30/11/2024

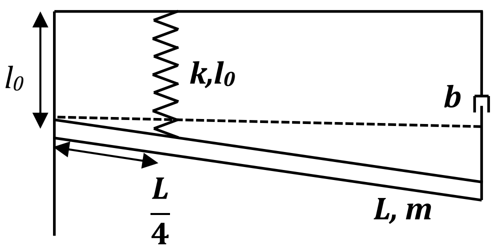
Segundo Control de Física 101

Parte 1: Múltiple Opción (HOJA A)

1) Sea un choque frontal e instantáneo entre dos masas iguales, donde la primera (m_1) se mueve con velocidad inicial $\vec{\boldsymbol{v}}_{i,1} = \boldsymbol{v_0}\hat{\mathbf{x}}$ y la segunda (m_2) se encuentra inicialmente en reposo. Se sabe que al final de la interacción la masa m_1 sale con velocidad final $\vec{\boldsymbol{v}}_{f,1} = \frac{\boldsymbol{v_0}}{\mathbf{4}}\hat{\mathbf{x}}$. Si todas las velocidades se encuentran medidas desde el sistema laboratorio, el coeficiente de restitución (e) para la interacción es:

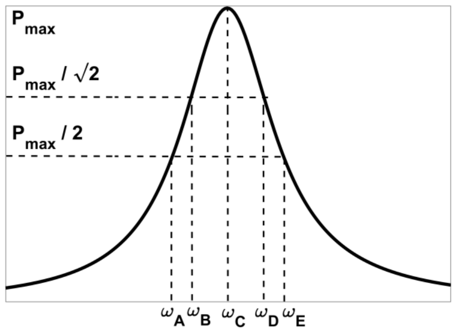
   a) $e = 0$ b) $e = \frac{1}{4}$ c) $e = \frac{1}{2}$ d) $e = 1$ e) Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

2) Considere una varilla horizontal de masa $\boldsymbol{m}$ uniformemente distribuida y largo $\boldsymbol{L}$ que tiene un eje en su extremo izquierdo que la fija a la pared. El sistema cuenta con un amortiguador $\boldsymbol{b=2\sqrt{km}}$ y un resorte de constante $\boldsymbol{k}$, ubicados tal como lo indica la figura. Indique la longitud final del resorte cuando el sistema se encuentra en equilibrio. $\boldsymbol{I_{cm,varilla}} = \frac{\boldsymbol{mL^2}}{\mathbf{12}}$



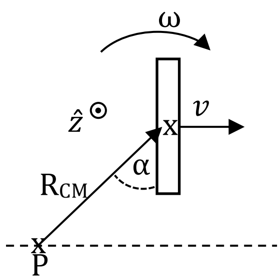
   a) $l_f = l_0 + \frac{mg}{4k}$ b) $l_f = l_0 + \frac{mg}{3k}$ c) $l_f = l_0 + \frac{mg}{k}$ d) $l_f = l_0 + \frac{2mg}{k}$ e) $l_f = l_0 + \frac{3mg}{k}$

3) El factor de calidad Q a partir de la gráfica de potencia media en función de la frecuencia $\langle \boldsymbol{P}(\boldsymbol{\omega}) \rangle$ para un sistema masa-resorte-amortiguador, considerando <u>amortiguamiento débil</u>, es:



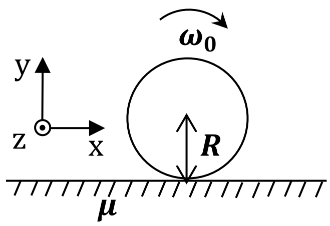
   a) $Q = \frac{\omega_C}{\omega_D - \omega_B}$ b) $Q = \frac{\omega_C}{\omega_E - \omega_A}$
   c) $Q = \omega_D - \omega_B$ d) $Q = \omega_E - \omega_A$
   e) Ninguna de las opciones anteriores es correcta

4) Sea una varilla de largo $\boldsymbol{L}$ y masa $\boldsymbol{M}$, que se mueve libremente sobre un plano horizontal sin rozamiento. Indique qué expresión corresponde al momento angular respecto al punto $\boldsymbol{P}$.



   a) $\vec{L}_p = -(R_{CM}Mv + I_{CM}\omega)\hat{z}$ b) $\vec{L}_p = (R_{CM}Mv + I_p\omega)\hat{z}$
   c) $\vec{L}_p = (-R_{CM}Mv sen\alpha + I_p\omega)\hat{z}$ d) $\vec{L}_p = -(R_{CM}Mv cos\alpha + I_{CM}\omega)\hat{z}$
   e) Ninguna de las opciones anteriores es correcta

5) Un aro de masa $\boldsymbol{m}$ se ubica sobre una superficie horizontal de rozamiento estático-cinético $\boldsymbol{\mu}$, con velocidad lineal nula y velocidad angular $\vec{\omega}_0$. Indique la velocidad lineal del centro de masa cuando se alcanza la rodadura pura. $\boldsymbol{I_{cm,aro}} = \boldsymbol{mR^2}$.

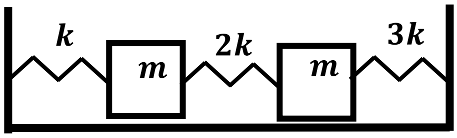


   a) $\vec{v}_{CM} = \frac{\omega_0 R}{2}\hat{x}$ b) $\vec{v}_{CM} = -\frac{\omega_0 R}{2}\hat{x}$ c) $\vec{v}_{CM} = \omega_0 R\hat{x}$ d) $\vec{v}_{CM} = -\omega_0 R\hat{x}$
   e) Ninguna de las opciones anteriores es correcta.

Parte 2- Desarrollo

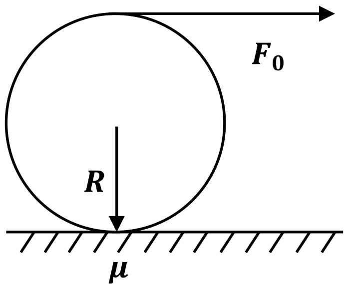
Ejercicio 1. (7 puntos)

Sea el sistema formando por dos masas $\boldsymbol{m}$ y tres resortes de constante $\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{2k}$ y $\boldsymbol{3k}$ (ver Figura), que se ubican en una superficie sin rozamiento. Determine las frecuencias y configuraciones de los modos normales de oscilación.



Ejercicio 2. (8 puntos)

Sea un disco de masa $\boldsymbol{m}$, radio $\boldsymbol{R}$, con una cuerda ideal enrollada, que inicia su movimiento desde el reposo. Se tira de la misma aplicando una fuerza $\boldsymbol{F_0}$ como se muestra en la figura. Determine el mínimo coeficiente de rozamiento estático que debe tener la superficie para mantener la rodadura pura, y el trabajo que realiza la fuerza $\boldsymbol{F_0}$ cuando el centro de masa de la esfera recorre una distancia total de $\boldsymbol{5R}$.



$$I_{cm,disco} = \frac{mR^2}{2}$$

Segundo Control de Física 101

30/11/2024

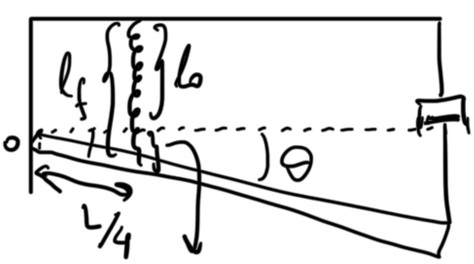
1) $\hat{x}$ m_1 $v_1 = v_0$ m_2 $v_2 = 0$; m_1 $u_1 = \frac{v_0}{4}$ m_2 u_2

$$P_0^x = m v_0 = P_f^x = m\frac{v_0}{4} + m u_2 \Rightarrow u_2 = \frac{3}{4}v_0$$

$$e = -\frac{(u_2 - u_1)}{(v_2 - v_1)} = -\frac{(3/4\, v_0 - v_0/4)}{(0 - v_0)} = \frac{1}{2}$$

A	B
c	b

2)



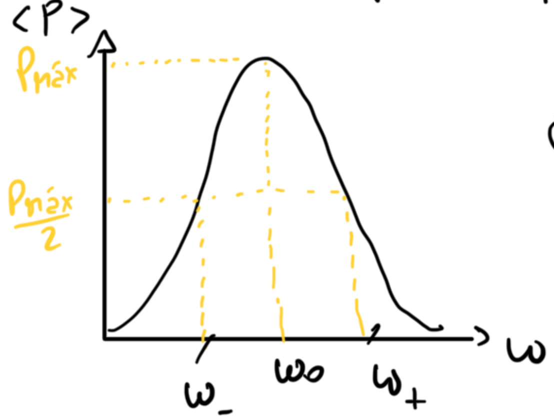
$$\sum \tau_0 = -k\frac{L}{4}\theta\frac{L}{4} + mg\frac{L}{2}\cos\theta - b\dot{\theta}LL = 0$$

$$mg\frac{L}{\cancel{2}} = k\frac{L^{\cancel{2}}}{\cancel{16}_{8}}\theta \Rightarrow \theta = \frac{8mg}{kL}$$

$$l_f = l_0 + \Delta y \qquad \Delta y = \theta\frac{L}{4} \Rightarrow \qquad l_f = l_0 + \frac{2mg}{k}$$

A	B
d	c

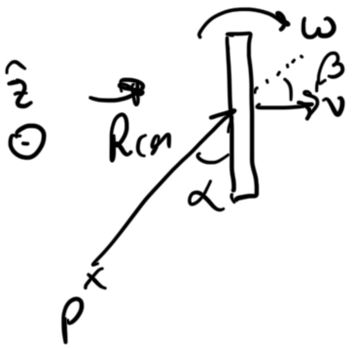
3)



$$Q \approx \frac{\omega_0}{\delta} = \frac{\omega_0}{\omega_+ - \omega_-} = \frac{\omega_C}{\omega_E - \omega_A}$$

A	B
b	b

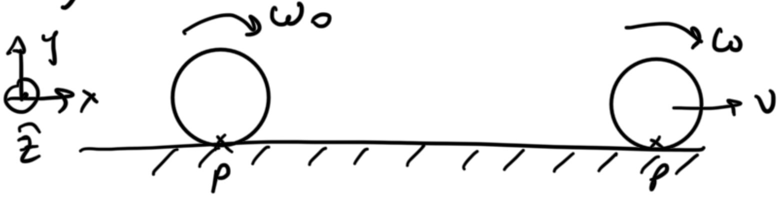
4)



$$\vec{L}_p = \left(R_{cm} M V \frac{\cancel{\sin\beta}}{\cos\alpha} - I_{cm}\omega\right)\hat{z}$$

A	B
d	c

5)



$$\vec{L}_p = 0 - \underbrace{I_{cm}}_{mR^2}\omega_0\hat{z} = \vec{L}_p = -\underbrace{I_p}_{2mR^2}\omega\hat{z}$$

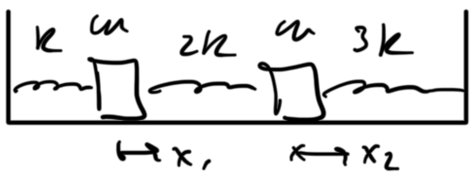
$$\omega = \frac{\omega_0}{2} \qquad v = \omega R \Rightarrow v = \frac{\omega_0 R}{2}$$

$$\boxed{\vec{v}_{cm} = \frac{\omega_0 R}{2}\hat{x}}$$

A	B
a	b

— o —

Ejercicio 1



$$m_1 \quad \sum F_{x_1} = -kx_1 - 2k(x_1 - x_2) = m\ddot{x}_1$$

$$m_2 \quad \sum F_{x_2} = -3kx_2 - 2k(x_2 - x_1) = m\ddot{x}_2$$

$$\underbrace{-\frac{3k}{m}}_{-a_{11}} x_1 + \underbrace{\frac{2k}{m}}_{-a_{12}} x_2 = \ddot{x}_1 \qquad (a_{11} - \omega^2)x_1 + a_{12}x_2 = 0$$

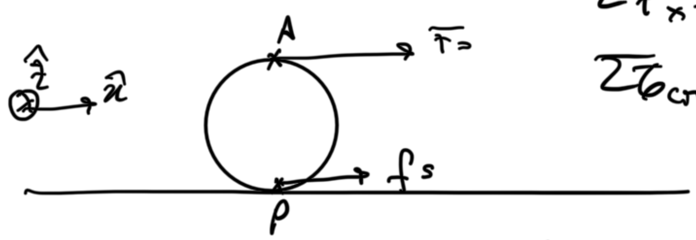
$$\underbrace{+\frac{2k}{m}}_{-a_{21}} x_1 \underbrace{-\frac{5k}{m}}_{-a_{22}} x_2 = \ddot{x}_2 \qquad a_{21}x_1 + (a_{22} - \omega^2)x_2 = 0$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \omega^2 & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \implies \omega^2 = (4 \pm \sqrt{5})\frac{k}{m}$$

$$\omega_I = \sqrt{(4 - \sqrt{5})\frac{k}{m}} \qquad \omega_{II} = \sqrt{(4 + \sqrt{5})\frac{k}{m}}$$

$$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)_I = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \qquad \left(\frac{x_2}{x_1}\right)_{II} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

2)



$$\sum F_x = F_0 + f_s = ma \qquad (1)$$

$$\sum \tau_{cm} = (F_0 - f_s)R = I_{cm}\alpha \qquad (2)$$

$$a = \alpha R \qquad (3)$$

$$(2)^* \quad F_0 - f_s = \frac{m\overbrace{R\alpha}^{a}}{2} \implies \left.\begin{aligned} F_0 - f_s &= \frac{ma}{2} \\ F_0 + f_s &= ma \end{aligned}\right\}$$

$$2F_0 - 2f_s = F_0 + f_s \implies F_0 = 3f_s \qquad f_s = \frac{F_0}{3} \le \mu_s \underbrace{N}_{mg} \implies \mu_s \ge \frac{F_0}{3mg}$$

$$W_{F_0} = \int \vec{F_0} \cdot d\vec{x_A} \quad y \quad x_A = \theta + x_{cm} \underset{\substack{\downarrow \\ \text{en RP} \\ R\theta = x_{cm}}}{=} 2x_{cm} = 2 \times 5R = 10R$$

$$\boxed{W_{F_0} = F_0 \, x_A = F_0 \, 10R}$$