

Árboles.

ED. Profesor: Isabel Pita.

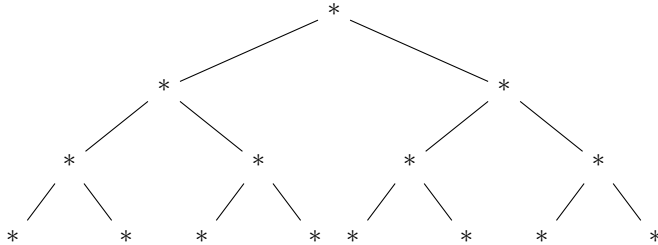
Tipo A

Nombre del alumno:

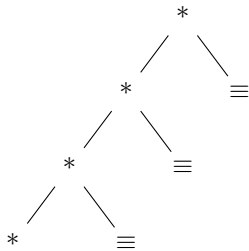
1. (1 punto) Indica cuántos nodos tiene como máximo y como mínimo un árbol binario de altura h ? Dibuja un árbol con el máximo número de nodos y otro con el mínimo número de nodos e indica cómo se denomina cada uno de ellos. Justifica tu respuesta.

Respuesta:

El árbol de altura h con un número máximo de nodos es un árbol *completo*. Todos sus nodos internos tienen 2 hijos y todas sus hojas están a la misma altura. Cada nivel tiene el doble de nodos que el nivel anterior, por lo tanto el número total de nodos es $\sum_{i=1}^{i=h} 2^{i-1} = 2^h - 1$,



El árbol de altura h con un número mínimo de nodos es un árbol *degenerado*. Todos sus nodos internos tienen 1 hijo y sólo tiene una hoja. Cada nivel tiene un único nodo, por lo que el número de nodos es h ,



2. (1 punto) Indica cual es la complejidad de buscar el valor máximo en un árbol binario cualquiera y en un árbol binario de búsqueda. Justifica tu respuesta.

Respuesta;

En un árbol binario cualquiera los elementos no guardan ningún orden por lo que el máximo se puede encontrar en cualquier posición en el árbol. Para buscar el valor máximo habrá que recorrer todos los valores del árbol.

En un árbol binario de búsqueda los elementos se encuentran ordenados. Los valores del subárbol izquierdo son menores que la raíz y los valores del subárbol derecho son mayores que la raíz y a su vez los subárboles izquierdo y derecho son árboles de búsqueda. Por lo tanto el máximo es el elemento más a la derecha del árbol.

Si el árbol de búsqueda es equilibrado la mitad de los nodos aproximadamente se encuentran en cada subárbol, por lo tanto cada vez que se desciende un nivel por la rama más a la derecha se desechan la mitad de los elementos. Esto hace que el coste de encontrar el valor máximo sea logarítmico en el número de elementos del árbol, o equivalentemente lineal en la altura del árbol.

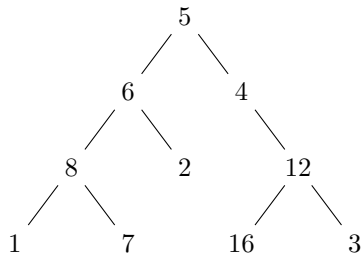
Si el árbol de búsqueda es degenerado, en el caso peor será la rama derecha la que contenga todos los nodos. En este caso encontrar el valor más a la derecha tiene coste lineal en el número de nodos del árbol o equivalentemente lineal en la altura del árbol.

3. (1 punto) El recorrido en preorden de un árbol binario es: 5,6,8,1,7,2,4,12,16,3 y el recorrido en inorden : 1,8,7,6,2,5,4,16,12,3. ¿Se puede construir un árbol cuyos recorridos sean estos?. En caso afirmativo dibuja un árbol que tenga estos dos recorridos. ¿Es único?.

Respuesta:

Para reconstruir un árbol binario se necesitan dos recorridos, estos pueden ser el recorrido en preorden y el recorrido en inorden o el recorrido en postorden y el recorrido en inorden. Como nos dan el recorrido en preorden y el recorrido en inorden se puede reconstruir el árbol y será único.

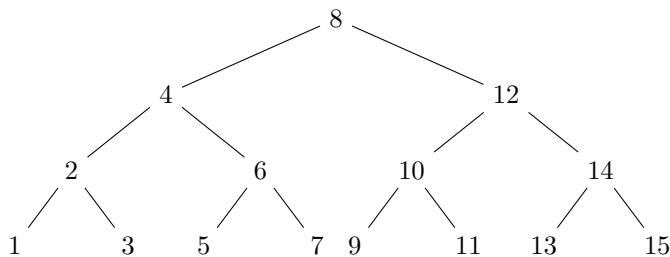
La raíz del árbol es el primer valor del recorrido en preorden. Todos los elementos que se encuentran en el recorrido en inorden antes que el valor de la raíz pertenecen al hijo izquierdo, y todos los valores que se encuentren a la derecha del valor de la raíz en el recorrido en inorden están en el árbol derecho. Con esto podemos obtener el recorrido en preorden y el recorrido en inorden del subárbol izquierdo y del subárbol derecho por lo que se puede repetir el proceso para cada uno de los subárboles.



4. (1 punto) Dados los valores del intervalo [1..15], indica en que orden deben añadirse a un árbol binario de búsqueda para que el árbol resultante sea completo. Dibuja el árbol.

Respuesta

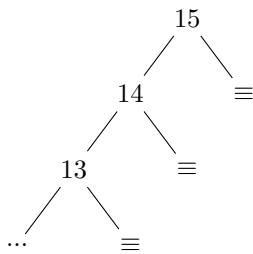
La raíz del árbol es la mediana del intervalo, de forma que la mitad de los valores queden en su lado izquierdo y la otra mitad en su lado derecho. Los subárboles izquierdo y derecho se construyen de igual forma, eligiendo como raíz del árbol la mediana del intervalo de valores que tiene.



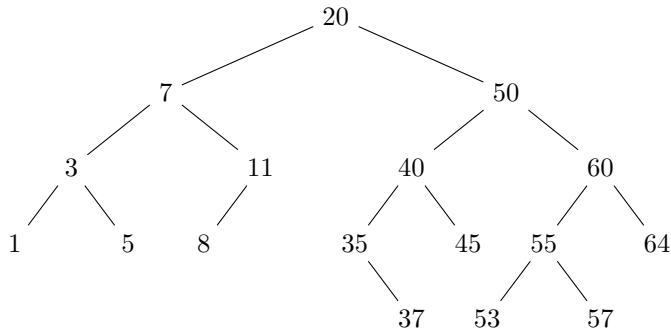
5. (0,5 puntos) Dados los valores del intervalo [1..15], indica en que orden deben añadirse a un árbol binario de búsqueda para que el árbol resultante sea degenerado. Dibuja el árbol.

Respuesta:

Hay muchas formas de construir un árbol degenerado con los valores del intervalo. Las dos más sencillas son introducir los valores en orden creciente o decreciente. En el primer caso el árbol es degenerado hacia la derecha y en el segundo degenerado hacia la izquierda. Se muestra el árbol resultante de introducir los valores en orden decreciente.

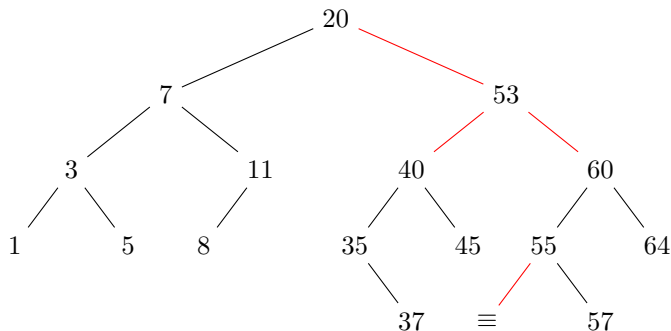


6. (1 punto) Dado el siguiente árbol binario de búsqueda, indica cuál es el resultado de eliminar el nodo 50 según el algoritmo visto en clase. Marca los punteros que se deben modificar e indica las asignaciones que se deben realizar.



Respuesta:

El nodo con valor 50 tiene dos hijos, se localiza el nodo más a la izquierda de su hijo derecho, que según el orden de los árboles de búsqueda tiene el valor siguiente en orden creciente de los valores del árbol. En el árbol dado, este nodo es el 53. Dado que este nodo no tiene hijos, se puede eliminar de su posición y colocarlo en la posición del nodo 50.

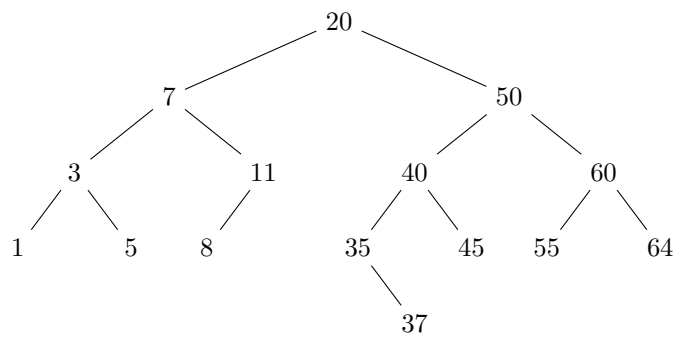


7. (0,5 puntos) ¿En que orden debe recorrer un iterador un árbol binario de búsqueda para que los valores del árbol se recorran en orden?. Justifica tu respuesta.

Respuesta:

El iterador debe recorrer el árbol en inorden. El inorden recorre primero el lado izquierdo, luego la raíz y por último el lado derecho. De esta forma se recorre primero el lado izquierdo que tiene los valores menores que la raíz, luego se muestra la raíz y por último el lado derecho que tiene los valores mayores que la raíz.

8. (1 punto) Dado el siguiente árbol binario de búsqueda indica que valores habrá en la pila del iterador (según la implementación vista en clase) cuando el iterador se encuentra en el nodo con valor 37. Justifica tu respuesta.



Respuesta:

En la pila del iterador se guardan los **Link** a los nodos por los que se ha pasado al bajar en el árbol en busca del siguiente nodo a recorrer pero que todavía no se han *visitado* en el recorrido en inorden. Se guarda en la pila cuando se baja por el hijo izquierdo, Como el 37 es el hijo derecho del 35, este nodo no se encuentra en la pila, ya que se *visitó* antes que el nodo 37. Los nodos que estarán en la pila son el 40 y el 50, ya que se ha pasado por ellos para llegar al nodo 37 pero todavía no se han *visitado*.