

Esercitazione sperimentale – Misure di Temperatura con Termoresistenza, Termistore e Termocoppia

Autore Recchia Andrea

Matricola 602376

Sommario

1	Introduzione	1
2	Setup di misura	2
3	Analisi sperimentale	9
4	Conclusioni	21

1 Introduzione

L'esercitazione è stata svolta in tre parti, ciascuna avente un obiettivo differente. In tutte e tre sono state effettuate delle misure di temperatura in condizioni diverse a seconda dall'obiettivo che ci si era posti e avvalendosi di tre diversi sensori cioè una termoresistenza un termistore e una termocoppia, utilizzati in contemporanea, nella terza prova è stata utilizzata solo una termoresistenza. I sensori erano collegati attraverso dei trasduttori ad un Arduino utilizzato per la gestione di questi ultimi. I dati in ingresso nell'Arduino, che sono segnali digitali, sono quindi collezionati e gestiti e successivamente comunicati attraverso una seriale al programma di elaborazione dati utilizzato, cioè Matlab.

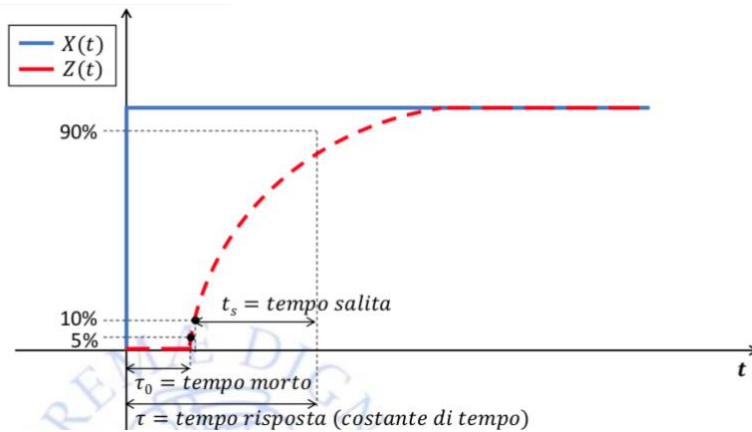
Prima parte.

Sono state effettuate delle misurazioni della temperatura di acqua in condizioni di ebollizione utilizzando una termoresistenza (RTD), un termistore (NTC) e una termocoppia (TC). Ciascun sensore ha raccolto 3000 dati che sono stati elaborati al fine di determinare una temperatura media e i vari tipi di incertezza. In particolare è stata calcolata l'incertezza di tipo A, l'incertezza di tipo B avendo a disposizione i datasheet dei sensori e considerando una distribuzione di probabilità uniforme, l'incertezza composta e l'incertezza estesa. Dopo aver calcolato tali caratteristiche sono stati ricavati gli istogrammi associati ai tre vettori di misurazioni e verificando il tipo di distribuzione assunta dai dati. Infine è stata verificata la compatibilità dei risultati associati ai tre sensori.

Seconda Parte.

Sono state effettuate delle misure di temperatura di acqua e ghiaccio, aventi quindi una temperatura di 0°C. I sensori si trovavano inizialmente a temperatura ambiente, poi sono stati inseriti nel recipiente contenente acqua e ghiaccio e quindi i dati che sono stati elaborati erano comprensivi del transitorio termico del passaggio della temperatura dei sensori da quella ambiente a quella dell'acqua, detto tempo morto. I sensori hanno raccolto 201 dati ciascuno ed è stato registrato un vettore tempo che è usato per descrivere la variazione della temperatura in funzione del tempo per l'appunto.

Lo scopo di questa seconda parte è analizzare il transitorio dovuto al passaggio dalla temperatura ambiente a quella di acqua e ghiaccio, ricavando il tempo di risposta dei sensori cioè il tempo necessario ad effettuare il 90% del salto termico dovuto all'inserimento dei sensori nell'acqua e ghiaccio.



Dinamica di uno strumento di ordine 1

Terza Parte.

È stato utilizzato come unico sensore la termoresistenza (RT100) e sono state effettuate due diverse misure di temperatura, cioè la temperatura di acqua e ghiaccio e in un secondo momento la temperatura di acqua in ebollizione a cui sono associati i punti fissi rispettivamente di 0°C e 100°C . L'obiettivo è stato di ricavare la curva di taratura utilizzando i dati raccolti dal sensore nelle due misurazioni e confrontare tale curva con quella già presente nel datasheet della termoresistenza al fine di verificare se queste due coincidano o meno. La scelta della termoresistenza è stata fatta in quanto questa ha un andamento lineare, ciascun vettore dati contiene 3000 dati.

Dopo aver ricavato la retta di taratura è stata fatta una stima del coefficiente angolare della retta e dell'incertezza estesa associata al coefficiente angolare, considerando un intervallo di confidenza del 95%. Per trovare il coefficiente angolare sono stati utilizzati due metodi:

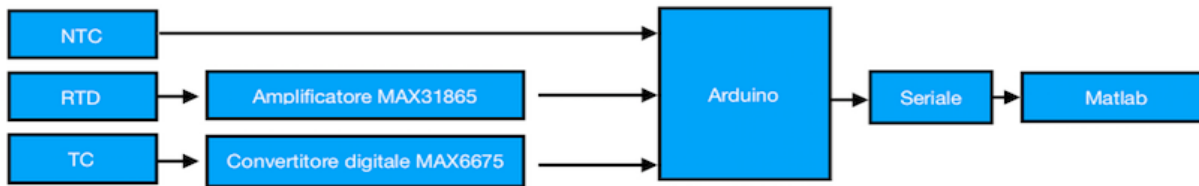
- nel primo metodo sono stati utilizzati i dati ricavati dalla termocoppia.
- nel secondo avvalendosi del metodo Montecarlo, un metodo numerico che consiste nel estrarre dei dati in maniera casuale a partire da una distribuzione di probabilità definita, i dati estratti sono quindi utilizzati per ricavare il coefficiente angolare della retta di taratura.

2 Setup di misura

Il sistema di misura è complessivamente formato da:

- Scheda Arduino
- Termoresistenza Pt100
- Termistore
- Termocoppia
- Trasduttore MAX31865 associato alla termoresistenza
- Trasduttore MAX6675 associato alla termocoppia

- Seriale di collegamento di Arduino al Pc



SCHEDA ARDUINO

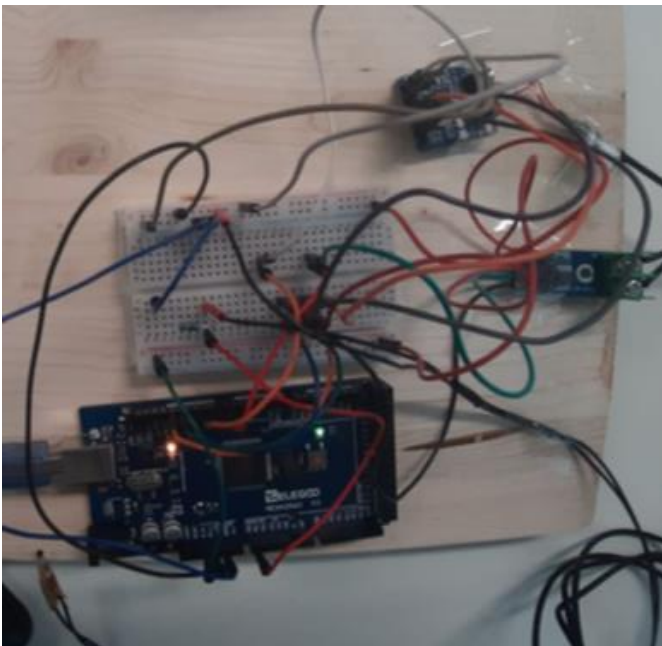
La piattaforma Arduino utilizzata è stata una scheda MEGA2560. Tale strumento è stato utilizzato con lo scopo di gestire i trasduttori e come memoria per i dati in ingresso. Altra funzione della scheda è stato quella di trasduttore per la termistezza in quanto essa non è stata collegata a un trasduttore esterno ma ci si è serviti dell'ADC presente proprio sulla scheda.

In generale Arduino è un microcontrollore formato da una unità di processo che a sua volta è formata da: microprocessore, che serve a elaborare gli IN/OUT, memoria che legge i dati e li elabora a seconda di programmi preimpostati nel microcontrollore, un oscillatore che serve a scandire i tempi in cui opera il microcontrollore. Ci sono poi le interfacce di IN/OUT dette GP(general purpose) INPUT/OUTPUT che sono porte programmabili e sono digitali oppure sono ADC.

Le digitali sono porte che forniscono un INPUT/OUTPUT secondo livelli predestinati, in particolare il segnale in ingresso è definito "HIGH" se è a 5V e "LOW" se è a 0V, e a tali livelli corrisponde un 1 per il segnale HIGH e 0 per il segnale LOW, la sequenza di tali segnali è quindi memorizzata dalla memoria. Le digital output erogano al massimo 20mA per porta per un totale al massimo di 200 mA.

Le ADC invece servono a digitalizzare un segnale analogico, in particolare tali porte convertono a 10 bit e quindi con un numero di intervalli di quantizzazione disponibili di 1024 (2^{10}). La risoluzione di tali porte è $5V(FSR)/1024=4.88 \cdot 10^{-3} V$.

Setup di misura.



Protocolli standard di comunicazione

Sono dei protocolli di comunicazione tra dispositivi digitali, sono stati utilizzati in particolare un protocollo seriale e un protocollo SPI. La seriale è quella che usa l'USB, è usata per mettere in comunicazione la scheda Arduino con il computer ed è composta da una linea di trasmissione e una di ricezione che scambiano una certa quantità di bit al secondo. Il protocollo SPI è quello con cui sono stati messi in comunicazione i trasduttori con la scheda Arduino e consiste nello scambio dei bit attraverso quattro linee di comunicazione cioè una di clock, una serial input, una serial output e una slave select che serve al microcontrollore per controllare i circuiti integrati.

TERMORESISTENZA PT100

Questo sensore sfrutta le variazioni di resistenza elettrica dipendenti dalle variazioni di temperatura a cui esso è sottoposto, il modello che descrive la variazione della resistenza con la temperatura è:

$$R(T) = R_0(1 + aT + bT^2 + c(T - 100)T^3)$$

$R(T)$: Resistenza della termocoppia;

R_0 : Resistenza iniziale della termocoppia ;

a, b, c : Coefficienti di temperatura che dipende dal materiale di cui la termocoppia è costituita

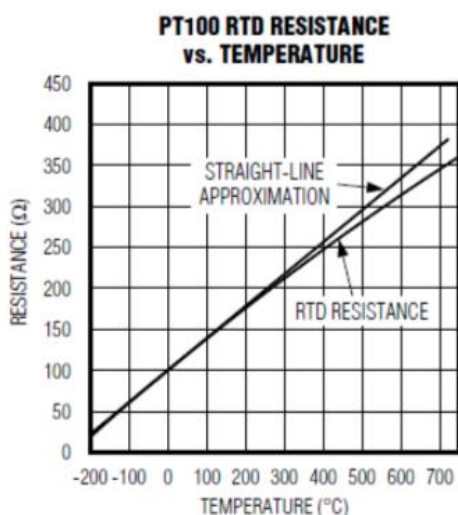
T : Temperatura in °C

Il sensore utilizzato è costituito di Platino, avente come coefficienti:

$$a = 3.90830 \times 10^{-3}$$

$$b = -5.77500 \times 10^{-7}$$

$$c = -4.18301 \times 10^{-12} \text{ se } -200^\circ\text{C} < T < 0^\circ\text{C} \text{ oppure } c = 0 \text{ per } 0 \leq T \leq 850^\circ\text{C}$$



Termoresistenza



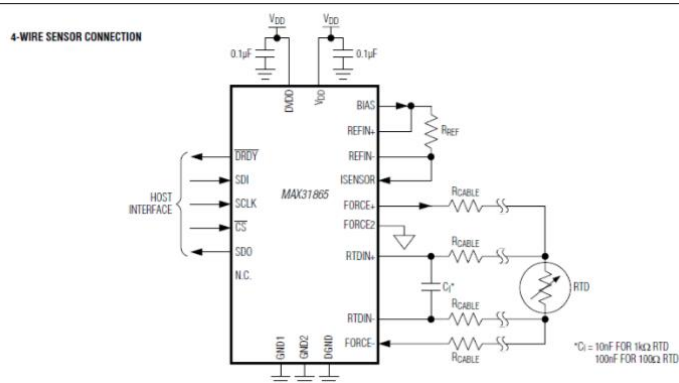
Trasduttore MAX 31865

È un trasduttore ottimizzato per termoresistenze al platino. La termoresistenza è collegata ad esso attraverso delle porte ADC, facendo un collegamento a 4 fili. Il collegamento a 4 fili, detto Volt-Amperometrico, è un metodo che consente di ridurre gli effetti dovuti alle resistenze di contatto e di collegamento e che quindi consente di avere una misurazione più precisa del valore della resistenza. Le specifiche del trasduttore sono: accuracy di 0.5°C ; tempo di risposta di 21ms; ADC a 15 bit; numero di intervalli di quantizzazione 32768; risoluzione 0.03125°C ; la corrente che circola internamente è di 5.75 mA. Il protocollo di comunicazione con Arduino è SPI.

Trasduttore MAX3186.5



Schema di collegamento del trasduttore con Arduino (a sinistra) e RTD(a destra).



TERMISTORE

Un termistore è un sensore che sfrutta le variazioni di resistenza elettrica provocate dalle variazioni di temperatura a cui è sottoposto, la variazione di resistenza è decrescente con l'aumentare della temperatura, la relazione che lega la resistenza alla temperatura è la seguente: $R(T) = R_0 e^{\beta(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0})}$

$R(t)$ resistenza del termistore

$R_0(25^{\circ}\text{C}) = 10\text{k}\Omega$ resistenza iniziale a 25°C

$\beta = 3950$ costante del materiale

I termistori sono costituiti da materiali semiconduttori, sottoposti ad opportuni processi di drogaggio. I termistori a causa di tali trattamenti risultano molto sensibili, tuttavia hanno lo svantaggio di avere dei comportamenti fortemente non lineari, e ad essere poco riproducibili in quanto ogni lotto di produzione ha delle caratteristiche diverse. I termistori sono caratterizzati da alti valori di resistenza elettrica e ciò consente di effettuare misurazioni a due fili perché non risentono dell'effetto sulla misurazione dovuto alle resistenze dei cavi, si semplifica così il circuito di misura.

Il termistore è stato collegato alla scheda Arduino sfruttando le porte ADC su di esso, usando un partitore di tensione determinare il valore di R.

Termistore.



TERMOCOPPIA

Una termocoppia è un sensore di misura della temperatura il cui funzionamento è basato sull'effetto Seebeck. L'effetto Seebeck consiste nella generazione di una fem ai capi delle giunzioni della termocoppia nel momento in cui le due giunzioni si trovano a diverse temperature. In generale la termocoppia è formata da due materiali conduttori diversi che si uniscono in una giunzione detta giunto caldo, opposto ad esso c'è il giunto freddo. Il giunto caldo rappresenta il giunto di misura mentre il giunto freddo serve da riferimento a temperatura nota, in modo tale da far dipendere la fem misurata unicamente dalla temperatura del giunto caldo. Il segnale analogico della termocoppia è stato digitalizzato tramite il trasduttore MAX6675.

Termocoppia.



Trasduttore MAX6675

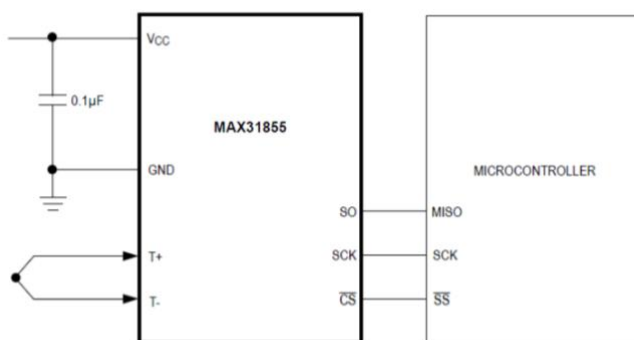
È un trasduttore ottimizzato per le termocoppie di tipo K. Tale trasduttore presenta una risoluzione di 0.25°C, un numero di bit pari a 12, un numero di intervalli di quantizzazione disponibili pari a 4096. La termocoppia è collegata direttamente ad esso attraverso il giunto freddo. Il protocollo di comunicazione con Arduino è SPI.

Trasduttore MAX6675



Il collegamento di destra è quello del trasduttore con il giunto freddo della termocoppia.

Schema di collegamento del trasduttore alla termocoppia (in basso a sinistra) e al microcontrollore.

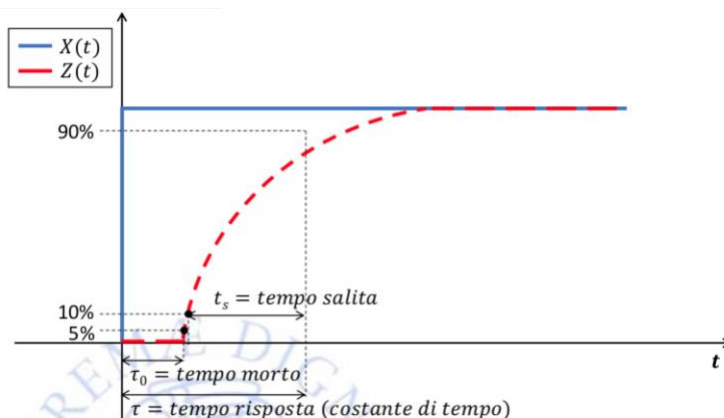


Dinamica dei sensori del primo ordine.

I sensori di temperatura sono strumenti di ordine 1, cioè strumenti descritti da una caratteristica dinamica che è un'equazione differenziale del primo ordine, del tipo $a_1 \frac{dZ}{dt} + a_0 = b_0 X$

Con Z si è indicata la variazione della grandezza caratteristica associata allo strumento, con X la variazione della grandezza variabile che lo strumento deve misurare.

Nel caso delle misure di temperatura la derivata sta a indicare che non è possibile per il sensore inseguire istantaneamente le variazioni di temperatura dell'ambiente di misura, ma le inseguirà tanto più velocemente tanto più la derivata sarà maggiore. Dall'analisi della dinamica di uno strumento del primo ordine si può ricavare il tempo morto e il tempo di risalita. Il tempo morto è inteso come il tempo che trascorre tra l'inizio delle osservazioni e l'inizio del transitorio dello strumento. Il tempo di risposta è il tempo trascorso dall'inizio dell'osservazione e impiegato per fare il 90% del salto di temperatura necessario ad arrivare alla temperatura dell'ambiente di misura.



In particolare l'equazione secondo cui viene descritta la dinamica dei sensori è la seguente

$$mc \frac{dT}{dt} = -UA(T - T_{amb})$$

$$mc \frac{dT}{dt} + UAT = UAT_{amb}$$

Tale equazione differenziale, una volta risolta mi fa avere l'andamento della temperatura del sensore in funzione del tempo, che risulta essere $T(t) = T_f + (T_{amb} - T_f)e^{-aT}$

La costante $a = \frac{1}{\tau} = \frac{UA}{mc}$ è una costante pari all'inverso della costante di tempo τ .

m è la massa del sensore. c capacità termica. U è la trasmittanza totale del sensore.

A è la superficie di scambio del sensore. T_{amb} è la temperatura ambiente iniziale.

T_f è la temperatura ambiente finale, dopo che si arriva in una nuova situazione di equilibrio.

Si evidenzia che la costante di tempo presa a riferimento per descrivere il comportamento dell'esponenziale è definita come $\tau \mid T = T_{amb} - 0.9(T_{amb} - T_f)$, che è diversa dalla costante di tempo τ definita in precedenza.

3 Analisi sperimentale

Prima parte.

Nella seguente tabella sono riportati i risultati ottenuti.

	T _m (Temperature medie) [°C]	Accuracy [°C]	Deviazione standard [°C]	u _A (Incertezza di tipo A) [°C]	u _B (Incertezza di tipo B) [°C]	u _C (Incertezza composta) [°C]	U (incertezza estesa) [°C]
RTD Termoresistenza	99.72	0.5	0.11	0.002	0.29	0.29	0.87
NTC Termistore	95.83	2	2.41	0.044	1.15	1.15	3.46
TC Termocoppia	101.15	2	1.34	0.025	1.15	1.15	3.46

Procedura di calcolo dei dati:

- Temperatura media: ricavata a partire dai vettori di dati acquisiti tramite i tre sensori, utilizzando i seguenti comandi Matlab
 $T_m = \text{mean}(T)$;
 Il comando mean() permette di ricavare una media di un vettore dati.
- Accuracy: ricavate dai datasheet associati ai sensori.
- u_A incertezza di tipo A: sono state ricavate le deviazioni standard associate ad ogni sensore a partire dalle temperature medie ricavate, e successivamente sono state ricavate le incertezze di tipo A di ciascun sensore
 $dvst_T = \text{std}(T)$;
 Il comando std() fornisce la deviazione standard associata ad ogni vettore dati.
 Incertezza di tipo A

$$u_A = \frac{\text{deviazione standard}}{\sqrt{N}}$$
 $N=3000$ lunghezza dei vettore dati.
- u_B incertezza di tipo B: ricavate a partire dalle conoscenze delle accuracy e considerando una distribuzione di probabilità di tipo uniforme.

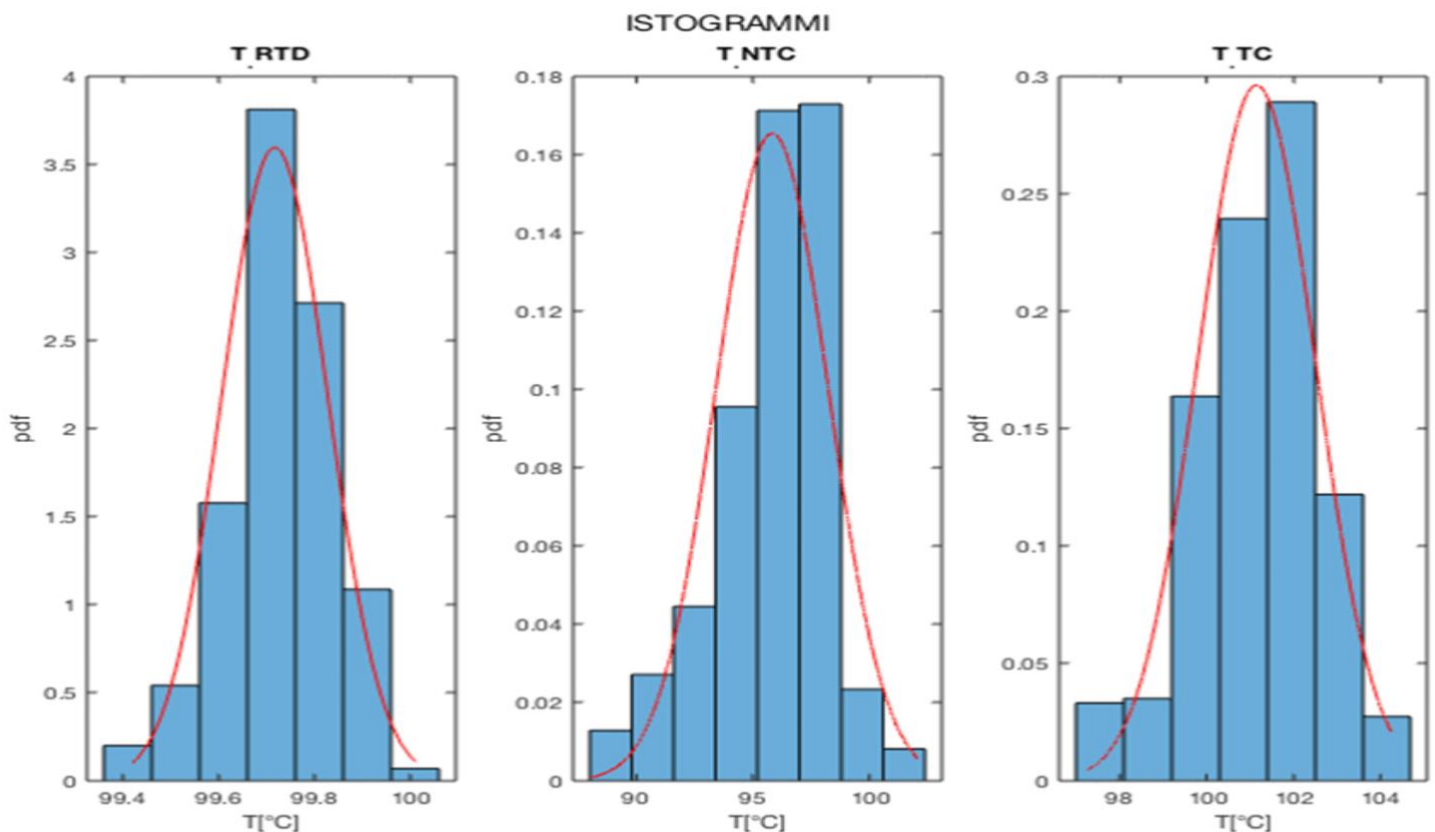
$$u_B = \frac{\text{accuracy}}{\sqrt{3}}$$
- u_C incertezza composta: $u_C = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$
- U incertezza estesa: $U = u_C * k$
 $K=3$ fattore di copertura scelto in modo da avere un livello di fiducia dell'intervallo di copertura pari al 99.7%..

Analizzando i risultati ottenuti si evidenzia come per tutti e tre i sensori l'incertezza di categoria A sia molto minore di quella di tipologia B e ciò si traduce nell'essere praticamente ininfluente nel calcolo nell'incertezza composta. Si evidenzia inoltre come le temperature medie misurate dai tre sensori siano diverse dalla temperatura di 100°C che rappresenta un punto fisso sulla scala di temperatura di riferimento, ciò potrebbe evidenziare un errore di offset.

Distribuzioni dei dati.

Per ogni vettore di temperature si è ricavato un istogramma raffigurante la distribuzione delle temperature misurate in relazione alla funzione di densità di probabilità. Ciascun istogramma è stato poi confrontato con la funzione gaussiana (linea rossa nei grafici) relativa a ciascun vettore dati.

Nell'istogramma dell'RTD si nota che la funzione densità di probabilità è maggiore di uno, ciò accade perché il range di variazione della temperatura è minore di uno. Gli intervalli degli istogrammi sono discreti a differenza della gaussiana che è una funzione continua, ciò comporta che in alcuni tratti la pdf deve essere maggiore negli istogrammi rispetto alla gaussiana al fine di avere un'area sottesa uguale.



Il numero di intervalli scelto è stato: 7 per RTD, 12 NTC, 8 TC, ciascuno è stato scelto in base al range di variazione delle temperature.

Comandi utilizzati per gli istogrammi:

```
histogram(T,N_intervalli,'normalization','pdf');
```

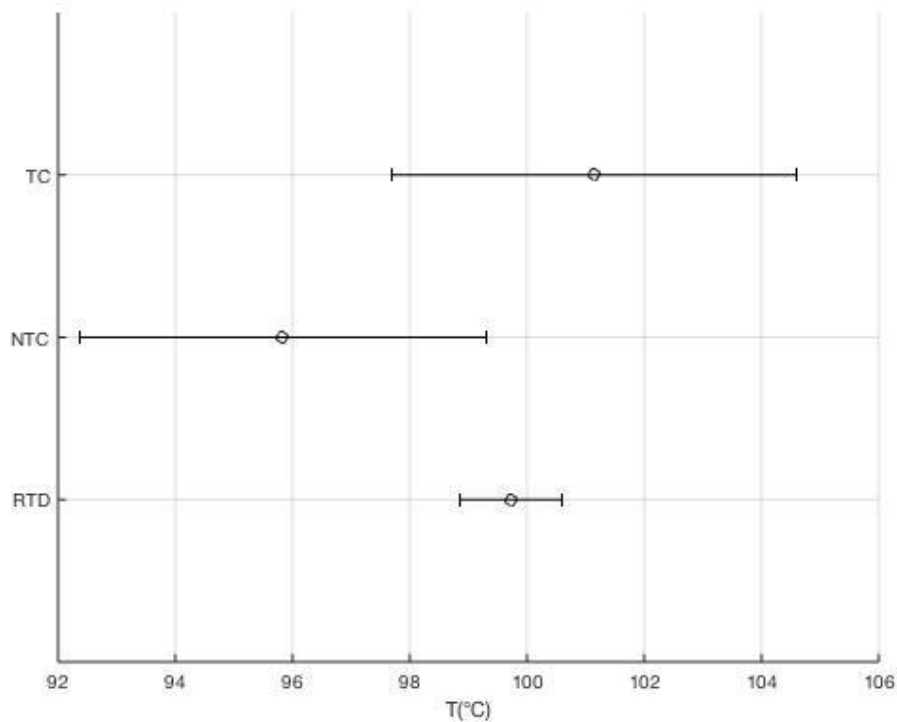
Il comando histogram restituisce un istogramma del vettore dati utilizzato.

Comando per la funzione gaussiana:

```
x = [min(T_NTC):0.01:max(T_NTC)]; vettore delle ascisse rispetto a cui si calcola la gaussiana
f_gauss = exp(-(x-Tm).^2./(2*dvst^2))./(dvst*sqrt(2*pi)); equazione della funzione gaussiana
plot(x,f_gauss,'-r')
```

Verifica compatibilità.

Nella verifica di compatibilità si verifica se le misure con il proprio intervallo di confidenza combaciano.



Dalla verifica risulta che i tre sensori sono compatibili gli uni con gli altri essendo che gli intervalli si sovrappongono per un certo range di temperature.

Comandi compatibilità:

`errorbar(Tm,1,[],[],U,U,'ok')`

Il comando `errorbar` restituisce una barra degli errori centrata sulla temperatura media e di ampiezza pari all'incertezza estesa associata alla relativa misura di temperatura.

Seconda parte.

Risultati ottenuti:

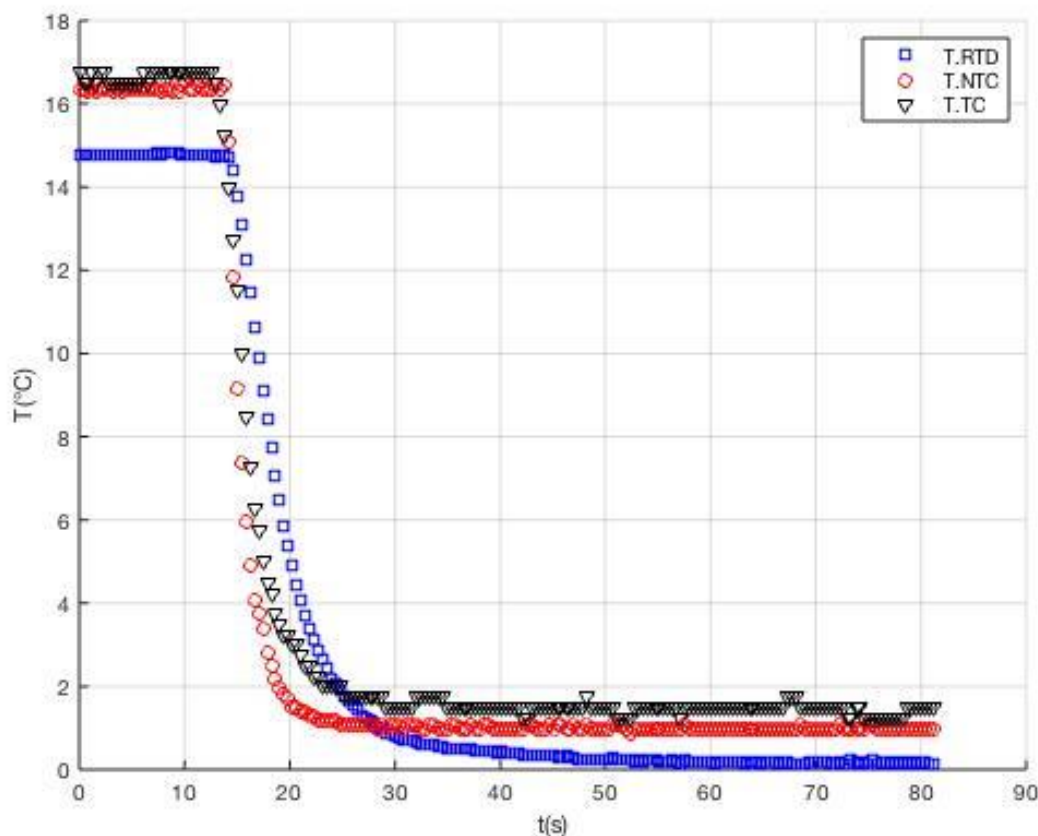
	T_τ (temperatura nel tempo di risposta) [°C]	τ (tempo di risposta) [s]
RTD Termoresistenza	1.61	12.17
NTC Termistore	2.52	4.46
TC Termocoppia	2.95	7.31

Procedura effettuata.

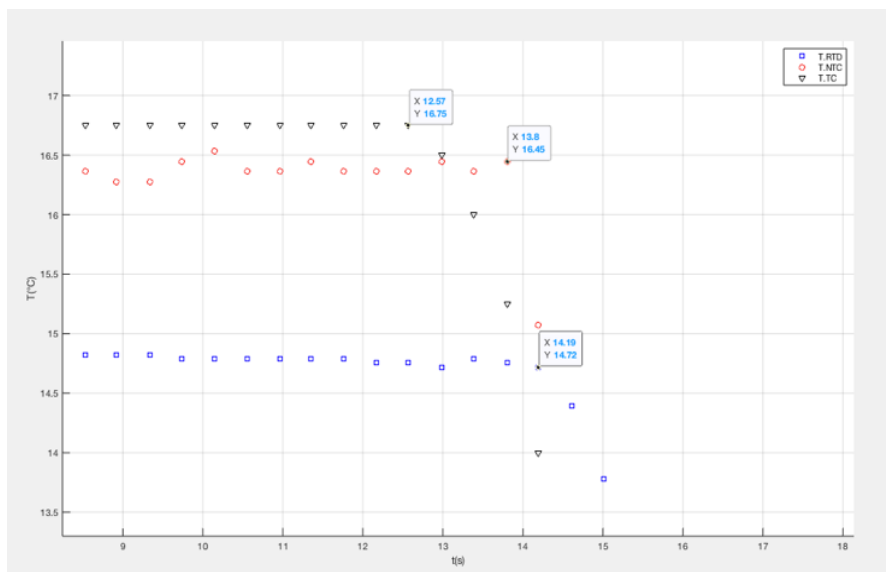
I vettori dati a disposizione sono stati un vettore tempo, tre vettori temperatura associati alla termoresistenza al termistore e alla termocoppia, ciascuno contenente 201 misurazioni.

I sensori erano prima a temperatura ambiente di 16°C e successivamente sono stati immersi nel recipiente contenente acqua e ghiaccio, ciò vuol dire che i dati registrati dai sensori sono comprensivi di una parte in cui sono presenti le misure prese a temperatura ambiente, che non essendo necessarie ai fini dell'analisi sono state eliminate. Per far ciò è stato determinato il tempo in cui i sensori sono stati immersi, che rappresenta il tempo morto, e preso a riferimento per selezionare i dati contenuti nei vettori dati, la determinazione di tale tempo è stata fatta andando a osservare l'andamento dei vettori temperatura in funzione del tempo.

Andamento delle temperature registrate dai sensori in funzione del tempo di osservazione.

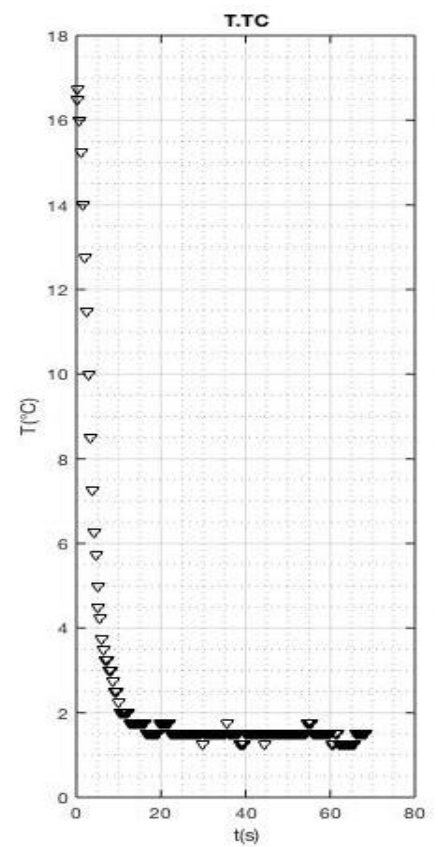
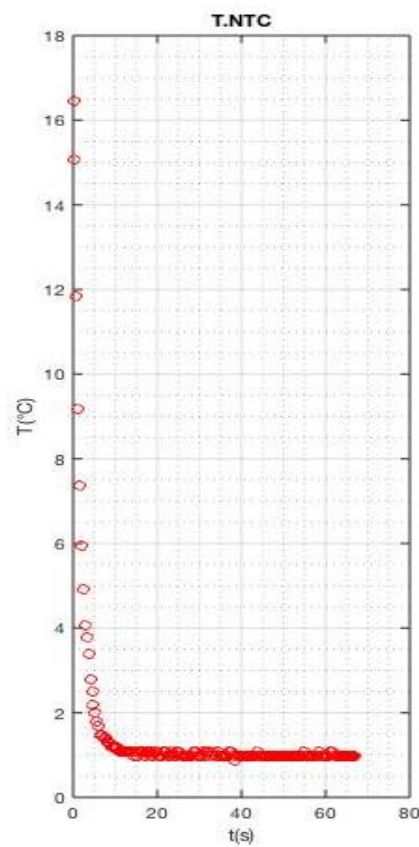
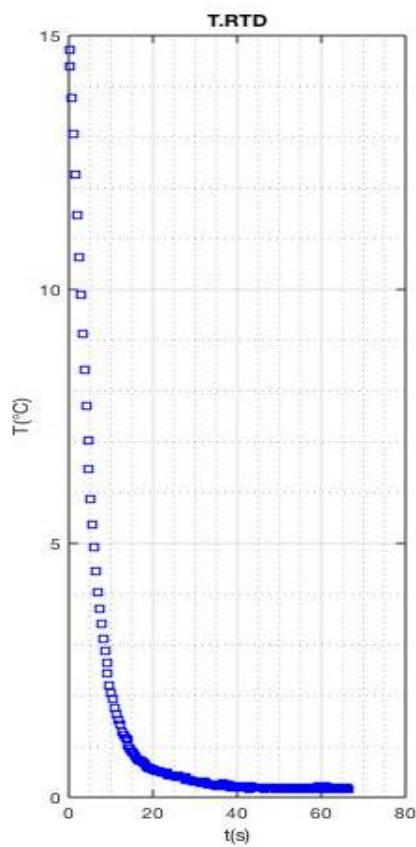


Punti considerati come l'inizio dei transitori termici.



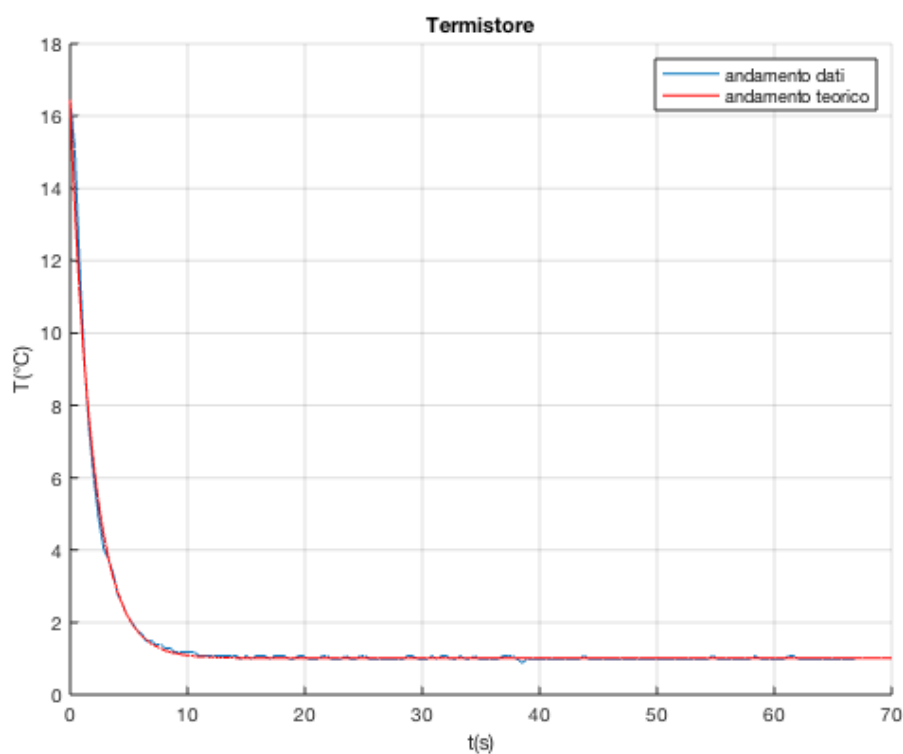
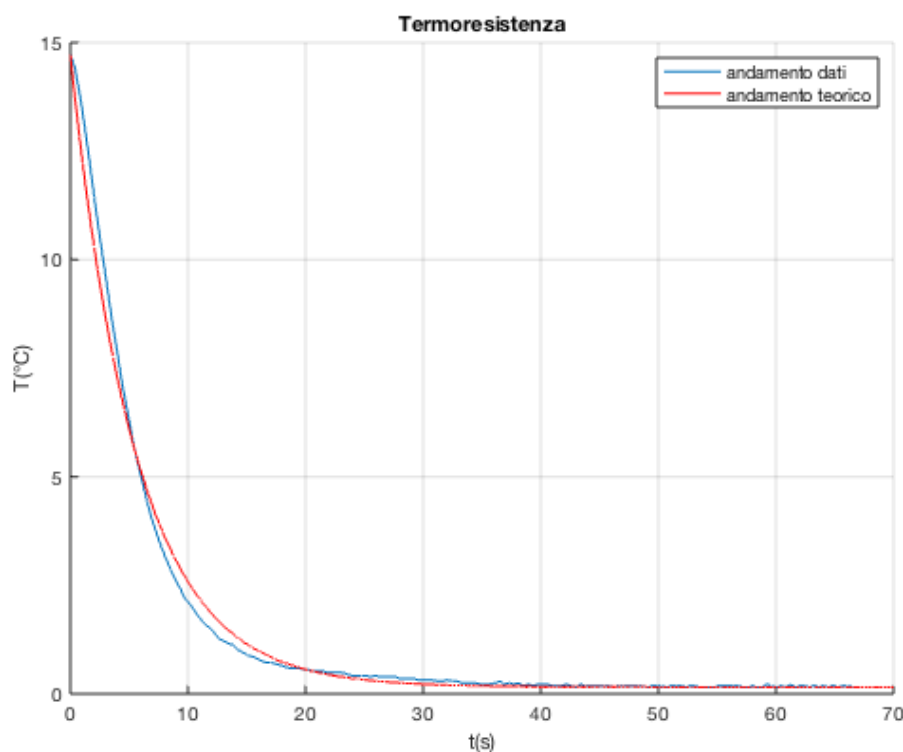
I tempi morti sono : $t_{RTD}=12.57$ s; $t_{NTC}=13.8$ s; $t_{TC}=14.19$ s , presi come riferimento per quanto riguarda l'inizio dei transitori, cioè gli istanti in cui i sensori sono stati immersi, d'ora in avanti l'istante $t=0$ corrisponderà al momento in cui i sensori sono stati immersi.

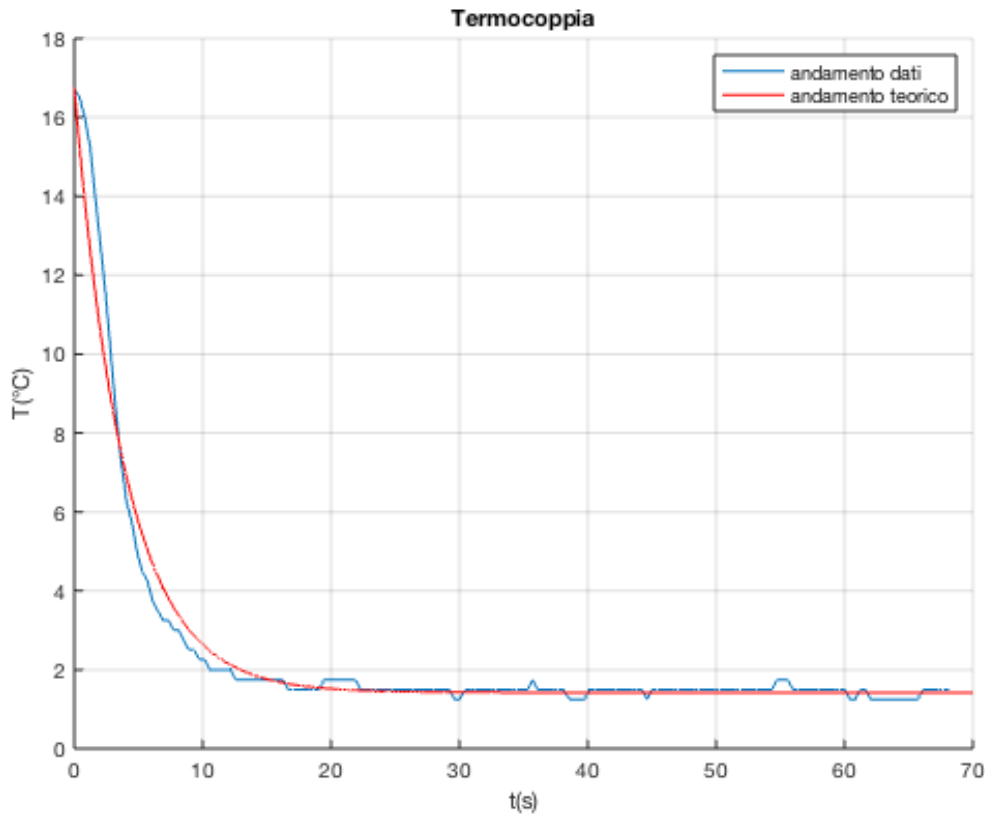
Andamento delle temperature a partire dai tempi morti.



A questo punto ciascun andamento delle temperature è stato confrontato con la legge che descrive la variazione della temperatura dei sensori. È stato poi determinata la temperatura in corrispondenza della quale si ha il tempo di risposta, ossia la temperatura in cui è stato effettuato il 90% del salto di temperatura che c'è tra l'istante iniziale in cui i sensori sono a temperatura ambiente e quello finale che corrisponde all'ultima misurazione fatta dai sensori, da cui poi è stato ricavato il tempo in cui è stata registrata tale temperatura.

Dati di temperatura misurati vs andamento teorico temperatura.





Per andamento teorico della temperatura si intende l'andamento esponenzialmente decrescente descritto dall'equazione propria degli strumenti del primo ordine: $T(t) = T_f + (T_{amb} - T_f)e^{-at}$, che rappresenta il modello di riferimento del fenomeno preso in esame.

Si evidenzia che la costante di tempo presa a riferimento per descrivere il comportamento delle misurazioni è definita come $\tau \mid T_\tau = T_{amb} - 0.9(T_{amb} - T_f)$, che è diversa dalla costante di tempo che descrive il modello teorico.

Per tutti e tre i sensori la temperatura finale registrata è diversa dai 0°C, cioè la temperatura di fusione del ghiaccio che rappresenta un punto fisso della scala di temperatura adottata.

Si evidenzia inoltre termistore risulta avere un tempo di risposta molto più basso degli altri sensori, ciò riflette quella che in effetti è una caratteristica dei termistori cioè avere dei tempi di risposta piccoli. Al contrario la termoresistenza presenta un tempo di risposta elevato se confrontato ai tempi degli altri due sensori.

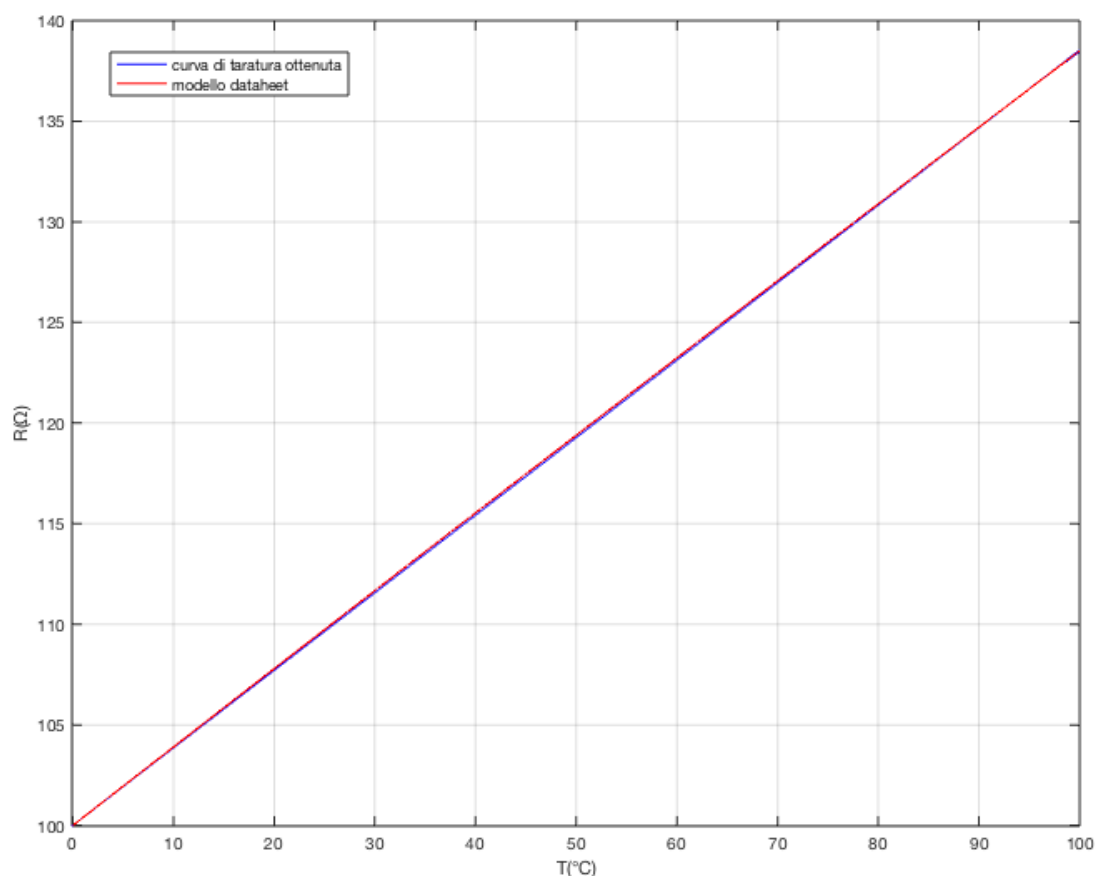
Comandi matlab

```
Ttau=Tamb-0.9*(Tamb-Tend);
```

$\tau_{TC} = \max(t(T > T_{\tau}))$; è stato selezionato il tempo massimo in cui la condizione $T > T_{\tau}$ è soddisfatta.

Terza parte

Risultati ottenuti.



Curva di taratura

La curva di taratura ottenuta con i dati misurati è stata ricavata mediante l'uso dei due vettori di temperatura dei punti fissi 0°C e 100°C, e i vettori di resistenza elettrica associati alle relative misurazioni.

La curva di taratura del modello matematico fornito sul datasheet è stata ricavata avvalendosi della relazione

$$R(T) = R_0(1 + aT + bT^2 + c(T - 100)T^3)$$

R_0 è il valore medio di resistenza della termocoppia a 0°C; $a=3.908083 \times 10^{-3}$; $b=5.777 \times 10^{-7}$; $c=0$.

Osservando la curva di taratura si evidenzia una delle caratteristiche delle termoresistenze, che è la stabilità ossia la capacità del sensore di conservare le sue caratteristiche di funzionamento per un certo intervallo temporale.

Comandi utilizzati $T=[T_0, T_{100}]$ e $R=[R_0, R_{100}]$ `plot(T,R)` Curva di taratura ottenuta

$T1=[0,100]$; $R1=\text{mean}(R_0) \cdot (1 + 0.0039083 \cdot T1 - 5.77500 \cdot 10^{-7} \cdot T1.^2)$; `plot(T1,R1)` Curva di taratura del modello nel datasheet

Stima del coefficiente angolare

- Primo metodo

Risultati ottenuti:

	Tm(temperatura media) [°C]	Rm(resistenza media) [Ω]	Accuracy [Ω]	uA(incertezza di tipo A) [Ω]	uB(incertezza di tipo B) [Ω]	uC (Incertezza composta) [Ω]
R0	-0.003	99.99	0.1	1.3802e-04	0.058	0.058
R100	99.56	138.34	0.1	0.0024	0.058	0.058

$\alpha (\Omega/^{\circ}\text{C})$	0.3834
$U_{\alpha} (\Omega/^{\circ}\text{C})$	0.0016

 α Coefficiente angolare della retta di taratura. U_{α} Errore propagato dalle incertezze estese dei due sensori.

I risultati sono stati ricavati in modo analogo a quegli ricavati nella prima parte.

L'incertezza di tipo B è stata ricavata assumendo una distribuzione di tipo uniforme.

Il fattore di copertura utilizzato è stato $k=1.95$, preso per avere un livello di fiducia del 95%.

$$uA(R0) = \frac{std(R0)}{\sqrt{length(R0)}}$$

$$uA(R100) = \frac{std(R100)}{\sqrt{length(R100)}}$$

$$uB(R0) = \frac{accuracy(R0)}{\sqrt{3}}$$

$$uB(R100) = \frac{accuracy(R100)}{\sqrt{3}}$$

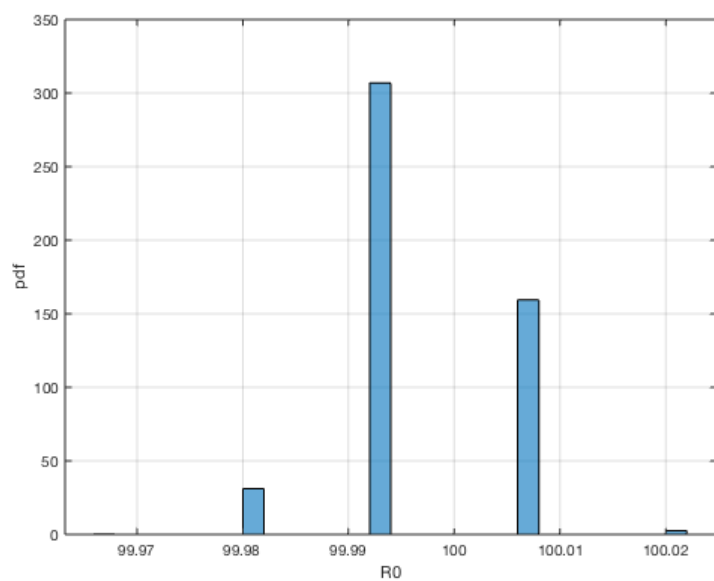
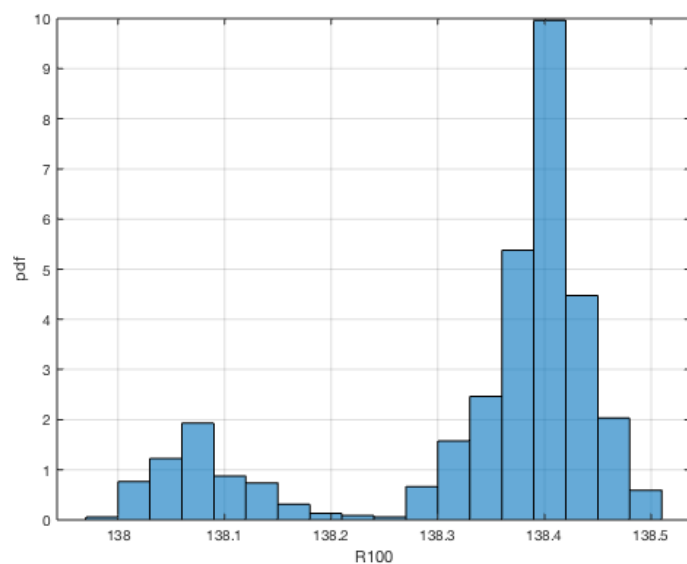
$$uC(R0) = \sqrt{uA^2(R0) + uB^2(R0)}$$

$$uC(R100) = \sqrt{uA^2(R100) + uB^2(R100)}$$

$$\alpha = \frac{\text{mean}(R100) - \text{mean}(R0)}{100 - 0}$$

$$U_{\alpha} = \frac{k}{100} * \sqrt{u_{c(R100)}^2 + u_{c(R0)}^2}$$

Si evidenzia che osservando le distribuzioni dei valori delle Resistenze R0 e R100 queste non assumono una distribuzione di tipo gaussiana per quanto riguarda la resistenza R100, per cui potrebbe non essere valido l'ipotesi di partenza di assumere un coefficiente di copertura pari a 1.95.

*Istogramma distribuzione R0**Istogramma distribuzione R100*

- Secondo metodo

Il metodo Monte Carlo si usa quando non sono rispettate le ipotesi del teorema del limite centrale e per cui non si conosce la distribuzione di probabilità associata alla grandezza di interesse (nel nostro caso le resistenze R_0 e R_{100}). Osservando le Incertezze di tipo A e di tipo B si nota come la B, a cui è associata una distribuzione di probabilità uniforme, sia molto maggiore della A per cui posso ragionevolmente assumere che la distribuzione di probabilità di mio interesse sia di tipo uniforme.

Si è proceduto quindi generando con l'uso del metodo Monte Carlo delle distribuzioni uniformi di R_0 e R_{100} , da cui sono stati estratti casualmente 10^6 valori ciascuno. Servendosi di tali vettori dati è stata ricavata la distribuzione del coefficiente angolare, che è risultata essere una distribuzione triangolare generata dalla combinazione delle due distribuzioni uniformi di R_0 e R_{100} , da tale distribuzione triangolare è stata ricavata l'incertezza estesa associata al coefficiente angolare.

Per valutare l'incertezza estesa bisogna valutare la distribuzione dei valori assunti dal coefficiente angolare, che in questo caso è risultata essere una distribuzione triangolare, e da essa calcolare l'intervallo che contiene il 95%(intervallo di confidenza) dei valori. Per fare ciò si scartano i primi 2.5% dei valori sulla cdf e gli ultimi 2.5%, così facendo rimane un intervallo di lunghezza pari a $2U$. Dopo aver calcolato l'incertezza estesa è stato calcolato l'intervallo di copertura a cui è associato il livello di confidenza che è stato adottato.

$$\alpha_{mc} = \frac{(R_{100mc} - R_{0mc})}{100};$$

$$\alpha(cdf = 0.025) = 0.3825 \Omega/^{\circ}\text{C}$$

$$\alpha(cdf = 0.975) = 0.3843 \Omega/^{\circ}\text{C}$$

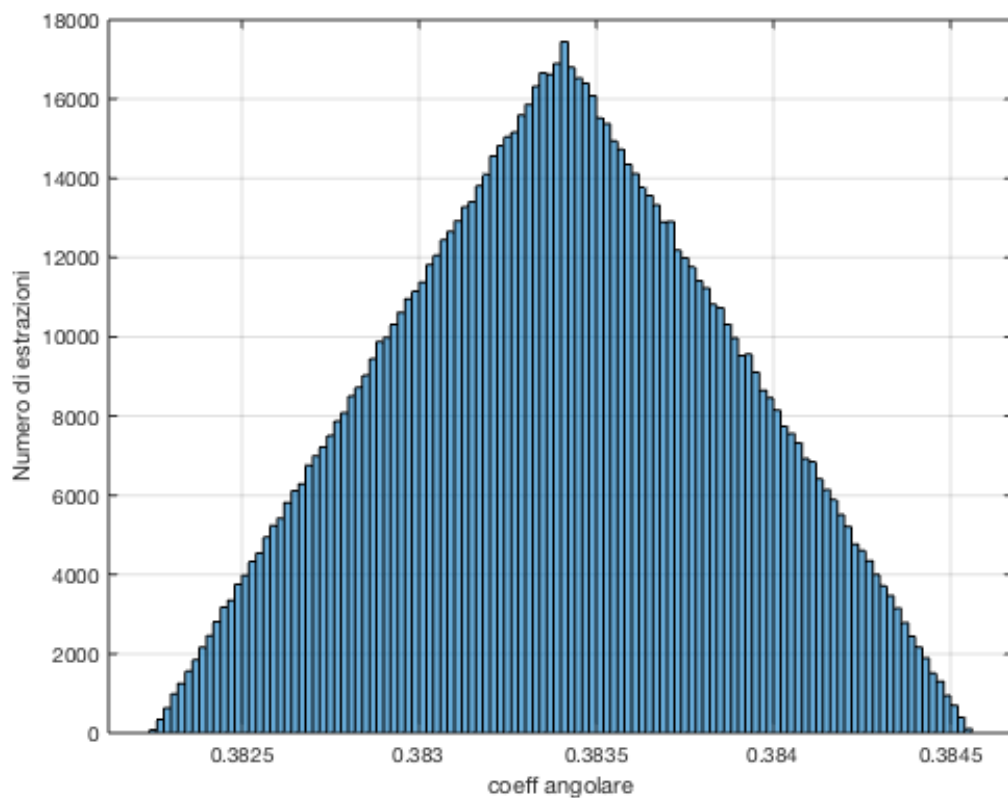
$$U_{alfa} = \frac{\alpha(cdf=0.975) - \alpha(0.025)}{2} = 0.009 \Omega/^{\circ}\text{C}$$

$\alpha_{mc} medio(\Omega/^{\circ}\text{C})$	0.3834
$U_{\alpha} (\Omega/^{\circ}\text{C})$	0.0009

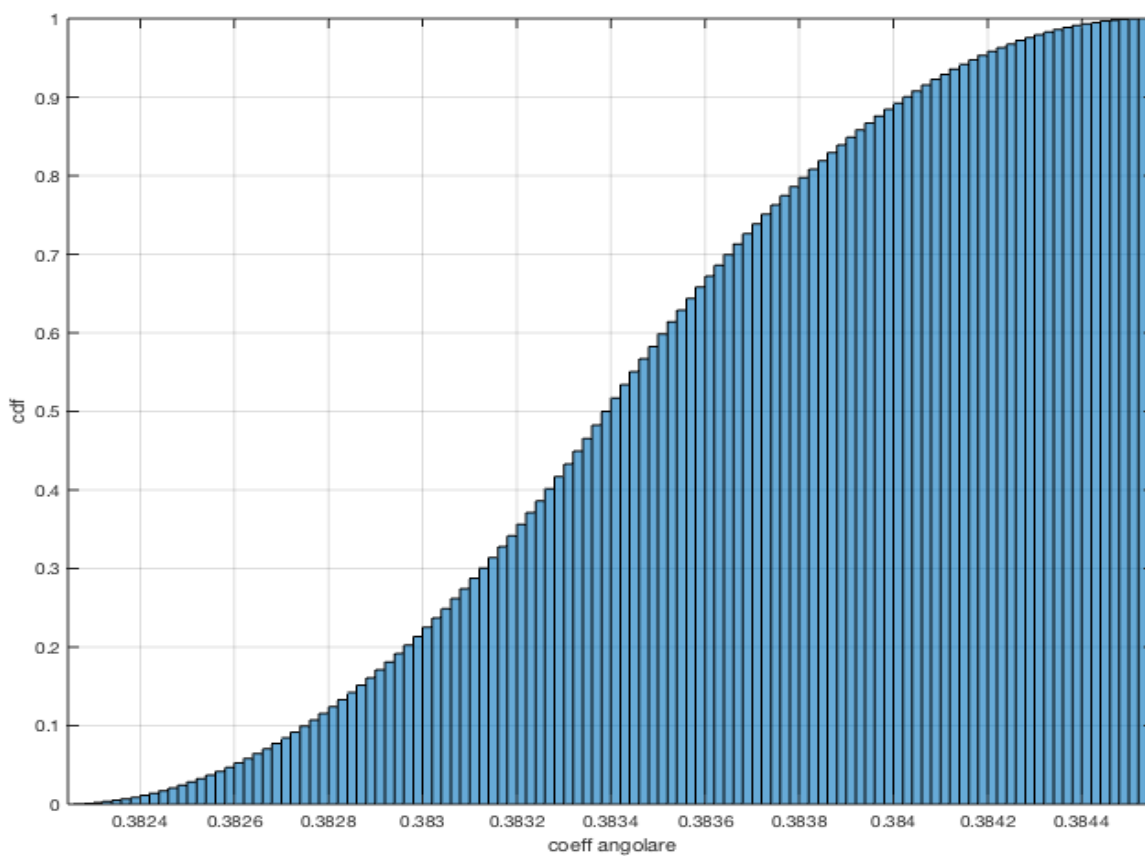
Comandi

`pd=makedist('uniform','lower',mean(R)-uC_R,'upper',mean(R)+uC_R);` genera la distribuzione di R
`Rmc=random(pd,1,1e6);` estrae 10^6 valori dalla distribuzione di R precedentemente generata

Istogramma rappresentante la distribuzione del coefficiente angolare.



Istogramma della distribuzione del coefficiente angolare secondo la funzione di distribuzione cumulata.



4 Conclusioni

Prima parte.

Sulla base dei risultati della valutazione delle incertezze si evidenzia come l'incertezza di Categoria A sia molto minore di quella di categoria B, ciò è dovuto al fatto che si è scelto di utilizzare dei sensori molto precisi e associarli con dei trasduttori che non erano altrettanto performanti. L'incertezza di A è ricavata su base statistica in base alle misurazioni effettuate, quindi è direttamente influenzata dall'accuratezza del sensore utilizzato per fare le misurazioni, avere un sensore molto preciso permette di avere delle misure poco disperse attorno a un valore medio e quindi consente di avere un'incertezza ridotta. L'incertezza di categoria B è ricavata a partire dai valori noti delle accuracy dei trasduttori utilizzati per convertire il segnale analogico in digitale.

Si evidenzia inoltre che tra i tre sensori la termoresistenza risulta essere quella che permette di avere delle misurazioni meno disperse, avendo questa un'incertezza di categoria A più bassa delle altre, mentre il termistore risulta essere quello con il maggior grado di dispersione. Per quando riguarda l'incertezza di categoria B si evidenzia che trasduttore associato alla termoresistenza risulta avere un accuracy minore mentre gli altri hanno prestazioni analoghe.

La combinazione delle due incertezze fornisce un'incertezza composta, e poi incertezza estesa che risulta essere più bassa per la termoresistenza rispetto a termocoppia e termistore, aventi incertezze uguali tra di loro. Ciò vuol dire che la termoresistenza ha un grado di dispersione dei valori di temperatura minore rispetto agli altri due. Si evidenzia che la temperatura media misurata dalla termoresistenza è quella più vicina ai 100°C mentre il più lontano è quello del termistore, la temperatura di ebollizione che corrisponde al punto fisso della scala di temperatura che è stato preso a riferimento per verificare il grado di accuratezza dei sensori, da ciò si può dedurre che il termistore è il sensore che presenta un errore di offset più marcato, al contrario della termoresistenza che presenta un errore di offset ridotto.

Istogrammi

Nell'istogramma relativo alla termoresistenza si nota che la funzione di densità di probabilità presenta dei valori maggiori di 1, ciò accade perché il range in cui variano i dati registrati dalla termocoppia è minore di uno, quindi affinché si possa avere un integrale unitario della pdf sull'intervallo di variazione di temperatura bisogna avere l'altezza delle colonne dei singoli intervalli dell'istogramma maggiori di uno (l'integrale da matlab è calcolato come la somma delle singole pdf moltiplicate per la larghezza degli intervalli). Si evidenzia come l'andamento dei dati che formano gli istogrammi ricalchi effettivamente una funzione gaussiana per cui è possibile accettare l'ipotesi iniziale di avere un fattore di copertura $k=3$, scelto in modo tale da poter avere un livello di fiducia dell'intervallo di copertura del 99,7 %.

Compatibilità

Nella verifica di compatibilità degli strumenti si evidenzia come tutti e tre i sensori risultino essere compatibili gli uni con gli altri.

Seconda parte.

Dall'analisi dei grafici finali si evidenzia come i dati registrati dai sensori siano aderenti al modello teorico preso come riferimento, in quando hanno degli andamenti che non si discostano rispetto ai rispettivi andamenti teorici. Per fare una valutazione migliore della fedeltà dei dati al modello teorico si potrebbe graficare l'andamento della temperatura comprensiva delle proprie incertezze estese e qualora la curva teorica fosse interamente contenuta all'interno degli intervalli di incertezza estesa si potrebbe affermare con certezza che i dati aderiscono al modello di riferimento. Si nota dai grafici che tutti e tre gli strumenti una volta raggiunto l'equilibrio termico essi non misurano la temperatura pari a 0°C che è quella del punto fisso che ho preso a riferimento, si ha un errore sistematico.

La temperatura a regime dei tre sensori risulta essere

	RTD	NTC	TC
T_finale (°C)	0.59	1.03	1.57

(Temperature calcolate come la media delle temperature registrate dopo un tempo $t > 20$ s in cui è ragionevole assumere di avere completamente raggiunto l'equilibrio.)

Terza parte

Analizzando il confronto della curva di taratura ottenuta con i dati raccolti e la curva di taratura ottenuta dal modello fornito dal datasheet si può notare come le due abbiano un andamento pressochè analogo e ciò perfette di affermare che la termoresistenza ha delle prestazioni aderenti a quelle descritte dal datasheet, quindi la termoresistenza opera in condizioni ottimali.

Si evidenzia nuovamente come l'incertezza di categoria A sia praticamente ininfluente nell'incertezza complessiva.

In entrambi i metodi usati il valore del coefficiente angolare ottenuto risulta essere $\alpha = 0.3834$, ciò evidenzia la correttezza dei risultati ottenuti. Il valore dell'incertezza estesa invece risulta essere differente, nel primo caso risulta essere $U1 = 0.0016$ mentre nel secondo $U2 = 0.0009$.

Il prodotto $R0 \cdot a$ rappresenta il coefficiente angolare della retta $R(T) = R0(1 + aT)$, dividendo il coefficiente angolare per $R0$ si ottiene il valore $a \approx 0.00385$ che rappresenta il coefficiente di temperatura della termoresistenza, il valore ottenuto è concorde con quello appartenente sul datasheet del sensore.

Osservando le temperature dei punti fissi misurate dalla termoresistenza in tutte e tre le prove (nella prima e nella terza è stata misurata $T(100^\circ\text{C})$ e nella seconda e nella terza è stata misurata $T(0^\circ\text{C})$) si nota come i valori medi di tali temperature assumano valori simili tra loro e ciò evidenzia la ripetibilità delle misurazioni fornite dalla termoresistenza, cioè l'attitudine dello strumento di fornire valore della grandezza in uscita simili tra loro a parità di misurando e condizioni operative.