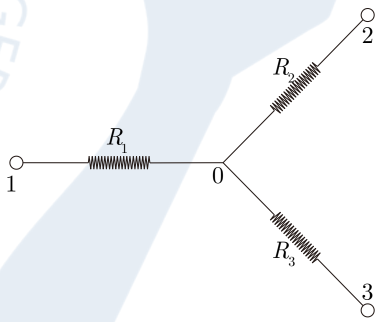
Gambar 94: Soal no. 47

48. Sebuah rangkaian resistor membentuk bangun kubus. Pada setiap sisi kubus terdapat hambatan R (total ada 12 sisi kubus). Selain itu, setiap diagonal permukaan juga terhubung dengan hambatan R (total ada 6 permukaan, masing-masing memiliki 2 diagonal sisi). Berapakah hambatan pengganti antara dua titik pada sebuah diagonal permukaan?

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

49. Tentukan arus yang mengalir melalui R_1 pada rangkaian dalam gambar 95. Hambatan $R_1 = 10\,\Omega$, hambatan $R_2 = 20\,\Omega$ dan hambatan $R_3 = 30\,\Omega$. Potensial pada titik 1, 2 dan 3 masing masing adalah $\varphi_1 = 10\,\text{V}$, $\varphi_2 = 6\,\text{V}$ dan $\varphi_3 = 5\,\text{V}$.

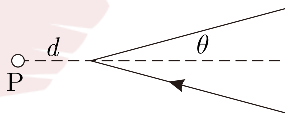
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 95: Soal no. 49

50. Sebuah kawat panjang dibengkokkan dan membentuk sudut 2θ diperlihatkan pada gambar 96. Tentukan medan magnet pada titik P yang berjarak d dari ujung kawat jika kawat dialiri arus sebesar I.

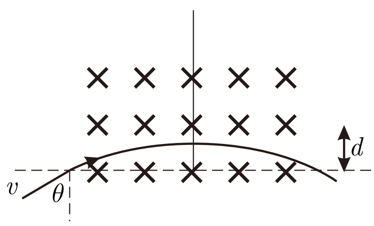
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 96: Soal no. 50

51. Sebuah elektron dengan massa m dan muatan e memasuki medan magnet seragam B seperti ditunjukkan pada gambar 97. Jika kecepatan v dan sudut datang θ diketahui, berapakah jarak tembus terjauh d yang bisa dicapai elektron?

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 97: Soal no. 51

52. Hamburan Rutherford

Pada soal ini akan ditinjau beberapa variasi dari hamburan Rutherford. Target ditembaki dengan sebuah massa titik bermuatan q_1 dengan massa m_1. Target dianggap merupakan sebuah muatan titik dengan besar q_2 yang memiliki massa m_2. Pada jarak yang jauh sekali dari target, massa titik m_1 memiliki kecepatan v_0 dengan parameter tumbukan (*impact parameter*) b.

(a) Kedua muatan sejenis, muatan target dipaksa diam.

i. Berapakah jarak terdekat antara kedua muatan?

ii. Berapakah sudut hambur dari massa m_1?

(b) Kedua muatan berlawanan jenis, muatan target dipaksa diam.

i. Berapakah jarak terdekat antara kedua muatan?

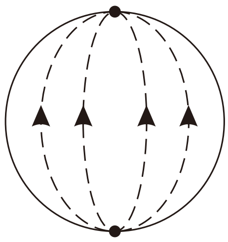
ii. Berapakah sudut hambur dari massa m_1?

(c) Kedua muatan sejenis, muatan target dapat bergerak bebas. Target mula-mula diam.

i. Berapakah jarak terdekat antara kedua muatan?

ii. Berapakah kecepatan akhir kedua muatan?

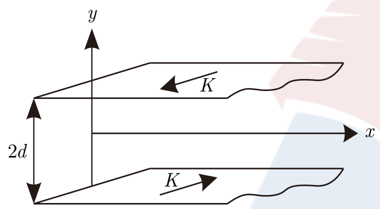
(Pelatihan 5 Besar, 2009)



Gambar 98: Soal no. 53

53. Sebuah bola konduktor berjari-jari R memiliki arus yang mengalir di permukaannya secara merata dari kutub utara bola ke kutub selatan bola diperlihatkan pada gambar 98. Total arus adalah I. Tentukan berapakah medan magnet di dalam dan di luar bola pada bidang ekuitorial.

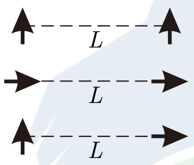
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 99: Soal no. 54

54. Dua buah keping konduktor semi tak berhingga memiliki rapat arus per satuan panjang K dalam arah berlawanan diperlihatkan oleh gambar 99. Jarak antar keping adalah $2d$. Berapakah medan magnet pada sisi samping keping $B(0, y)$ sebagai fungsi y.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 100: Soal no. 55

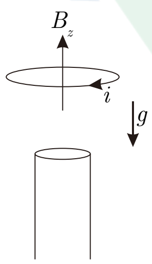
55. Hitunglah gaya yang dirasakan oleh dipole yang di sebelah kanan untuk sistem dua dipole magnet dengan momen magnet masing-masing m yang berada pada jarak L. Konfigurasi diperlihatkan pada gambar 100

(a) Kedua dipole searah (arah z) dan sama-sama tegak lurus garis hubung L.

(b) Kedua dipole searah (arah x) dan sama-sama searah dengan garis hubung L.

(c) Salah satu dipole searah dengan garis hubung L (arah x) dan yang lainnya tegak lurus garis hubung L (arah z).

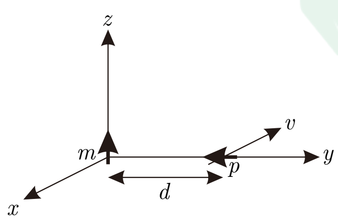
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 101: Soal no. 56

56. Sebuah cincin dengan jari-jari R memiliki massa m dan dialiri arus i yang dipertahankan konstan. Cincin ini berada di dalam medan magnet dengan komponen arah z diberikan oleh $B_z = \frac{a}{z^2}$. Medan gravitasi g mengarah ke bawah. Tentukan posisi cincin agar bisa berada dalam kesetimbangan.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 102: Soal no. 57

57. Sebuah dipole magnet m mengarah ke sumbu z berada pada pusat koordinat. Sebuah dipole listrik mengarah ke $-y$ bergerak dengan kecepatan v dalam arah $-x$ diperlihatkan oleh gambar 102. Tentukan gaya yang bekerja pada dipole listrik akibat dipole magnet saat dipole listrik melewati titik $(0, d, 0)$. Hitung juga gaya pada dipole magnet akibat dipole listrik.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

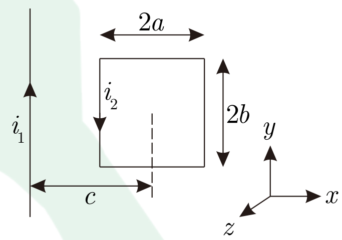
58. Perhatikan dua sistem berikut:

    (a) Pada sebuah bidang konduktor tak berhingga, terdapat sebuah titik yang mengalirkan arus keluar merata ke segala arah hanya di permukaan bidang kondukor. Besar arus total yang keluar adalah I.

    (b) Pada sebuah media non-konduktor semi-tak berhingga, terdapat sebuah titik di permukaan yang mengalirkan arus merata ke segala arah di dalam media ini. Besar arus total yang keluar adalah I.

    Untuk masing-masing sistem, tentukan medan magnet di atas dan di bawah kedua permukaan. Gambarkan $B(a,z)$ pada suatu jari-jari tertentu a sebagai fungsi z ($z = 0$ di permukaan bidang). Ambil B searah jarum jam positif.

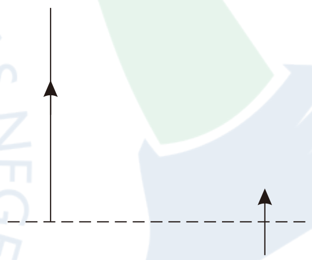
    (Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 103: Soal no. 59

59. Sebuah kawat panjang tak berhingga berada pada sumbu z dan memiliki arus ke sumbu z positif sebesar i_1. Pada bidang xy terdapat sebuah loop arus yang berbentuk segiempat dengan arus sebesar i_2. Geometri sistem diberikan pada gambar 103. Tentukan gaya yang bekerja pada masing-masing sisi loop. Tentukan gaya total. Tentukan torka pada masing-masing sisi terhadap titik pusat O. Tentukan torka total terhadap titik O.

    (Pelatihan 30 Besar, 2009)



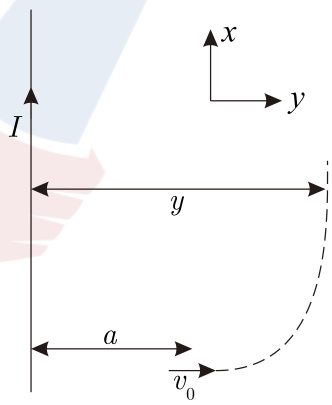
Gambar 104: Soal no. 61

60. Sebuah cincin kawat (luas penampang kawat A, jari-jari cincin R) termagnetisasi uniform $\boldsymbol{M}$ (searah dengan sumbu cincin). Dari jarak jauh sekali, sebuah dipole dengan momen magnet $\boldsymbol{m}$ (dalam arah menuju ke pusat cincin) dan massa m_0 bergerak menuju pusat cincin sepanjang sumbu cincin. Kecepatan awal dipole adalah v_0. Hitung berapa kecepatan minimal agar dipole bisa melewati cincin (cincin dijaga diam). Arah momen magnet $\boldsymbol{m}$ berlawanan dengan magnetisasi $\boldsymbol{M}$.

    (Pelatihan 30 Besar, 2009)

61. Sebuah dipole listrik $\boldsymbol{p}$ bergerak dalam arah sumbu z dengan laju v yang dijaga tetap. Orientasi dipole sepanjang sumbu z dijaga tetap. Pada jarak d di sebelah kiri dipole terdapat kawat *semi–infinite* yang memiliki arus i diperlihatkan pada gambar 104. Tentukan gaya (sesaat) yang bekerja pada kawat akibat dipole. Tentukan gaya pada dipole akibat kawat. Tunjukkan bahwa gaya ini adalah gaya aksi-reaksi.

    (Pelatihan 30 Besar, 2009)

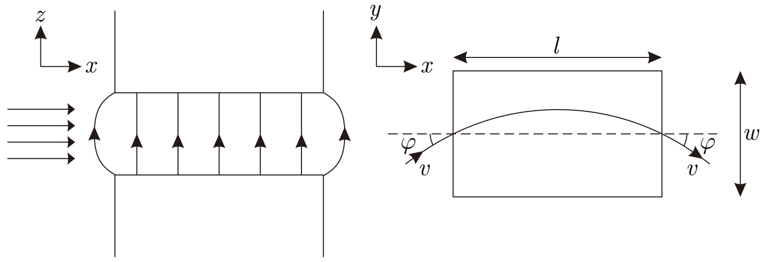


Gambar 105: Soal no. 62

62. Sebuah kawat panjang tak berhingga dialiri arus sebesar I. Di jarak a dari kawat, sebuah partikel (massa m, muatan q) ditembakkan dalam arah radial menjauhi kawat dengan kelajuan awal v_0 seperti ditunjukkan pada gambar 105. Tentukan jarak terjauh (y_{maks}) dan jarak terdekat (y_{min}) yang dapat dicapai partikel relatif terhadap kawat. Berapa kelajuan partikel di kedua titik ini?

    (Pelatihan 30 Besar, 2009)

63. Sebuah magnet berbentuk segiempat pada bidang horizontal dengan panjang l dan lebar w. Komponen utama medan magnet $\mathbf{B}$ adalah dalam arah vertikal (sumbu z). Berkas partikel paralel (masing-masing dengan kecepatan v, massa m dan muatan q) memasuki daerah bermagnet dengan



Gambar 106: Soal no. 63

kecepatan v paralel dengan bidang horizontal tetapi membentuk sudut φ dengan garis tengah magnet seperti ditunjukkan pada gambar 106. Ukuran vertikal dari berkas ini seorde dengan celah magnet. Partikel meninggalkan daerah bermagnet dengan sudut $-\varphi$ terhadap garis tengah magnet setelah dibelokkan sebesar 2φ. Tunjukkan bahwa medan pinggir (*fringe field*) dari magnet akan memberikan efek memfokuskan dalam arah vertikal. Perkirakan panjang fokus (nyatakan hanya dalam m, v, q, l dan B). Dalam soal ini gunakan asumsi medan pinggir besarnya adalah $B_{x,i} = \frac{B}{b}z$ untuk medan saat partikel memasuki daerah magnet dan $B_{x,o} = -\frac{B}{b}z$ saat partikel meninggalkan daerah bermagnet, b adalah sebaran dari medan pinggir dalam arah x (cukup kecil). Abaikan medan magnet dalam arah y dan anggap φ kecil. Anggap antara muatan tidak ada interaksi

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

64. Sebuah arus I mengalir pada sebuah solenoid panjang dengan penampang berjari-jari R. Jumlah lilitan per satuan panjang solenoid adalah n. Tentukan arus maksimum yang bisa dialirkan jika kekuatan maksimum kawat pembentuk solenoid adalah F_m.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

65. Sebuah kapasitor keping sejajar memiliki luas area tiap pelatnya S. Jarak pisah antara kedua pelat adalah d. Di antara kedua pelat itu dialiri cairan yang bisa menghantarkan listrik dengan resistivitas ρ. Cairan ini mengalir dengan kelajuan konstan v. Seluruh sistem berada dalam medan magnet seragam B yang arahnya sejajar pelat dan tegak lurus arah aliran cairan. Keping kapasitor dihubungkan pada sisi luarnya melewati sebuah hambatan R. Berapakah daya yang terdisipasi pada hambatan R? Berapakah nilai R yang memberikan daya disipasi maksimum P_{max}? Berapakah nilai daya disipasi maksimum itu?

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

66. Sebuah partikel memiliki muatan q dan massa m. Partikel ini berada dalam medan listrik $\boldsymbol{E}$ yang mengarah pada sumbu y dan medan magnet $\boldsymbol{B}$ yang mengarah pada sumbu z. Mula-mula partikel diam di pusat koordinat.

    (a) Tulis persamaan gerak muatan ini, kemudian tentukan $x(t)$ dan $y(t)$.

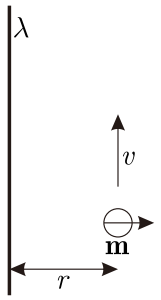
    (b) Hitung jarak l antara dua titik dimana partikel berhenti sesaat.

    (c) Hitung kecepatan rata-rata $< v_x >$ terhadapat waktu dalam arah sumbu x.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

67. Sebuah dipole magnet $\boldsymbol{m}$ mengarah ke kanan dan bergerak dengan kecepatan konstan v ke atas. Pada jarak r terdapat sebuah kawat dengan muatan per satuan panjang λ, skema diagram dapat dilihat pada gambar 107. Berapakah gaya dan torka yang dirasakan oleh dipole magnet itu.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 107: Soal no. 67

68. Sebuah cincin tipis memiliki muatan Q dan massa M berotasi terhadap sumbunya.

(a) Tentukan rasio antara momen magnet dan momentum sudut cincin itu. Rasio ini dikenal sebagai *gyromagnetic ratio*.

(b) Berapakah *gyromagnetic ratio* dari bola seragam yang berputar.

(c) Berdasarkan mekanika kuantum, angular momentum elektron adalah $\hbar/2$ dengan $\hbar$ adalah konstanta Planck. Berapakah momen dipole elektron berdasarkan teori klasik?

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

69. Sebuah keping tak berhingga dialiri arus per satuan panjang K. Konfigurasi keping diperlihatkan oleh gambar 108.

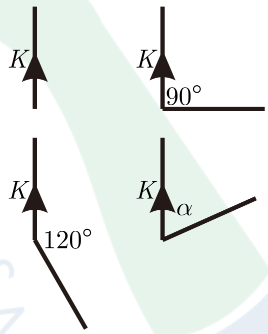
(a) Berapakah medan B di sekitar keping?

(b) Jika keping dibengkokkan sehingga membentuk sudut $90°$, berapakah medan magnet di sekitar keping?

(c) Jika keping dibengkokkan sehingga membentuk sudut $120°$, berapakah medan magnet di sekitar keping?

(d) Jika keping dibengkokkan sehingga membentuk suatu sudut α, berapakah medan magnet di sekitar keping?

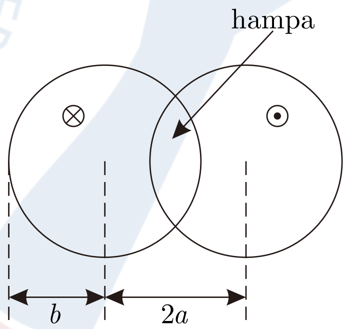
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 108: Soal no. 69

70. Sebuah sistem konduktor memiliki penampang seperti ditunjukkan pada gambar 109. Jari-jari kawat masing-masing b dan jarak pusatnya adalah $2a$. Daerah perpotongan kedua kawat dibuat hampa (tidak ada konduktor). Arus hanya mengalir dalam konduktor, pada kawat sebelah kiri arus mengalir ke dalam bidang kertas, dan pada kawat sebelah kanan arus mengalir ke luar bidang kertas. Rapat arus per satuan luas pada kedua kawat sama dan seragam, masing-masing J. Asumsikan permeabilitas magnet konduktor sama dengan permeabilitas ruang hampa. Tentukan medan magnet pada daerah hampa tersebut.

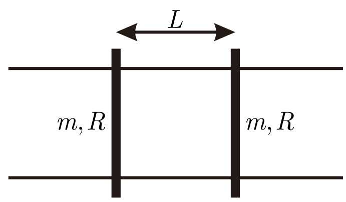
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 109: Soal no. 70

71. Dua buah kawat konduktor tanpa hambatan diletakkan sejajar membentuk suatu rel. Di atas rel ini diletakkan 2 batang konduktor yang tegak lurus terhadap rel ini, seperti ditunjukkan pada gambar 110. Batang masing-masing memiliki massa m dan hambatan R. Batang ini bebas bergerak di atas rel. Jarak mula-mula antara kedua batang adalah L. Sistem mula-mula diam dan tidak ada medan magnet dalam sistem. Saat $t = t_1$ sampai $t = t_1 + \Delta t$ medan magnet dihidupkan sampai medan magnet menjadi B_f yang tegak lurus bidang. Tentukan jarak akhir L_f antara kedua batang.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

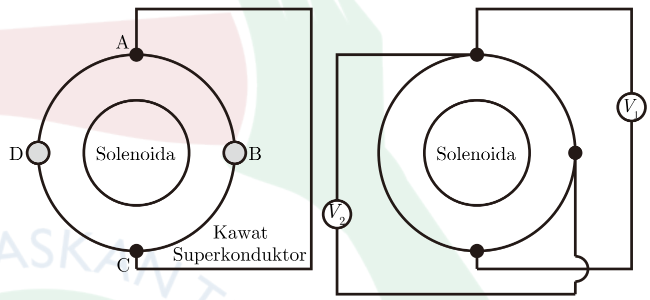


Gambar 110: Soal no. 71

72. Sebuah solonoida ideal yang sangat panjang menghasilkan medan magnet B ke dalam bidang dengan besar yang terus meningkat terhadap waktu.

    (a) Kemanakah arah medan listrik E di sekitar solenoid.

    (b) Sekarang letakkan kawat berbentuk lingkaran yang konsentris dengan solenoida. Ada 4 titik pada kawat: A, B, C dan D. Pasang 2 bola lampu identik pada titik B dan D. Abaikan hambatan kawat relatif terhadap hambatan lampu. Sekarang hubungkan kawat superkonduktor pada titik A dan C seperti ditunjukkan pada gambar 111. Apa yang terjadi pada bola lampu B dan D? Jelaskan.

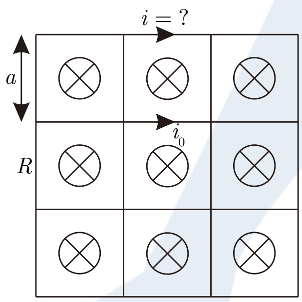


Gambar 111: Soal no. 72

    (c) Lepaskan bola lampu untuk soal selanjutnya dan jangan abaikan hambatan kawat. Kawat seragam dengan hambatan total adalah R. Hubungkan titik A dan C dengan sebuah voltmeter V_1. Anggap hambatan voltmeter jauh lebih besar daripada hambatan kawat. Berapakah bacaan voltmeter V_1? Jelaskan. Berikan jawaban beda potensial A dan C dalam $\frac{d\Phi_B}{dt}$. Berapakah bacaan voltmeter V_2?

    (d) Sekarang ganti setengah kawat (bagian A–B–C) dengan kawat superkonduktor dan kawat sisanya dengan kawat uniform berhambatan R. Tentukan bacaan voltmeter V_1 dan V_2.

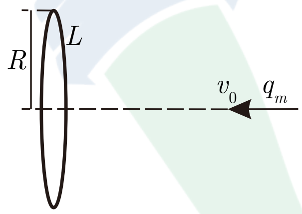
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 112: Soal no. 73

73. Perhatikan gambar 112. Sistem kawat membentuk 9 bujursangkar dengan sisi a. Tiap sisi a mempunyai hambatan sebesar R. Sistem ini dimasukkan ke dalam medan magnet seragam yang berubah terhadap waktu. Jika arus yang mengalir pada sisi dalam adalah i_0, berapakah arus yang mengalir pada sisi luar?

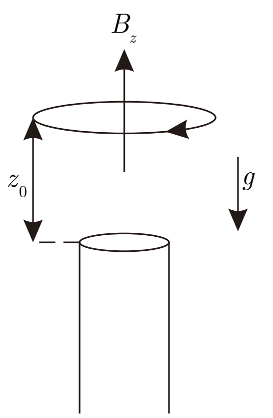
(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 113: Soal no. 74

74. Hipotesakan bahwa terdapat muatan magnet q_m. Muatan ini bergerak dengan kecepatan yang dipertahankan konstan v_0 dari jarak yang jauh sekali dari pusat cincin berjari-jari R, seperti diperlihatkan pada gambar 113. Cincin tidak mempunyai hambatan, tetapi memiliki induktansi diri L. Muatan magnet ini bergerak sepanjang sumbu cincin. Berapakah gaya yang bekerja pada monopole magnet ini sebagai fungsi posisi.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 114: Soal no. 75

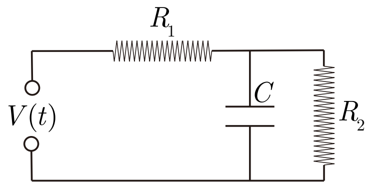
75. Perhatikan gambar 114, suatu loop berjari-jari R dan bermassa m didekatkan ke sebuah sumber medan magnet dengan komponen vertikal $B_z = \frac{a}{z^2}$. Mula-mula loop tidak berarus (saat $z \gg 0$). Induktansi diri loop adalah L. Abaikan hambatan loop. Loop ini akan berada pada kesetimbangan

di suatu ketinggian tertentu z_0. Loop ini kemudian diberi gangguan sedikit sehingga berosilasi. Tentukan periode osilasi loop ini, nyatakan dalam g dan z_0. Tentukan z_0.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

76. Tentukan berapa arus yang mengalir pada hambatan R_1 pada rangkaian dalam gambar 115, jika tegangan sumber diberikan oleh $V(t) = V_0 \cos \omega t$.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



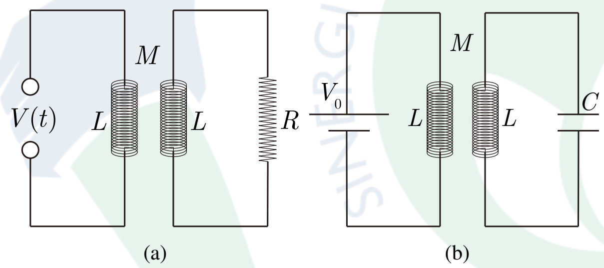
Gambar 115: Soal no. 76

77. Dua buah kumparan masing masing memiliki induktasi diri L dan memiliki induktasi bersama M dihubungkan pada rangkaian seperti ditunjukkan pada gambar 116.

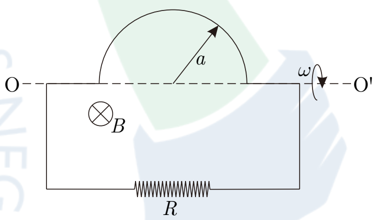
    (a) Jika kumparan pertama diberi tegangan $V(t) = V_0 \cos \omega t$ (perhatikan gambar 116 (a)), tentukan arus maksimum pada hambatan yang dipasang pada kumparan kedua.

    (b) Perhatikan rangkaian pada gambar 116 (b). Jika pada saat $t = 0$ rangkain diberikan tegangan V_0, berapakah muatan pada kapasitor, $Q(t)$, yang tersambung pada kumparan kedua. Mula-mula tidak ada arus pada rangkaian dan kapasitor kosong.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



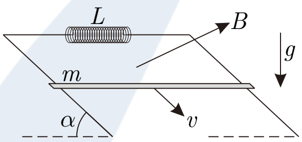
Gambar 116: Soal no. 77a dan 77b



Gambar 117: Soal no. 78

78. Sebuah kawat berbentuk setengah lingkaran dengan jari-jari a berotasi terhadap sumbu OO' dengan kecepatan sudut konstan ω di dalam medan magnet uniform B. Sumbu rotasi tegak lurus terhadap medan magnet. Hambatan total rangkaian adalah R seperti diperlihatkan pada gambar 117. Abaikan medan magnet yang timbul dari arus pada kawat, tentukan berapa daya disipasi rata-rata yang dihasilkan pada rangkaian dalam 1 periode putaran.

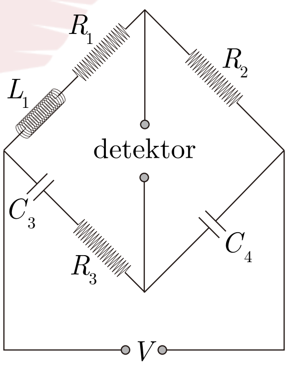
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 118: Soal no. 79

79. Pada sistem dalam gambar 118, sebuah batang dengan massa m dan panjang d bergerak tanpa gesekan pada lintasan sepanjang sisi kawat. Sistem tanpa hambatan dan memiliki induktansi L berada di dalam medan magnet B yang tegak lurus lintasan dan medan gravitasi g yang mengarah vertikal ke bawah. Jika batang mulai bergerak dari keadaan diam, tentukan kecepatan batang sebagai fungsi waktu.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 119: Soal no. 80

80. Jembatan berikut digunakan untuk mengukur induktansi L_1 dan hambatan R_1 (lihat gambar 119). R_2 dan R_3 adalah hambatan variabel, C_3 dan C_4

adalah kapastor tetap. R_2 dan R_3 diatur sedemikian sehingga jembatan dalam keadaan seimbang (tidak ada tegangan yang terbaca pada detektor) dan tidak bergantung pada frekuensi sumber. Tentukan harga L_1 dan R_1.

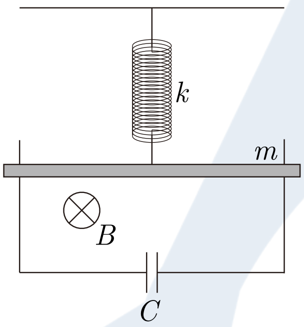
(Pelatihan 30 Besar, 2009)

81. Sebuah dipole magnet dengan momen magnet m dijaga bergerak dengan kecepatan konstan v sepanjang sumbu sebuah loop kawat berbentuk lingkaran dengan diameter D. Dipole mengarah ke pusat loop. Hambatan loop adalah R. Tentukan gaya yang bekerja pada dipole saat dipole berada pada jarak z dari pusat loop.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

82. Sebuah loop konduktor berbentuk lingkaran terbuat dari kawat dengan diameter d, hambatan jenis ρ dan massa jenis ρ_m. Kawat ini jatuh dalam medan magnet yang memiliki komponen $B_z = B_0(1 + kz)$, dimana k adalah suatu konstanta. Loop dengan diameter D ini selalu paralel bidang xy. Abaikan hambatan udara. Medan gravitasi dalam arah z negatif besarnya adalah g. Tentukan kecepatan terminal kawat. Gunakan dua cara yang berbeda (metode energi dan metode gaya).

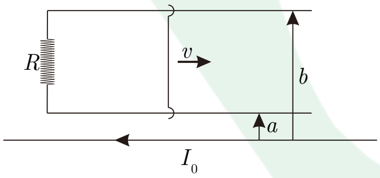
(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 120: Soal no. 83

83. Sebuah rangkaian mekanik–listrik ditunjukkan pada gambar 120. Sebuah batang konduktor tanpa hambatan dengan panjang L dan massa m disentuhkan ke kawat berbentuk U. Tidak ada gesekan antara batang dan kawat. Sistem berada dalam medan magnet konstan B yang seragam. Medan magnet masuk bidang dalam arah tegak lurus permukaan gambar. Pada sisi bawah kawat U, terdapat sebuah kapasitor dengan kapasitansi C. Tentukan periode osilasi sistem.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



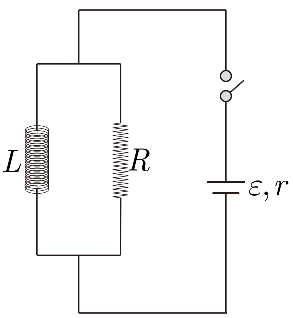
Gambar 121: Soal no. 84

84. Sebuah kawat lurus panjang dialiri arus I_0. Pada jarak a dan b dari kawat ini ada 2 kawat yang paralel dengannya. Kedua kawat ini terhubung melalui sebuah hambatan R. Sebuah kawat penghubung lainnya dapat bergerak bebas di atas dua kawat ini dengan kecepatan konstan v. Skema rangkaian dapat dilihat pada gambar 121. Abaikan semua hambatan lainnya dan juga induktansi diri.

   (a) Tentukan berapa besar dan arah arus pada kawat penghubung.

   (b) Tentukan gaya yang dibutuhkan untuk mempertahankan kecepatan kawat konstan.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)



Gambar 122: Soal no. 86

85. Sebuah partikel bermuatan bergerak dalam orbit lingkaran dalam pengaruh medan magnet B_0 yang konstan dan seragam. Radius orbit adalah R_0. Jika medan magnet secara perlahan- lahan diubah menjadi B_1, berapakah radius orbit R_1 yang baru? Jika medan magnet secara mendadak diubah kembali menjadi B_0, berapakah radius orbit akhir R_2?

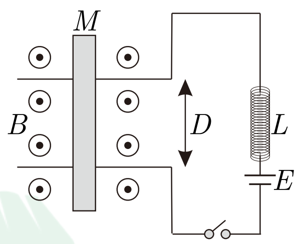
(Pelatihan 30 Besar, 2010)

86. Semua parameter dalam rangkaian pada gambar 122 diketahui, kecuali L. Juga diketahui muatan total yang mengalir melalui hambatan R setelah

saklar ditutup adalah q. Tentukan berapakah nilai L.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

87. Sebuah batang konduktor bermassa M bebas bergerak tanpa gesekan pada dua rel konduktor paralel yang terpisah pada jarak D. Rel ini terhubung pada sebuah saklar yang menghubungkannya pada sebuah baterai dengan emf E dan induktor dengan induktansi diri L. Batang konduktor membuat rangkaian menjadi rangkaian tertutup. Hambatan pada sistem bisa diabaikan. Ada medan magnet B yang arahnya tegak lurus dan keluar bidang seperti ditunjukkan pada gambar 123.



Gambar 123: Soal no. 87

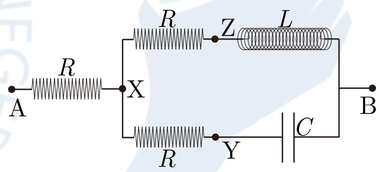
(a) Pada saat saklar ditutup, tunjukkan bahwa kecepatan batang konduktor diberikan oleh
$$\frac{d^2v}{dt^2} + av + b = 0.$$
Tentukan a dan b, nyatakan dalam E, D, L, M dan B.

(b) Sekarang anggap saklar pada mulanya terbuka. Pada saat $t = 0$, saklar ditutup dengan keadaan $I(0) = v(0) = 0$. Tentukan $I(t)$ saat $t > 0$.

(c) Gambar grafik yang menunjukkan potensial pada induktor sebagai fungsi waktu. Gambar juga grafik potensial pada batang sebagai fungsi dari waktu.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

88. Sebuah beda potensial $V_{AB} = V_0 \cos \omega t$, dimana V_0 adalah amplitudo, diberikan antara titik A dan B dalam rangkaian pada gambar 124. Diketahui bahwa $C = \dfrac{1}{\omega R\sqrt{3}}$ dan $L = \dfrac{R\sqrt{3}}{\omega}$.



Gambar 124: Soal no. 88

(a) Tentukan impedansi total rangkaian antara titik A dan B.

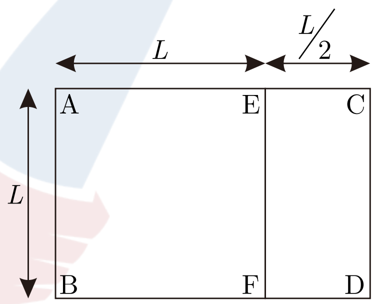
(b) Tentukan besar beda potensial V_{XA}, V_{XY} dan V_{XZ}.

(c) Tentukan juga fase dari ketiga tegangan di atas, relatif terhadap V_{AB}.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

89. Rangkaian pada gambar 125 diletakkan dalam medan magnet yang berubah linear terhadap waktu $B = kt$. Rangkaian dibuat dari bahan kawat yang seragam. Tentukan perbandingan arus yang melalui cabang AB dan arus yang melalui cabang CD.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

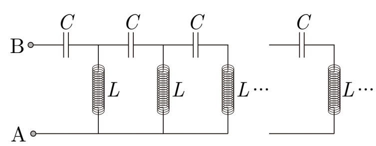


Gambar 125: Soal no. 89

90. Dua buah muatan titik bermuatan q dan $-q$, masing-masing memiliki massa m. Kedua partikel terpisah pada jarak L, diletakkan dalam medan magnet seragam B yang tegak lurus dengan garis hubung kedua partikel. Tentukan berapakah jarak minimum untuk L agar kedua partikel tidak pernah bisa bertemu.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

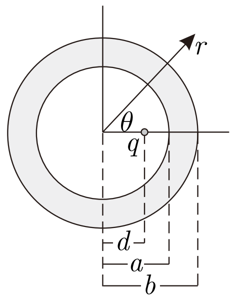
91. Sebuah rangkaian semi-tak-berhingga dibentuk dari susunan kapasitor C dan induktor L seperti ditunjukkan pada gambar 126. Rangkaian ini dihubungkan ke sebuah sumber tegangan bolak balik $V_0 \cos \omega t$ pada titik A dan B sehingga arus mengalir pada sistem. Tentukan daya rata-rata P yang diberikan pada sistem ini. Tentukan jawaban anda pada daerah



Gambar 126: Soal no. 91

$\omega > \omega_0$ dan $\omega < \omega_0$ dimana ω_0 adalah suatu frekuensi kritis pada sistem. Tentukan ω_0.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



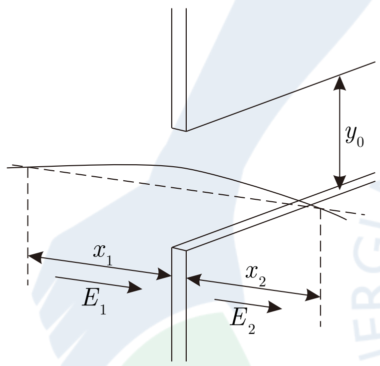
Gambar 127: Soal no. 92

92. Sebuah muatan titik q berada pada jarak d dari pusat sebuah kulit konduktor. Jari-jari dalam konduktor adalah a dan jari-jari luar adalah b seperti ditunjukkan pada gambar 127. Konduktor dalam keadaan netral. Tentukan potensial listrik di daerah $b < r$, $a < r < b$ dan $r < a$.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

93. Sebuah loop kawat tipis dengan diameter D dan massa m memiliki hambatan R yang relatif besar. Loop ini diputar dengan suatu kecepatan sudut mula-mula ω_0 terhadap sumbu vertikal. Dalam arah horizontal terdapat medan magnet seragam B. Asumsikan arus yang muncul pada kawat cukup kecil sehingga dalam satu periode, kecepatan sudut ω dapat dianggap tetap. Tentukan kecepatan sudut sebagai fungsi waktu.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)



Gambar 128: Soal no. 94

94. Struktur seperti pada gambar 128 digunakan sebagai lensa listrik. Ukuran celah dalam arah z jauh lebih besar daripada y_0. Kedua keping ini memisahkan daerah dengan medan listrik E_1 dan E_2. Berkas partikel bermuatan terfokus pada jarak x_1 sebelum memasuki celah dan terfokus kembali pada jarak x_2. Jika partikel dipercepat dengan potensial V_0 sebelum memasuki celah, tunjukkan bahwa $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \approx c\frac{E_2 - E_1}{V_0}$. Tentukan c. Gunakan pendekatan $V_0 \gg E_1x_1, E_2x_2$. Juga anggap $x_1, x_2 \gg y_0$.

(Pelatihan 30 Besar, 2009)

95. Tinjau sebuah muatan dengan massa m dan muatan listrik q_e. Muatan ini berada dalam medan magnet yang dihasilkan oleh sebuah monopole magnet (misalkan kalau memang ada) q_m yang dipertahankan diam di pusat koordinat:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}},$$

dengan $\hat{\boldsymbol{r}} = \frac{\mathbf{r}}{r}$ adalah vektor satuan dalam arah radial.

(a) Tentukan percepatan muatan q_e akibat medan $\mathbf{B}$ ini. Nyatakan dalam q_e, q_m, m, $\mathbf{r}$ (posisi partikel) dan $\mathbf{v}$ (kecepatan partikel).

(b) Tunjukkan bahwa laju $v = |\mathbf{v}|$ adalah konstan dalam gerak partikel.

(c) Tunjukkan bahwa besaran vektor

$$\boldsymbol{Q} \equiv m(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}) - \frac{\mu_0 q_e q_m}{4\pi}\hat{\boldsymbol{r}}$$

adalah konstan dalam gerak partikel.

(d) Pilih sistem koordinat bola (r, θ, φ) dengan sumbu polar (sumbu z) searah vektor $\boldsymbol{Q}$.

i. Hitung $\boldsymbol{Q} \cdot \hat{\boldsymbol{\varphi}}$ dan tunjukkan bahwa sudut θ adalah konstan dalam gerak partikel.

ii. Hitung $\boldsymbol{Q} \cdot \hat{\boldsymbol{r}}$ dan tunjukkan bahwa besar $\boldsymbol{Q}$ adalah

$$|\boldsymbol{Q}| = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{q_e q_m}{\cos\theta}\right].$$

iii. Hitung $\boldsymbol{Q} \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}}$ dan tunjukkan bahwa

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{k}{r^2}.$$

Tentukan k.

iv. Dengan menyatakan v^2 dalam sistem koordinat bola, dapatkan persamaan gerak partikel dalam bentuk berikut

$$\frac{dr}{d\varphi} = f(r).$$

Tentukan $f(r)$.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

96. Soal ini terdiri dari 2 bagian pertanyaan yang berhubungan.

(a) Sebuah bola konduktor terisolasi memiliki jari-jari R. Bola ini dimasukkan dalam medan listrik E_0. Pada bagian ini kita akan menentukan distribusi muatan pada permukaan bola.

i. Teknik yang digunakan adalah dengan menganggap ada dua muatan Q dan $-Q$ berada di sekitar bola konduktor ini. Muatan Q diletakkan pada posisi $-a$, muatan $-Q$ diletakkan pada posisi $+a$ dan bola konduktor diletakkan pada pusat koordinat. Jika diambil limit a yang besar dan Q yang besar juga sedemikian sehingga resultan medan listrik yang dihasilkan di pusat koordinat besarnya E_0 maka akan dihasilkan sistem seperti di atas. Gunakan teknik ini untuk mendapatkan distribusi muatan pada permukaan bola.

ii. Sekarang belah bola terisolasi ini pada bagian tengahnya (bidang belahnya tegak lurus medan E_0). Tentukan gaya yang dibutuhkan pada masing masing belahan bola untuk mempertahankan agar kedua belahan bola ini tidak bergerak.

iii. Sekarang jika bola konduktor ini diberi muatan total q, tentukan gaya pada masing-masing setengah bola yang dibutuhkan untuk mempertahankan kedua belahan bola ini dari terpisah.

(b) Dua buah keping konduktor yang sangat besar berada posisi sejajar satu dengan yang lainnya. Jarak keduanya adalah D. Pada salah satu keping, terdapat sebuah benjolan kecil berbentuk setengah bola dengan jari-jari $a(a \ll D)$. Keping dengan benjolan ini dipertahankan pada potensial nol. Keping satunya lagi dihubungkan pada sumber potensial, sedemikian sehingga medan listrik pada daerah yang jauh dari benjolan adalah E_0.

i. Tentukan distribusi muatan pada permukaan benjolan.

ii. Tentukan besar muatan total pada benjolan.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

97. Ruang di antara sepasang silinder konduktor koaksial (sesumbu) dibuat menjadi vakum. Jari-jari silinder dalam adalah a dan jari-jari silinder luar adalah b. Silinder luar disebut anoda dan diberi potensial positif V relatif terhadap silinder dalam. Selain itu, sebuah medan magnet seragam dan konstan $\boldsymbol{B}$ diberikan dalam arah sejajar sumbu silinder dan keluar bidang. Muatan induksi pada permukaan silinder dapat diabaikan.

(a) Pertama hidupkan potensial V, tetapi matikan medan magnet $\boldsymbol{B}$. Elektron terlepas dari permukaan dalam dengan kecepatan yang dapat diabaikan. Tentukan kecepatan elektron saat menyentuh permukaan anoda.

(b) Untuk kasus kedua, matikan potensial V tetapi hidupkan medan magnet $\boldsymbol{B}$. Elektron terlepas dari permukaan dalam dengan kecepatan v_0 dalam arah radial. Untuk suatu medan magnet kritis tertentu, B_c, elektron tidak dapat mencapai permukaan anoda. Sketsa lintasan elektron untuk keadaan B sedikit lebih besar daripada B_c. Tentukan besarnya B_c.

(c) Untuk seluruh bagian soal selanjutnya, baik potensial V maupun medan magnet $\boldsymbol{B}$ dihidupkan. Medan magnet akan membuat momentum sudut elektron (relatif terhadap sumbu silinder) berubah terhadap waktu. Tuliskan persamaan laju perubahan momentum sudut dL/dt ini. Tunjukkan bahwa persamaan ini akan memberikan besaran

$$L - keBr^2$$

adalah konstan sepanjang gerak elektron, dimana k adalah sebuah angka dan r adalah jarak elektron dari sumbu silinder. Tentukan harga k.

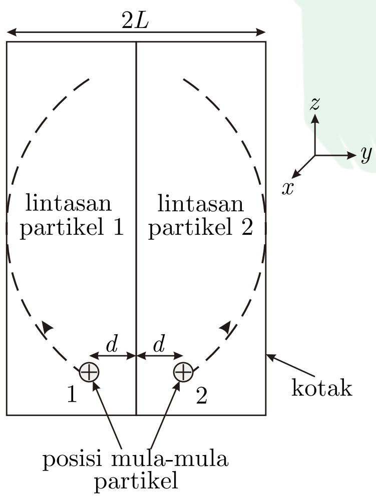
(d) Tinjau sebuah elektron yang terlepas dari permukaan silinder dalam dengan kecepatan awal yang dapat diabaikan. Elektron ini tidak dapat mencapai anoda, tetapi memiliki jarak maksimum r_m dari sumbu silinder. Tentukan kecepatan v pada saat elektron berada pada jarak maksimum, dinyatakan dalam r_m.

(e) Untuk medan B lebih besar dari suatu harga kritis, B_c, elektron yang terlepas dari permukaan dalam (dengan kecepatan yang dapat diabaikan) tidak akan dapat mencapai permukaan anoda. Tentukan harga B_c.

(f) Jika elektron terlepas dari permukaan silinder, maka secara umum elektron akan mempunyai kecepatan awal sebagai berikut: kecepatan searah medan B adalah v_B, kecepatan dalam arah radial adalah v_r dan kecepatan dalam arah azimutal adalah v_φ. Tentukan nilai medan magnet kritis B_c, agar elektron ini tidak dapat mencapai anoda.

(Pelatihan 30 Besar, 2010)

98. Tinjau dua muatan positif (muatan 1 dan muatan 2) identik masing- masing memiliki massa m dan muatan q. Di antara kedua muatan tersebut terdapat sebuah keping yang dialiri arus listrik sedemikian sehingga medan magnet (B_1 dan B_2) yang dihasilkan seragam dan konstan. Besar medan magnet B_1 dan B_2 sama yaitu B. Arah medan magnet diatur sedemikian sehingga kedua muatan bergerak dalam bidang datar mengikuti lintasan simetris seperti tampak pada gambar 129. Anggap kehadiran keping tidak mempengaruhi besar dan arah gaya listrik di antara kedua muatan. Abaikan medan magnet yang timbul akibat muatan bergerak. Abaikan juga medan gravitasi.



Gambar 129: Soal no. 98

(a) Tentukan arah vektor medan magnet $\boldsymbol{B}_1$ dan $\boldsymbol{B}_2$.

(b) Tentukan vektor gaya-gaya yang bekerja pada muatan 1 dan juga pada muatan 2 pada suatu waktu t. Kemudian tuliskan persamaan gerak pada saat t untuk muatan 2 saja (karena gerakan muatan 1 simetris dengan gerakan muatan 2, seperti ditunjukkan pada gambar 129).

(c) Apakah energi mekanik (energi kinetik ditambah energi potensial listrik) sistem kekal?

(d) Jika mula-mula kedua muatan diam dengan jarak di antara keduanya adalah $2d$, berapakah jarak maksimum $2L$ kedua muatan ini dinyatakan dalam k, d, B dan m?

(Olimpiade Sains Nasional, 2009)

Jawaban Listrik Magnet

1. $v_m = \sqrt{\dfrac{2kq^2}{3ma}}$.

2. $V = \begin{cases} \dfrac{kq}{r} & r \geq 3R \\ \dfrac{kq}{3R} & 2R \leq r < 3R \\ \dfrac{kq}{42}\left(\dfrac{3r^2}{R^3} + \dfrac{48}{r} - \dfrac{22}{R}\right) & R \leq r < 2R \\ kq\left(\dfrac{1}{r} - \dfrac{13}{42R}\right) & r < R \end{cases}$

3. $T = \dfrac{kq^2}{a^2}\left[9 - \dfrac{1}{9}\sqrt{3}\right]$

4. (a) $F = \dfrac{\sigma_1\sigma_2}{2\varepsilon_0}\pi R^2$

   (b) $F = \dfrac{\sigma_1\sigma_2}{2\varepsilon_0}\pi R_2^2$

5. (a) $v_1 = -\sqrt{\dfrac{5ke^2}{2m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   $v_2 = 0$

   $v_3 = \sqrt{\dfrac{5ke^2}{2m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   (b) $v_1 = -\sqrt{\dfrac{3ke^2}{m_eL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   $v_2 = -\sqrt{\dfrac{ke^2}{m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   $v_3 = \sqrt{\dfrac{ke^2}{m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   (c) $v_1 = -\sqrt{\dfrac{5ke^2}{2m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   $v_2 = 0$

   $v_3 = \sqrt{\dfrac{5ke^2}{2m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   (d) $v_1 = -\sqrt{\dfrac{ke^2}{2m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

   $v_2 = \sqrt{\dfrac{4ke^2}{m_eL}}\hat{\boldsymbol{y}}$

   $v_3 = \sqrt{\dfrac{ke^2}{2m_pL}}\hat{\boldsymbol{x}}$

6. $W = 3mgh$

7. $v = \left[\dfrac{kq^2}{2ma}\left(1 - \dfrac{1}{3}\sqrt{3}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$

8. (a) $v_{min} = \sqrt{\dfrac{2kQq}{mR}}$

   (b) $v_{fin} = v_0$

   (c) $v'_{min} = \sqrt{\dfrac{2kQq}{R}\dfrac{m+M}{mM}}$

   (d) $v_c = v_0 \dfrac{\dfrac{m}{M} + \sqrt{1 - \left(1 + \dfrac{m}{M}\right)\dfrac{2kqQ}{mRv_0^2}}}{1 + \dfrac{m}{M}}$

   (e) $v_{m,fin} = v_0$

   $v_{M,fin} = 0$

   (f) $x_{min} = \sqrt{\left[\dfrac{2kqQ}{mMv_0^2}(m+M)\right]^2 - R^2}$

   (g) $v'_{m,fin} = \dfrac{m-M}{m+M}v_0$

   $v'_{M,fin} = \dfrac{2m}{m+M}v_0$

9. $E = \dfrac{3kqR^2}{2x^4}$

10. $\boldsymbol{E} = -\dfrac{r}{3\varepsilon_0}\boldsymbol{a}$

11. $a = g\left[1 - \dfrac{h}{\sqrt{h^2 + R^2}}\right]$

12. $F(\theta) = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\varepsilon_0\cos\theta}$

    $F(0) = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\varepsilon_0}$

    $F(\pi/2) \to \infty$

13. $l = \sqrt{\dfrac{kqQ}{E}\dfrac{M+m}{Qm - qM}}$,
    jika $Q > 0$, $q > 0$ maka syaratnya $Qm > qm$,
    jika $Q < 0$, $q < 0$ maka syaratnya $|Q|m < |q|m$,
    jika $Q < 0$, $q > 0$ bisa untuk semua Q, q, m, M,
    jika $Q > 0$, $q < 0$ tidak bisa.

14. $v_1 = -3\sqrt{\dfrac{kq^2}{2ma}}$

$v_2 = -\sqrt{\dfrac{kq^2}{2ma}}$

$v_3 = \sqrt{\dfrac{kq^2}{2ma}}$

15. $\phi_1 = \dfrac{\rho r_0}{3\varepsilon_0}\pi\left(R^2 - r_0^2\right)$

$\phi_2 = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}2\pi\left(1 - \dfrac{r_0}{R}\right)$

$q = \dfrac{\pi\rho}{3}\left(2R^3 - 3R^2 r_0 + r_0^3\right)$

16. (a) $\rho = 5kr^2\varepsilon_0$

(b) $q = 4\pi k\varepsilon_0 R^5$

17. $$E = \begin{cases} \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0} & r \le R \\ \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} & R \le r < 2R \\ 0 & 2R < r < 3R \\ \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} & 3R < r \end{cases}$$

$$V = \begin{cases} \dfrac{\rho R^2}{6\varepsilon_0}\left[\dfrac{8}{3} - \dfrac{r^2}{R^2}\right] & 0 \le r \le R \\ \dfrac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}\left[\dfrac{R}{r} - \dfrac{1}{6}\right] & R \le r \le 2R \\ \dfrac{\rho R^2}{9\varepsilon_0} & 2R \le r \le 3R \\ \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r} & 3R \le r \end{cases}$$

18. $\phi = \dfrac{Q}{24\varepsilon_0}$

19. $\boldsymbol{E_1} = \dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}(\hat{\boldsymbol{i}} + \hat{\boldsymbol{j}})$

$\boldsymbol{E_2} = 0$

20. (a) $\boldsymbol{E} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\boldsymbol{a}$

(b) $V = \dfrac{\rho}{6\varepsilon_0}\left[3R_1^2 - a^2 - 3R_2^2\right]$

21. $R_{min} = \dfrac{Rq^2}{q^2 + \pi\varepsilon_0 mR\,(v_1 + v_2)^2}$

22. (a) $V(x) = -\dfrac{\rho_0 x^3}{6\varepsilon_0 D} + \left(\dfrac{\rho_0 D}{6\varepsilon_0} + \dfrac{V_0}{D}\right)x$

(b) $E = \dfrac{\rho_0 x^2}{2\varepsilon_0 D} - \dfrac{\rho_0 D}{6\varepsilon_0} - \dfrac{V_0}{D}$

(c) $\sigma_b = -\dfrac{\rho_0 D}{6} - \dfrac{V_0\varepsilon_0}{D}$

$\sigma_a = -\left(\dfrac{\rho_0 D}{3} - \dfrac{V_0\varepsilon_0}{D}\right)$

23. $\dfrac{Q_1}{a_1} = \dfrac{Q_2}{a_2}, \qquad b \gg a_1, a_2$

$\dfrac{Q_1}{a_1}\left[1 - \dfrac{a_1}{b} + \dfrac{a_1 a_2}{b^2 - a_1^2}\right]$

$= \dfrac{Q_2}{a_2}\left[1 - \dfrac{a_2}{b} + \dfrac{a_1 a_2}{b^2 - a_2^2}\right], \; b > a_1, a_2$

24. $v = \dfrac{E}{2}\sqrt{\dfrac{R}{km}(L^2 - l^2)}, \qquad R \ll l < L$

$v = \dfrac{E}{2}L\sqrt{\dfrac{R}{km}}, \qquad R \ll l \ll L$

25. (a) $C = 4\pi\varepsilon_0 a$

(b) $C = 8\pi\varepsilon_0 a$

(c) $C = 2\pi\varepsilon_0 a$

(d) $C = 4\pi\varepsilon_0(a_1 + a_2)$

(e) $C = 8\pi\varepsilon_0 a\left[1 - \dfrac{a}{b} + \dfrac{a^2}{b^2 - a^2}\right] = 8\pi\varepsilon_0 a\dfrac{101}{120}$

(f) $C = 2\pi\varepsilon_0 a\dfrac{149}{120}$

26. $C = \left(\dfrac{\varepsilon_3}{2} + \dfrac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\right)\dfrac{Lw}{d}$

$\sigma_b = \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\dfrac{2V}{d}\varepsilon_0$

27. $F_1 = \dfrac{kq^2}{4a_1^2}$

$F_2 = \dfrac{kq_2^2}{4a_2^2}$

$W = -\dfrac{kq^2}{4a_1} - \dfrac{kq^2}{4a_2}$

28. $W = \dfrac{kQ^2R^3}{2a^2(a^2 - R^2)}$

29. $c = \dfrac{2\pi\varepsilon_0}{\ln 2}$

30. $T = \dfrac{8}{V}\sqrt{\dfrac{mdL}{\varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)w}}$

31. $v_0 = \sqrt{\dfrac{8\sqrt{10}}{125}\dfrac{m + M}{mM}\dfrac{pPA}{R^2\varepsilon_0}}$

32. $q_{b,in} = -\dfrac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}q$

$q_{b,out} = \dfrac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}q$

33. $V = \dfrac{Q + \frac{1}{3}q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

34. (a) $E_{12} = \dfrac{\Delta\varphi}{2d}$

$E_{23} = -\dfrac{\Delta\varphi}{d}$

$E_{34} = \dfrac{\Delta\varphi}{2d}$

(b) $\sigma_1 = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\varepsilon_0\Delta\varphi}{d}$

$\sigma_2 = \dfrac{3}{2}\dfrac{\varepsilon_0\Delta\varphi}{d}$

$\sigma_3 = -\dfrac{3}{2}\dfrac{\varepsilon_0\Delta\varphi}{d}$

$\sigma_4 = \dfrac{1}{2}\dfrac{\varepsilon_0\Delta\varphi}{d}$

35. $f = \dfrac{F}{L} = \dfrac{\lambda^2 d}{2\pi\varepsilon_0(d^2 - R^2)}$

36. $q_2 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 rv}{1000000}$

37. $q_1 = \dfrac{5}{2}q$

$q_2 = -\dfrac{3}{2}q$

$q_3 = \dfrac{3}{2}q$

$q_4 = -\dfrac{3}{2}q$

$q_5 = \dfrac{3}{2}q$

$q_6 = \dfrac{5}{2}q$

38. (a) $E_1 = \dfrac{\sigma_2 V}{\sigma_1 d_2 + \sigma_2 d_1}$

$E_2 = \dfrac{\sigma_1 V}{\sigma_1 d_2 + \sigma_2 d_1}$

(b) $i = VA\dfrac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1 d_2 + \sigma_2 d_1}$

(c) $\sigma_t = V\varepsilon_0\dfrac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 d_2 + \sigma_2 d_1}$

(d) $\sigma_f = V\dfrac{\sigma_1\varepsilon_2 - \sigma_2\varepsilon_1}{\sigma_1 d_2 + \sigma_2 d_1}$

39. (a) Dipole bayangan $p' = p\dfrac{R^3}{d^3}$ di $x = \dfrac{R^2}{d}$ mengarah ke pusat bola.

Muatan bayangan 1: $-\dfrac{pR}{d^2}$ di $x = \dfrac{R^2}{d}$.

Muatan bayangan 2: $\dfrac{pR}{d^2}$ di pusat bola.

(b) $V = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$

40. (a) $E = \dfrac{q - Q}{2\varepsilon_0 s}$ ke kanan.

(b) $Q_\beta = Q + \dfrac{q}{2}$

$Q_\gamma = \dfrac{q}{2}$

(c) $v = \sqrt{\dfrac{d}{\varepsilon_0 sm}}(Q - \frac{q}{2})$

41. $R_1 = R\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$

42. $V_1 = \dfrac{1}{9}\mathcal{E}$

$V_2 = \dfrac{1}{9}\mathcal{E}$

$V_2 = \dfrac{2}{9}\mathcal{E}$

43. $R_{AC} = \dfrac{2}{3}R$

44. $Q_0 = \dfrac{CV}{1 + e^{-\frac{\tau}{RC}}}$

45. $R_p = \dfrac{5 + \sqrt{41}}{4}R$

46. $Q = CV/2$

47. $\rho = \dfrac{\pi aV}{I_0}(2 + \sqrt{2})$

48. $R_p = \dfrac{7}{24}R$

49. $i_1 = 0.2\,\mathrm{A}$

50. $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi d}\dfrac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$

51. $d = \dfrac{mv}{Be}(1 - \sin\theta)$

52. (a) i. $r_m = \dfrac{kq_1q_2}{m_1v_0^2} + \sqrt{b^2 + \left(\dfrac{kq_1q_2}{m_1v_0^2}\right)^2}$

ii. $\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{kq_1q_2}{m_1v_0^2 b}$

(b) i. $r_m = \sqrt{b^2 + \left(\dfrac{kq_1q_2}{mv_0^2}\right)^2} - \dfrac{k|q_1q_2|}{m_1v_0^2}$

ii. $\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{k|q_1q_2|}{m_1v_0^2 b}$

(c) i. $r_m = \dfrac{kq_1q_2}{v_0^2}\dfrac{m_1 + m_2}{m_1m_2} + \sqrt{b^2 + \left(\dfrac{kq_1q_2}{v_0^2}\dfrac{m_1 + m_2}{m_1m_2}\right)^2}$

ii. $v_{1x} = \dfrac{m_2v_0}{m_1 + m_2}\left[\dfrac{(kq_1q_2)^2 - (\mu v_0^2 b)^2}{(kq_1q_2)^2 + (\mu v_0^2 b)^2}\right] - \dfrac{m_1v_0}{m_1 + m_2}$

$v_{1y} = \dfrac{2m_2v_0}{m_1 + m_2}\dfrac{kq_1q_2\mu v_0^2 b}{(kq_1q_2)^2 + (\mu v_0^2 b)^2}$

$v_{2x} = \dfrac{m_1v_0}{m_1 + m_2}\dfrac{2(\mu v_0^2 b)^2}{(kq_1q_2)^2 + (\mu v_0^2 b)^2}$

$v_{2y} = \dfrac{2m_1v_0}{m_1 + m_2}\dfrac{kq_1q_2\mu v_0^2 b}{(kq_1q_2)^2 + (\mu v_0^2 b)^2}$

$\mu \equiv \dfrac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$

53. $B_{in} = -\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}\left[1 - \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + r^2}}\right]$

$B_{out} = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}\dfrac{R}{\sqrt{R^2 + r^2}}$

54. $B_x = \dfrac{\mu_0 k}{2}$

$B_y = \dfrac{\mu_0 k}{2\pi}\ln\dfrac{d + y}{d - y}$

55. (a) $\boldsymbol{F} = \dfrac{3\mu_0 m^2}{4\pi L^4}\hat{\boldsymbol{x}}$

(b) $\boldsymbol{F} = -\dfrac{6\mu_0 m^2}{4\pi L^4}\hat{\boldsymbol{x}}$

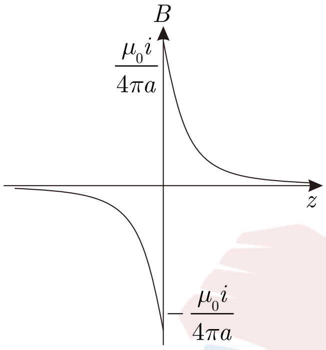
(c) $\boldsymbol{F} = \dfrac{3\mu_0 m^2}{4\pi L^4}\hat{\boldsymbol{z}}$

56. $z = \left(\dfrac{2\pi r^2 ia}{mg}\right)^{\frac{1}{3}}$

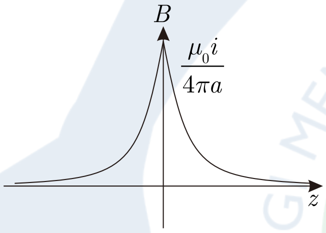
57. $\boldsymbol{F}_{pm} = -\dfrac{3\mu_0 mpv}{4\pi d^4}\hat{\boldsymbol{y}}$

$\boldsymbol{F}_{mp} = \dfrac{3\mu_0 mpv}{2\pi d^4}\hat{\boldsymbol{y}}$

58.(a) $B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 i}{4\pi r}\left[1 - \dfrac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right], & z > 0 \\ -\dfrac{\mu_0 i}{4\pi r}\left[1 + \dfrac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right], & z < 0 \end{cases}$



(b) $B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 i}{4\pi r}\left[1 - \dfrac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right], & z > 0 \\ \dfrac{\mu_0 i}{4\pi r}\left[1 + \dfrac{z}{\sqrt{z^2+r^2}}\right], & z < 0 \end{cases}$



59. $\boldsymbol{F}_{\mathrm{AB}} = \dfrac{\mu_0 i_1 i_2 2b}{2\pi(c-a)}\hat{\boldsymbol{x}}$

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{CD}} = -\dfrac{\mu_0 i_1 i_2 2b}{2\pi(c+a)}\hat{\boldsymbol{x}}$

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{DA}} = -\dfrac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi}\ln\dfrac{c+a}{c-a}\hat{\boldsymbol{y}}$

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{BC}} = \dfrac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi}\ln\dfrac{c+a}{c-a}\hat{\boldsymbol{y}}$

$\Sigma\boldsymbol{F} = \dfrac{\mu_0 i_1 i_2 2b}{2\pi}\dfrac{2a}{c^2-a^2}\hat{\boldsymbol{x}}$

$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{AB}} = \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{CD}} = 0$

$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{BC}} = -\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{DA}} = \dfrac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi}\left[2a - c\ln\dfrac{c+a}{c-a}\right]\hat{\boldsymbol{z}}$

$\Sigma\boldsymbol{\tau} = 0$

60. $v_0 = \sqrt{\dfrac{8\sqrt{10}\mu_0 AmM}{125 m_0 R^2}}$

61. $F = \dfrac{\mu_0 ivp}{4\pi d^2}$

62. $y_{max} = a\exp\left[\dfrac{2\pi m v_0}{\mu_0 Iq}\right]$

$y_{min} = a\exp\left[-\dfrac{2\pi m v_0}{\mu_0 Iq}\right]$

kelajuan tetap v_0

63. $f = \dfrac{m^2v^2}{B^2q^2l}$

64. $I = \sqrt{\dfrac{2F_m}{\mu_0 nR}}$

65. $P = \dfrac{B^2v^2d^2R}{(R+\frac{\rho d}{S})^2}$

$R_m = \dfrac{\rho d}{s}$

$P_{maks} = \dfrac{B^2v^2dS}{4\rho}$

66.(a) $m\dfrac{dv_x}{dt} = Bqv_y$

$m\dfrac{dv_y}{dt} = qE - Bqv_x$

$x = \dfrac{E}{B}t - \dfrac{mE}{qB^2}\sin\dfrac{qB}{m}t$

$y = \dfrac{Em}{qB^2}\left(1 - \cos\dfrac{qB}{m}t\right)$

(b) $l = \dfrac{2\pi mE}{qB^2}$

(c) $< v_x > = \dfrac{E}{B}$

67. $\boldsymbol{F} = -\dfrac{\mu_0\lambda vm}{2\pi r^2}\hat{\boldsymbol{z}}$

$\boldsymbol{\tau} = -\dfrac{\mu_0\lambda vm}{2\pi r}\hat{\boldsymbol{y}}$

68.(a) $\dfrac{\mu}{L} = \dfrac{Q}{2M}$

(b) $\dfrac{\mu}{L} = \dfrac{Q}{2M}$

(c) $\mu = \dfrac{e\hbar}{4m}$

69.(a) $B = \dfrac{\mu_0 k}{2}$

(b) $B_1 = \dfrac{3\mu_0 k}{4}$, masuk permukaan

$B_2 = \dfrac{\mu_0 k}{4}$, keluar permukaan

(c) $B_1 = \dfrac{2\mu_0 k}{3}$, masuk permukaan

$B_2 = \dfrac{\mu_0 k}{3}$, keluar permukaan

(d) $B_1 = \left(1 - \dfrac{\alpha}{2\pi}\right)\mu_0 k$, masuk permukaan

$B_2 = \dfrac{\alpha}{2\pi}\mu_0 k$, keluar permukaan

70. $\boldsymbol{B} = -\mu_0 Ja\hat{\boldsymbol{y}}$

71. $L_f = \dfrac{1}{2}L$

72.(a) Berlawanan arah jarum jam

(b) B padam

D menyala lebih terang

Arus mengalir melalui kawat superkonduktor.

(c) $V_1 = V_{\mathrm{AC}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{C}} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{d\phi}{dt}$

$V_2 = V_{\mathrm{AB}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}} = \dfrac{3}{4}\dfrac{d\phi}{dt}$

(d) $V_1 = 0$

$V_2 = \dfrac{d\phi}{dt}$

73. $i = \dfrac{7}{2}i_0$

74. $F = \dfrac{\mu_0^2 q_m^2 R^2}{4L}\left[1 - \dfrac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right]\dfrac{1}{(x^2+R^2)^{3/2}}$

75. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{z_0}{5g}}$

$z_0 = \left[\dfrac{2\pi^2 R^4 a^2}{mgL}\right]^{1/5}$

76. $i = V_0\sqrt{\dfrac{1+(\omega C R_2)^2}{(R_1+R_2)^2+(\omega C R_1 R_2)^2}}\cos(\omega t+\varphi)$

$\tan\varphi = \dfrac{C\omega R_2^2}{R_1+R_2+\omega^2 C^2 R_1 R_2^2}$

77. (a) $I = \dfrac{V_0 M}{\sqrt{\omega^2[L^2-M^2]^2+R^2L^2}}$

(b) $Q = (\cos\omega t - 1)\dfrac{MC}{L}V_0$

$\omega = \sqrt{\dfrac{L}{C(L^2-M^2)}}$

78. $< P > = \dfrac{\pi^2 B^2 a^4 \omega^2}{8R}$

79. $v = \dfrac{\sqrt{mL}}{Bd} g \sin\alpha \sin\dfrac{Bd}{\sqrt{mL}}t$

80. $L_1 = R_2 R_3 C_4$

$R_1 = \dfrac{R_2 C_4}{C_3}$

81. $F = \dfrac{9\mu_0^2 m^2 D^4 z^2 v}{64R(z^2+d^2/4)^5}$

82. $v = \dfrac{16\rho_m \rho g}{D^2 B_0^2 k^2}$

83. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m+CB^2L^2}{k}}$

84. (a) $i = \dfrac{\mu_0 I_0 v}{2\pi R}\ln\dfrac{b}{a}$ ke arah atas

(b) $F = \left(\dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}\right)^2\dfrac{v}{R}$

85. $R_1 = R_0\sqrt{\dfrac{B_0}{B_1}}$

$R_2 = R_0\dfrac{B_1+B_0}{2\sqrt{B_0B_1}}$

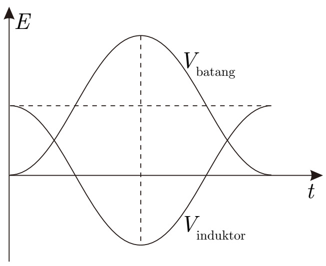
86. $L = \dfrac{qrR}{\varepsilon}$

87. (a) $a = \dfrac{B^2D^2}{mL}$

$b = -\dfrac{BDE}{mL}$

(b) $i = \sqrt{\dfrac{m}{L}}\dfrac{E}{BD}\sin\dfrac{BD}{\sqrt{mL}}t$

(c)



88. (a) $z_{AB} = 3R$

(b) $V_{xA} = \dfrac{V_0}{3}$

$V_{xy} = \dfrac{V_0}{3}$

$V_{xz} = \dfrac{V_0}{3}$

(c) $\varphi_{xA} = \pi$

$\varphi_{xy} = \pi/3$

$\varphi_{xz} = -\pi/3$

89. $\dfrac{i_{AB}}{i_{CD}} = \dfrac{7}{6}$

90. $L = \left[\dfrac{4m}{\pi\varepsilon_0 B^2}\right]^{1/3}$

91. $\omega_0 = \dfrac{1}{2\sqrt{LC}}$

$$P = \begin{cases} = 0 & \text{jika } \omega < \omega_0 \\ = \dfrac{V_0^2}{4\omega L}\sqrt{4\omega^2 LC - 1} & \text{jika } \omega > \omega_0 \end{cases}$$

92.
$$V = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} & r > b \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 b} & a < r < b \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 b} + \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0[r^2+d^2-2rd\cos\theta]^{1/2}} - \dfrac{qa/d}{4\pi\varepsilon_0[r^2+a^4/d^2-2ra^2/d\cos\theta]^{1/2}} & r < a \end{cases}$$

93. $\omega = \omega_0\exp\left[-\dfrac{\pi^2 D^2 B^2}{4mR}t\right]$

94. $c = 1/2$

95. (a) $\boldsymbol{a} = \dfrac{\mu_0 q_e q_m}{4\pi m r^3}\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}$

(b) $\dfrac{d}{dt}|v^2| = 2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v} = 0$

(c) Turunkan $\boldsymbol{Q}$ terhadap t, $\dfrac{dQ}{dt} = 0$.

(d) i. $\boldsymbol{Q}\cdot\hat{\boldsymbol{\varphi}} = 0 = r^2\dot\theta$

ii. $\boldsymbol{Q}\cdot\hat{\boldsymbol{r}} = -\dfrac{\mu_0 q_e q_m}{4\pi} = Q\cos\theta$

iii. $\boldsymbol{Q}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}} = -mr^2\sin\theta\dot\varphi = -Q\sin\theta$

$k = \dfrac{\mu_0 q_e q_m}{4\pi m\cos\theta}$

iv. $f(r) = r\sqrt{\dfrac{v^2r^2}{k^2} - \sin^2\theta}$

96. (a) i. $\sigma = 3\varepsilon_0 E_0\cos\theta$

ii. $F = \dfrac{9}{4}\pi\varepsilon_0 E_0^2 R^2$

iii. $F_1 = \pi R^2[\dfrac{9}{4}\varepsilon_0 E_0^2 + 2E_0\sigma_0 + \dfrac{\sigma_0^2}{2\varepsilon_0}]$

$F_2 = \pi R^2[-\dfrac{9}{4}\varepsilon_0 E_0^2 + 2E_0\sigma_0 - \dfrac{\sigma_0^2}{2\varepsilon_0}]$

(b) i. $\sigma = 3\varepsilon_0 E_0\cos\theta$

ii. $3\pi\varepsilon_0 E_0 a^2$

97. (a) $v = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$

(b) $B_c = \frac{mv_0}{q} \frac{2b}{b^2 - a^2}$

(c) $k = 1/2$

(d) $v = \frac{eB(r_m^2 - a^2)}{2mr_m} = \sqrt{\frac{2eV}{m} \frac{\ln(r_m/a)}{\ln(b/a)}}$

(e) $B_c = \frac{2b}{b^2 - a^2} \sqrt{\frac{2mV}{e}}$

(f) $B_c = \frac{2mb}{e(b^2 - a^2)} [\sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2 + 2eV/m} - v_\varphi \frac{a}{b}]$

98. (a) B_1 ke luar
B_2 ke dalam

(b) $\boldsymbol{F}_1 = \left(-\frac{kq^2}{4y^2} + Bqv_z\right)\hat{\boldsymbol{y}} - Bqv_y\hat{\boldsymbol{z}}$

$\boldsymbol{F}_2 = \left(\frac{kq^2}{4y^2} - Bqv_z\right)\hat{\boldsymbol{y}} + Bqv_y\hat{\boldsymbol{z}}$

$m\ddot{y} = \frac{kq^2}{4y^2} - Bqv_z$

$m\ddot{z} = Bqv_y$

(c) Ya, energi mekanik kekal

(d) $L = \frac{d}{2}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2km}{B^2d^3}}\right]$

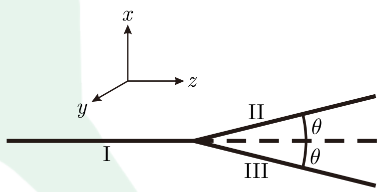
Gelombang

1. Sebuah sistem tali mempunyai suatu percabangan seperti pada gambar 130. Gelombang transversal datang pada tali I dengan persamaan gelombang $y = A\sin(\omega t - kz)$. Massa per satuan tali sama untuk ketiga cabang yaitu μ dan tegangan tali I adalah T_0.

   (a) Tentukan persamaan gelombang yang diteruskan pada tali II dan III serta gelombang pada tali I. Anggap pada percabangan tidak ada massa.

   (b) Hitung amplitudo tali untuk kasus sudut $\theta = 60°$.

   (Pelatihan 15 Besar, 2010)



Gambar 130: Soal no. 1

2. (a) Sebuah pegas memiliki panjang mula-mula L_0, konstanta pegas S, dan massa m. Pegas ini kemudian ditarik pada kedua ujungnya sehingga panjangnya menjadi $L = L_0 + \delta\ (\delta \ll L_0)$. Saat $t = 0$, kedua ujung pegas dilepas. Tentukan kapan $(t = T_0)$ pegas kembali ke keadaan seperti saat $t = 0$.

   (b) Sekarang pasang massa M pada kedua ujung pegas. Hitung periode osilasi sistem jika M/m adalah 10, 1 dan 0.1, nyatakan dalam T_0. Asumsikan pegas hanya berosilasi pada mode dasar.

   (c) Jika pegas pada nomor 2a digantung dalam medan gravitasi g, berapakah panjang kesetimbangan pegas akibat medan gravitasi.

   (Pelatihan 15 Besar, 2010)

3. Sebuah tali diikatkan pada dua buah dinding yang berjarak L. Pada tengah-tengah tali terdapat sebuah massa M (lihat Gambar 131). Tali mempunyai massa tiap satuan panjang μ dan tegangan tali T. Jika tali diberi gangguan, maka akan terbentuk gelombang berdiri pada sistem.

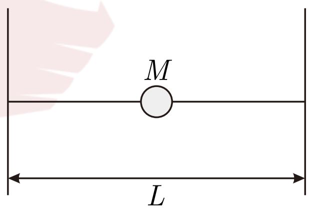
   (a) Dengan menggunakan argumen simetri, sketsa bentuk dari keempat mode getar dengan frekuensi terendah.

   (b) Hitung berapakah bilangan gelombang k dari dua mode normal terendah (gunakan grafik jika perlu).

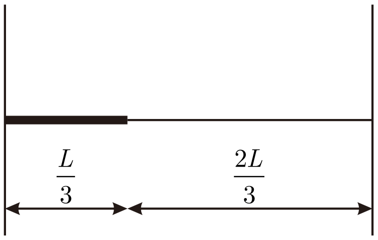
   (c) Untuk dua mode getar ini, hitung bilangan gelombang k untuk limit $M \gg \mu L$. Gambarkan kedua mode ini.

   (d) Tinjau juga kasus dimana limit $M \to 0$. Hitung bilangan gelombang untuk dua nilai k terendah dan gambarkan kedua mode ini.

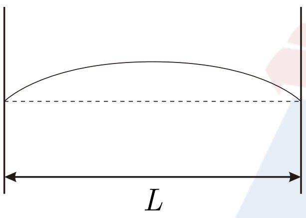
   (Pelatihan 8 Besar, 2009)



Gambar 131: Soal no. 3

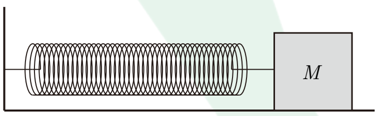


Gambar 132: Soal no. 4



Gambar 133: Frekuensi mode dasar

Gambar 134: Soal no. 5



Gambar 135: Soal no. 6

4. Di antara dua dinding dengan jarak pisah L terdapat sebuah tali yang terdiri dari dua jenis bahan. Bahan pertama mempunyai massa per satuan 4μ diikatkan pada dinding kiri $(x = 0)$ dan mempunyai panjang $L/3$. Bahan kedua mempunyai massa per satuan panjang μ diikatkan pada dinding kanan $(x = L)$ dan mempunyai panjang $2L/3$ (lihat Gambar 132). Tentukan frekuensi dari dua mode normal gelombang berdiri terendah pada sistem ini (nyatakan dalam frekuensi mode getar terendah dari sistem (seperti ditunjukkan pada Gambar 133) yang mempunyai panjang dan tegangan tali yang sama, tetapi memiliki massa persatuan panjang uniform μ) . Gambarkan kedua mode getar ini.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

5. Sebuah tali diikatkan pada sebuah massa M. Massa dijaga sehingga hanya bisa bergerak bebas dalam arah vertikal y (lihat gambar 134). Tali diberi gelombang transversal datang $y = A\sin(\omega t - kx)$. Tegangan tali adalah T dengan massa per satuan panjang μ. Tentukan persamaan gelombang pantulan. Tentukan persamaan gelombang pantul untuk limit massa M sangat besar dan juga limit dimana massa $M \to 0$.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

6. Sebuah pegas dengan panjang tak teregang L mempunyai konstanta pegas k dan massa m. Salah satu ujungnya dihubungkan ke dinding, sedangkan ujung lainnya dihubungkan ke sebuah massa M. Pegas berada pada orientasi horizontal dengan massa M dapat bergerak bebas di permukaan datar tanpa gesekan (lihat Gambar 135).

   (a) Tentukan frekuensi sudut ω dari mode normal terendah dari gelombang berdiri pada pegas.

   (b) Tinjau kasus dimana $m \ll M$. Berapakah frekuensi sudut ω untuk kasus ini jika dilakukan pendekatan orde nol (abaikan m)?

   (c) Berapakah frekuensi untuk pendekatan orde berikutnya?

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

7. Udara di atas permukaan laut bisa lebih panas daripada udara di atas permukaan darat pada malam hari. Misalnya anggap temperatur udara di darat adalah 18° C dan di permukaan laut adalah 20° C. Anggap tekanan udara pada kedua daerah sama. Anggap ada suatu bidang datar yang membatasi daerah dengan temperatur yang berbeda. Seseorang berdiri di dekat pantai dan berteriak ke arah laut. Taraf intensitas suara yang keluar dari mulutnya adalah 80 dB. Anggap bahwa suaranya merupakan gelombang bidang dalam arah vertikal. Berapakah taraf intensitas gelombang yang dipantulkan kembali ke dia? Anda harus menurunkan persamaan untuk proses pemantulan suara.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

8. Sebuah gelombang elektromagnetik datang ke suatu bidang yang membatasi daerah dengan indeks bias n_1 dan n_2. Anggap bidang batas ini adalah bidang $x = 0$. Persamaan gelombang elektromagnetik yang datang adalah $\boldsymbol{E} = E_0 \sin(\omega t - 0.6kx - 0.8ky)\hat{z}$. Tentukan persamaan gelombang

pantul dan persamaan gelombang yang ditransmisikan, jika pemantulan terjadi di pusat koordinat. Anggap $n_1 = 1.0$, $n_2 = 4/3$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

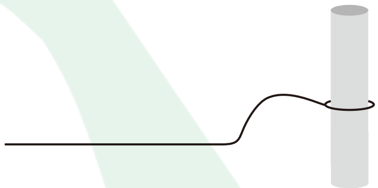
9. Suatu berkas cahaya dengan frekuensi tertentu melewati medium 1, kemudian melewati suatu lempengan (ketebalan d) yang terbuat dari medium 2, menuju medium 3. Tunjukkan bahwa untuk arah datang normal, transmitansi diberikan oleh

$$T^{-1} = \frac{1}{4n_1n_3}\left[(n_1+n_3)^2 + \frac{\left(n_1^2-n_2^2\right)\left(n_3^2-n_2^2\right)}{n_2^2}\sin^2\left(\frac{n_2\omega d}{c}\right)\right]$$

Jika $n_1 = 4/3$, $n_2 = 3/2$ dan $n_3 = 1$, berapakah transmitansi maksimum dan berapakah transmitansi minimum? Jika anda bisa melihat ikan di dalam akuarium dalam dengan jelas, apakah ikan dalam akuarium dapat melihat anda dengan jelas? Anggap $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

10. Sebuah tali panjang dengan massa per satuan panjang μ dijaga pada tegangan T_0. Salah satu ujung tali diikat pada sebuah tiang, lihat gambar 136. Pada tali diberi gelombang datang transversal berbentuk sinusoidal dengan gangguan berbentuk $y = A\sin(\omega t - kx)$. Anggap tiang berada pada posisi $x = 0$. Karena ikatan pada tiang tidak terlalu kuat, maka tali dapat bergerak relatif terhadap tiang tetapi terdapat gaya gesekan antara tali dan tiang yang besarnya sebanding dengan kecepatan tali $f = -\alpha v$.



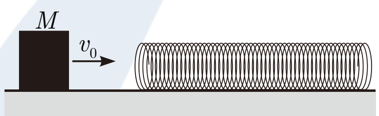
Gambar 136: Soal no. 10

(a) Tentukan persamaan gelombang pantulan.
(b) Berapakah energi yang didisipasi oleh sistem tiap periode $T = 2\pi/\omega$.
(c) Jika pada posisi $x = -L = -\frac{\pi}{k}$ diberikan gaya $F = F_0\sin(\omega t + \varphi)$ sedemikian sehingga sistem ini bisa berosilasi seperti ini, tentukan berapakah F_0 dan φ.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

11. Sebuah pegas semi tak berhingga memiliki massa per satuan panjang μ dan konstanta pegas dikali panjang kL. Sebuah massa M bergerak dengan kecepatan awal v_0 menuju ke pegas, seperti ditunjukkan oleh gambar 137. Pada saat $t = 0$ massa ini mulai menyentuh ujung pegas $(x = 0)$. Tentukan kecepatan massa M sebagai fungsi waktu. Tentukan juga kecepatan M sebagai fungsi posisi. Tinjau semua kasus yang mungkin.

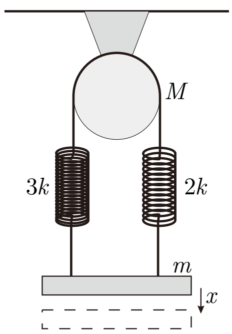
(Pelatihan 15 Besar, 2010)



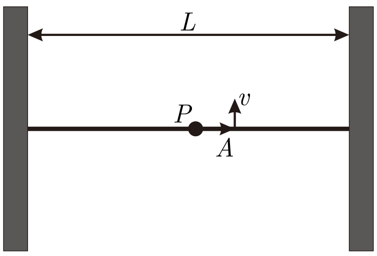
Gambar 137: Soal no. 11

12. Sistem massa pegas seperti ditunjukkan pada gambar 138 terdiri dari sebuah balok bermassa m dan 2 buah pegas dengan konstanta pegas $3k$ dan $2k$. Massa m dapat berosilasi ke atas dan ke bawah, tetapi orientasinya dipertahankan mendatar. Kedua pegas dihubungkan dengan suatu tali tak bermassa melalui sebuah katrol bermassa $M = 3m$ dan berjari-jari R (momen inersia $\frac{1}{2}MR^2$). Anggap tidak ada gesekan pada poros rotasi katrol. Tentukan periode-periode sistem. Kemudian tentukan mode gerak untuk tiap periode.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)



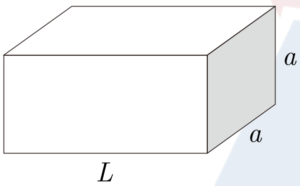
Gambar 138: Soal no. 12



Gambar 139: Soal no. 13

13. Sebuah karet dengan panjang mula-mula L_0 diikat di antara 2 dinding yang dengan jarak $L = 1.8L_0$. Konstanta pegas karet adalah s dan massa karet adalah m. Namakan sebuah titik yang berada persis pada tengah karet sebagai titik P. Pada saat $t = 0$, titik P diberi simpangan ke kanan sejauh $A \ll L$ dan diberi kecepatan dalam arah vertikal $v_0 \ll L\sqrt{\frac{s}{m}}$, seperti ditunjukkan pada gambar 139. Tentukan gerakan dari titik P. Gambarkan lintasan titik P. Untuk memudahkan perhitungan, tinjau gerak hanya dalam mode dasar saja.

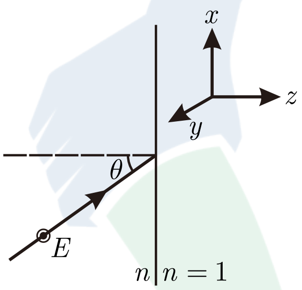
(Pelatihan 15 Besar, 2010)



Gambar 140: Soal no. 14

14. Soal berikut ini adalah pemodelan sederhana dari suatu gendang. Untuk memudahkan perhitungan, digunakan permukaan gendang berbentuk membran bujur sangkar dengan sisi a, lihat gambar 140. Massa per satuan luas membran adalah σ dan tegangan permukaan per satuan panjang adalah T. Anggap tabung resonansinya berbentuk balok dengan salah satu sisi ditutupi membran dan sisi lain terbuka. Tekanan udara adalah P_0 dan massa udara per satuan volume adalah ρ. Tentukan panjang gendang L agar terjadi resonansi pada nada dasar. Abaikan gelombang dalam arah tegak lurus L.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)



Gambar 141: Soal no. 15

15. Sebuah gelombang elektromagnetik berbentuk bidang datar mengenai permukaan batas antara gelas (indeks bias n) dan udara ($n = 1$). Gelombang berasal dari gelas dan mengenai permukaan dengan sudut datang θ yang lebih besar daripada sudut kritis (θ_c). Anggap medan E sejajar bidang batas, seperti ditunjukkan dalam gambar 141. Akan terjadi pemantulan internal total. Gelombang yang dipantulkan akan mempunyai beda fase dengan gelombang datang. Tentukan beda fase ini. Anggap material non magnetik sehingga $\mu = \mu_0$ untuk kedua medium.

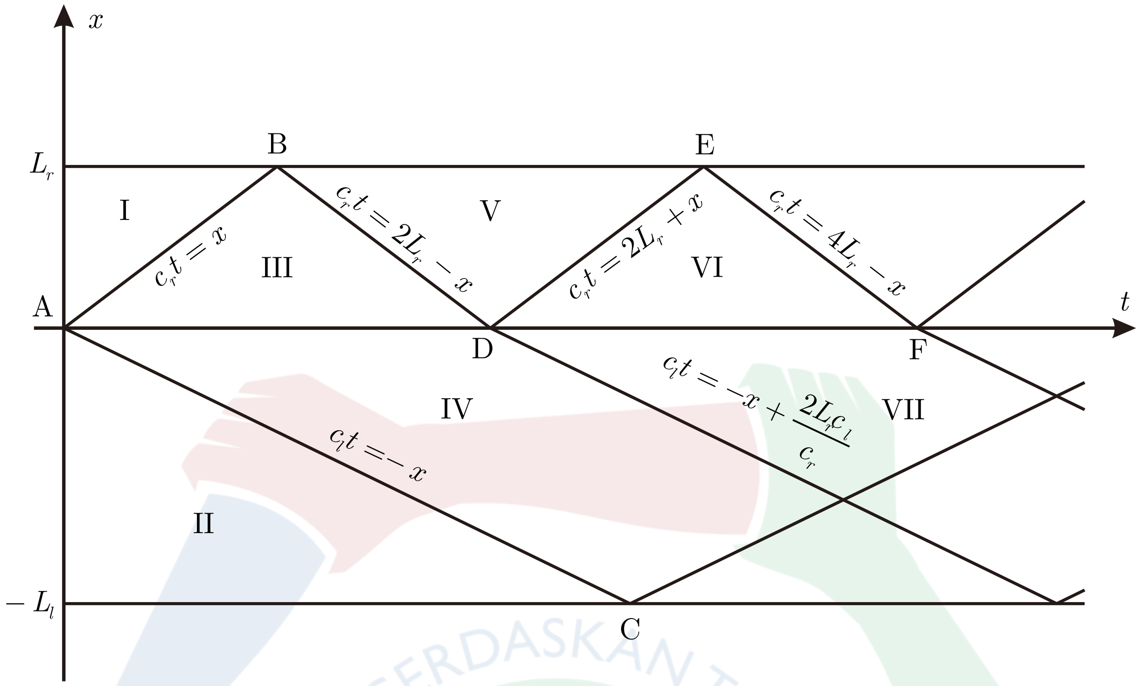
(Pelatihan 15 Besar, 2010)

16. Model untuk Tumbukan Dua Benda Padat.

Pada tumbukan dua benda padat, akan terjadi kehilangan energi ke dalam osilasi padatan. Gambaran sesungguhnya dari proses ini cukup rumit, tetapi dapat disederhanakan dengan pemodelan berikut. Anggap dua benda padat ini sebagai dua buah pegas dengan panjang pegas kiri dan kanan masing-masing adalah L_l dan L_r. Konstanta pegas dikali panjang pegas diberikan oleh K_l dan K_r dan massa per satuan panjang pegas ρ_l dan ρ_r dengan indeks l dan r menyatakan pegas kiri dan pegas kanan.

Anggap pegas kiri dan kanan bergerak dengan laju masing-masing $v_0/2$ sehingga kecepatan relatif antara kedua pegas adalah v_0. Pegas mula-mula kendor; posisi ujung-ujung pegas kiri sesaat sebelum tumbukan ($t = 0$) adalah $-L_l$ dan 0, sedangkan posisi ujung-ujung pegas kanan adalah 0 dan L_r. Gerakan pegas dideskripsikan dengan fungsi $y(x,t)$ sedemikian sehingga $x + y(x,t)$ adalah posisi (saat t) dari suatu titik yang berada di x saat $t = 0$. Jadi $x < 0$ menunjukkan pegas kiri sedangkan $x > 0$ menunjukkan pegas kanan.

(a) Turunkan kecepatan rambat c dari gelombang longitudinal pada pegas.



Gambar 142: Soal no. 16

Solusi umum persamaan gelombang diberikan oleh $y(x,t) = \psi(ct-x) + \phi(ct+x)$ dengan ψ dan ϕ adalah suatu fungsi. Kedua fungsi ini akan memberikan solusi paling umum untuk dinamika gerak pegas. Bentuk spesifik dari fungsi ψ dan ϕ ditentukan dari syarat awal dan syarat batas.

(b) Tentukan manakah dari ketiga bentuk ini kontinu di titik tumbukan $(x = 0)$: apakah $y(x,t)$, $\dfrac{\partial y(x,t)}{\partial t}$ atau $\dfrac{\partial y(x,t)}{\partial x}$.

(c) Tentukan syarat batas pada ujung-ujung pegas: $y(L_r, t)$ dan $y(-L_l, t)$.

Gerakan pegas sebelum tumbukan terjadi $(t \leq 0)$ diberikan oleh

$$y(x,t) = \begin{cases} +\frac{1}{2}v_0 t & -L_l \leq x < 0 \\ -\frac{1}{2}v_0 t & 0 \leq x < L_r \end{cases}$$

Sesaat setelah $t = 0$, gelombang rapatan akan mulai merambat pada kedua pegas menjauhi titik $x = 0$. Kita akan meninjau gerakan pegas dengan memanfaatkan diagram ruang-waktu seperti ditunjukkan pada gambar 142. Sumbu horizontal pada gambar adalah waktu t dan sumbu vertikal pada gambar adalah posisi x. Garis-garis miring yang membagi daerah-daerah pada gambar adalah posisi muka-muka gelombang yang terbentuk setiap kali gelombang mengenai daerah perbatasan.

Misalnya saat $t = 0$, di titik $x = 0$, terbentuk dua muka gelombang, satu menjalar ke pegas kanan (garis $c_r t = x$) dan satu lagi menjalar ke pegas kiri (garis $c_l t = -x$) dengan c_r dan c_l adalah kecepatan rambat gelombang pada pegas kanan dan kiri. Diagram di atas adalah untuk sistem dengan $L_l/c_l > L_r/c_r$. Fungsi gelombang baru yang dijalarkan ke kanan dan ke kiri diberikan oleh $f_r(c_r t - x)$ dan $f_l(c_l t + x)$. Kedua fungsi ini akan dicari pada soal di bawah. Ketika gelombang $f_r(c_r t - x)$ mencapai ujung pegas kanan (terjadi di titik B pada diagram ruang waktu), terbentuk gelombang pantul $g_r(c_rt+x)$. Demikian halnya dengan pegas di sebelah kiri. Saat gelombang $g_r(c_rt+x)$ sampai di ujung pegas ($x=0$), akan terbentuk lagi gelombang pantul lainnya $h_r(c_rt-x)$ dan gelombang yang ditransmisikan $h_l(c_lt+x)$. Demikian seterusnya untuk setiap kali gelombang mencapai ujung pegas akan muncul gelombang pantulan (dan atau gelombang yang ditransmisikan).

Daerah I pada gambar belum merasakan peristiwa tumbukan karena muka gelombangnya belum sampai. Simpangan pada daerah ini diberikan oleh

$$y(x,t) = -\frac{1}{2}v_0t \qquad c_rt \le x < L_r$$

Daerah II juga mengalami hal yang sama, karena muka gelombang pada pegas kiri juga belum tiba. Simpangan daerah ini diberikan oleh

$$y(x,t) = \frac{1}{2}v_0t \qquad -L_l \le x < -c_lt$$

(d) Tentukan simpangan $y(x,t)$ dalam daerah III (nyatakan dalam v_0, t dan $f_r(c_rt-x)$)

(e) Tentukan juga simpangan $y(x,t)$ dalam daerah IV, V, VI dan VII.

(f) Dengan menggunakan syarat batas di titik $x=0$ dan syarat awal saat $t=0$, tentukan bentuk dari $f_r(c_rt-x)$ dan $f_l(c_lt+x)$.

(g) Tentukan kecepatan titik kontak ($x=0$) sesaat setelah tumbukan.

(h) Dengan menggunakan syarat batas di ujung pegas kanan ($x=L_r$), tentukan bentuk dari $g_r(c_rt+x)$.

Sekarang tinjau kasus kedua pegas identik ($\rho_l=\rho_r=\rho$, dan $K_l=K_r=K$) dan memiliki panjang yang berbeda ($L_r<L_l$).

(i) Tentukan $y(x,t)$ di daerah III dan IV. Gambarkan grafik $y(x)$ saat $t=0.4\frac{L}{c}$. Untuk menggambar grafik, gunakan $L_r=0.6L$, $L_l=L$ dan $v_0=0.5c$.

(j) Tentukan $y(x,t)$ didaerah V. Gambarkan grafik untuk $y(x)$ saat $t=0.8\frac{L}{c}$. Gunakan L_r, L_l, dan v_0 seperti soal sebelumnya.

(k) Kapankah kedua pegas terpisah. Gambarkan grafik $y(x)$ saat itu terjadi untuk L_r, L_l, dan v_0 seperti soal sebelumnya.

(l) Hitung koefisien restitusi antara kedua pegas.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

Jawaban Gelombang

1. (a) $y_{\mathrm{I}} = A\sin(\omega t - kz) + A_r \sin(\omega t + kz)$

$y_{\mathrm{II}} = y_{\mathrm{III}} = A_t \sin(\omega t - k'r)$

$A_r = \dfrac{\sqrt{2}\cos\theta - 2}{2 + \sqrt{2}\cos\theta} A$ dan $A_t = \dfrac{2\sqrt{2}\cos\theta}{2 + \sqrt{2}\cos\theta} A$

(b) $A_r = -\dfrac{1}{3}A$

$A_t = \dfrac{2}{3}A$

2. (a) $T = 2\sqrt{\dfrac{m}{s}}$

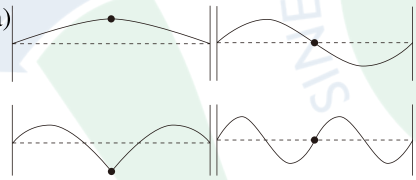
(b) $T(M/m = 10) = 7.08T_0$

$T(M/m = 1) = 2.40T_0$

$T(M/m = 0.1) = 1.20T_0$

(c) $L' = L_0 + \dfrac{mg}{2s}$

3. (a)

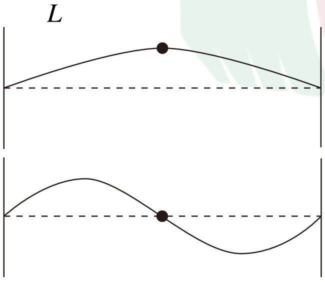


(b) $\mathrm{ctg}\dfrac{k_1 L}{2} = \dfrac{k_1 L}{2}\dfrac{M}{\mu L}$

$k_2 = \dfrac{2\pi}{L}$

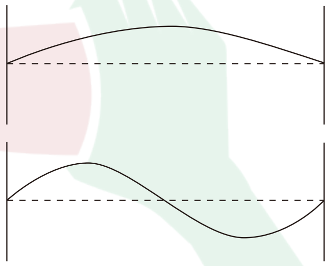
(c) $k_1 = 2\sqrt{\dfrac{\mu}{mL}}$

$k_2 = \dfrac{2\pi}{L}$



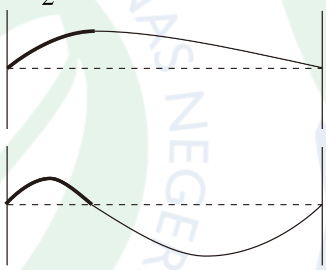
(d) $k_1 = \dfrac{\pi}{L}$

$k_2 = \dfrac{2\pi}{L}$



4. $f_1 = \dfrac{3}{4}f_0$

$f_2 = \dfrac{3}{2}f_0$



5. $y_r = \dfrac{\mu^2 - M^2k^2}{\mu^2 + M^2k^2} A\sin(\omega t + kx)$

$- \dfrac{2\mu Mk}{\mu^2 + M^2k^2} A\cos(\omega t + kx)$

$y_r(M \to \infty) = -A\sin(\omega t + kx)$

$y_r(M \to 0) = A\sin(\omega t + kx)$

6. (a) $\omega\sqrt{\dfrac{m}{k}}\tan\omega\sqrt{\dfrac{m}{k}} = \dfrac{m}{M}$

(b) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{M}}$

(c) $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{M}}(1 - \dfrac{m}{6M})$

7. $T_i = 80 - 20\log\dfrac{\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1}}{\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}} = 24.7\,\mathrm{dB}$

8. $E_r = -0.28E_0\sin(\omega t + 0.6kx - 0.8ky)$

$E_t = 0.72E_0\sin(\omega t - \frac{16}{15}kx - 0.8ky)$

9. $T_{max} = \frac{48}{49}$

$T_{min} = \frac{1728}{1849}$

Ya, bisa melihat dengan jelas

10. (a) $y_p = \dfrac{T_0k - \alpha\omega}{T_0k + \alpha\omega} A \sin(\omega t + kx)$

(b) $W = \alpha \dfrac{4\pi T_0^2 k^2 \omega}{(T_0k + \alpha\omega)^2} A^2$

(c) $F_0 = -\dfrac{2T_0kA\alpha\omega}{T_0k + \alpha\omega}$

$\phi = \pi/2$

11. Kasus $v_0 > v_p$

$v = \sqrt{\dfrac{M}{M + 2\mu v_0 t}} v_0$

$v = \dfrac{Mv_0}{M + \mu x}$

Kasus $v_0 < v_p$

$v = v_0 \exp\left(-\dfrac{\mu v_p t}{M}\right)$

$v = \dfrac{v_0 M - v_p \mu x}{M}$

$v_p = \sqrt{\dfrac{kL}{\mu}}$

12. $x(3k) = A_i \sin \omega_i t$

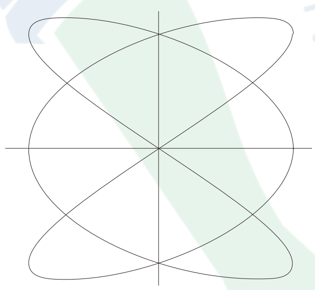
$x(2k) = B_i \sin \omega_i t$

$\omega_1 = \sqrt{\dfrac{16k}{3m}}, \qquad A_1 = 2B_1$

$\omega_2 = \sqrt{\dfrac{3k}{m}}, \qquad A_2 = -\dfrac{1}{3} B_2$

13. Transversal: $\eta = \dfrac{3v_0}{2\pi} \sqrt{\dfrac{m}{s}} \sin\left(\dfrac{2\pi}{3} \sqrt{\dfrac{s}{m}} t\right) \sin\left(\dfrac{\pi}{L} x\right)$

Longitudinal: $\xi = A \cos\left(\pi \sqrt{\dfrac{s}{m}} t\right) \sin\left(\dfrac{\pi}{L} x\right)$



14. $L = a\sqrt{\dfrac{\gamma p_0 \sigma}{2T\rho}}$

15. $\phi = -2 \arctan\left[\dfrac{\sqrt{n^2 \sin^2\theta - 1}}{n \cos\theta}\right]$

16. (a) $c = \sqrt{\dfrac{K}{\rho}}$

(b) $y(x,t),\ \dfrac{\partial y}{\partial t}(x,t)$ dan $K\dfrac{\partial y}{\partial x}(x,t)$

(c) $\dfrac{\partial y}{\partial x} = 0$

(d) $y_{\mathrm{III}} = -\dfrac{1}{2} v_0 t + f_r(c_r t - x)$

(e) $y_{\mathrm{IV}} = \dfrac{1}{2} v_0 t + f_l(c_l t + x)$

$y_{\mathrm{V}} = -\dfrac{1}{2} v_0 t + f_r(c_r t - x) + g_r(c_r t + x)$

$y_{\mathrm{VI}} = -\dfrac{1}{2} v_0 t + f_r(c_r t - x) + g_r(c_r t + x) + h_r(c_r t - x)$

$y_{\mathrm{VII}} = \dfrac{1}{2} v_0 t + f_l(c_l t - x) + h_l(c_l t + x)$

(f) $f_r = \dfrac{K_l v_0}{c_r K_l + c_l K_r}(c_r t - x)$

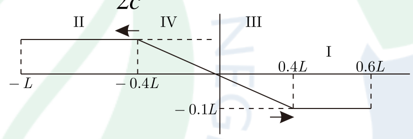
$f_l = -\dfrac{K_r v_0}{c_r K_l + c_l K_r}(c_l t + x)$

(g) $v = \dfrac{v_0}{2} \dfrac{\sqrt{K_l \rho_l} - \sqrt{K_r \rho_r}}{\sqrt{K_l \rho_l} + \sqrt{K_r \rho_r}}$

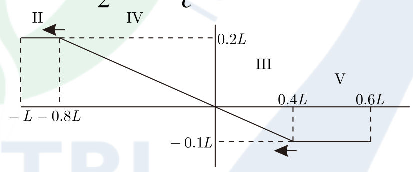
(h) $g_r(c_r t + x) = \dfrac{K_l v_0}{K_l c_r + K_l c_l}(c_r t + x - 2L_r)$

(i) $y_{\mathrm{III}} = -\dfrac{V_0}{2c} x$

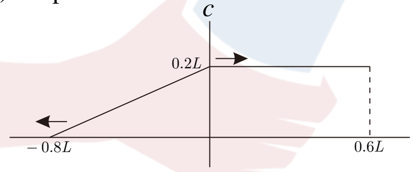
$y_{\mathrm{IV}} = -\dfrac{v_0}{2c} x$



(j) $y_{\mathrm{V}} = \dfrac{v_0}{2}\left(t - \dfrac{2L_r}{c}\right)$



(k) Lepas saat $t = \dfrac{2L_l}{c}$

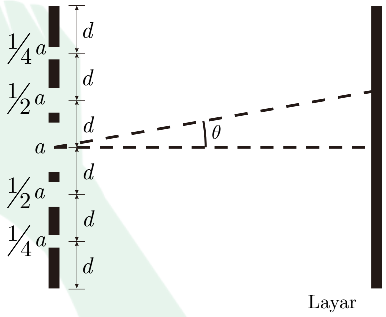


(l) $e = \dfrac{L_R}{L_L}$

Optik

1. Sebuah sistem celah banyak (tak hingga) memiliki ukuran celah yang terus mengecil seperti ditunjukkan pada gambar (tidak pada skala yang benar). Jarak antara pusat celah tetap, yaitu d. Ukuran celah d seorde dengan panjang gelombang, tetapi ukuran a jauh lebih kecil daripada d sehingga efek difraksi boleh diabaikan. Jarak layar ke sistem celah L jauh lebih besar daripada d. Tentukan intensitas cahaya pada layar sebagai fungsi dari sudut θ. Tentukan terang pusat jika intensitas terang pusat akibat satu celah berukuran a adalah I_0.

   (Pelatihan 15 Besar, 2010)



Gambar 77: Soal no. 1

2. Sebuah lensa cembung-datar diletakkan pada sebuah permukaan kaca. Jari-jari permukaan cembungnya R adalah 50 cm. Jari-jari terang ketiga adalah 0.09 cm. Jari-jari terang ke-23 adalah 0.25 cm. Tentukan panjang gelombang cahaya yang digunakan. Terdapat suatu jarak kecil antara lensa dan permukaan kaca.

   (Pelatihan 15 Besar, 2010)

3. Sebuah gelembung udara berjari-jari R berada dalam cairan dengan indeks bias $n = 4/3$. Jika benda berada pada jarak yang sangat jauh dari bola.

   (a) Tentukan posisi bayangan yang terbentuk relatif terhadap pusat gelembung.

   (b) Tentukan apakah bayangan tegak atau terbalik.

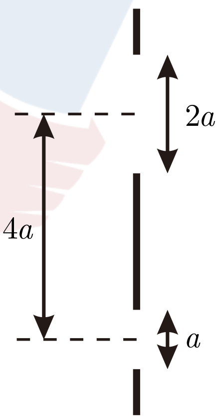
   (c) Jika benda berada persis menyentuh permukaan bola, tentukan posisi bayangan yang terbentuk.

   (d) Tentukan juga apakah bayangan yang terbentuk tegak atau terbalik.

   (Pelatihan 15 Besar, 2010)

4. Perhatikan sistem celah di samping. Sebuah gelombang bidang (*plane-wave*) dengan panjang gelombang λ mengenai sisi kiri sistem di samping. Dengan memperhitungkan efek difraksi dan interferensi, dan dengan menggunakan diagram fasor, tentukan distribusi intensitas sebagai fungsi dari sudut difraksi θ.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)



Gambar 78: Soal no. 4

5. Suatu benda dan layar terpisah pada jarak D. Buktikan bahwa lensa positif dengan fokus f akan membentuk bayangan nyata di layar pada dua posisi yang berbeda. Carilah jarak kedua posisi lensa ini, d. Carilah juga perbandingan tinggi dari kedua bayangan yang dibentuk dalam D, d, dan f.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

6. Sebuah sistem interferensi terdiri dari 4 celah. Jarak antar celah adalah d. Celah ketiga dari bawah ditutup. Dengan menggunakan diagram fasor, tentukan distribusi intensitas sebagai fungsi dari sudut θ. Abaikan efek difraksi. Sketsa pola distribusi ini sebagai fungsi beda sudut fase $\beta = kd\sin\theta$. Anggap gelombang datang adalah gelombang bidang dengan panjang gelombang λ.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

7. Suatu gelombang datar dengan panjang gelombang λ datang ke suatu kisi yang terdiri dari 3 celah yang lebarnya masing-masing a dan jarak antar celah adalah d. Celah yang tengah ditutup oleh suatu material yang transparan (intensitas yang ditransmisikan 100%) namun mengakibatkan terjadinya perubahan fase pada cahaya sebesar $180°$.

   (a) Hitung sudut difraksi θ_d untuk difraksi minimum pertama.

   (b) Hitung sudut θ_i untuk interferensi minimum pertama.

   (c) Berapakah perbandingan antara jarak celah dan lebar celah agar minimum ke-8 dari pola interferensi berhimpit dengan minimum pertama dari pola difraksi.

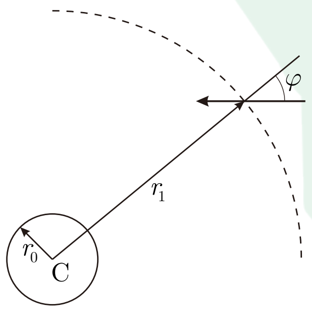
   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

8. Suatu kaca plan-paralel yang berbentuk silinder dengan ketebalan d dan jari R, memiliki indeks bias yang bervariasi terhadap jarak radial r. Jika berkas cahaya berbentuk silinder dengan jari-jari lebih kecil dari R datang dari kiri kaca dan sejajar dengan sumbu aksial dari kaca, maka berkas ini akan difokuskan di suatu titik pada jarak f dari kaca dihitung dari sisi kanan kaca. Carilah nilai indeks bias $n(r)$ dari kaca tersebut. Asumsikan bahwa $f \gg R, d$ dan indeks bias ketika $r = 0$ adalah n_0.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

9. Pada sebuah bola yang terbuat dari gelas transparan dengan indeks bias $n = \sqrt{2}$ terdapat seekor laba-laba dan nyamuk. Pada bagian mana dari bola tersebut nyamuk harus berdiri agar laba-laba tidak dapat melihatnya? Gambarlah posisinya agar lebih jelas. Asumsikan ukuran laba-laba dan nyamuk jauh lebih kecil daripada jari-jari bola gelas.

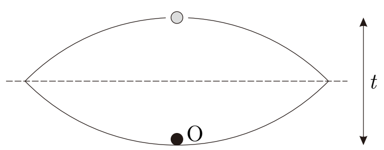
   (Pelatihan 8 Besar, 2009)



Gambar 79: Soal no. 10

10. Sebuah berkas sinar laser merambat melalui medium yang memiliki simetri bola (lihat gambar di samping). Indeks bias sistem ini bergantung pada jarak r dari pusat C, $n(r) = n_0 \frac{r}{r_0}$ untuk $r_0 < r < \infty$. Sinar laser tersebut membentuk sudut φ pada nilai $r = r_1$ dan terletak pada bidang yang melalui pusat C. Berapakah nilai r minimum yang akan dicapai sinar laser ini? Berapakah nilai sudut φ minimum agar sinar tidak menabrak permukaan yang berjari-jari r_0 ini?

    (Pelatihan 8 Besar, 2009)



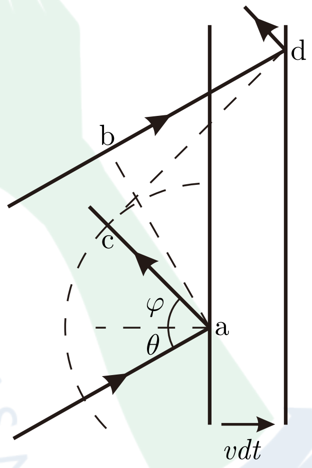
Gambar 80: Soal no. 11

11. Suatu benda ilusi optik dapat dibuat dari 2 buah cermin cekung yang berjari-jari R dan berhadapan seperti pada gambar 80. Jarak pisah antara kedua cermin ini adalah t. Jika suatu objek O diletakkan di dasar benda ini, maka akan tercipta bayangan I pada puncak benda ini. Hal ini menciptakan ilusi seakan-akan benda tersebut melayang. Penjelasan

"sederhana" dari fenomena ini adalah cahaya dari objek akan dipantulkan oleh cermin yang atas lalu cahaya hasil pantulan ini akan dipantulkan oleh cermin yang bawah ke posisi bayangan. Namun, hanya untuk nilai t tertentu yang memungkinkan hal ini terjadi. Ada berapakah nilai t yang mungkin? Carilah sampai 6 buah nilai t yang memungkinkan ini. Petunjuk: gunakan sifat simetri dalam mengerjakan soal ini.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

12. Pada soal ini, anda akan menurunkan pemantulan relativistik tanpa menggunakan pengetahuan anda tentang teori relativitas khusus. Dalam proses pemantulan ini hanya dibutuhkan pemahaman tentang muka gelombang, arah perambatan dan prinsip Huygens. Perhatikan gambar di bawah. Sebuah cermin datar sedang bergerak ke kanan dengan kecepatan $v < c$. Cahaya datang dengan sudut datang θ relatif terhadap normal permukaan cermin. Tinjau dua berkas cahaya yang berada pada jarak relatif ds satu terhadap lainnya. Pada saat $t = 0$, berkas 1 mengenai cermin di titik a. Pada saat yang sama, gelombang pada berkas 2 yang memiliki fase yang sama (dengan berkas 1 yang menumbuk kaca) berada di titik b (ingat bahwa ab adalah sebuah muka gelombang, jarak ab adalah ds). Berdasarkan prinsip Huygens, titik a dapat dipandang sebagai sebuah sumber cahaya yang memancarkan cahaya ke segala arah (membentuk setengah lingkaran). Pada suatu selang waktu singkat tertentu berikutnya (dt), gangguan pada berkas 2 tersebut baru sampai pada cermin di titik d. Garis yang terbentuk dari garis singgung setengah lingkaran (pada titik c) yang melalui titik d adalah muka gelombang baru. Terlihat bahwa sudut pantul φ akan berbeda dengan sudut datang.



Gambar 81: Soal no. 12

(a) Pertama tentukan hubungan antara ds dan dt. Nyatakan dalam v, c dan θ.

(b) Tentukan jarak relatif antara kedua berkas setelah pemantulan (jarak titik c dan titik d)

(c) Dengan menyelesaikan hubungan geometri di atas, akan didapat

$$\sin\theta - \sin\varphi = f(\beta)\sin(\theta + \varphi)$$

dengan $\beta = v/c$. Tentukan $f(\beta)$.

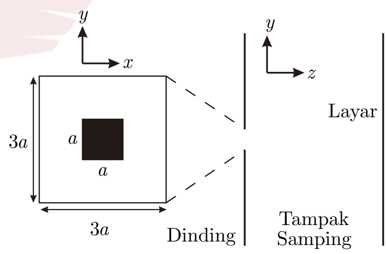
(d) Jika diketahui cahaya datang dengan sudut $\theta\,(\sin\theta = 0.6)$ dan $\beta = 0.2$, tentukan besarnya sudut pantul.

Petunjuk: identitas yang mungkin berguna:

$$\sin(A - B)\sin(A + B) = \sin^2 A - \sin^2 B$$

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

13. Sebuah dinding memiliki celah dengan ukuran $3a \times 3a$. Di tengah tengahnya terdapat penghalang berbentuk bujursangkar dengan ukuran $a \times a$. Sebuah gelombang bidang dengan panjang gelombang λ datang ke permukaan.



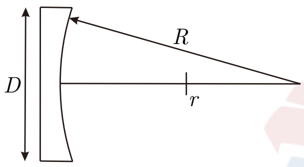
Gambar 82: Soal no. 13

(a) Tentukan intensitas gelombang pada layar yang berada di depan dinding sebagai fungsi posisi x_0 dan y_0. Ambil posisi terang pusat sebagai koordinat $(0,0)$. Ambil intensitas terang pusat akibat lubang berukuran $a \times a$ adalah I_0. Jarak layar dari dinding adalah L.

(b) Sketsa grafik intensitas $I(x,0)$. Tentukan posisi-posisi minimum pada grafik.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

14. Sebuah cermin cekung dipasang pada sebuah teleskop. Diameter cermin $D = 0.5$ m dan jari-jari kelengkungan $R = 2$ m. Pada fokus cermin dipasang sebuah penerima berbentuk piringan kecil yang tegak lurus sumbu utama cermin cekung.



Gambar 83: Soal no. 14

(a) Berapakah ukuran jari-jari r dari piringan kecil ini agar dapat menerima seluruh cahaya yang masuk ke dalam teleskop.

(b) Berapakah rasio flux cahaya yang diterima detektor jika ukuran detektor turun menjadi $1/8$ ukuran mula-mula.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

15. Pada sebuah eksperimen, sebuah pulsa laser ruby $(\lambda = 0.69\ \mu\text{m})$ ditembakkan ke arah bulan dengan menggunakan sebuah teleskop berdiameter $D = 2.6$ m. Di permukaan bulan dipasang sebuah cermin pemantul sempurna yang memiliki diameter $d = 20$ cm. Cahaya pantulan dari cermin ini diterima oleh teleskop yang sama dan difokuskan pada sebuah photodetektor.

(a) Akibat ukuran cermin yang terbatas, berkas cahaya yang dikirimkan ke bulan akan mengalami pelebaran. Hitung pelebaran sudut tersebut.

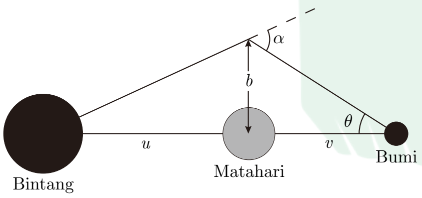
(b) Berapa bagiankah dari energi laser yang dikirim yang dapat dideteksi setelah pemantulan di permukaan bulan? Abaikan efek atmosfer bumi. Anggap teleskop diarahkan dengan arah yang benar.

(c) Jika permukaan bulan dianggap dapat memantulkan 10% dari cahaya yang mengenainya dalam sebaran sudut ruang 2π steradian, perkirakan keuntungan penggunaan cermin pemantul.

Jarak bumi bulan adalah 384000 km.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

16. Pada soal ini, anda akan menurunkan sudut pembelokan cahaya oleh medan gravitasi. Penurunan sesungguhnya harus menggunakan teori relativitas umum, tetapi pada soal ini akan dilakukan pendekatan dengan metode pembiasan oleh media dengan indeks bias bervariasi mengikuti potensial gravitasi. Pendekatan ini baik hanya untuk medan gravitasi yang lemah saja. Diasumsikan bahwa dalam medan gravitasi lemah, indeks bias cahaya diberikan oleh



Gambar 84: Soal no. 16

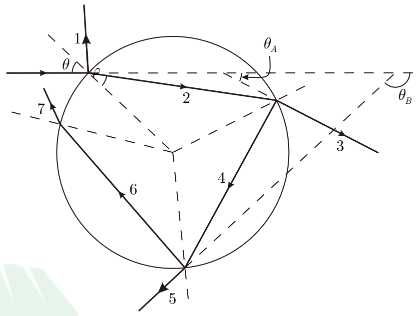
$$n = 1 + \frac{2GM}{c^2 r}$$

Tinjau gambar 84. Sebuah bintang segaris dengan bumi dan matahari. Tanpa pembelokan cahaya, seharusnya bintang terhalang oleh matahari. Tetapi akibat gravitasi, berkas dari bintang akan membelok sebesar α. Jarak bintang ke matahari adalah u dan jarak matahari ke bumi adalah v.

(a) Tentukan sudut α, nyatakan dalam G, M, c dan b. b adalah *impact parameter* cahaya. Ambil pendekatan bahwa sudut α sangat kecil.

(b) Akibat pembelokan ini, bintang akan terlihat sebagai sebuah cincin dengan sudut θ. Cincin ini dikenal sebagai cincin Einstein (Einstein *ring*). Tentukan sudut θ (nyatakan dalam G, M, c, u dan v)
Petunjuk: Dalam pengerjaan soal, Anda akan banyak menggunakan pendekatan sudut kecil.

17. Pada soal ini anda akan mencoba memahami fisika pada pelangi. Perhatikan gambar 85. Sinar matahari yang mengenai tetes air dapat dimodelkan dengan seberkas cahaya putih yang masuk pada tetes itu. Indeks bias air bergantung dari warna cahaya (panjang gelombang cahaya): untuk cahaya merah, indeks biasnya 1.332 dan untuk cahaya ungu 1.343. Ada sebagian cahaya yang terpantul (berkas 1) dan sebagian lagi dibiaskan ke dalam tetes air (berkas 2). Cahaya pada berkas 2 kemudian terpisah menjadi berkas 3 dan berkas 4. Rupanya berkas 3 bukanlah berkas yang menghasilkan pelangi, karena tidak ada nilai ekstrim (minimum atau maksimum) dari deviasi berkas 3 (θ_A) terhadap perubahan sudut θ (deviasi semua berkas diukur relatif terhadap sinar datang). Berkas sinar 4 akan terpecah lagi menjadi berkas 5 dan berkas 6. Berkas sinar 5 akan memberikan fenomena pelangi pada sudut deviasi minimum.



Gambar 85: Soal no. 17

(a) Tentukan besar sudut deviasi minimum untuk berkas merah dan berkas ungu $(\theta_{B,r}, \theta_{B,u})$. Tentukan nilai-nilai θ (θ_r dan θ_u) yang memberikan deviasi minimum ini.

(b) Ketika anda melihat pelangi, warna apakah yang berada di sisi atas? Warna apakah yang berada pada sisi bawah? Jelaskan pengamatan anda berdasarkan hitungan pada nomor 17a.

(c) Berkas 6 akan kembali terpecah lagi. Pada gambar hanya ditunjukkan berkas yang dibiaskan saja (berkas 7). Kehadiran berkas 7 ini yang akan memberikan pelangi kedua. Tentukan sudut deviasi ($\theta_{c,r}$ dan $\theta_{c,u}$) berkas 7 ini. Hitung untuk cahaya merah maupun cahaya ungu. Tentukan juga nilai-nilai θ yang memberikan deviasi minimum ini.

(d) Jelaskan bagaimana cara anda bisa melihat pelangi kedua ini, padahal berdasarkan perhitungan, berkas 7 mengarah ke atas. Apakah pelangi kedua di atas atau di bawah pelangi pertama. Tentukan warna mana yang berada pada sisi atas dan warna mana yang berada pada sisi bawah pelangi kedua.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

18. Analogi Persamaan Lagrange dengan Prinsip Fermat.
Dalam mekanika klasik, dikenal prinsip Hamilton yang mengatakan bahwa lintasan partikel adalah sedemikian sehingga integral $\int L(\dot{q}_j, q_j, t)dt$ adalah optimum. Dalam mekanika $L = T - V$ dikenal sebagai Lagrangian dari sistem (T dan V masing masing adalah energi kinetik dan energi potensial sistem). Sedangkan q_j dan $\dot{q}_j$ adalah koordinat dan turunan koordinat terhadap waktu dari partikel tersebut. Dari prinsip ini dapat diturunkan hubungan Lagrange yang terkenal itu:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} = \frac{\partial L}{\partial q_j}$$

Dalam optik geometri, dikenal prinsip Fermat yang mengatakan bahwa lintasan cahaya adalah sedemikian sehingga integral $\int n\,ds$ adalah optimum. $n(x,y,z)$ adalah indeks bias dan ds adalah elemen lintasan cahaya yang diberikan oleh $ds = \left|(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2\right|^{1/2}$ $= \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 1\right)^{1/2} dz$ dimana $\dot{x} = \frac{dx}{dz}$ dan $\dot{y} = \frac{dy}{dz}$. Prinsip Fermat dapat ditulis sebagai $\int L\,dz$ adalah optimum dengan L adalah Lagrangian optik.

(a) Tentukan bentuk dari Lagrangian optik L.

(b) Dengan menggunakan persamaan yang analog dengan persamaan Lagrange untuk mekanika, buktikan persamaan berikut $\frac{d}{ds}\left(n\frac{dx}{ds}\right) = \frac{\partial n}{\partial x}$. Hubungan yang sama juga berlaku untuk arah y dan z.

(c) Sekarang tinjau kasus pandu gelombang dengan indeks bias $n(x,y)$. Tunjukkan bahwa

$$\frac{d^2x}{dz^2} = kn\frac{\partial n}{\partial x}$$

dengan k adalah sebuah konstanta. Tentukan k. Hubungan yang sama juga berlaku untuk arah y.

(d) Sekarang tinjau kasus khusus dimana indeks bias bahan diberikan oleh

$$n^2 = \begin{cases} n_1^2 - g^2(x^2+y^2) & 0 < r < a \\ n_1^2 - g^2a^2 & r > a \end{cases}$$

Jika cahaya ditembakkan dari pusat koordinat dengan sudut θ terhadap sumbu z, dan cahaya berada pada bidang xz, tentukan persamaan lintasan cahaya. Tentukan syarat agar cahaya tidak dapat bocor keluar.

(e) Jika cahaya ditembakkan dari koordinat $(a_0, 0, 0)$ dalam arah sejajar bidang yz dan membentuk sudut θ' terhadap sumbu z, tentukan persamaan lintasan cahaya.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

Jawaban Optik

1. $I = I_0(\dfrac{3}{5-4\cos\varphi})^2$
   $\varphi = 2\pi\dfrac{d\sin\theta}{\lambda}$
   $I_c = 9I_0$

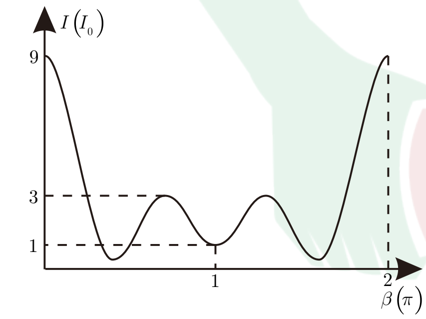
2. $\lambda = \dfrac{r_{23}^2 - r_3^2}{20R} = 544\,\text{nm}$

3. (a) $S' = -\dfrac{3}{2}R$ (di kiri pusat)
   (b) Tegak
   (c) $S' = -\dfrac{3}{5}R$ (di kiri pusat)
   (d) Tegak

4. $I = \dfrac{4I_0}{\beta^2}[\sin^2\dfrac{\beta}{2} + \sin^2\beta + 2\sin\dfrac{\beta}{2}\sin\beta\cos 4\beta]$
   $\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda}a\sin\theta$

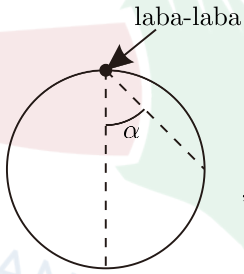
5. $d = \sqrt{D(D-4f)}$
   $\dfrac{h_1}{h_2} = (\dfrac{D-d}{D+d})^2$

6. $I = I_0[3 + 2\cos\beta + 2\cos 2\beta + 2\cos 3\beta]$
   $\beta = \dfrac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta$



7. (a) $\theta_d = \arcsin\dfrac{\lambda}{a}$
   (b) $\theta_i = \arcsin\dfrac{\lambda}{6d}$
   (c) $\dfrac{d}{a} = \dfrac{23}{6}$

8. $n = n_0 - \dfrac{r^2}{2df}$

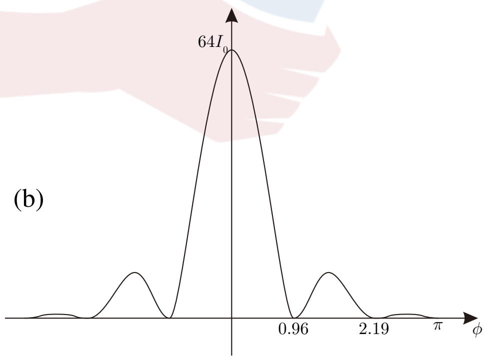
9. 

, $\alpha > 45°$

10. $r_{min} = r_1\sqrt{\sin\varphi}$
    $\sin\varphi_{min} = (\dfrac{r_0}{r_1})^2$

11. Tidak berhingga nilai t.
    $t_1 = f,\ t_2 = 3f,\ t_3 = \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}f$
    $t_4 = \dfrac{5-\sqrt{5}}{2}f,\ t_5 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}f,\ t_6 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}f$
    $f = \dfrac{R}{2}$

12. (a) $ds = \dfrac{c\cos\theta - v}{\sin\theta}dt$
    (b) $cd = ds$
    (c) $f(\beta) = -\beta$
    (d) $\sin\varphi = 0.8$

13. (a) $I = I_0\left[\dfrac{9\sin 3\phi_x\sin 3\phi_y}{9\phi_x\phi_y} - \dfrac{\sin\phi_x\sin\phi_y}{\phi_x\phi_y}\right]^2$
    $\phi_x = \dfrac{\pi x_0 a}{\lambda r_0},\ \phi_y = \dfrac{\pi y_0 a}{\lambda r_0},\ r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + L^2}$
    (b) 

14. (a) $r \approx \dfrac{1}{2}\alpha^3 R,\ \tan\alpha = \dfrac{D}{2R}$
    (b) $\dfrac{1}{4}$

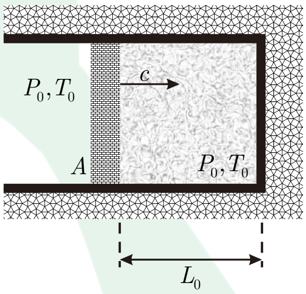
15. (a) $\delta = \dfrac{\lambda}{D} = 2.6 \times 10^{-7}$ rad
    (b) $k_1 = \left(\dfrac{Dd}{2\lambda L}\right)^4 = 9.3 \times 10^{-13}$
    (c) $k_2 = \dfrac{\eta D^2}{8L^2} = 5.7 \times 10^{-19}$
    keuntungan $k_1 / k_2 = 1.6 \times 10^6$
16. (a) $\alpha = \dfrac{4GM}{bc^2}$
    (b) $\theta = \sqrt{\dfrac{4GM}{c^2} \dfrac{u}{v(u+v)}}$
17. (a) $\theta_{B,r} = 137.78\,^\circ$
    $\theta_{B,u} = 139.35\,^\circ$
    $\theta_r = 59.47\,^\circ$
    $\theta_u = 58.83\,^\circ$
    (b) Atas warna merah, dan bawah warna ungu.
    (c) $\theta_{c,r} = 230.63\,^\circ$
    $\theta_{c,u} = 233.48\,^\circ$
    $\theta_r = 71.87\,^\circ$
    $\theta_u = 71.52\,^\circ$
    (d) Cahaya yang memberikan pelangi kedua masuk dari sisi bawah tetes air, sehingga hasil pembiasannya mengarah ke bawah.
    Di atas pelangi pertama.
    Atas warga ungu, dan bawah warna merah.
18. (a) $L = n(x, y, z) \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + 1}$
    (c) $k = \dfrac{1}{\beta^2}$
    $\beta = n\dfrac{dz}{ds}$
    (d) $x = \dfrac{n_1}{g} \sin\theta \sin\left(\dfrac{g}{n_1 \cos\theta} z\right)$
    Syarat tidak bocor: $\dfrac{n_1 \sin\theta}{g} < a$
    (e) $x = a_0 \cos\left[\dfrac{gz}{\sqrt{n_1^2 - g^2 a_0^2}\cos\theta'}\right]$

$$y = \frac{\sqrt{n_1^2 - g^2 a_0^2}}{g} \sin\theta' \sin \frac{gz}{\sqrt{n_1^2 - g^2 a_0^2}\cos\theta'}$$

Termodinamika

1. Sebuah kontainer yang terisolasi secara termal memiliki sebuah piston yang bebas bergerak. Luas penampang piston adalah A. Dalam piston terdapat gas monoatomik dengan temperatur mula-mula T_0 dan tekanan mula-mula P_0. Piston memiliki massa m_0. Piston mula-mula diberi kecepatan awal c ke arah gas dengan hubungan $\frac{m_0 c^2}{P_0 V_0} = \frac{29}{4}$. V_0 adalah volume mula-mula gas ($V_0 = AL_0$). Udara luar memiliki tekanan dan temperatur tetap yaitu masing masing T_0 dan P_0.
   (a) Tentukan posisi-posisi piston berhenti sesaat, nyatakan dalam λL_0.
   (b) Jika dalam proses osilasi, dianggap terjadi disipasi energi piston ke dalam gas saja (tidak ke lingkungan), tentukan posisi akhir dari piston, nyatakan juga dalam λL_0.

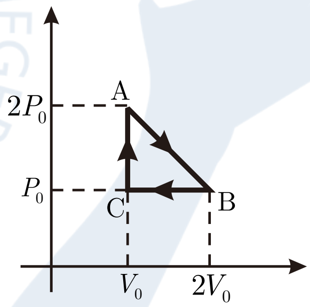
   (Pelatihan 15 Besar, 2010)



Gambar 86: Soal no. 1

2. Sebuah sistem gas monoatomik menjalani proses dengan siklus seperti ditunjukkan pada gambar.
   (a) Tentukan efisiensi proses ini.
   (b) Jika proses AB diganti proses isotermal, berapakah efisiensi proses ini?

   (Pelatihan 15 Besar, 2010)



Gambar 87: Soal no. 2

3. Sebanyak N gelembung sabun yang identik dengan jari-jari a bergabung menjadi satu gelembung sabun dengan jari-jari b. Jika tegangan permukaan bernilai S, carilah nilai jari-jari b. Abaikan tekanan udara luar, proses penggabungan terjadi secara isotermal.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

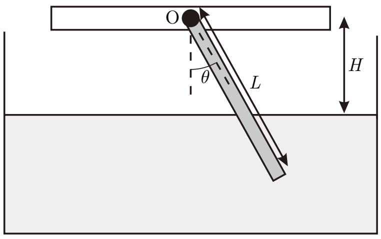
4. Sebanyak 3 buah gelembung sabun masing-masing dengan jari-jari a, b, dan c. Ketiga gelembung sabun ini bergabung menjadi satu gelembung sabun dengan jari-jari d. Jika tegangan permukaan S, carilah nilai dari tekanan udara luar P. Proses penggabungan adalah isotermal.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

5. Sebuah gelembung sabun memiliki jari-jari a. Lalu gelembung sabun ini diberikan muatan q sehingga jari-jarinya menjadi $2a$. Jika tegangan permukaan adalah S dan tekanan udara luar adalah P, carilah nilai q ini. Asumsikan bahwa ekspansi terjadi secara adiabatis ($C_p/C_v = \gamma$).

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

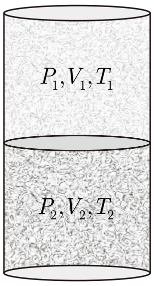
6. Perhatikan gambar 88. Sebuah batang kayu dengan panjang L dan massa jenis ρ_k dapat berotasi bebas terhadap sumbu O (arahnya tegak lurus bidang). Sebagian dari batang tersebut tercelup ke air (massa jenis air ρ_a)



Gambar 88: Soal no. 6

sehingga batang membentuk sudut θ terhadap sumbu vertikal ketika dalam keadaan setimbang. Jarak pusat rotasi O ke permukaan air adalah H. Berapakah nilai sudut θ ini? Asumsikan bahwa batang kayu memiliki luas penampang yang seragam. Jika batang diberi gangguan kecil terhadap sudut kesetimbangan θ ini sehingga batang berosilasi, berapakah kecepatan sudut osilasi ini? Asumsikan bahwa ketika batang berosilasi air tetap dalam keadaan diam. Ambillah juga nilai $\rho_a/\rho_k = L/H = 2$.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)



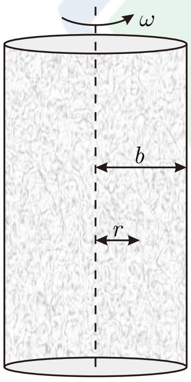
Gambar 89: Soal no. 7

7. Di dalam sebuah tabung yang terisolasi termal (tidak dapat terjadi pertukaran kalor) terdapat hanya satu jenis gas ideal. Tabung ini dibagi menjadi 2 bagian dan dipisahkan oleh dinding adiabatis. Tekanan, volume, dan suhu gas pada masing-masing bagian adalah P_1, V_1, T_1 dan P_2, V_2, T_2 seperti terlihat pada gambar 89. Jika dinding pemisah ini mendadak hilang, maka kedua gas ini akan bercampur. Berapakah tekanan dan suhu akhir gas campuran ini?

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

8. Sebuah ruangan terisolasi termal (dikelilingi dinding adiabatis) memiliki gas helium sebanyak n_i pada tekanan tinggi P_i dan suhu T_i. Ruangan ini dihubungkan melalui keran ke sebuah kontainer yang (hampir) kosong dan tekanannya selalu dijaga tetap P_o. Keran ini dibuka secara perlahan dan gas helium pada ruangan mengalir secara perlahan dan adiabatis ($C_p/C_v = \gamma$) ke kontainer sampai kedua tekanan sama. Asumsikan gas helium berprilaku seperti gas ideal, carilah suhu akhir T_f dari gas di ruangan, dan juga suhu akhir T' dari gas di kontainer.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)



Gambar 90: Soal no. 9

9. Sebuah silinder tertutup dengan jari-jari b mengandung 2 jenis gas ideal dengan jumlah molekul yang sama banyak N pada suhu konstan T. Massa kedua molekul gas masing-masing adalah m_1 dan m_2. Silinder tertutup ini diputar terhadap sumbu simetri dengan kecepatan sudut ω (lihat gambar di samping). Carilah perbandingan jumlah molekul gas 1 terhadap jumlah molekul gas 2, N_1/N_2 sebagai fungsi jari-jari silinder r. Abaikan gravitasi. Untuk kecepatan sudut ω yang kecil, ada jarak tertentu dari pusat rotasi dimana nilai perbandingan N_1/N_2 tidak bergantung pada kecepatan sudut ω. Carilah nilai jarak ini dan juga nilai perbandingan N_1/N_2 pada jarak ini.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

10. Sebuah wadah mengandung gas ideal monoatomik pada suhu T. Molekul gas ini keluar ke ruang vakum dari sebuah lubang kecil. Sebuah kotak digunakan untuk menangkap beberapa molekul gas yang keluar ini lalu kotak ditutup kembali. Berapakah suhu akhir dari gas yang ada di dalam kotak? Kapasitas termal dari kotak diabaikan. Petunjuk: gunakanlah konsep distribusi Maxwell- Boltzman dan juga fluks (molekul yang menabrak dinding persatuan luas persatuan waktu).

    (Pelatihan 8 Besar, 2009)

11. Sebuah wadah vakum yang terisolasi secara termal dan dikelilingi oleh udara luar yang berada pada tekanan dan suhu konstan P_0 dan T_0. Wadah

ini memiliki keran yang menghubungkan antara wadah dengan udara luar. Keran ini kemudian dibuka sehingga udara luar masuk dan ketika tekanan di wadah sama dengan tekanan luar, keran langsung ditutup. Berapakah suhu akhir gas di wadah?

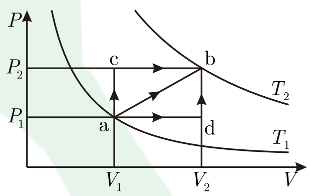
(Pelatihan 8 Besar, 2009)

12. Cairan bermassa M yang berada pada suhu T_1 dicampur dengan cairan lain yang jenis dan massanya sama, namun suhunya $T_2 \neq T_1$. Sistem ini terisolasi secara termal namun cairannya dijaga pada tekanan tetap (kalor jenis cairan adalah C_p). Berapakah perubahan entropi semesta? Buktikan secara matematis bahwa perubahan entropi ini bernilai positif, berapapun suhu kedua cairan.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

13. Gas ideal yang memiliki $C_v = 5/2Nk$ mengalami perubahan keadaan dari a ke b (lihat gambar 91) melalui 3 jalur: acb, adb, dan ab. $P_2 = 2P_1$ dan $V_2 = 2V_1$. Hitunglah kalor yang diberikan ke gas (hanya dalam suku N, k, dan T_1) untuk setiap proses-proses di atas. Berapakah kapasitas kalor dari gas untuk proses ab?

(Pelatihan 8 Besar, 2009)



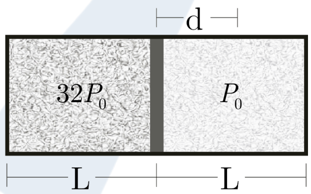
Gambar 91: Soal no. 13

14. Sebuah mesin Carnot bekerja pada 2 reservoir dengan suhu T_1 dan $T_2 > T_1$. Reservoir dengan suhu lebih rendah, suhunya tetap (T_1 konstan). Namun, reservoir dengan suhu awalnya lebih tinggi, pada akhirnya akan berkurang suhunya sehingga sama dengan T_1. Reservoir ini terdiri dari gas ideal yang volumenya dijaga tetap dan memiliki kapasitas kalor C_v. Perubahan suhu reservoir T_2 menjadi T_1 berlangsung setelah mesin mengalami banyak siklus Carnot. Berapakah perubahan entropi total dari reservoir yang lebih panas ini? Berapakah usaha total yang dilakukan mesin selama proses perubahan suhu (T_2 menjadi T_1) dari reservoir ini?

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

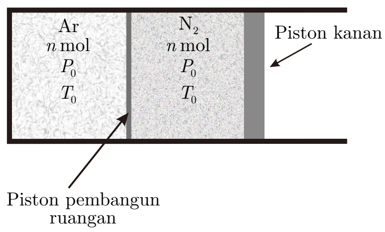
15. Sebuah silinder dengan luas penampang A dibagi menjadi 2 bagian oleh piston tanpa gesekan. Dinding dan piston terbuat dari bahan adiabatis. Awalnya kedua bagian sama panjang L dan memiliki jumlah molekul gas ideal monoatomik sama banyak N. Namun, tekanan awal dari ruang bagian kiri $32P_0$ dimana P_0 adalah tekanan awal ruang kanan. Piston kemudian dilepas sehingga gas di bagian kiri mendorong piston ke kanan secara quasi-statik. Piston kemudian berpindah sejauh d selama proses ini. Carilah nilai jarak d ini.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)



Gambar 92: Soal no. 15

16. Sebuah kontainer memiliki 2 ruangan yang dibatasi oleh sebuah piston tipis yang dapat bergerak bebas tanpa gesekan. Anggap piston tidak bermassa dan dapat menghantarkan panas secara sangat perlahan antara kedua ruangan. Ruangan 1 diisi dengan gas Argon ($\gamma = 5/3$) sebanyak n mol. Ruangan 2 diisi dengan gas Nitrogen ($\gamma = 7/5$) sebanyak n mol juga. Mula-mula sistem dalam keadaan setimbang baik secara mekanik (tekanan kedua ruangan sama yaitu P_0) maupun secara termal (suhu kedua ruangan sama yaitu T_0). Total volume kontainer (ruang 1 dan 2) adalah V_0. Anggap dinding kontainer dan piston sebelah kanan adalah isolator sempurna. Perhatikan gambar 93.



Gambar 93: Soal no. 16

(a) Jika piston di sisi kanan digerakkan secara sangat perlahan, sehingga dalam prosesnya selalu terjadi kesetimbangan mekanik dan kesetimbangan termal antara kedua ruangan, tentukan berapakah tekanan akhir (nyatakan dalam P_0) dan suhu akhir (nyatakan dalam T_0) sistem jika total volume akhir sistem menjadi $4V_0$.

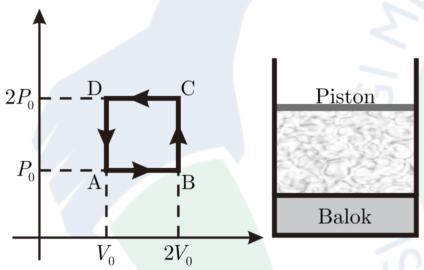
(b) Hitung perubahan entropi sistem.

(c) Sekarang tinjau kasus dimana piston di sisi kanan digerakkan secara perlahan, sehingga dalam setiap ruangan masih berlangsung proses quasistatik, tetapi cukup cepat sehingga dalam prosesnya bisa dianggap piston tipis pembatas ruangan tidak menghantarkan panas sama sekali selama piston kanan digerakkan. Volume total ruangan dinaikkan menjadi $4V_0$ juga. Tentukan volume akhir ruangan 1 dan ruangan 2 (nyatakan dalam V_0) sesaat setelah proses berhenti. Tentukan juga temperatur kedua ruangan (nyatakan dalam T_0) serta tekanan akhir ruangan (nyatakan dalam P_0). Dalam proses ini, anggap selalu terjadi kesetimbangan mekanik (tekanan kedua ruangan sama).

(d) Kemudian sistem dibiarkan cukup lama sehingga akhirnya tercapai kesetimbangan termal juga. Piston kanan dijaga tetap. Tentukan suhu (nyatakan dalam T_0) dan tekanan akhir sistem (nyatakan dalam P_0).

(e) Tentukan total perubahan entropi sistem dalam proses (c) dan (d).

(Pelatihan 15 Besar, 2010)



Gambar 94: Soal no. 17

17. Sebuah ruangan diisi dengan gas monoatomik. Gas ini akan dibuat sehingga menjalankan siklus seperti pada gambar 94. Piston tak bermassa dapat bergerak bebas. Tekanan udara luar adalah P_0. Siklus dimulai dari titik A. Temperatur, tekanan dan volume mula-mula ruangan adalah masing- masing T_0, P_0 dan V_0. Untuk menjalankan proses ini, tempelkan sebuah balok dengan kapasitas panas C_b. Anggap pertukaran panas hanya terjadi antara gas dan balok saja. Temperatur mula-mula balok adalah $T_1 > T_0$. Akibatnya, gas akan mengembang secara isobarik sampai volume $2V_0$ (titik B). Selanjutnya tahan piston sehingga volume gas tidak dapat berubah lagi. Tekanan gas akan terus naik sampai tekanan $2P_0$ (titik C). Pada akhir proses ini temperatur balok sudah menjadi sama dengan temperatur gas di ruangan (terjadi kesetimbangan termal).

(a) Tentukan temperatur mula-mula T_1 balok.

Selanjutnya taruh sebuah beban pada sisi atas piston sehingga tekanan total pada piston adalah $2P_0$. Kemudian ganti balok pertama dengan balok lain yang memiliki kapasitas panas C_b juga tetapi dengan temperatur mula-mula T_2 yang lebih rendah daripada temperatur gas di titik C. Gas akan mengalami kompresi isobarik sampai volume V_0 (titik D). Selanjutnya tahan piston sehingga volume gas tidak dapat berubah lagi. Biarkan sampai tekanan gas menjadi balik ke tekanan P_0 lagi (titik A). Pada akhir proses, temperatur balok sudah menjadi sama lagi dengan temperatur gas di ruangan (terjadi kesetimbangan termal).

(b) Tentukan temperatur mula-mula T_2 balok pada saat awal proses kompresi (titik C).

(c) Tentukan perubahan entropi gas dalam proses A–B–C–D–A.

(d) Tentukan perubahan entropi alam semesta dalam proses A–B–C–D–A.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

18. Sebuah sistem ditunjukkan pada gambar 95. Terdapat dua ruangan yang cukup besar (relatif terhadap pipa penghubung ruangan) dengan volume yang sama V. Total jumlah mol gas dalam kedua ruangan ini adalah n. Mula-mula kedua ruangan memiliki temperatur yang sama T_1. Kemudian salah salah ruangan dipanaskan sehingga temperaturnya naik menjadi T_2 sedangkan ruangan satunya lagi dipertahankan pada temperatur T_1. Tentukan jumlah mol gas pada ruangan 1 dan ruangan 2 jika suhu kedua ruangan dipertahankan seperti ini.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

Gambar 95: Soal no. 18

19. Persamaan keadaan gas photon (radiasi) diberikan oleh $PV = U/3$ (dengan P dan V adalah tekanan dan volume gas photon). U adalah energi dalam gas photon. Hukum radiasi Stefan-Boltzmann diberikan oleh $U/V = 4\sigma T^4/c$ (c adalah laju cahaya dalam vakum dan σ adalah tetapan Stefen–Boltzmann).

(a) Tentukan entropi $S(V, T)$ dari radiasi sebagai fungsi dari V dan T.

(b) Pada saat terjadi *Big Bang*, awalnya radiasi hanya berada pada daerah dengan ukuran kecil. Radiasi ini akan mengalami pengembangan adiabatis sehingga suhunya menurun. Tentukan hubungan antara suhu alam semesta T dan jari-jari alam semesta R.

(c) Dalam proses adiabatas, entropi sistem tidak berubah. Tentukan hubungan tekanan dan volume dalam proses adiabatis ekspansi gas photon.

(d) Pada sistem gas photon ini terdapat juga siklus Carnot yang terdiri dari 2 proses adiabatis dan 2 proses isotermis. Gambar diagram PV untuk siklus Carnot ini.

(e) Sebuah sistem gas photon memiliki temperatur mula-mula T_1. Kalor dari gas ini akan dialirkan ke sebuah sistem dengan kapasitas panas sangat besar (sistem kedua memiliki temperatur tetap T_2). Volume sistem dijaga tetap. Tentukan besar usaha maksimum yang dapat diperoleh dari proses ini.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

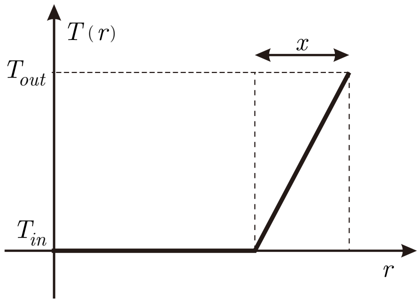
20. Atmosfer dapat dimodelkan secara sederhana seperti berikut. Temperatur dapat dianggap berubah linear sebagai fungsi $T(z) = T_0 - kz$. Anggap gravitasi bumi seragam dan massa molar gas di bumi adalah μ.

(a) Tentukan tekanan sebagai fungsi ketinggian. Tekanan di permukaan bumi adalah P_0.

(b) Tentukan massa jenis udara sebagai fungsi ketinggian.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

21. Tinjau sebuah bola padat dengan jari-jari R. Anggap temperatur bola $T(r)$ hanya bergantung dari jarak r ke pusat bola saja. Ada 2 parameter penting dalam soal ini: kapasitas panas bola per unit volume C dan konduktivitas



Gambar 96: Soal no. 21

termal σ. Aliran panas per unit area per waktu diberikan oleh $j = -\sigma \frac{dT}{dr}$. Anggap awalnya bola berada dalam kesetimbangan termal dengan temperatur T_{in}, sehingga $T(r) = T_{in}$ untuk $0 \leq r \leq R$. Sesaat setelah dimasukkan ke dalam sebuah sistem dengan temperatur lebih tinggi $T_{out} > T_{in}$, temperatur bola menjadi tidak konstan lagi. Anggap temperatur T_{out} tidak dapat berubah. Temperatur bola dapat dimodelkan seperti pada gambar 96

(a) Tentukan laju total aliran panas J ke dalam bola (nyatakan dalam R, x, T_{in}, T_{out} dan σ).

(b) Tentukan berapakah kalor total yang diperlukan agar x dalam gambar dapat naik dari harga 0 ke suatu nilai kecil D.

(c) Tentukan waktu yang dibutuhkan untuk x dapat meningkat dari harga 0 ke nilai kecil D.

Parameter pada soal diberikan sebagai berikut: $C = 8.0 \times 10^5\ \mathrm{J/m^3K}$, $\sigma = 6.7 \times 10^1\ \mathrm{J/msK}$, $R = 1.0\,\mathrm{cm}$, $T_{in} = 286\,\mathrm{K}$, $T_{out} = 296\,\mathrm{K}$, dan $D = 1.0\,\mathrm{mm}$.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

22. Model Pompa Tangan

Pada soal ini, kita akan memodelkan cara kerja pompa tangan. Asumsikan volume ruangan pompa adalah V_p, yang dapat dianggap sangat kecil jika dibandingkan dengan volume ban V (anggap tidak akan berubah) yang akan dipompa. Pompa tangan bekerja dengan mengambil udara luar (pada tekanan atmosfer P_A dan suhu ruang T_0) kemudian mendorong semua gas ini ke dalam ban. Anggap dalam setiap siklusnya udara yang diambil selalu berada pada tekanan dan suhu ini. Udara luar dapat dianggap sebagai gas diatomik ($\gamma = 7/5$). Selama proses pemompaan, dapat dianggap tidak terjadi pertukaran kalor antara ban dan udara luar.

(a) Tentukan berapakah jumlah mol n_p gas yang dimasukkan ke dalam ban dalam setiap siklusnya.

(b) Jika mula-mula dianggap ban sudah memiliki tekanan $P_0 > P_A$ dan berada dalam suhu ruang T_0 , tentukan berapakah jumlah mol mula-mula n_0 gas dalam ban.

(c) Jika pada akhirnya (setelah waktu yang lama sesudah pemompaan), diharapkan tekanan ban menjadi P dengan suhu telah turun kembali ke suhu ruang T_0, berapakah jumlah mol gas yang harus ditambahkan ke dalam ban. Berapakah jumlah pemompaan N yang harus dilakukan untuk mencapai keadaan ini?

(d) Jika setelah siklus ke-i, tekanan ban sudah naik menjadi P_i, maka agar gas bisa mulai masuk dari pompa ke dalam ban, diperlukan tekanan dalam pompa sebesar P_i. Proses menekan gas dalam pompa dari tekanan mula-mula P_A sampai mencapai tekanan P_i berlangsung cepat sehingga dapat dianggap sebagai proses adiabatis. Tentukan volume gas V'_p dalam pompa pada saat tekanan P_i telah dicapai.

(e) Hitung temperatur gas T' dalam pompa saat tekanan P_i telah dicapai.

(f) Berapakah usaha W' (usaha tangan ditambah usaha tekanan udara luar) pada sistem selama proses adiabatis ini?

(g) Selanjutnya gas baru bisa ditekan masuk ke dalam ban. Proses penekanan masuk gas ini dapat dianggap terjadi pada tekanan konstan P_i. Tentukan berapakah usaha W" untuk menekan semua gas ke dalam ban. Anggap proses berlangsung cepat. Satu siklus (misalnya siklus ke-i) terdiri dari proses kompresi (adiabatik) dari tekanan P_A sampai mencapai tekanan P_i, kemudian disambung dengan proses penekanan (isobarik) gas ke dalam ban. Setelah itu pompa diisi lagi dengan udara luar yang memiliki tekanan P_A dan suhu T_0.

(h) Berapakah usaha total W_i untuk proses ke-i ini. Berapakah energi total ΔU_i yang diberikan ke dalam ban dalam proses ke-i ini?

(i) Jika energi dalam ban diberikan oleh $U = C_v nT$, tentukan peningkatan tekanan ΔP_i ban akibat peningkatan energi dalam ΔU_i untuk proses pemompaan ke-i ini.

(j) Jika perubahan tekanan ini dapat dianggap kecil, hasil pada nomor di atas dapat dianggap sebagai sebuah persamaan differensial. Integralkan persamaan tersebut untuk mendapatkan tekanan dalam ban setelah proses ke-i.

(k) Tentukan tekanan maksimal P_{max} ban setelah seluruh proses (N siklus) pemompaan berakhir.

(l) Tentukan temperatur maksimum T_{max} dari ban pada saat itu.

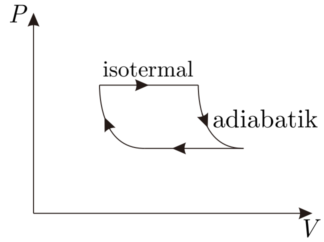
(m) Tentukan usaha total W untuk memompa ban ini.

(n) Jika tekanan udara luar P_A dan tekanan mula mula ban P_0 adalah sama yaitu 1 atm, tekanan akhir $P = 3$ atm, volume ban $V = 0.1\,\text{m}^3$, volume pompa $Vp = 0.001\,\text{m}^3$ dan temperatur udara luar adalah $T_0 = 300\,\text{K}$, tentukan jumlah siklus (N), tekanan maksimum P_{max}, temperatur maksimum T_{max} dan usaha total W yang diperlukan untuk memompa ban. Jika waktu pemompaan adalah sekitar 10 menit, tentukan berapa daya rata-rata pemompaan.

(Pelatihan 15 Besar, 2010)

Jawaban Termodinamika

1. (a) $\lambda = 0.125$
   $\lambda = 5.652$
   (b) $\lambda = 2.45$
2. (a) $\eta = 16/97 = 16.49\%$
   (b) $\eta = \dfrac{2\ln 2 - 1}{2\ln 2 + 1.5} = 13.38\%$
3. $b = a\sqrt{N}$
4. $P = -\dfrac{4S\,(a^2+b^2+c^2-d^2)}{a^3+b^3+c^3-d^3}$
5. $q = 2^{3(3-\gamma)/2}\pi a^2\sqrt{\left[P_0(2^{3\gamma}-1)+\dfrac{4S}{a}(2^{3\gamma-1}-1)\right]\varepsilon_0}$
6. $\cos\theta = \dfrac{H}{L}\sqrt{\dfrac{\rho_a}{\rho_a-\rho_k}}$
   $\omega = \sqrt{\dfrac{3\sqrt{2}g}{2L}}$
7. $P = \dfrac{P_1V_1+P_2V_2}{V_1+V_2}$
   $T = \dfrac{P_1V_1+P_2V_2}{V_1P_1/T_1+P_2V_2/T_2}$
8. $T_f = T_i(\dfrac{P_0}{P_i})^{(\gamma-1)/\gamma}$
   $T' = \dfrac{T_i}{\gamma}\dfrac{1-\frac{P_0}{P_i}}{1-(\frac{P_0}{P_i})^{1/\gamma}}$
9. $\dfrac{dN_1}{dN_2} = \dfrac{m_1}{m_2}\dfrac{\sinh\frac{m_2\omega^2b^2}{4k_BT}}{\sinh\frac{m_1\omega^2b^2}{4k_BT}}$
   $\exp(\dfrac{\omega^2}{2k_BT}(m_1-m_2)(r^2-\dfrac{b^2}{2})).$
   $r = \dfrac{b}{\sqrt{2}},\ \dfrac{dN_1}{dN_2} = 1$
10. $T' = 4T/3$
11. $T' = \gamma T$
12. $\Delta S = Mc_p\ln\dfrac{(T_1+T_2)^2}{4T_1T_2}$
13. $Q_{acb} = \dfrac{19}{2}Nk_BT_a$
    $Q_{adb} = \dfrac{17}{2}Nk_BT_a$
    $Q_{ab} = 9Nk_BT_a$
    $C_{ab} = 3Nk_B$
14. $\Delta S = -c_v\ln\dfrac{T_2}{T_1}$
    $W = c_v(T_2-T_1) - T_1c_v\ln\dfrac{T_2}{T_1}$
15. $d = 7L/9$
16. (a) $T = T_0/2$
    $P = P_0/8$
    (b) $\Delta S = 0$
    (c) $V_1 = 1.76V_0,\ V_2 = 2.24V_0$
    $P_1 = P_2 = 0.122P_0$
    $T_1 = 0.432T_0,\ T_2 = 0.549T_0$
    (d) $T_3 = 0.505T_0,\ P_3 = 0.126P_0$
    (e) $\Delta S_c = 0$
    $\Delta S_d = 0.041nR$
17. (a) $T_1 = \dfrac{11}{2}\dfrac{P_0V_0}{C_b} + 4T_0$
    (b) $T_2 = -\dfrac{13}{2}\dfrac{P_0V_0}{C_b} + T_0$
    (c) $\Delta S = 0$
    (d) $\Delta S = -C_b\ln\left(1+\dfrac{11}{8}\dfrac{P_0V_0}{C_bT_0}\right)\left(1-\dfrac{13}{2}\dfrac{P_0V_0}{C_bT_0}\right)$
18. $n_1 = \dfrac{\sqrt{T_2}}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}}n$
    $n_2 = \dfrac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_1}+\sqrt{T_2}}n$
19. (a) $S = \dfrac{16\sigma}{3c}T^3V$
    (b) $T \propto \dfrac{1}{R}$
    (c) $PV^{4/3} = \text{konstant}$
    (d)



    (e) $W = \dfrac{4\sigma V}{c}T_1^4\left[1-\dfrac{4}{3}\dfrac{T_2}{T_1}+\dfrac{T_2^4}{3T_1^4}\right]$

20. (a) $P = P_0\left(1 - \frac{kz}{T_0}\right)^{\frac{\mu g}{Rk}}$

(b) $\rho = \frac{\mu P_0}{RT_0}\left(1 - \frac{kz}{T_0}\right)^{\frac{\mu g}{Rk}-1}$

21. (a) $J = \sigma\frac{T_{out} - T_{in}}{x}4\pi R^2$

(b) $Q \approx 4\pi c\frac{T_{out} - T_{in}}{2}R^2 D$

(c) $t = \frac{c}{4\sigma}D^2 = 3\,\text{ms}$

22. (a) $n_p = \frac{P_a V_p}{RT_0}$

(b) $n_0 = \frac{P_0 V}{RT_0}$

(c) $\Delta n = \frac{(P - P_0)V}{RT_0}$

$N = \frac{P - P_0}{P_A}\frac{V}{V_p}$

(d) $V_p' = V_p\left(\frac{P_A}{P_i}\right)^{5/7}$

(e) $T' = T_0\left(\frac{P_i}{P_A}\right)^{2/7}$

(f) $W' = \frac{5}{2}P_A V_p\left[\left(\frac{P_i}{P_A}\right)^{2/7} - 1\right]$

(g) $W'' = P_A V_p\left(\frac{P_i}{P_A}\right)^{2/7}$

(h) $W_i = P_A V_p\left[\frac{7}{2}\left(\frac{P_i}{P_A}\right)^{2/7} - \frac{5}{2}\right]$

$\Delta U_i = \frac{7}{2}P_A^{5/7}P_i^{2/7}V_p$

(i) $\Delta P_i = \frac{7}{5}P_A^{5/7}P_i^{2/7}\frac{V_p}{V}$

(j) $P_i = \left(P_0^{5/7} + P_A^{5/7}\frac{V_p}{V}i\right)^{7/5}$

(k) $P_{maks} = P_0\left[1 + \left(\frac{P_A}{P_0}\right)^{5/7}\frac{P - P_0}{P_A}\right]^{7/5}$

(l) $T_{maks} = \frac{P_{maks}}{P}T_0$

(m) $W = \frac{5}{2}P_0 V_0\left[\left(1 + \left(\frac{P_a}{P_0}\right)^{5/7}\frac{P - P_0}{P_A}\right)^{7/5} - 1 - \frac{P - P_0}{P_0}\right]$

(n) $N = 200$, $P_{maks} = 4.65\,\text{atm}$

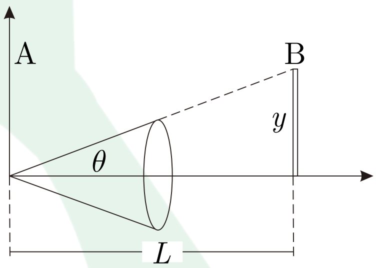
$T_{maks} = 465.6\,\text{K} = 192.6\,°\text{C}$

$W = 41800\,\text{J}$, daya $= 69.7$ Watt

Relativitas

1. Sebuah stasiun antariksa B bergerak relatif terhadap suatu stasiun antariksa A dengan laju $v = \beta c$ ke kanan. Saat B melewati A, keduanya menyamakan jam mereka dengan mengatur jam mereka menjadi nol. Saat B sudah berjarak L dari stasiun A (menurut A), stasiun A mengirim signal dengan frekuensi f ke arah B. Signal ini menyebar membentuk kerucut dengan sudut bukaan θ menurut stasiun A. Sumbu kerucut sama dengan garis yang menghubungkan kedua stasiun. Di suatu ketinggian y dari stasiun B, terdapat suatu penerima signal. Kapankah penerima signal ini menerima signal pertama kali (menurut waktu stasiun B)? Berapakah frekuensi signal yang diterima? Pada hasil akhir, gunakan $\tan\theta = y/L = 3$ dan $\beta = 0.6$.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)



Gambar 97: Soal no 1

2. Sebuah berkas π^+ meson dengan energi kinetik T meluruh dan menghasilkan μ^+ yang bergerak dalam arah berlawanan arah π^+ meson. Reaksi pembentukan μ^+ diberikan oleh

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu$$

   dengan $m_\pi c^2 = 139.57\,\text{MeV}$, $m_\mu c^2 = 105.66\,\text{MeV}$, dan $m_\nu c^2 = 0.0\,\text{MeV}$. Tentukan berapakah rentang nilai T agar hal ini bisa terjadi.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

3. Sebuah kereta dengan panjang diri (*proper length*) L bergerak dengan laju v terhadap tanah. Bersamaan dengan ujung depan kereta melewati sebuah pohon di tanah (menurut kerangka tanah), sebuah bola dilempar dari ujung belakang kereta ke ujung depan dengan laju u relatif terhadap kereta. Berapakah nilai u agar bola mengenai ujung depan kereta bersamaan dengan ujung belakang kereta melewati pohon yang sama (menurut kerangka kereta)? Tentukan syarat v agar hal ini bisa terjadi.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

4. Dalam eksperimen di *Large Hadron Collider* (LHC), proton dipercepat sampai mencapai energi sekitar 8 TeV. Dalam eksperimen ini, proton dipertahankan bergerak dalam lintasan lingkaran dengan medan magnet sekitar 9 Tesla. Hitung radius lintasan proton dengan menggunakan relativitas. Hitung juga radius lintasan dengan menggunakan mekanika Newton.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

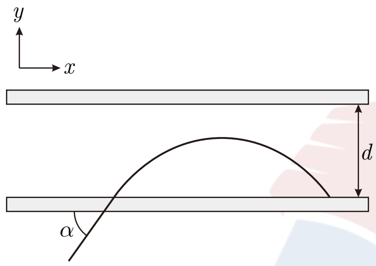
5. Sebuah roket dipercepat menjauhi bumi dengan percepatan konstan g (dalam kerangka roket). Buktikan bahwa ukuran sudut (*angular size*) bumi

(jari-jari bumi R_e) dilihat dari roket sebagai fungsi waktu diri (*proper time*) dari roket τ adalah

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{R_e}{x'} = \frac{R_e g \cosh\frac{g\tau}{c}}{c^2\left(\cosh\frac{g\tau}{c} + \frac{R_e g}{c^2} - 1\right)}, \text{dengan} \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Untuk waktu diri yang lama, ukuran ini mencapai suatu limit harga tertentu. Berapakah limit ini?

(Pelatihan 8 Besar, 2009)



Gambar 98: Soal no. 6

6. Sebuah elektron dengan kecepatan ultrarelativistik (momentum elektron p_0) memasuki sebuah daerah medan listrik dengan sudut masuk α. Beda potensial antara keping adalah V dengan jarak antara keping adalah d, lihat gambar 98. Buktikan bahwa persamaan lintasan elektron diberikan oleh:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\beta\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Tentukan β.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

7. Tiga buah sistem A, B dan C bergerak satu relatif terhadap yang lainnya dengan aturan sebagai berikut. Relatif terhadap B, laju A dan C sama, dalam arah berlawanan dan sama-sama menuju B. Misalnya menurut B, A bergerak ke kanan dan C bergerak ke kiri. A melewati B terlebih dahulu. Saat A melewati B, mereka mengsinkronisasi jam dengan diset menjadi nol. Pada saat yang sama, A mulai mengirim signal yang diarahkan ke B dengan interval antar signal adalah T_0. Proses ini terjadi sampai A bertemu dengan C. Saat itu, sudah ada N signal yang dikirim. Saat pertemuan ini, jam di C disinkronisasi ke jam A. Bersamaan dengan itu, C mulai mengirim signal yang diarahkan ke B dengan interval antar signal adalah T_0. Dengan menghitung waktu dari signal yang diterima, berapakah perbandingan jam B dan C ketika kedua sistem ini bertemu?

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

8. Sebuah pesawat antariksa tanpa mesin beroperasi dengan cara memantulkan laser yang dipancarkan dari bumi. Cermin yang digunakan dapat memantulkan cahaya laser dengan sempurna. Massa diam pesawat adalah M_0. Mula-mula roket diam. Berapakah energi yang harus dikeluarkan pembangkit laser untuk membuat pesawat ini bergerak dengan suatu nilai γ tertentu.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

9. Seberkas K^+ meson yang tidak stabil (dapat meluruh secara radioaktif) bergerak dengan kelajuan $c\sqrt{3}/2$ melewati dua buah pencacah yang terpisah pada jarak 9 m. Kehilangan kecepatan dan energi partikel dapat diabaikan. Ketika melewati pencacah pertama, tercatat 1000 peluruhan per detik (dalam kerangka pencacah), sedangkan pada pencacah kedua tercatat 250 peluruhan per detik. Hitung waktu paruh (waktu agar aktivitas peluruhan turun menjadi setengah aktivitas mula-mula) yang terukur dalam kerangka diam partikel.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

10. Tinjau reaksi berikut

$$\pi^+ + n \to K^+ + \lambda^0.$$

Massa setiap partikel adalah $M_\pi = 140\,\mathrm{MeV}/c^2$, $M_n = 940\,\mathrm{MeV}/c^2$, $M_K = 494\,\mathrm{MeV}/c^2$, dan $M_\lambda = 1115\,\mathrm{MeV}/c^2$. Berapakah ambang batas energi kinetik π^+ agar bisa terbentuk K^+ yang bergerak dengan sudut 90° terhadap kecepatan awal π^+dalam kerangka lab, jika mula-mula n diam di kerangka lab.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

11. Sebuah batang seragam dengan massa M dan panjang $2L$ berotasi terhadap sumbu yang tegak lurus batang dan melewati pusat batang dengan kecepatan sudut $\omega \ll c/L$. Momentum sudut dan energi kinetik rotasi masing-masing diberikan oleh

$$\frac{1}{3}ML^2\omega\left(1 + A\frac{\omega^2L^2}{c^2} + \cdots\right)\text{dan } \frac{1}{6}ML^2\omega^2\left(1 + B\frac{\omega^2L^2}{c^2} + \cdots\right).$$

Tentukan nilai A dan B.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

12. Sebuah atom yang tereksitasi memiliki massa m_0 sedang diam dalam kerangka lab. Suatu ketika atom ini melepaskan foton dan kehilangan energi dalam ΔE dan atom terpental mundur. Tentukan berapa besar frekuensi foton yang dilepaskan (menurut kerangka lab).

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

13. Relativitas dan elektrodinamika.

(a) Medan listrik oleh muatan bergerak.

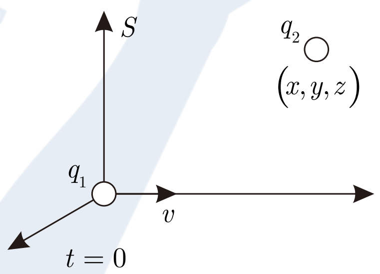
Tinjau kasus berikut. Sebuah muatan sumber q_1 bergerak dengan kelajuan v dalam arah x positif. Terdapat sebuah muatan test q_2 diam pada posisi (x, y, z). Pada saat $t = 0$, muatan sumber melewati titik pusat koordinat. Sebut kerangka ini sebagai kerangka S. Dalam bagian ini, akan dihitung vektor gaya listrik akibat muatan sumber pada muatan test pada saat $t = 0$. Karena sumber muatan bergerak, maka hukum Coulomb tidak dapat diasumsikan bekerja dalam kasus ini. Untuk menggunakan hukum Coulomb, tinjau sistem dari kerangka yang bergerak ke kanan dengan kelajuan v, sehingga dalam kerangka ini, muatan sumber diam sedangkan muatan test bergerak. Sebut kerangka ini sebagai kerangka S'. Karena muatan sumber diam dalam kerangka ini, maka medan listrik yang dihasilkan muatan sumber konsisten dengan hukum Coulomb.

i. Tentukan koordinat ruang dan waktu (x', y', z', ct') muatan sumber dan muatan test dalam kerangka S' ini.

ii. Tentukan gaya yang bekerja pada muatan test dalam kerangka S' ini.

iii. Lakukan transformasi gaya ke kerangka S untuk mendapatkan gaya pada muatan test.

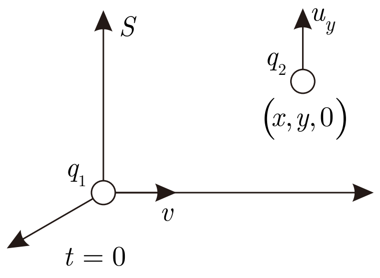
iv. Tentukan medan listrik akibat muatan sumber yang bergerak itu.



Gambar 99: Soal no 13(a)

v. Tentukan apakah hukum Gauss bekerja pada kasus muatan yang bergerak.

(b) Medan magnet oleh muatan bergerak.
Tinjau konfigurasi yang sama dengan kasus (a), tetapi dengan muatan test mulanya berada di koordinat $(x, y, 0)$ dan bergerak ke arah sumbu y dengan kelajuan u_y. Muatan sumber bergerak dalam arah sumbu x dengan kelajuan v dan melewati pusat koordinat saat $t = 0$. Seperti pada kasus sebelumnya, tinjau sistem ini dari kerangka S' yang bergerak bersama muatan sumber.



Gambar 100: Soal no 13(b)

i. Tentukan kecepatan muatan test dalam kerangka S'.
ii. Tentukan gaya yang bekerja pada muatan test dalam kerangka S'.
iii. Lakukan transformasi gaya ke kerangka S untuk mendapatkan gaya pada muatan test. Akan terdapat dua jenis gaya, yaitu gaya yang bergantung pada kelajuan partikel u_y dan gaya yang tidak bergantung kelajuan. Gaya yang bergantung kelajuan dapat diidentifikasikan sebagai gaya magnet sedangkan gaya yang tidak bergantung pada kelajuan sebagai gaya listrik. Tentukan gaya magnet dan gaya listrik pada muatan test dalam kerangka S.
iv. Bentuk gaya magnet yang didapat mengindikasikan bahwa gaya magnet dapat ditulis sebagai $\mathbf{F}_m = q_2\mathbf{u} \times \mathbf{B}$. Tuliskan bentuk dari medan $\mathbf{B}$.
v. Nyatakan medan $\mathbf{B}$ dalam medan $\mathbf{E}$

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

14. Presesi berdasarkan koreksi relativitas khusus
Presesi adalah fenomena dimana perihelion (titik terdekat dari bintang) berubah pada setiap revolusi planet mengelilingi bintang. Pengamatan menunjukkan adanya presesi pada orbit Merkurius. Koreksi terhadap hukum gravitasi Newton dengan menggunakan teori relativitas umum dapat digunakan untuk menjelaskan adanya presesi ini. Sebenarnya dengan hanya menggunakan efek relativitas khusus, juga dapat diperoleh koreksi terhadap orbit Merkurius, walaupun nilai prediksinya lebih kecil daripada nilai yang diamati. Pada soal ini, akan dihitung nilai presesi orbit akibat koreksi relativitas khusus saja. Dalam soal ini, akan lebih mudah jika gerak planet ditinjau dalam sistem koordinat polar. Sistem koordinat polar untuk perhitungan non relativitas sama dengan sistem koordinat polar untuk perhitungan relativitas.

(a) Tuliskan vektor momentum planet dalam koordinat polar. Terdapat dua arah yaitu arah radial (r) dan arah tangensial (θ): $\mathbf{p} = p_r\hat{r} + p_\theta\hat{\theta}$.

(b) Gaya radial yang bekerja hanya gaya gravitasi $(F_r = -k/r^2)$, yaitu $F_r = \dot{p}_r$. Ingat bahwa
$$\frac{d}{dt}\hat{\mathbf{r}} = \dot{\theta}\hat{\theta} \text{ dan } \frac{d}{dt}\hat{\theta} = -\dot{\theta}\hat{r}.$$
Tentukan $\dot{\mathbf{p}}_r = \left(\frac{d\mathbf{p}}{dt}\right)_r$.

(c) Dalam tinjauan spesial relativitas, energi total (E) dan momentum sudut (L) tetap kekal. Tuliskan persamaan energi total dan persamaan momentum sudut planet.

(d) Karena dalam soal ini yang ingin diperhatikan hanyalah kebergantungan r dan θ saja, maka dalam pengerjaannya, ketergantungan terhadap waktu t akan dieliminasi. Ini dapat dilakukan dengan menggunakan hukum kekekalan momentum sudut. Juga lakukan substitusi variabel $u = 1/r$ dalam pengerjaan, agar didapat bentuk yang sederhana. Nyatakan $\frac{d^2u}{d\theta^2}$ dalam u, E, V, c dan L dengan $V = -GMm/r = -ku$ adalah potensial gravitasi dan c adalah kecepatan cahaya.

(e) Selesaikan persamaan differensial di atas, untuk mendapatkan solusi:

$$u = \frac{1}{r} = \lambda[1 + \epsilon \cos \alpha(\theta - \theta_0)]$$

dengan ϵ dan θ_0 adalah konstanta yang bergantung keadaan awal. Tentukan nilai α dan λ.

(f) Tentukan nilai presesi per revolusi (nyatakan dalam k, c, dan L).

(g) Jika orbit planet mendekati lingkaran, tentukan nilai presesi δ, nyatakan dalam G, M, R, dan c

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

15. Jam pada batang yang dipercepat.
Sebuah batang dengan panjang diri L_0 bergerak dengan percepatan diri (*proper acceleration*) konstan g. Tinjau kasus dimana seluruh titik di batang mengalami percepatan diri yang sama. Arah panjang searah dengan arah percepatan diri. Pada ujung-ujung batang terdapat jam. Saat mula-mula, $t = 0$, batang diam dengan ujung kiri batang (titik A) di pusat koordinat, ujung kanan batang (titik B) berada pada jarak L_0 dari pusat koordinat. Pada soal ini, kita tidak akan memperhitungkan waktu perjalanan cahaya.

(a) Jika jam titik A dilihat oleh kerangka Bumi adalah t_A, berapakah bacaan jam titik B, t_B yang dilihat oleh Bumi.

(b) Jika jam titik A menunjukkan waktu τ_A, berapakah waktu jam titik B τ_B yang dilihat oleh titik A.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

SINERGI MENCERDASKAN TUNAS NEGERI

SIMETRI

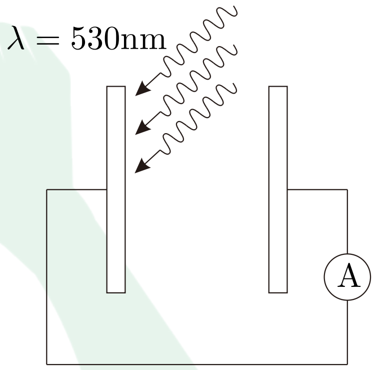
Jawaban Relativitas

1. $t' = \dfrac{16L}{3c}$
   $f' = \dfrac{13}{20}f$
2. $T_\pi < \dfrac{(m_\pi - m_\mu)^2}{2m_\mu}c^2 = 5.44\,\mathrm{MeV}$
3. $u = \dfrac{c^2}{c^2 - v^2}v$
   $v < \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}c$
4. $r_{\mathrm{rel}} = \dfrac{\gamma mv}{Bq} = 2.96 \times 10^3\,\mathrm{m}$
   $r_{\mathrm{nr}} = \dfrac{mv}{Bq} = 45.4\,\mathrm{m}$
5. $\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{R_e g}{c^2}$
6. $\beta = \dfrac{eV}{cp_0 d\cos\alpha}$
7. $\dfrac{T_{\mathrm{B}}}{T_{\mathrm{C}}} = \gamma$
8. $E = \dfrac{Mc^2}{2}\left[\dfrac{\beta+1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right]$
9. $T = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 10^{-8}\,\mathrm{s}$
10. $K_\pi = \left(\dfrac{m_\lambda^2 - m_\pi^2 - m_n^2 - m_K^2 + 2m_K m_n}{2(m_n - m_K)} - m_\pi\right)c^2$
    $= 1008.78\,\mathrm{MeV}$
11. $A = 3/10$
    $B = 9/20$
12. $f = \dfrac{\Delta E}{h}(1 - \dfrac{\Delta E}{2m_0c^2})$
13. (a) i. $x' = \gamma x$
    $y' = y$
    $z' = z$
    $t' = -\gamma\dfrac{vx}{c^2}$
    ii. $\boldsymbol{F}' = \dfrac{kq_1q_2}{r'^3}[x'\hat{\boldsymbol{x}} + y'\hat{\boldsymbol{y}} + z'\hat{\boldsymbol{z}}]$
    $r' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}$
    iii. $F_x = F'_x$
    $F_y = \gamma F'_y$
    $F_z = \gamma F'_z$
    iv. $\boldsymbol{E} = \dfrac{\gamma kq_1(x\hat{\boldsymbol{x}} + y\hat{\boldsymbol{y}} + z\hat{\boldsymbol{z}})}{(\gamma^2x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$
    v. Berlaku
    (b) i. $v'_x = -v$
    $v'_y = \dfrac{1}{\gamma}u_y$
    $v'_z = 0$
    ii. $\boldsymbol{F}' = \dfrac{kq_1q_2}{r'^3}[x'\hat{\boldsymbol{x}} + y'\hat{\boldsymbol{y}}]$
    iii. $F_x = F'_x + \dfrac{v}{c^2}\gamma F'_y u_y$
    $F_y = \gamma F'_y$
    $\boldsymbol{F}_{\mathrm{m}} = \dfrac{v}{c^2}\dfrac{kq_1q_2}{(\gamma^2x^2 + y^2)^{3/2}}\gamma y\, u_y\hat{\boldsymbol{x}}$
    $\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}} = \dfrac{kq_1q_2\gamma}{(\gamma^2x^2 + y^2)^{3/2}}(x\hat{\boldsymbol{x}} + y\hat{\boldsymbol{y}})$
    iv. $\boldsymbol{B} = \dfrac{kq_1v}{c^2}\dfrac{\gamma y}{(\gamma^2x^2 + y^2)^{3/2}}\hat{\boldsymbol{z}}$
    v. $\boldsymbol{B} = \dfrac{\boldsymbol{v}}{c^2} \times \boldsymbol{E}$
14. (a) $\boldsymbol{p} = \gamma m(\dot{r}\hat{\boldsymbol{r}} + r\dot{\theta}\hat{\boldsymbol{\theta}})$
    (b) $\dot{p}_r = \dfrac{d}{dt}[\gamma m\dot{r}] - \gamma mr\dot{\theta}^2$
    (c) $E = \gamma mc^2 - \dfrac{k}{r}$
    $L = \gamma mr^2\dot{\theta}$
    (d) $\dfrac{d^2u}{d\theta^2} + u = -\dfrac{E-V}{c^2L^2}\dfrac{\partial V}{\partial u}$
    (e) $\alpha = \sqrt{1 - \dfrac{k^2}{L^2c^2}} \approx 1 - \dfrac{k^2}{2L^2c^2}$
    $\lambda = \dfrac{Ek}{L^2c^2}$
    (f) $\delta = \dfrac{\pi k^2}{L^2c^2}$
    (g) $\delta == \dfrac{\pi GM}{Rc^2}$
15. (a) $t_A = t_B$
    (b) $\sinh\dfrac{g(\tau_{\mathrm{B}} - \tau_{\mathrm{A}})}{c} = \dfrac{gL_0}{c^2}\sinh\dfrac{g\tau_{\mathrm{A}}}{c}$

SINERGI MENCERDASKAN TUNAS NEGERI

SIMETRI

Fisika Modern



Gambar 101: Soal no 1

1. Sebuah laser hijau ($\lambda = 530\,\text{nm}$) dengan daya 2.0 mw digunakan untuk menyinari fotokatoda cesium (fungsi kerja $\phi = 1.95\,\text{eV}$). Asumsikan efisiensi produksi fotoelektrik adalah 10^{-5} (terjadi satu emisi fotoelektrik tiap penyinaran 10^5 foton). Berapakah arus yang timbulkan dari penyinaran ini?

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

2. Matahari memancarkan radiasi seperti benda hitam. Intensitas radiasi (energi yang diradiasikan per satuan luas per satuan waktu per satuan panjang gelombang) diberikan oleh

$$R(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

   Berapakah tekanan rata-rata yang dirasakan Bumi akibat radiasi dari Matahari? Anggap jari-jari Matahari adalah 6.96×10^8 m, dan jarak Bumi-Matahari adalah 150 juta km. Suhu Matahari adalah 5800 K. Anggap Bumi menyerap semua radiasi yang sampai padanya.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

3. (a) Tentukan 3 panjang gelombang terbesar dari deret Lyman.

   (b) Jika elektron pada sistem hidrogen ditukar dengan muon ($m_\mu = 207 m_e$), tentukan 3 panjang gelombang terbesar yang berkoresponden dengan deret Lyman.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

4. Berapakah panjang gelombang foton yang dibutuhkan untuk menghasilkan elektron berenergi 30.0 keV melalui hamburan Compton?

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

5. Sebuah osilator harmonik dibentuk dari sebuah massa m yang dipengaruhi medan potensial $\frac{1}{2}kx^2$. Dengan menggunakan ketidakpastian Heisenberg, perkirakan berapakah amplitudo keadaan dasar (nyatakan dalam $\hbar$, m dan k). Tentukan besarnya energi keadaan dasar.

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

6. Berapakah energi yang dibutuhkan untuk mengurangi panjang gelombang de Broglie elektron dari 100 ke 50 pm?

   (Pelatihan 8 Besar, 2009)

7. Sebuah kristal yang diketahui pasti strukturnya digunakan dalam eksperimen difraksi Bragg. Kerapatan kristal diketahui dengan error rms pengukuran adalah 3 bagian dalam 10^4. Sudut yang dibentuk berkas datang dan

berkas pantul relatif terhadap permukaan kristal adalah masing-masing $6°$ dengan error rms pengukuran adalah $3.4'$. Berapakah rms error (relatif) dalam penentuan panjang gelombang sinar X. Anggap difraksi Bragg yang terjadi adalah pemantulan pertama $(n = 1)$.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

8. Perkirakan pelebaran Doppler dari garis emisi dengan panjang gelombang $\lambda = 500\,\text{nm}$ yang diemisikan oleh gas Argon ($A = 40$, $Z = 18$) pada temperatur 300 K.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

Gambar 102: Soal no 9

9. Berikut ini adalah data massa atom dalam unit u ($1u = 932\,\text{MeV}/c^2$)

Elektron	0.000549	$^{152}_{62}\text{Sm}$	151.919756
Neutron	1.008665	$^{152}_{63}\text{Eu}$	151.921749
$^{1}_{1}\text{H}$	1.007825	$^{152}_{64}\text{Gd}$	151.919794

(a) Berapakah harga dari Q (energi yang dilepas) dalam reaksi $^{152}\text{Eu}(n, p)$? Maksud notasi ini adalah inti ^{152}Eu ditembaki dengan n sehingga terjadi reaksi inti yang menghasilkan p dan sebuah inti lain yang konsisten nomor massa dan nomor atomnya.

(b) Apakah tipe peluruhan interaksi lemah (*weak-interaction decay*) yang dapat terjadi pada inti ^{152}Eu? Ada 3 kandidat yang mungkin: peluruhan β^-, β^+ dan penangkapan elektron.

(c) Berapakah energi yang dilepas untuk setiap proses peluruhan yang mungkin?

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

10. Tritium (isotop ^3H) mengalami peluruhan β dengan waktu paruh 12.5 tahun. Sebuah sampel gas hidrogen mengandung 0.1 gram tritium menghasilkan panas 21 kalori per jam. Berapakah energi rata-rata yang dibawa partikel β? (1 kalori $= 4.18$ Joule)

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

11. Gas elektron
Dalam pemodelan kuantum yang paling sederhana, elektron- elektron dalam konduktor dianggap tidak berinteraksi satu dengan lainnya (*independent electron model*) dan bebas bergerak tanpa potensial pengganggu (*free electron model*). Satu-satunya efek dari elektron lainnya adalah melalui prinsip larangan Pauli. Soal ini akan membahas pemodelan seperti ini. Sistem ini sering kali dinamakan gas elektron.

(a) Pertama tinjau suatu elektron yang dianggap berada dalam sebuah kubus dengan sisi L (volume kotak ini adalah $V = L^3$). Dalam pandangan kuantum, elektron merupakan gelombang. Anggap gelombang elektron berbentuk sinusoidal. Karena model ini digunakan untuk padatan berukuran besar, maka gunakan syarat batas periodik, dimana $\Psi(x, y, z) = \Psi(x + L, y, z) = \Psi(x, y + L, z) = \Psi(x, y, z + L)$.

i. Hitung pada panjang gelombang berapa sajakah (dalam arah x, y dan z) gelombang elektron bisa terbentuk? Ada 3 bilangan (integer) kuantum karakteristik dalam hal ini: n_x, n_y, dan n_z.

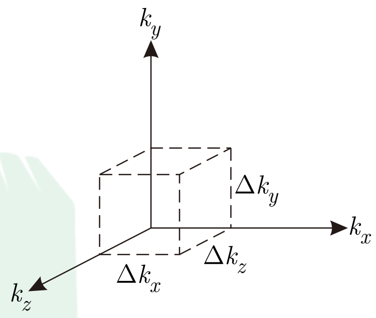
ii. Dari panjang gelombang ini, hitung berapakah nilai-nilai bilangan gelombang yang diizinkan pada ketiga arah ini (k_x, k_y, dan k_z).

iii. Dengan menggunakan hubungan de Broglie, tentukan momentum elektron, dan juga energi elektron untuk keadaan keadaan di atas.

(b) Selanjutnya, dengan bekerja dalam ruang momentum (kadang disebut sebagai ruang fasa k), maka banyaknya mode getar elektron dalam ruang momentum dapat ditentukan. Tinjau berapa "volume" yang ditempati oleh sebuah mode getar seperti pada soal no 11(a). Volume di sini adalah volume dalam ruang fasa (ruang k). Cara menghitung volume ini diberikan sebagai berikut:

i. Tinjau nilai k_x untuk sebuah keadaan getar tertentu (n_x tertentu). Selisih nilai ini dengan nilai k_x berikutnya (yaitu nilai k_x untuk $n_x + 1$) adalah panjang sisi dalam arah x dari "volume" yang dimaksud. Lakukan hal yang sama untuk arah y dan arah z untuk menentukan sisi dalam kedua arah ini. Tentukan "volume" V_k yang ditempati oleh satu mode getar.

ii. Tentukan banyaknya mode getar dalam 1 satuan "volume" dalam ruang k ini. Untuk "volume"sebesar Ω dalam ruang k, berapakah jumlah mode getar dalam ruang k tersebut?



Gambar 103: Soal no 11(b)

(c) Prinsip larangan Pauli, setiap mode getar hanya bisa diisi maksimum satu elektron dengan spin up dan satu elektron dengan spin down. Dalam keadaan dasar (*ground state*), elektron akan mengisi tingkat-tingkat energi terendah saja mulai dari $\mathbf{k} = 0$, dan seterusnya. Nilai maksimum dari $\mathbf{k}$ yang terisi dinamakan k_F (dengan F untuk Fermi).

i. Hitung berapa banyak elektron per satuan volume ($V = L^3$) yang bisa mengisi bola Fermi (*Fermi sphere*). Dari hasil ini, tentukan k_F jika banyaknya elektron per satuan volume $n = \frac{N}{V}$ diketahui.

ii. Untuk suatu gas elektron dengan kerapatan n, tentukan berapa jarak rata-rata antara elektron r_s (anggap satu elektron menempati volume $\frac{4}{3}\pi r_s^3$).

iii. Nyatakan k_F dalam r_s.

iv. Selanjutnya, dengan menjumlahkan energi masing-masing elektron dalam bola Fermi, maka energi total sistem bisa ditentukan. Penjumlahan ini dapat disederhanakan dengan mengganggap "volume" 1 mode getar sangat kecil, sehingga penjumlahan ini bisa diubah menjadi integral (penjumlahan dalam 3 dimensi diubah menjadi integral 3 dimensi. Anda harus menggunakan koordinat bola). Dengan melakukan pendekatan ini, hitung kerapatan energi elektron nyatakan dalam $\hbar$, k_F, dan m.

v. Hitung energi elektron per partikel $\frac{E}{N}$, nyatakan dalam Fermi energi, $\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^5}{2m}$.

vi. Tentukan tekanan pada elektron gas dengan menggunakan hubungan $P = -\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_N$. Nyatakan dalam E dan V.

vii. Tentukan bulk modulus elektron gas dengan menggunakan hubungan $B = -V\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_N$. Nyatakan dalam E dan V.

(Pelatihan 8 Besar, 2009)

12. Waktu paruh inti ^{239}Pu ditentukan dengan memasukkan bola ^{239}Pu bermassa 120.1 gram ke dalam nitrogen cair yang jumlahnya cukup untuk menyerap semua partikel α yang dilepaskan dari proses peluruhan. Laju penguapan nitrogen cair tanpa adanya ^{239}Pu adalah 1.47 $^{\text{gram}}/_{\text{menit}}$. Setelah dimasukkan ^{239}Pu dan ditunggu cukup lama sehingga suhu ^{239}Pu menjadi sama dengan suhu nitrogen cair, laju penguapan naik menjadi 1.54 $^{\text{gram}}/_{\text{menit}}$. Kalor laten penguapan nitrogen adalah 198.38 $^{\text{J}}/_{\text{gram}}$. Massa ^{239}Pu $= 239.052158$, massa ^{235}U $= 235.043924$ dan massa ^{4}He $=$ 4.002603. Diketahui 1 unit atom $= 1.66054 \times 10^{-27}$ kg. Tentukan waktu paruh inti ^{239}Pu.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

13. Inti $^{27}_{14}$Si meluruh menjadi inti $^{27}_{13}$Al dengan memancarkan positron. Energi kinetik maksimum dari positron yang dilepas adalah 3.48 MeV. Asumsikan bahwa perbedaan massa dari inti yang meluruh adalah akibat perbedaan energi interaksi Coulomb. Asumsikan juga bahwa inti adalah bola bermuatan yang terdistribusi merata dengan muatan Ze dan memiliki jari-jari R. Anggap jari-jari R diberikan oleh $r_0A^{1/3}$. Gunakan hasil di atas untuk menentukan nilai r_0. Massa elektron adalah 9.1094×10^{-31} kg. Z dan A adalah nomor atom dan nomor massa atom.

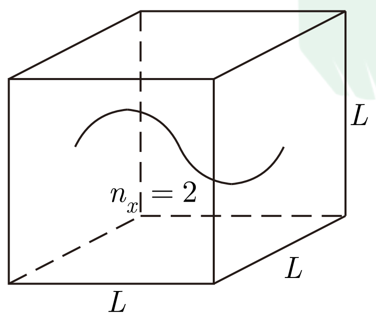
(Pelatihan 8 Besar, 2010)

14. Reaksi $^{2}\text{H} + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{10}\text{B} + \alpha$ terjadi dengan energi berkas deuterium ^{2}H yang tidak diketahui dengan akurat. Anggap target ^{12}C mula-mula diam. Energi partikel α dapat diukur secara akurat. Pada sudut hambur 90° terhadap berkas datang, energinya adalah 8.18 MeV dan pada sudut 60° energinya adalah 10.84 MeV. Tentukan energi berkas deuterium.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

15. Gas foton

Fenomena radiasi benda hitam dapat dijelaskan dengan mempelajari perilaku gas foton. Suatu ruangan yang dipenuhi gelombang elektromagnetik dapat dikatakan sebagai suatu sistem gas foton. Hal yang perlu dihitung terlebih dahulu adalah rapat mode gelombang elektromagnetik dalam ruangan tersebut. Untuk memudahkan perhitungan, tinjau sebuah rongga kubus dengan sisi dalam L. Dinding dengan temperatur T meradiasikan elektromagnetik dengan berbagai panjang gelombang λ, tetapi hanya gelombang-gelombang dengan panjang gelombang tertentu saja yang dapat menghasilkan gelombang berdiri dalam ruangan.



Gambar 104: Soal no 15

(a) Tinjau gelombang dalam salah satu arah saja (misalnya arah x). Terdapat banyak mode gelombang (tiap mode ditunjukkan oleh satu nilai panjang gelombang) yang dapat dipertahankan dalam arah x, setiap gelombang ini diberi indeks n_x.

   i. Tentukan λ_x, panjang gelombang dalam arah x yang dapat ada dalam sistem ini.

   ii. Tentukan k_x, nilai bilangan gelombang arah x untuk gelombang ini.

(b) Dengan menggunakan hasil pada bagian (a), tentukan berapakah banyak mode gelombang Δn yang berada dalam selang nilai k_x sampai $k_x + \Delta k_x$. Ambil asumsi bahwa nilai L jauh lebih besar daripada panjang gelombang.

(c) Lakukan hal yang sama untuk arah y dan z. Tentukan banyaknya mode gelombang dalam suatu "volume" $\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z$. Tentukan juga banyaknya mode gelombang dN yang memiliki bilangan gelombang antara k dan $k + dk$.

Untuk perhitungan selanjutnya, masukkan fakta bahwa gelombang elektromagnetik dengan panjang gelombang λ memiliki 2 polarisasi. Dengan demikian jumlah mode getar menjadi 2 kali lebih banyak.

(d) Tentukan banyaknya mode gelombang elektromagnetik dalam selang energi ε sampai $\varepsilon + d\varepsilon$.

(e) Karena foton mengikuti distribusi Bose-Einstein, maka distribusi foton (banyaknya foton rata-rata) pada termperatur T dan energi ε diberikan oleh

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{e^{\varepsilon/k_B T} - 1}, \qquad \text{dengan } k_B \text{ adalah konstanta Boltzmann.}$$

Banyaknya foton yang memiliki energi ε sampai $\varepsilon + d\varepsilon$ diberikan oleh banyaknya mode gelombang yang mungkin (dalam selang energi ε sampai $\varepsilon + d\varepsilon$) dikali dengan rapat probabilitas untuk mendapatkan foton pada energi ε. Total foton yang ada dalam sistem didapat dengan menjumlahkan fungsi ini untuk semua nilai energi. Tentukan banyaknya foton N dalam rongga yang memiliki volume V yang berada pada temperatur T (nyatakan dalam V, T dan konstanta-konstanta lain yang relevan). Gunakan definisi $\sigma = \dfrac{2\pi^5 k_B^4}{15h^3c^2}$ untuk menyederhanakan bentuk.

(f) Tentukan energi total E yang dimiliki oleh gas foton ini (nyatakan dalam V, T dan konstanta-konstanta lain yang relevan).

(g) Nyatakan E dalam N dan V saja (dengan konstanta-konstanta lain yang relevan). Tekanan gas diberikan oleh $P = -\left(\dfrac{\partial E}{\partial V}\right)_{N,S}$ (tekanan adalah minus dari laju perubahan energi E terhadap volume dengan menjaga jumlah partikel dan entropi sistem tetap).

i. Tuliskan P dalam fungsi V dan E saja.

ii. Tuliskan P dalam fungsi T.

(h) Dengan menggunakan hukum pertama termodinamika, tentukan fungsi entropi dari sistem. Tunjukkan bahwa entropi sistem hanya bergantung dari jumlah foton dalam sistem.

PETUNJUK :

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{\exp(x) - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$
$$\int_0^\infty \frac{x^2}{\exp(x) - 1} dx = 2\zeta(3) \approx 2.4$$

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

16. Bintang Kerdil Putih

Secara historis, aplikasi pertama dari statistik Fermi-Dirac muncul di bidang astrofisika (Fowler, 1926). Ini terkait dengan studi kesetimbangan termodinamika pada bintang kerdil putih. Dalam soal ini, akan diberikan sejumlah langkah sistematis untuk memperoleh limit Chandrasekhar. Pada awal penurunan hubungan tekanan pada gas Fermi, sistem dianggap merupakan kumpulan partikel yang tidak berinteraksi sama sekali. Efek tekanan berasal dari prinsip larangan Pauli. Selanjutnya dengan menggunakan hukum gravitasi Newton akan didapat pengaruh gravitasi bintang. Kesetimbangan kedua efek ini yang menentukan ukuran bintang kerdil putih.

(a) Umumnya bintang kerdil putih terbentuk dari Helium dengan massa $M \sim 10^{30}$ kg dan berbentuk bola dengan kerapatan massa $\rho \sim 10^{10}\,\mathrm{kg/m^3}$ dengan temperatur pusatnya $T \sim 10^7$ K. Tentukan orde besarnya (numerik) energi per partikel untuk temperatur ini.

(b) Energi ini jauh lebih besar daripada energi ionisasi Helium, sehingga secara praktis seluruh helium dalam bintang telah terionisasi. Bintang dapat dianggap sebagai bola besar dengan muatan netral. Jika terdapat N elektron dalam bintang, tentukan berapakah jumlah inti Helium dalam bintang. Jika tiap Helium dapat dianggap memiliki massa $4m_p$, tentukan juga berapakah massa bintang M.

(c) Tentukan berapakah kerapatan elektron n, dinyatakan dalam ρ dan m_p.

(d) Karena massa inti Helium jauh lebih besar daripada massa elektron, maka efek dari inti helium dapat diabaikan dalam perhitungan gas kuantum. Dalam perhitungan ini, pertama akan anggap suhu bintang cukup rendah sehingga bisa dianggap elektron hanya mengisi keadaan-keadaan dengan tingkat energi paling rendah. Dengan menggunakan hitungan gas elektron pada suhu 0 K, tunjukkan bahwa

$$n = c_1 p_F^3$$

dengan p_F adalah momentum Fermi (nilai momentum tertinggi yang dimiliki oleh elektron dalam sistem). Tentukan c_1.

(e) Dengan memasukkan besaran-besaran yang diketahui, tentukan besar momentum Fermi ini. Hitung energi relativistik dan non relativistik dari elektron dengan momentum Fermi. Tunjukkan bahwa energi Fermi ε_F memiliki harga dalam orde energi diam elektron. Selanjutnya, elektron akan ditinjau dengan menggunakan hitungan relativitas.

(f) Hitung besarnya (numerik) temperatur Fermi T_F yang didefinisikan sebagai ε_F/k_B. Hitung T/T_F. Rasio temperatur ini menunjukkan bahwa asumsi suhu bintang cukup rendah dapat diterima.

(g) Tuliskan hubungan energi (ε) dan momentum (p) elektron. Nyatakan kecepatan elektron (u) dalam momentum (p) dan massa diam (m) elektron.

(h) Tekanan pada gas elektron dapat dihitung dari

$$P_0 = \frac{1}{3}\frac{N}{V}\langle pu\rangle_0$$

dengan $\langle pu\rangle_0$ adalah nilai rata-rata dari momentum dikali kecepatan elektron. Tunjukkan bahwa dengan melakukan substitusi variabel $p =$

$mc \sinh\theta$, dengan θ adalah parameter tidak berdimensi, akan didapat

$$P_0 = 8c_2 \int_0^{\theta_F} \sinh^4\theta d\theta = c_2 A(x)$$

dengan $A(x) = x(x^2+1)^{1/2}(2x^2-3) + 3\sinh^{-1} x$,
dan $x = \sinh\theta_F = \dfrac{P_F}{mc}$. Tentukan c_2.

(i) Pada bagian-bagian sebelumnya, efek gravitasi tidak diperhitungkan sama sekali. Pada bagian akhir ini, efek gravitasi akan dimasukkan untuk menentukan jari-jari dari sebuah bintang kerdil putih. Sebuah bintang yang memiliki massa M dan jari-jari R memiliki energi gravitasi sebesar

$$E = -\alpha\frac{GM^2}{R}$$

dengan α adalah konstanta yang bergantung distribusi massa bintang. Hitung nilai numerik α untuk bintang dengan distribusi merata.

(j) Tanpa adanya gaya gravitasi, bintang kerdil putih akan terus mengembang. Ukuran bintang ditentukan dari kesetimbangan gaya gravitasi dan gaya tekan dari gas elektron. Tentukan tekanan bintang P_0 sebagai fungsi dari ukuran bintang R dan massa bintang M dan α.

(k) Selanjutnya dengan memasukkan nilai P_0 dari nomor (j) ke nomor (h), dapat diperoleh hubungan jari-jari bintang R dengan massa bintang M. Untuk tujuan itu, pertama nyatakan x hanya dalam M dan R serta konstanta-konstanta lain. Dengan memasukkan nilai $M \sim 10^{30}$ kg, dan konstanta-konstanta lain, tentukan nilai jari-jari R_0 yang memberikan nilai $x = 1$.

(l) Untuk nilai $R \ll R_0$, yang memberikan $x \gg 1$, maka dapat dilakukan pendekatan $A(x) \approx 2x^4 - 2x^2$. Dalam limit ini tunjukkan bahwa

$$R \approx \frac{(9\pi)^{1/3}}{2}\frac{\hbar}{mc}\left(\frac{M}{m_p}\right)^{1/3}\left[1-\left(\frac{M}{M_0}\right)^{2/3}\right]^{1/2}.$$

Tentukan bentuk dari M_0.

(m) Hitung nilai numerik dari M_0, ambil nilai α untuk bintang dengan distribusi merata. Nyatakan M_0 dalam massa matahari M_s. Sebagai perbandingan, perhitungan asli Chandrasekhar memberikan hasil $M_0 = 1.44M_s$. Terlihat bahwa jika $M > M_0$, maka jari-jari bintang menjadi tidak terdefinisi. Secara fisis ini berarti bintang kerdil putih akan mengalami keruntuhan.

(Pelatihan 8 Besar, 2010)

SINERGI MENCERDASKAN TUNAS NEGERI

SIMETRI

Jawaban Fisika Modern

1. $i = P\dfrac{\lambda}{hc}e\eta = 8.54\,\text{nA}$
2. $P = \sigma T^4 \dfrac{R_s^2}{cR_{SE}^2} = 4.60 \times 10^{-6}\,\text{Pa}$
3. (a) $\lambda_\alpha = 121.6\,\text{nm}$
   $\lambda_\beta = 102.6\,\text{nm}$
   $\lambda_\gamma = 97.3\,\text{nm}$
   (b) $\lambda_\alpha = 6.54\,\text{Å}$
   $\lambda_\beta = 5.52\,\text{Å}$
   $\lambda_\gamma = 5.23\,\text{Å}$
4. $\lambda = \dfrac{h}{m_e c}[\sqrt{1 + \dfrac{2m_e c^2}{E_k}} - 1] = 11.95\,\text{pm}$
5. $A \approx \sqrt{\dfrac{\hbar}{\sqrt{mk}}}$
   $E \approx \dfrac{\hbar\omega}{2}$
6. $\Delta E = \dfrac{h^2}{2m}(\dfrac{1}{\lambda'^2} - \dfrac{1}{\lambda^2}) = 451.7\,\text{eV}$
7. $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \sqrt{\dfrac{1}{9}(\dfrac{\Delta\rho}{\rho})^2 + (\dfrac{\Delta\theta}{\theta})^2} = 9.44 \times 10^{-3}$.
8. $\Delta\lambda = 2\sqrt{\dfrac{3k_BT}{m}}\dfrac{\lambda}{c} = 1.44\,\text{pm}$
9. (a) $Q = (M(\text{Eu}) + M(\text{n}) - M(\text{H}) - M(\text{Sm}))c^2 = 2.64\,\text{MeV}$
   (b) β^+, β^-, penangkapan elektron.
   (c) $E(\beta^+) = 0.834\,\text{MeV}$, $E(\beta^-) = 1.822\,\text{MeV}$
   $E(\text{ec}) = 1.857\,\text{MeV}$
10. $< E >= \dfrac{Em}{MN_\text{a}\ln 2}T_{\frac{1}{2}} = 4.3\,\text{keV}$
11. (a) i. $\lambda_x = \dfrac{L}{n_x}$
    $\lambda_y = \dfrac{L}{n_y}$
    $\lambda_z = \dfrac{L}{n_z}$
    ii. $k_x = \dfrac{2\pi n_x}{L}$
    $k_y = \dfrac{2\pi n_y}{L}$
    $k_z = \dfrac{2\pi n_z}{L}$
    iii. $p_x = \dfrac{hn_x}{L}$
    $p_y = \dfrac{hn_y}{L}$
    $p_z = \dfrac{hn_z}{L}$
    $E = \dfrac{h^2}{2mL^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$
    (b) i. $V_k = \dfrac{8\pi^3}{V}$
    ii. $n_k = \dfrac{V}{8\pi^3}$
    $N_\Omega = \dfrac{V\Omega}{8\pi^3}$
    (c) i. $n = \dfrac{k_F^3}{3\pi^2}, \quad k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$
    ii. $r_s = (\dfrac{3}{4\pi n})^{1/3}$
    iii. $k_F = \dfrac{1}{r_s}(\dfrac{9\pi}{4})^{1/3}$
    iv. $\dfrac{E}{V} = \dfrac{\hbar^2 k_F^5}{10\pi^2 m}$
    v. $\dfrac{E}{N} = \dfrac{3}{5}\varepsilon_F$
    vi. $P = \dfrac{2E}{3V}$
    vii. $B = \dfrac{10E}{9V}$
12. $T_{1/2} = 2.4 \times 10^4$ tahun
13. $r_0 = 1.95\,\text{fm}$
14. $T_H = 15.99\,\text{MeV}$
15. (a) i. $\lambda_x = \dfrac{2L}{n_x}$
    ii. $k_x = \dfrac{\pi n_x}{L}$
    (b) $\Delta n = \dfrac{\Delta k_x}{\pi}L$
    (c) $\Delta n = \dfrac{\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z}{\pi^3}L^3$
    $dN = \dfrac{Vk^2dk}{2\pi^2}$
    (d) $dN = \dfrac{V\varepsilon^2 d\varepsilon}{\pi^2\hbar^3c^3}$
    (e) $N = \dfrac{120\sigma VT^3}{\pi^4 kc}\zeta(3)$

(f) $E = \dfrac{4\sigma}{c} V T^4$

(g) i. $P = \dfrac{E}{3V}$

ii. $P = \dfrac{4\sigma}{3c} T^4$

(h) $S = \dfrac{2\pi^4 k_B}{45\zeta(3)} N$

16. (a) $E \sim k_B T = 860\,\mathrm{eV}$

(b) $N_{\mathrm{He}} = \dfrac{N}{2}$

$M = 2N m_p$

(c) $n = \dfrac{\rho}{2m_p}$

(d) $c_1 = \dfrac{8\pi}{3h^3}$

(e) $p_f = 4.7 \times 10^{-22}\,\mathrm{J.s.m^{-1}}$

$\varepsilon_{rel} = 1.0\,\mathrm{MeV}$

$\varepsilon_{nrel} = 0.76\,\mathrm{MeV}$

(f) $T_F = 1.2 \times 10^{10}\,\mathrm{K}$

$\dfrac{T}{T_f} = 8.5 \times 10^{-4}$

(g) $\varepsilon = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$

$u = \dfrac{p}{m\sqrt{1 + \dfrac{p^2}{m^2c^2}}}$

(h) $c_2 = \dfrac{\pi m^4 c^5}{3h^3}$

(i) $\alpha = \dfrac{3}{5}$

(j) $P_0 = \dfrac{\alpha G M^2}{4\pi R^4}$

(k) $x = \left[\dfrac{9\pi M}{8m_p}\right]^{1/3} \dfrac{\hbar}{mcR}$

$R = \left[\dfrac{9\pi M}{8m_p}\right]^{1/3} \dfrac{\hbar}{mc} = 4.95 \times 10^6\,\mathrm{m}$

(l) $M_0 = \dfrac{9}{64 m_p^2} \left(\dfrac{3\pi}{\alpha^3}\right)^{1/2} \left[\dfrac{c\hbar}{G}\right]^{3/2}$

(m) $M_0 = 3.42 \times 10^{30}\,\mathrm{kg} = 1.72 M_s$

Prestasi Tim Olimpiade Fisika Indonesia 1993 - 2017

Daftar prestasi dari Tim Olimpiade Fisika Indonesia (TOFI) di ajang kompetisi International Physics Olympiad (IPhO).

Tahun	Kompetisi IPhO	Emas	Perak	Perunggu	HM
1993	Williamsburg, USA			1	1
1994	Beijing, China				
1995	Canberra, Australia		1	1	3
1996	Oslo, Norwegia			1	4
1997	Sudbury, Canada			2	1
1998	Reykjavic, Islandia				3
1999	Padua, Italia	1	1	2	1
2000	Leicester, Inggris			4	1
2001	Antalya, Turki		2	3	
2002	Nusa Dua, Indonesia	3	1	1	
2003	Taipei, Taiwan	1	2	2	
2004	Pohang, Korea Selatan	1	1	2	1
2005	Salamanca, Spanyol	2		3	
2006	Singapura	4	1		
2007	Isfahan, Iran	1	3	1	
2008	Hanoi, Vietnam	2	2	1	
2009	Merida, Meksiko	1	3	1	
2010	Zagreb, Kroasia	4	1		
2011	Bangkok, Thailand	1	1	3	
2012	Tallinn, Estonia	1		1	3
2013	Copenhagen, Denmark			4	
2014	Astana, Kazakhstan	1		2	2
2015	Mumbai, India		3	2	0
2016	Zurich, Swiss	1	4		
2017	Yogyakarta, Indonesia	2	3		

Daftar prestasi dari Tim Olimpiade Fisika Indonesia (TOFI) di ajang kompetisi Asian Physics Olympiad (APhO).

Tahun	Kompetisi APhO	Emas	Perak	Perunggu	HM
2000	Karawaci, Indonesia		1	2	1
2001	Taipei, Taiwan	1	1	1	3
2002	Singapura	1		5	1
2003	Bangkok, Thailand	6			2
2004	Hanoi, Vietnam				2
2005	Pekanbaru, Indonesia	4	1	2	1
2006	Almaty, Kazakhstan	2	1	1	4
2007	Shanghai, China	2	3	2	1
2008	Ulaanbator, Mongolia	3		1	4
2009	Bangkok, Thailand	2	4	2	
2010	Taipei, Taiwan	1	2	2	2
2011	Tel Aviv, Israel	1			2
2012	New Delhi, India	2	1	2	
2013	Bogor, Indonesia	2	2	2	2
2014	Singapura		2	1	1
2015	Hangzhou, China	2	1	1	3
2016	Hong Kong, China	2		2	3
2017	Yakutsk, Rusia	1	1		5

Riwayat Hidup Penulis

Hendra Kwee, Ph.D.

Lahir di Palembang pada tahun 1979. Hendra menyelesaikan pendidikan dasar dan menengah di SD Baptis Palembang (1991), SMP Xaverius Maria Palembang (1994) dan SMA Xaverius 1 Palembang (1997). Ketertarikannya pada fisika dimulai saat pertama kali belajar fisika di SMP. Beliau mulai aktif mengikuti berbagai lomba regional maupun nasional saat kelas 2 SMA, dan berhasil meraih juara dalam hampir setiap kompetisi yang diikutinya. Setelah berhasil meraih juara pertama dalam lomba fisika tingkat nasional yang diselenggarakan oleh Universitas Kristen Indonesia pada tahun 1996 dan lolos beberapa tahapan seleksi, Hendra terpilih menjadi anggota Tim Olimpiade Fisika Indonesia (TOFI) yang mewakili Indonesia di International Physics Olympiad (IPhO) ke-28 di Sudbury, Canada bulan Juli 1997. Di sana Hendra meraih Honourable Mention (HM).

Hendra melanjutkan pendidikan sarjana di jurusan Fisika, Institut Teknologi Bandung dan lulus Cum Laude dengan indeks prestasi tertinggi di seluruh jurusan pada wisuda bulan Februari 2001. Selanjutnya beliau mulai membantu pembinaan TOFI dan berhasil membawa Indonesia meraih medali emas pertama di Asian Physics Olympiad (APhO) kedua di Taipei, Taiwan bulan April 2001. Setelah mendampingi TOFI di IPhO ke-32 di Antalya, Turki, Hendra melanjutkan studi di College of William and Mary, USA.

Sepanjang studi doktornya, Hendra masih sangat aktif membantu TOFI saat berlomba di olimpiade-olimpiade tingkat Asia maupun Internasional. Beliau ikut menjadi pimpinan tim di IPhO 2002, IPhO 2004, APhO 2005 dan APhO 2006. Hendra menyelesaikan pendidikan doktor di bidang fisika material pada tahun 2007 dan sejak awal tahun 2008 beliau kembali ke Indonesia untuk secara penuh memegang pelatihan TOFI. Selama pembinaannya sampai APhO 2017 ini, TOFI meraih 23 medali emas.

Selain aktivitas sebagai ketua TOFI, Hendra saat ini juga menjabat sebagai anggota senat akademik Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan (STKIP) Surya. Beliau juga terpilih sebagai Secretary APhO pada tahun 2010 dan Vice President World Federation of Physics Competitions (WFPhC). Pada tahun 2016, Hendra bersama beberapa alumni TOFI dan aktivis dunia pendidikan mendirikan Yayasan Sinergi Mencerdaskan Tunas Negeri (SIMETRI). Sejak saat itu, kegiatan pembinaan TOFI dikoordinasi oleh yayasan SIMETRI.

Hendra berpengalaman banyak dalam berbagai lomba, di antaranya menjadi juri di Olimpiade Sains Naisonal (OSN) 2008, juri OSN 2009, Ketua Panitia APhO 2013, juri Kompetisi Sains Madrasah (KSM) 2015, juri KSM 2016, serta tim akademik pada IPhO 2017.

Jong Anly Tan, Ph.D.
Lahir di Jakarta pada tahun 1981. Jong menyelesaikan pendidikan dasar dan menengah di SD Budi Bahasa (1993), SMP Budi Bahasa (1996) dan SMAN 78 Jakarta (1999). Ketertarikannya pada fisika dan matematika dimulai saat pertama kali belajar fisika dan matematika di SMP.

Jong melanjutkan pendidikan sarjana di jurusan Fisika, Institut Teknologi Bandung (ITB) dan lulus Cum Laude (2003). Selanjutnya beliau mulai membantu dalam pembinaan Tim Olimpiade Fisika Indonesia (TOFI) pada tahun 2004. Kemudian beliau melanjutkan pendidikannya di College of William and Mary, Virginia, USA. Fokus penelitiannya pada fisika teoretik dan energi tinggi.

Sejak tahun 2010, Jong ikut membantu pelatihan persiapan TOFI untuk berlaga di ajang *Asian Physics Olympiad* (APhO) dan *International Physics Olympiad* (IPhO). Beliau ikut menjadi observer pada APhO 2004, dan APhO 2010.

Selain aktivitasnya sebagai pelatih TOFI, Jong juga menjadi dosen fisika di Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan Surya (STKIP Surya).

Yudistira Virgus, Ph.D.

Lahir di Palembang pada tahun 1985. Yudis menyelesaikan pendidikan dasar dan menengah di SD Xaverius 2 Palembang (1997), SMP Xaverius 1 Palembang (2000), SMA Xaverius 1 Palembang (2003). Pada masa SMP, Yudis mulai tertarik dengan bidang matematika. Ketertarikannya pada bidang fisika baru muncul pada tahun pertama masa SMA. Ketika itu Yudis diminta oleh temannya untuk mengerjakan PR fisika. Awalnya tujuan Yudis hanya membantu temannya, akan tetapi Yudis mulai menikmati mengerjakan soal fisika. Menurutnya mengerjakan soal fisika itu menantang dan mengasah otak. Ketertarikannya pada bidang fisika membuat Yudis aktif mengikuti kompetisi olimpiade fisika tingkat nasional. Pada tahun 2003-2004, Yudis terpilih untuk mewakili Indonesia dalam ajang Asian Physics Olympiad (APhO) dan International Physics Olympiad (IPhO). Puncak prestasinya adalah medali emas IPhO ke-34 di Pohang, Korea pada bulan Juli 2004.

Yudis memilih Institut Teknologi Bandung (ITB) untuk meneruskan pendidikan di bidang fisika. Pada tahun 2007, Yudis mewakili ITB pada ajang olimpiade fisika tingkat nasional untuk mahasiswa dan meraih peringkat pertama. Yudis lulus Cum Laude pada tahun 2008. Yudis meneruskan pendidikannya di College of William and Mary, USA. Fokus penelitiannya adalah theoretical and computational condensed matter physics. Yudis menyelesaikan studi doktornya pada tahun 2015.

Sejak tahun 2005, Yudis aktif membantu tim olimpiade fisika Indonesia (TOFI) pada ajang IPhO dan APhO. Yudis ikut menjadi pimpinan tim pada IPhO 2005, IPhO 2006, IPhO 2008, IPhO 2009, IPhO 2010, APhO 2008 dan APhO 2009. Pada IPhO 2006, Indonesia berhasil menjadi juara dunia dimana salah satu siswa kita meraih gelar absolute winner.

SINERGI MENCERDASKAN TUNAS NEGERI

SIMETRI

Bibliografi

APhO. Asian Physics Olympiad. http://apho.phy.ntnu.edu.tw/.

Neil W. Ashcroft and David N. Mermin. *Solid State Physics*. Thomson Learning, 1 edition, 1976.

B. F. Bayman. Model of the behavior of solid objects during collision. *American Journal of Physics*, 44:671, 1976.

R. D. Blandford and K. S. Thorne. Applications of classical physics. http://www.pma.caltech.edu/Courses/ph136/yr2008/, 2008.

S.B. Cahn and B.E. Nadgorny. *A Guide to Physics Problems, Part 1: Mechanics, Relativity, and Electrodynamics*. Springer, 1994.

S.B. Cahn, G.D. Mahan, and B.E. Nadgorny. *A Guide to Physics Problems Part 2: Thermodynamics, Statistical Physics, and Quantum Mechanics*. Plenum Press, 1997.

N. J. Cornish. The lagrange points. http://www.physics.montana.edu/faculty/cornish/lagrange.pdf, 2007.

J.A. Cronin, D.F. Greenberg, and V.L. Telegdi. *University of Chicago Graduate Problems in Physics with Solutions*. University Of Chicago Press, 1979.

A. P. French. *Special Relativity*. Thomas Nelson and Sons Ltd, 1975.

Howard Georgi. *The Physics Of Waves*. Prentice Hall, 1993.

A. K. Ghatak and E. G. Sauter. The harmonic oscillator problem and the parabolic index optical waveguide: I. classical and ray optic analysis. *European Journal of Physics*, 10(2):136, 1989.

P. Gnädig, G. Honyek, and K.F. Riley. *200 Puzzling Physics Problems*. Cambridge University Press, 2001.

David J. Griffiths. *Introduction to Electrodynamics*. Benjamin Cummings, third edition, 1998.

D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker. *Fundamentals of Physics*. Wiley, six edition, 2001.

K. Huang. *Statistical Mechanics*. Wiley, second edition, 1987.

IPhO. International Physics Olympiad. http://www.jyu.fi/ipho/.

I.E. Irodov. *Problems in General Physics*. Mir Publishers, 1988.

John D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, third edition, 1998.

B. Korsunsky. *Challenging Problems for Physics*. Saunders College Publishing, 1995.

S.S. Krotov. *Aptitude Test Problems in Physics*. CBS Publishers and Distributors, 1990.

Lim Yung kuo. *Problems and Solutions on Optics. Major American Universities Ph.D. Qualifying Questions and Solutions*. World Scientific, 1991.

Lim Yung kuo. *Problems and Solutions on Electromagnetism. Major American Universities Ph.D. Qualifying Questions and Solutions*. World Scientific, 1993.

Lim Yung kuo. *Problems and Solutions on Mechanics. Major American Universities Ph.D. Qualifying Questions and Solutions*. World Scientific, 1994.

Lim Yung kuo. *Problems and Solutions on Atomic, Nuclear and Particle Physics . Major American Universities Ph.D. Qualifying Questions and Solutions*. World Scientific, 2000.

K.T. McDonald. Thermodynamics of a tire pump. http://www.physics.princeton.edu/~mcdonald/examples/tirepump.pdf, 2007.

David Morin. *Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions*. Cambridge University Press, 1 edition, 2008.

R. K. Pathria. *Statistical Mechanics*. Butterworth-Heinemann, second edition, 1996.

R. K. Pathria. *The Theory of Relativity*. Dover, 2003.

W.G. Rees. *Physics by Example 200 Problems and Solutions*. Cambridge University Press, 1996.

E.G. Thomas and D.J. Raine. *Physics to a Degree*. Gordon and Breach Science Publishers, 2000.