

# 1D1P

One Day One Problem

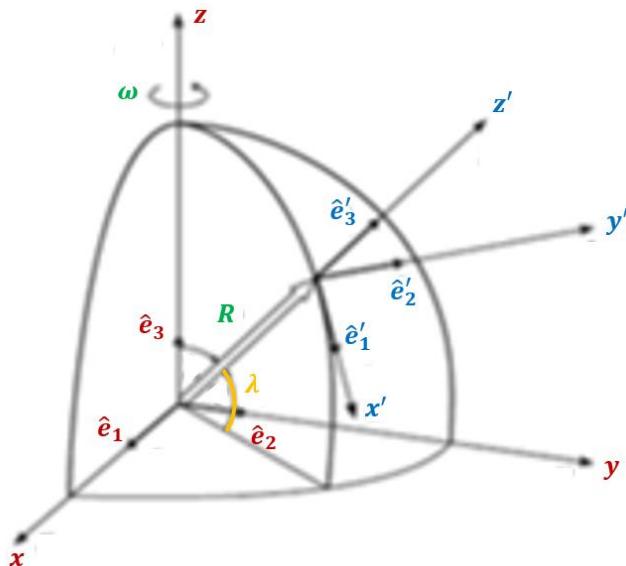
Persiapan OSN Fisika Tingkat Nasional 2024

## Day 1 - Defleksi Akibat Rotasi Bumi pada Gerak Jatuh bebas

Sebuah benda bermassa  $m$  jatuh bebas dari ketinggian  $h$  di atas permukaan tanah. Karena bumi berotasi terhadap sumbunya, maka muncul efek Coriolis. Percepatan jatuhnya menjadi:

$$\vec{a}' = \vec{g} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$$

di mana  $\vec{g}$  adalah percepatan gravitasi yang diukur di atas permukaan tanah (di kerangka non-inersial) dan  $\vec{r}' = x'\hat{e}'_1 + y'\hat{e}'_2 + z'\hat{e}'_3$  adalah vektor posisi yang diukur oleh pengamat di permukaan tanah yang berada pada sudut lintang  $\lambda$ . Asumsikan sumbu bumi rotasi sejajar dengan  $\hat{e}_3$ . Pada  $t = 0$ ,  $x' = y' = 0$  dan  $z' = h$ . Notasi tidak aksen adalah kerangka inersial, dan notasi aksen adalah kerangka non-inersial. Berikut adalah detil arah tiap vektor satuan.



- (a) Tunjukkan bahwa komponen percepatan benda menurut pengamat di permukaan tanah adalah

$$\ddot{x}' = 2\omega\dot{y}' \sin \lambda,$$

$$\ddot{y}' = -2\omega(\dot{x}' \sin \lambda + \dot{z}' \cos \lambda),$$

$$\ddot{z}' = -g + 2\omega\dot{y}' \cos \lambda.$$

- (b) Tunjukkan bahwa posisi  $y'$  dari benda memenuhi persamaan diferensial orde dua non-homogen berikut

$$\ddot{y}' + 4\omega^2 y' = 2\omega g \cos \lambda t.$$

- (c) Tentukan solusi eksak untuk  $x'(t)$ ,  $y'(t)$ , dan  $z'(t)$ !

- (d) Kecepatan sudut rotasi bumi nilainya cukup kecil, orde  $\omega$  sekitar  $10^{-5}$  s. Dengan pendekatan nilai  $\omega$  yang kecil ini, tentukan solusi  $x'(t)$ ,  $y'(t)$ , dan  $z'(t)$ !

- (e) Tunjukan bahwa ketika benda menyentuh tanah, ada pergeseran atau defleksi pada arah  $\hat{e}'_2$  (arah timur) sebesar

$$y' \approx \frac{2\omega h \cos \lambda}{3} \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

- (f) Hitung nilai eksak defleksi benda ketika menyentuh tanah pada arah  $\hat{e}_2'$  jika dia dijatuhkan dari ketinggian  $h \approx 100$  m dan pada sudut lintang  $\lambda = 45^\circ$ !

**Petunjuk:**

- (i) Periode rotasi bumi adalah 24 jam, tentukan nilai akurat  $\omega$  berdasarkan ini.
- (ii) Gunakan  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .
- (iii) Persamaan diferensial orde 2 non-homogen  $\frac{d^2y}{dx^2} + k^2y = P_n(x)$  dimana  $P_n(x)$  adalah sebuah polinom derajat  $n$ , memiliki solusi umum berbentuk  $y(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) + Q_n(x)$ , dimana  $k$ ,  $A$ , dan  $B$  adalah konstanta, dan  $Q_n(x)$  adalah polinom lain yang juga berderajat  $n$ .

*Ad Astra Abyssosque...*

