TP1

IFT 712 Technique d'apprentissage

Eliott THOMAS — 21 164 874
thoe2303@usherbrooke.ca

Lilian FAVRE GARCIA — 21 153 421
favl2301@usherbrooke.ca

Tsiory Razafindramisa — 21 145 627
raza3902@usherbrooke.ca

Travail présenté à
Martin Vallières

Université de Sherbrooke
Département d'informatique
Date de remise : 10 février 2022

Table des matières

1 Introduction

On s'intéresse dans ce premier TP à des démonstrations simples ainsi qu'à la mise en place d'un programme informatique permettant une régression linéaire sur des données d'une fonction soit en choisissant un certain degré de polynôme soit en le déterminant automatiquement. Nous devons ainsi approcher une fonction à choisir (sinus, linéaire ou tanh).

2 Question 1

On sait que

$$H[x] = -\sum_x p(x)log_2(p(x))$$

$$H[x,y] = -\sum_x \sum_y p(x,y)log_2(p(x,y))$$

$$H[x|y] = -\sum_x \sum_y p(x,y)log_2(p(x|y))$$

On a donc

$$\begin{aligned}
H[y|x] + H[x] &= -\sum_y \sum_x p(y,x)log_2(p(y|x)) - \sum_x p(x)log_2(p(x)) \\
&= -\sum_x \left[\sum_y p(y,x)log_2 p(y|x) + p(x)log_2(p(x)) \right] \\
&= -\sum_x \left[\sum_y p(y,x)log_2 p(y|x) + \sum_y p(x,y)log_2(p(x)) \right] \\
&= -\sum_x \left[\sum_y p(y,x)log_2(p(y|x)p(x)) \right] \\
&= -\sum_x \sum_y p(x,y)log_2(p(x|y))
\end{aligned}$$

3 Question 2

$$\begin{aligned}
I[x,y] = \sum_{xy} p(y,x)log_2(\tfrac{p(y,x)}{p(x)p(y)}) \\
= \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(y,x)) - \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(x)p(y)) \\
= \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(y,x)) - \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(x)) - \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(y)) \\
= \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(y,x)) - \sum_{x} p(x)log_2(p(x)) - \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(y)) \\
= \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(y,x)) + H(x) - \sum_{xy} p(y,x)log_2(p(y)) \\
= H(x) + \sum_{xy} p(y,x)log_2(\tfrac{p(y,x)}{p(y)})
\end{aligned}$$

$$= H(x) + \sum_{xy} p(y,x) log_2(p(x|y))$$
$$= H(x) - H(x|y)$$

4 Question 3

$$\begin{aligned} Cov[x,y] &= E\left[(x - E[x])(y - E[y])\right] \\ &= E\left[xy - xE[y] - yE[x] + E[x]E[y]\right] \\ &= E[xy] - E[xE[y]] - E[yE[x]] + E[E[x]E[y] \\ &= E[xy] - E[x]E[y] - E[x]E[y] + E[x] \\ &= E[xy] - E[x]E[y] \end{aligned}$$

5 Question 4

5.1 a

$$P(x = 1) = \frac{3*1}{10} = \frac{3}{10} \qquad P(x = 0) = \frac{7}{10}$$

5.2 b

$$E[3] = \frac{7*0+3*1}{10} = \frac{3}{10}$$

5.3 c

$$\begin{aligned} E[X^2] &= 0^2 * P(x = 0) + 1^2 * P(x = 1) \\ &= 0 * \frac{7}{10} + 1 * \frac{3}{10} \\ &= \frac{3}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(X) &= E[X^2] - E[X]^2 \\ &= \frac{3}{10} - \left(\frac{3}{10}\right)^2 \\ &= \frac{3}{10} - \frac{9}{100} \\ &= \frac{21}{100} \end{aligned}$$

5.4 d

$$\begin{aligned} H[x] &= -\sum_x p(x) log_2(p(x)) \\ &= -\left(\frac{7}{10} * log_2(\frac{7}{10}) + \frac{3}{10} * log_2(\frac{3}{10})\right) \\ &= 0.88 \end{aligned}$$

6 Question 5

Voir code remis. Le lien Github est ici