Sistematização

1. Faça os cálculos a seguir utilizando a definição de logaritmos.

a) $\log_6 36$
b) $\log_2 1\,024$
c) $\log_3 243$
d) $\log_3 \frac{1}{3}$
e) $\log_2 \frac{1}{8}$
f) $\log_5 \frac{1}{625}$
g) $\log_3 \sqrt{3}$
h) $\log_5 \sqrt[3]{25}$
i) $\log 1\,000\,000$
j) $\log 0{,}0001$

2. Utilize a definição de logaritmo para determinar o valor de:

a) $\log_4 32$
b) $\log_{27} 81$
c) $\log_{25} 125$
d) $\log_{0,01} 1\,000$
e) $\log_{0,25} 128$
f) $\log_{0,01} 0{,}0001$
g) $\log_{\sqrt{7}} \sqrt[3]{49}$
h) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt[3]{32}$
i) $\log_{\sqrt{4}} \frac{1}{\sqrt{8}}$
j) $\log_{\sqrt[3]{6}} \frac{1}{\sqrt[4]{216}}$

3. Utilizando a definição de logaritmos, simplifique as expressões:

a) $\log_{27} \sqrt{3} + \log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{\sqrt{3}} \sqrt{27}$
b) $\log_{100} 0{,}001 + \log_{1,5} \frac{8}{27} - \log_{1,25} 0{,}64$

4. Calcule $\log_2 (\log_{81} 3) + \log_{0,8} (\log_{16} 32) - \log_4 (\log_3 9)$.

5. O logaritmo de um número na base 9 é igual a $\frac{3}{2}$. Calcule o valor do logaritmo desse mesmo número na base $\sqrt{3}$.

6. Calcule o valor do logaritmo de 324 na base $3\sqrt{2}$.

7. Considere **a**, **b** e **c** números reais positivos e desenvolva os logaritmos a seguir utilizando as propriedades operatórias.

a) $\log_2 \frac{ab}{c}$
b) $\log_3 \frac{a^3}{b^2c^4}$
c) $\log \sqrt{\frac{a^5}{b^3c}}$
d) $\log_5 \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{b}\,c}$

8. Calcule o valor dos logaritmos decimais a seguir sabendo que $\log 2 = 0{,}3010$ e $\log 3 = 0{,}4771$.

a) $\log 6$
b) $\log 8$
c) $\log 5$
d) $\log 15$
e) $\log 1{,}2$
f) $\log \sqrt{3}$
g) $\log 72$
h) $\log 0{,}5$
i) $\log 25$
j) $\log 2{,}4$

9. Se $\log 3 = 0{,}48$, qual é o valor de $\log 30 + \log 900 + \log 2\,700$?

10. Sabendo que $\log 2 = 0{,}30$ e $\log 3 = 0{,}48$, calcule o valor de $\log_2 3$.

11. Usando a mudança de base, calcule o valor de $\log_2 3 \cdot \log_9 8$.

12. Utilize $\log_{20} 2 = m$ e $\log_{20} 3 = n$ para calcular o valor de $\log_6 5$.

13. Sabendo que $\log_a x = m$ e $\log_a y = 5m$, calcule o valor de $\log_a \sqrt[4]{x^3y}$.

14. Simplifique a expressão
$E = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8 \cdot \log_8 9 \cdot \log_9 10$.

15. Calcule o valor de $2^{\frac{\log(\log 2)}{\log 2}}$.

16. Calcule o valor de $2^{\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 7}$.

17. Resolva a equação $2^x = 3$ por meio das propriedades de logaritmos. Use $\log 2 = 0{,}30$ e $\log 3 = 0{,}48$.

18. Em uma cultura de bactérias, a quantidade de indivíduos cresce exponencialmente segundo a lei $N(t) = 5 \cdot 1{,}05^t$, em que o tempo *t* é dado em minutos e N(t) é o número de bactérias decorridos *t* minutos desde a primeira contagem. Em quanto tempo o número de bactérias dessa cultura será o dobro do inicial? Use $\log 2 = 0{,}30$ e $\log 1{,}05 = 0{,}02$.

EXT21_3_MAT_A_13
PG22LP413SDM0_MIOLO_EXT22_3_MAT_LP.indb 225 08/03/2022 17:34:24

Enem e vestibulares

1. Fácil

C5:H21 (UFJF) O logaritmo de um número na base 64 é $\frac{1}{3}$. O logaritmo desse número na base $\frac{1}{2}$ é:

a) 2
b) $\frac{2}{3}$
c) $-\frac{2}{3}$
d) -2

2. Fácil

C5:H21 (UECE) Usando as aproximações log 2 = 0,3 e log 3 = 0,4, podemos concluir que log 72 é igual a:

a) 0,7
b) −1,2
c) 1,2
d) −1,7
e) 1,7

3. Fácil

C5:H21 (PUC-Campinas) A invenção de logaritmos teve como resultado imediato o aparecimento de tabelas, cujos cálculos eram feitos um a um. O projeto de Babbage era construir uma máquina para a montagem dessas tabelas, como, por exemplo

x	log x
2	0,30
3	0,47
4	0,60
5	0,70
6	0,78

Usando a tabela acima, o valor que se obtém para log 450 é:

a) 2,64
b) 2,54
c) 2,44
d) 2,34
e) 2,24

4. Fácil

C5:H21 (UECE-2018) Se *x* é o logaritmo de 16 na base 2, então o logaritmo (na base 2) de $x^2 - 5x + 5$ é igual a

a) 2.
b) 1.
c) −1.
d) 0

5. Fácil

C5:H21 (UECE-2018) Se n é um número inteiro maior do que 2, o valor de $\log_n\left[\log_n\left(\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{n}}}}\right)\right]$ é

a) 3.
b) −4.
c) 4.
d) −3.

6. Fácil

C5:H21 (UFRGS-2017) Se $\log_5 x = 2$ e $\log_{10} y = 4$, então $\log_{20} \frac{y}{x}$ é

a) 2.
b) 4.
c) 6.
d) 8.
e) 10.

7. Fácil

C5:H21 (UFRGS-2016) Se $10^x = 20^y$, atribuindo 0,3 para log 2, então o valor de $\frac{x}{y}$ é

a) 0,3.
b) 0,5.
c) 0,7.
d) 1.
e) 1,3.

8. Fácil

C5:H21 (UFRGS- 2020) Se log 2 = x e log 3 = y, então log 288 é

a) 2x + 5y.
b) 5x + 2y.
c) 10xy.
d) $x^2 + y^2$.
e) $x^2 - y^2$.

9. Fácil

C5:H21 (UFJF-2017) Sejam a, b, c e d números reais positivos, tais que $\log_b a = 5$, $\log_b c = 2$ e $\log_b d = 3$. O valor da expressão $\log_c \frac{a^2b^5}{d^3}$ é igual a:

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4
e) 0

10. Fácil

C5:H22 (UFRGS-2018) Leia o texto abaixo sobre terremotos.

Magnitude é uma medida quantitativa do tamanho do terremoto. Ela está relacionada com a energia sísmica liberada no foco e também com a amplitude das ondas registradas pelos sismógrafos. Para cobrir todos os tamanhos de terremotos, desde os microtremores de magnitudes negativas até os grandes terremotos com magnitudes superiores a 8.0, foi idealizada uma escala logarítmica, sem limites. No entanto, a própria natureza impõe um limite superior a esta escala, já que ela está condicionada ao próprio limite de resistência das rochas da crosta terrestre. Magnitude e energia podem ser relacionadas pela fórmula descrita por Gutenberg e Richter em 1935: log(E) = 11,8 + 1,5M onde: E = energia liberada em Erg; M = magnitude do terremoto.

Disponível em: http://iag.usp.br. Acesso em: 20 set. 2017.

Sabendo que o terremoto que atingiu o México em setembro de 2017 teve magnitude 8,2, assinale a alternativa que representa a melhor aproximação para a energia liberada por esse terremoto, em Erg.

a) 13,3
b) 20
c) 24
d) 10^{24}
e) 10^{28}

11. Fácil

C5:H22 (FEI) O lucro mensal, em reais, de uma empresa é expresso pela lei $L(t) = 2000 \cdot (1,2)^t$, sendo L(t) o lucro após t meses. Das alternativas abaixo, a que indica o tempo necessário (em meses) para que o lucro seja de R$ 36.000,00 é:

a) $t = \frac{\log 36}{\log 1,2}$
b) $t = \frac{\log 1,2}{\log 18}$
c) $t = \frac{\log 18}{\log 1,2}$
d) $t = \frac{\log 36}{\log 2}$
e) $t = \frac{\log 2}{\log 36}$

12. C5:H21 (Unifesp) Uma das raízes da equação $2^{2x} - 8 \cdot 2^x + 12 = 0$ é $x = 1$. A outra raiz é:

a) $1 + \log_{10}\left(\frac{3}{2}\right)$

b) $1 + \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}$

c) $\log_{10} 3$

d) $\frac{\log_{10} 6}{2}$

e) $\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right)$

13. C5:H21 (FGV) Admita que oferta (S) e demanda (D) de uma mercadoria sejam dadas em função de x real pelas funções $S(x) = 4^x + 2^{x+1}$ e $D(x) = -2^x + 40$. Nessas condições, a oferta será igual à demanda para x igual a:

a) $\frac{1}{\log 2}$

b) $\frac{2\log 3}{\log 2}$

c) $\frac{\log 2 + \log 3}{\log 2}$

d) $\frac{1 - \log 2}{\log 2}$

e) $\frac{\log 3}{\log 2}$

14. C5:H21 (FGV) Adotando o valor 0,30 para log 2, a raiz da equação $2^{3x-6} = 5^{1-x}$, arredondada para duas casas decimais, é:

a) 1,32
b) 1,44
c) 1,56
d) 1,65
e) 1,78

15. C5:H21 (FGV) A tabela abaixo fornece os valores dos logaritmos naturais (na base e) dos números inteiros de 1 a 10. Ela pode ser usada para resolver a equação exponencial $3^x = 24$, encontrando-se, aproximadamente:

x	ln (x)
1	0,00
2	0,69
3	1,10
4	1,39
5	1,61
6	1,79
7	1,95
8	2,08
9	2,20
10	2,30

a) 2,1
b) 2,3
c) 2,5
d) 2,7
e) 2,9

16. C5:H21 (Unesc-2019) Dado $\log_x A = 2 \log_x m + \log_x n$, calcule A em função de *m* e *n*.

a) $A = m^2n$
b) $A = m + n$
c) $A = 2mn$
d) $A = 2m + n$
e) $A = m^2 + n$

17. C5:H21 (UFRGS-2019) O valor de $E = \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \ldots + \log\left(\frac{999}{1000}\right)$ é

a) −3.
b) −2.
c) −1.
d) 0.
e) 1.

18. C5:H21 (UFMS-2018) Leia o texto seguinte:

"O estudo dos logaritmos configura-se como um dos principais temas abordados na 1ª série do Ensino Médio. Isso se deve ao fato de que muitos fenômenos naturais podem ser modelados usando a função logarítmica. O que ocorre é que muitos discentes concluem o Ensino Médio sem conseguir perceber a importância que esse tema tem na modelagem de fenômenos. As funções exponenciais e logarítmicas são importantes nesse estudo, pois são usadas para descrever muitos fenômenos, sendo aplicado na matemática financeira, crescimento populacional, etc.".

Silva, Josiel Pereira da. *Logaritmos e aplicações.*

De fato, quando eram inexistentes as calculadoras portáveis e de mesa, a chamada Tábua de logaritmos era de presença certa nas mesas de financistas bancários, contabilistas, etc. O uso das propriedades dos logaritmos diminui o nível de complexidade das operações: potências são resolvidas com produtos; radiciações, com divisões; produtos, com adições; e divisões, com subtrações.

Considere, então, que x e y sejam números reais positivos e **a** um número real positivo não unitário. Analise as afirmações seguintes:

I. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
II. $\log_a x^n = n \cdot \log_a x \ (n \in \mathbb{R})$
III. $\log_a (x - y) = \log_a x - \log_a y$

Com base no texto anterior e em seus conhecimentos, é correto afirmar que:

a) todas as afirmações são corretas.
b) nenhuma das afirmações é correta.
c) apenas a afirmação III é falsa.
d) apenas a afirmação I é verdadeira.
e) apenas a afirmação II é falsa.

19. C5:H21 (UECE-2019) Para cada número natural n, defina $x_n = \log(2^n)$, onde log(z) representa o logaritmo de **z** na base 10. Assim, pode-se afirmar corretamente que $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_8$ é igual a

a) $6x_8$.
b) $8x_4$.
c) $8x_6$.
d) $9x_4$.

20. C5:H21 (ITA-2020) Sejam x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e x_6 números reais tais que $2^{x_1} = 4; 3^{x_2} = 5; 4^{x_3} = 6; 5^{x_4} = 7; 6^{x_5} = 8$ e $7^{x_6} = 9$. Então o produto $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6$ é igual a

a) 6.
b) 8.
c) 10.
d) 12.
e) 14.

21. C5:H22 (UERJ-2016) Admita que a ordem de grandeza de uma medida x é a potência de base 10, com expoente n inteiro, para $10^{n-\frac{1}{2}} \leq x < 10^{n+\frac{1}{2}}$. Considere que um terremoto tenha liberado uma energia E, em joules, cujo valor numérico é tal que $\log_{10} E = 15{,}3$. A ordem de grandeza de E, em joules, equivale a:

a) 10^{14}
b) 10^{15}
c) 10^{16}
d) 10^{17}

22. C5:H23 (FGV-2017) Estima-se que, daqui a t semanas, o número de pessoas de uma cidade que ficam conhecendo um novo produto seja dado por $N = \frac{20\,000}{1+19(0,5)^t}$. Daqui a quantas semanas o número de pessoas que ficam conhecendo o produto quintuplica em relação ao número dos que o conhecem hoje?

a) $\frac{\log 19 - \log 5}{1 - \log 5}$

b) $\frac{\log 19 - \log 4}{1 - \log 5}$

c) $\frac{\log 19 - \log 7}{1 - \log 5}$

d) $\frac{\log 19 - \log 3}{1 - \log 5}$

e) $\frac{\log 19 - \log 6}{1 - \log 5}$

23. C5:H23 (UEMA-2018) Analise os dados abaixo para responder à questão.

A sigla pH é utilizada para representar o potencial hidrogeniônico presente em uma determinada solução ou mistura e é definida como (pH = –log [H^+]). Esse potencial refere-se à quantidade de íons hidrônio (H^+ ou H_3O^+) presentes no meio indicando a sua acidez (pH < 7); basicidade (pH > 7) ou neutralidade (pH = 7).

A tabela a seguir apresenta valores de pH e [H^+] de bebidas conhecidas.

Bebidas	pH	H^+ (mol L^{-1})
Café	3,5	$3{,}2 \times 10^{-4}$
Refrigerante de cola	2,4	$4{,}0 \times 10^{-3}$
Suco de laranja	3,6	$2{,}5 \times 10^{-4}$
Leite	6,5	$3{,}2 \times 10^{-6}$
Água	7,0	$1{,}0 \times 10^{-7}$
Cerveja	4,5	$3{,}2 \times 10^{-5}$

Com base nas informações e nos dados contidos na tabela, pode-se afirmar que

a) a cerveja é mais ácida comparada com o café.

b) quanto mais ácida for a bebida maior será o pH.

c) o refrigerante de cola é a bebida com menor [H^+].

d) quanto maior for a concentração de [H^+] maior será o pH.

e) o suco de laranja possui maior quantidade de [H^+] comparado ao leite.

24. C5:H23 (Unesp-2019) Um banco estabelece os preços dos seguros de vida de seus clientes com base no índice de risco do evento assegurado. A tabela mostra o cálculo do índice de risco de cinco eventos diferentes.

Evento (E)	Risco de morte (1 em n mortes)	log n	Índice de risco de E (10 – log n)
Atingido por relâmpago	1 em 2 000 000	6,3	3,7
Afogamento	1 em 30 000	4,5	5,5
Homicídio	1 em 15 000	4,2	5,8
Acidente de motocicleta	1 em 8 000	3,9	6,1
Doenças provocadas pelo cigarro	1 em 800	2,9	7,1

Sabe-se que, nesse banco, o índice de risco de morte pela prática do evento BASE jumping é igual a 8.

Praticante de BASE jumping

(https://pt.wikipedia.org)

O risco de morte para praticantes desse esporte, segundo a avaliação do banco, é de

a) 2,5%.

b) 2%.

c) 1%.

d) 1,5%.

e) 0,5%.

25. C5:H23 (UFU-2017) Um indivíduo com uma grave doença teve a temperatura do corpo medida em intervalos curtos e igualmente espaçados de tempo, levando a equipe médica a deduzir que a temperatura corporal *T* do paciente, em cada instante *t*, é bem aproximada pela função $T = 36 \cdot 10^{\frac{t}{100}}$, em que *t* é medido em horas, e *T* em graus Celsius. Quando a temperatura corporal deste paciente atingir os 40 °C, a equipe médica fará uma intervenção, administrando um remédio para baixar a temperatura.

Nestas condições, quantas horas se passarão desde o instante t = 0 até a administração do remédio? Utilize log 9 = 0,95.

a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

26. C5:H23 (FGV-2019) Estima-se que o número de elementos de uma população cresça exponencialmente a uma taxa anual de 20% a partir de hoje.

Daqui a quantos anos ela terá crescido 900% em relação ao número de elementos de hoje?

Observação:

Uma população cresce exponencialmente, a uma taxa anual t, quando daqui a x anos o seu número de elementos é $Y = N(1 + t)^x$, em que N é o número de elementos de hoje.

Resolva adotando para log 2 e log 3 os valores 0,3 e 0,48, respectivamente.

a) 12,1

b) 12,5

c) 13,3

d) 12,9

e) 13,7

27. C5:H22 (Enem-2016) Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador tsunami no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por

$$M = \frac{2}{3}\log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

sendo E a energia, em kWh, liberada pelo terremoto e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

Disponível em: www.terra.com.br. Acesso em: 15 ago. 2013 (adaptado).

Qual a relação entre E_1 e E_2?

a) $E_1 = E_2 + 2$

b) $E_1 = 10^2 \cdot E_2$

c) $E_1 = 10^3 \cdot E_2$

d) $E_1 = 10^{\frac{9}{7}} \cdot E_2$

e) $E_1 = \frac{9}{7} \cdot E_2$

28. Médio

C5:H23 (UFPR-2019) Um tanque contém uma solução de água e sal cuja concentração está diminuindo devido à adição de mais água. Suponha que a concentração Q(t) de sal no tanque, em gramas por litro (g/l), decorridas t horas após o início da diluição, seja dada por

$$Q(t) = 100 \times 5^{-0,3t}$$

Assinale a alternativa que mais se aproxima do tempo necessário para que a concentração de sal diminua para 50 g/l. (Use log 5 = 0,7)

a) 4 horas e 45 minutos.

b) 3 horas e 20 minutos

c) 2 horas e 20 minutos

d) 1 hora e 25 minutos.

e) 20 minutos.

29. Difícil

C5:H21 (UFSCar) Adotando log 2 = a e log 3 = b, o valor de $\log_{1,5} 135$ é igual a:

a) $\frac{3ab}{b-a}$

b) $\frac{2b-a+1}{2b-a}$

c) $\frac{3b-a}{b-a}$

d) $\frac{3b+a}{b-a}$

e) $\frac{3b-a+1}{b-a}$

30. Difícil

C5:H21 (Mackenzie) Considerando que $x - y = \sqrt[3]{3}$ e $x + y = \sqrt{3}$, o valor de $\log_3 (x^2 - y^2)$ é:

a) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\frac{2}{5}$

c) $\sqrt{3}$

d) $\frac{3}{2}$

e) $\frac{5}{6}$

31. Difícil

C5:H21 (UFMT) O quadro abaixo apresenta o valor do logaritmo de 2 e 3 nas bases 2, 3 e 6.

	Base do logaritmo		
Logaritmando	2	3	6
2	a	b	c
3	d	e	f

A partir dessas informações, é correto afirmar que

a) $d = \frac{1}{c} - 1$

b) $a = 2e$

c) $c = \frac{b}{f}$

d) $d = 1 - \frac{1}{c}$

e) $b = \frac{f}{c}$

32. Difícil

C5:H21 (Mackenzie) Supondo log 2 = 0,3, o valor de $\frac{2^{-5} \cdot \sqrt[3]{10^2}}{\sqrt[6]{10}}$ é:

a) $10^{\frac{1}{2}}$

b) $10^{\frac{3}{2}}$

c) 32

d) $\frac{1}{32}$

e) $\frac{1}{10}$

33. Difícil

C5:H22 (PUC Minas) O volume de determinado líquido volátil, guardado em um recipiente aberto, diminuiu à razão de 15% por hora. Com base nessas informações, pode-se estimar que o tempo, em horas, necessário para que a quantidade desse líquido fique reduzida à quarta parte do volume inicial é:

(Use $\log_{10} 5 = 0,7$ e $\log_{10} 17 = 1,2$.)

a) 4

b) 5

c) 6

d) 7

34. Difícil

C5:H21 (UFMG) Numa calculadora científica, ao se digitar um número positivo qualquer e, em seguida, se apertar a tecla *log*, aparece, no visor, o logaritmo decimal do número inicialmente digitado.

Digita-se o número 10 000 nessa calculadora e, logo após, aperta-se, *n* vezes, a tecla *log*, até aparecer um número negativo no visor.

Então, é correto afirmar que o número *n* é igual a:

a) 2

b) 3

c) 4

d) 5

35. Difícil

C5:H21 (Fuvest-2016) Use as propriedades do logaritmo para simplificar a expressão

$$S = \frac{1}{2 \cdot \log_2 2016} + \frac{1}{5 \cdot \log_3 2016} + \frac{1}{10 \cdot \log_7 2016}$$

O valor de S é

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{7}$

e) $\frac{1}{10}$

36. Difícil

C5:H21 (FGV-2018) O valor do número real *b* para o qual a igualdade $\frac{11}{\log_2 x} + \frac{1}{2\log_{25} x} - \frac{3}{\log_8 x} = \frac{1}{\log_b x}$ é verdadeira para todo $x > 0$ e $x \neq 1$ é

a) 20.

b) 50.

c) 100.

d) 250.

e) 400.

EXT21_3_MAT_A_13

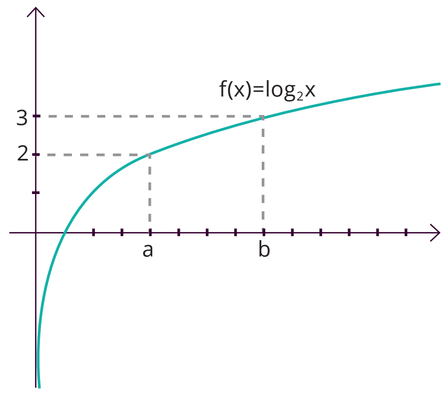
PG22LP413SDM0_MIOLO_EXT22_3_MAT_LP.indb 229 08/03/2022 17:35:49

Sistematização

1. Determine o domínio da função logarítmica $f(x) = \log_{(2+x)}(2x - 6)$.

2. Determine o domínio da função $f(x) = \log_x (x^2 - 6x + 8)$.

3. Observe a representação da função logarítmica $f(x) = \log_2 x$. Utilizando as informações apresentadas na figura, determine o valor de $\log_2 (a \cdot b)$.



4. Resolva as equações exponenciais, recorrendo aos logaritmos para determinar o conjunto solução em cada item.

a) $6^x = 5$

b) $4^x = \frac{1}{3}$

c) $3^{\sqrt{x}} = 2$

d) $2^{3x-1} = 3$

e) $7^{3x-2} = 4$

5. Apresente o conjunto solução das equações logarítmicas a seguir.

a) $\log_6 (2x + 4) = 1$

b) $\log_{0,5} (5 - 2x) = 0$

c) $\log (x^2 - 7x + 13) = 0$

d) $\log_3 (x + 1)^2 = 2$

e) $\log_2 (x^2 + 8x + 4) = 2$

f) $\log_9 (x^2 - 5x + 3) = 0,5$

6. Resolva as equações logarítmicas a seguir, validando a condição de existência.

a) $\log_5 (3x - 5) = \log_5 (2x - 2)$

b) $\log_2 (5x + 5) = \log_2 (3x + 6)$

c) $\log_3 (x^2 - 5x + 6) = \log_3 (x^2 - 6x + 8)$

d) $\log (3x^2 - 13x + 15) = \log (2x^2 - 5x + 3)$

e) $\ln (x^2 - 4) = \ln (5x - 8)$

f) $\log_{\frac{1}{3}}(5x^2 - 8x + 10) = \log_{\frac{1}{3}}(3x^2 + 4x - 8)$

7. Resolva a equação logarítmica $\log(x + 5) - \log (x - 4) = 1 - \log (x - 6)$.

8. Determine o valor de **x** que satisfaz a equação $\log_3 (x + 1) + \log_3 (x - 7) = 2$.

9. Qual é o conjunto solução da equação $\log_2 (5x - 2) - \log_2 x - \log_2 (x - 1) = 2$?

10. Apresente o conjunto solução da equação $\log_{\frac{1}{2}}(3x+2)^2 = \log_{\frac{1}{2}}(2x-3)^2 - 4$.

11. As equações logarítmicas a seguir precisam ser resolvidas por meio do artifício da substituição. Substitua o logaritmo convenientemente e as resolva.

a) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x - 2 = 0$

b) $\log x \cdot (\log x - 1) = 12$

c) $\frac{1}{5 - \log x} = 1 - \frac{2}{1 + \log x}$

d) $(\log_3 x)^2 + \log_3 x - 6 = 0$

e) $(\log_2 x)^2 - 3 \log_2 x = 0$

f) $\log_5 x - \frac{2}{\log_5 x - 1} = 0$

g) $\log_2 x + \frac{3}{\log_2 x - 2} = 6$

12. Determine o conjunto solução da equação $\log_x 2 + \log_{16} x = \frac{5}{4}$.

13. Qual é o conjunto solução da equação $\log_2 x + \log_4 2x + \log_8 4x = \frac{17}{2}$?

14. Resolva as inequações logarítmicas:

a) $\log_3 (x - 3) < 2$

b) $\log_4 (2x + 10) \geq 2$

c) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5) < -2$

d) $\log_{0,2} 3 + \log_{0,2} (x - 1) < \log_{0,2} 6$

e) $\log_3 2 + \log_3 (x + 1) \leq 1$

f) $2\log_{\frac{1}{3}} x > \log_{\frac{1}{3}} 2 + \log_{\frac{1}{3}} x$

g) $\log_2 (x^2 + 2x - 8) - \log_2 (x - 1) > 2$

15. Dado o sistema $\begin{cases} 3^{2x-2y} = 81 \\ \log x - \log y = \log 3 \end{cases}$, calcule x + y.

16. Em Química, o pH de uma solução é definido como o logaritmo decimal do inverso da respectiva concentração de H_3O^+, ou seja, $pH = \log\left[\frac{1}{H_3O^+}\right]$. No corpo humano, há um líquido cuja concentração de H_3O^+ é $4,8 \cdot 10^{-8}$ mol/L. Qual será o pH desse líquido? (Use $\log 2 = 0,30$ e $\log 3 = 0,48$).

a) 8,68

b) 8,28

c) 8,22

d) 7,32

e) 7,22

17. O altímetro dos aviões é um instrumento que mede a pressão atmosférica e transforma o resultado obtido em altitude. A altitude **h**, acima do nível do mar, em km, detectada pelo altímetro de um avião, é dada em função da pressão atmosférica **p**, em atm, por $h(p) = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{p}\right)$. Utilizando $\log 2 = 0,30$, calcule a altitude de um avião no momento em que a pressão detectada pelo altímetro acusou 0,4 atm.

a) 14 km.

b) 12 km.

c) 10 km.

d) 8 km.

e) 6 km.

EXT21_3_MAT_A_14

PG22LP413SDM0_MIOLO_EXT22_3_MAT_LP.indb 237 08/03/2022 17:36:58

Enem e vestibulares

1. Fácil

C5:H21 (UEG-2019) Sendo $f(x) = \log_{x-1} x^2 + 1$, então

a) $x < -1$ e $x \neq 2$
b) $x < 1$
c) $-1 \leq x < 1$
d) $x > 1$
e) $x > 1$ e $x \neq 2$

2. Fácil

C5:H21 (PUC Minas) Na função $y = 3^{\log_2 (2x-1)}$, o valor de x para o qual $y = 27$ é:

a) 1,5
b) 2,5
c) 3,5
d) 4,5

3. Fácil

C5:H21 (Unicamp-2016) A solução da equação na variável x, $\log_x (x + 6) = 2$ é um número

a) primo.
b) par.
c) negativo.
d) irracional.

4. Fácil

C5:H21 (EsPCEx-2018) A equação $\log_3 x = 1 + 12\log_{x^2} 3$ tem duas raízes reais. O produto dessas raízes é:

a) 0.
b) $\frac{1}{3}$.
c) $\frac{3}{2}$.
d) 3.
e) 9.

5. Fácil

C5:H21 (UFRGS-2018) Se $\log_3 x + \log_9 x = 1$, então o valor de x é

a) $\sqrt[3]{2}$.
b) $\sqrt{2}$.
c) $\sqrt[3]{3}$.
d) $\sqrt{3}$.
e) $\sqrt[3]{9}$.

6. Fácil

C5:H21 (PUC Minas) Se $\log_a 3 > \log_a 5$, então:

a) $a < -1$
b) $a > 3$
c) $-1 < a < 0$
d) $0 < a < 1$

7. Fácil

C5:H21 (EsPCEx) O conjunto solução da inequação $\log_{\frac{1}{2}} (\log_3 x) > 0$ é:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} / 1 < x < 3\}$
b) $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 1\}$
c) $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 1 \text{ ou } x > 3\}$
d) $S = \{x \in \mathbb{R} / x > 3\}$
e) $S = \{x \in \mathbb{R} / x < 2 \text{ ou } x > 3\}$

8. Fácil

C5:H21 (Mackenzie) Assinale, dentre os valores abaixo, um possível valor de x tal que $\log_{\frac{1}{4}} x > \log_4 7$.

a) $\frac{1}{14}$
b) $\frac{14}{15}$
c) $\frac{1}{5}$
d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
e) $\frac{3}{5}$

9. Fácil

C5:H21 (URCA-2020) O conjunto solução da inequação $\log_{\frac{1}{10}} x^2 > \log_{\frac{1}{10}} (2x - 1)$ em $\mathbb{R}$ é:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\}$
b) $S = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 1\}$
c) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 1\}$
d) $S = \left\{x \in \mathbb{R} / x > \frac{1}{2}\right\}$
e) $S = \varnothing$

10. Fácil

C5:H21 (Fuvest) Tendo em vista as aproximações $\log_{10} 2 = 0{,}30$ e $\log_{10} 3 = 0{,}48$, então o maior número inteiro n, satisfazendo $10^n \leq 12^{418}$, é igual a:

a) 424
b) 437
c) 443
d) 451
e) 460

11. Médio

C5:H21 (FEI) Se $\log_2 (x + 112) = \log_2 x + 3$, então $\log_4 x$ é:

a) 2
b) 1
c) 4
d) $\frac{1}{2}$
e) $\frac{1}{4}$

12. Médio

C5:H21 (UECE) Se os números p e q são as soluções da equação $(2 + \log_2 x)^2 - \log_2 x^9 = 0$, então o produto $p \cdot q$ é igual a:

a) 16
b) 32
c) 36
d) 48

13. Médio

C5:H21 (FATEC-SP) A soma dos valores reais de x que satisfazem a equação $3 \log_8^2 x = \log_2 x$ é:

a) 0
b) 1
c) 3
d) 7
e) 9

14. Médio

C5:H21 (FEI) Resolvendo a equação $\log_5 (x^2 - x + 6) - \log_5 (2x + 1) = \log_5 (x - 2)$, podemos afirmar que o conjunto solução contém um número:

a) par.
b) múltiplo de 7.
c) negativo.
d) primo.
e) divisível por 5.

15. Médio

C5:H21 (EsPCEx-2017) Resolvendo a equação $\log_3(x^2 - 2x - 3) + \log_{\frac{1}{3}}(x-1) = \log_3 (x + 1)$, obtém-se

a) $S = \{-1\}$.
b) $S = \{4, 5\}$.
c) $S = \{6\}$.
d) $S = \varnothing$.
e) $S = \{4\}$.

16. Médio

C5:H21 (Fuvest) Se (x, y) é solução do sistema $\begin{cases} 2^x \cdot 4^y = \dfrac{3}{4} \\ y^3 - \dfrac{1}{2}xy^2 = 0 \end{cases}$ pode-se afirmar que:

a) $x = 0$ ou $x = -2 - \log_2 3$
b) $x = 1$ ou $x = 3 + \log_2 3$
c) $x = 2$ ou $x = -3 + \log_2 3$
d) $x = \dfrac{\log_2 3}{2}$ ou $x = -1 + \log_2 3$
e) $x = -2 + \log_2 3$ ou $x = -1 + \dfrac{\log_2 3}{2}$

17. Médio

C5:H21 (Fuvest-2017) Considere as funções $f(x) = x^2 + 4$ e $g(x) = 1 + \log_{\frac{1}{2}} x$, em que o domínio de f é o conjunto dos números reais e o domínio de g é o conjunto dos números reais maiores do que 0. Seja $h(x) = 3 \cdot f(g(x)) + 2g(f(x))$ em que $x > 0$. Então h(2) é igual a:

a) 4
b) 8
c) 12
d) 16
e) 20

18. Médio

C5:H21 (UFMS-2020) Qual a condição sobre *a* para o gráfico da função $2x^2 - 4x - \log_{0,5} a$ não interceptar o eixo das abscissas?

a) $a > \dfrac{1}{8}$.
b) $a > 4$.
c) $0 < a < 8$.
d) $4 < a < 8$.
e) $a > \dfrac{1}{4}$.

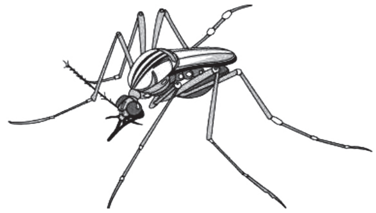
19. Médio

C5:H21 (UFRGS-2019) Dadas as funções reais de variável real f e g, definidas por $f(x) = -\log_2 (x)$ e $g(x) = x^2 - 4$, pode-se afirmar que $f(x) = g(x)$ é verdadeiro para um valor de x localizado no intervalo

a) [0; 1]
b) [1; 2]
c) [2; 3]
d) [3; 4]
e) [4; 5]

20. Médio

C5:H22 (UFAM-2015) Com o objetivo de combater a proliferação do mosquito transmissor da dengue, estão sendo produzidos em laboratório *aedes aegyptis* machos geneticamente modificados.



Eles possuem dois genes adicionais. Quando são soltos se reproduzem com fêmeas que vivem livres na natureza. Depois de cruzar elas vão produzir ovos, que se transformam em larvas e pupas, mas toda a nova geração de mosquitos vai morrer antes de se reproduzir. Com o passar do tempo, a população de *aedes aegypti* diminuirá drasticamente.

Supondo que em um determinado bairro após a soltura destes mosquitos modificados, a diminuição da população de *aedes aegypti* se dá segundo a função $N(t) = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{5}}$, onde N_0 indica a população inicial de mosquitos ($t = 0$) e *t* o tempo medido em meses.

O tempo necessário para que a população de *aedes aegypti* neste bairro se reduza à metade é de:

Obs. Considere ln 2 = 0,7.

a) 2 meses
b) 2 meses e meio
c) 3 meses
d) 3 meses e meio
e) 4 meses

21. Médio

C5:H23 (FGV-2018) Em determinado estado, a quantidade máxima de álcool no sangue, permitida para dirigir, é 0,06 miligrama por ml de sangue.

Logo após ingerir um copo cheio de certa bebida alcoólica, a quantidade de álcool no sangue de uma pessoa sobe para 0,3 miligrama por ml de sangue.

Suponha que a quantidade de álcool no sangue desta pessoa decresça exponencialmente com o tempo de forma que, a cada hora, a quantidade de álcool por ml se reduza à metade, isto é, $Q(x) = 0,3 \cdot (0,5)^x$, em que *x* é a variável tempo medido em horas a partir de zero (momento da ingestão da bebida) e *Q(x)* é a quantidade de álcool no sangue no momento *x*.

Depois de quanto tempo, após o consumo da bebida, a pessoa poderá voltar a dirigir?

Adote para log 2 o valor 0,3.

a) 125 minutos.
b) 130 minutos.
c) 140 minutos.
d) 120 minutos
e) 135 minutos.

22. Médio

C5:H22 (UFU-2019) Um mestre em caratê abriu uma academia há alguns anos e registrou a quantidade de alunos que frequentava seu estabelecimento. A primeira turma era formada por 6 alunos e, a cada ano, esse número dobrava. A seguinte função exponencial descreve a quantidade de alunos que esta academia possui anualmente $y = f(x) = c \cdot e^{bx}$, em que *y* é a quantidade de alunos que frequentou no ano *x* e *b* e *c* são constantes reais.

Baseando-se nas informações apresentadas, os valores das constantes são:

a) $b = \dfrac{1}{2}\ln 2$ e $c = 6$.
b) $b = \ln 4$ e $c = 6$.
c) $b = \ln 2$ e $c = 3$.
d) $b = \ln 4$ e $c = 3$.

MATEMÁTICA • FRENTE A

EXT21_3_MAT_A_14

PG22LP413SDM0_MIOLO_EXT22_3_MAT_LP.indb 239 08/03/2022 17:37:42