

Gráfico de Caras de Chernoff:

En la figura siguiente es posible observar como las facciones se ven alteradas por cada tipo de droga en estudio, además de apreciar agrupaciones según el color y forma de las facciones similares entre si.

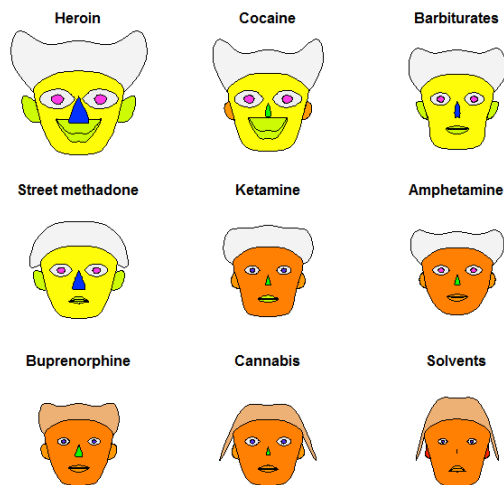


Gráfico de Estrellas y Rayos:

Similar a la gráfica anterior, pero en esta podemos ver como cada sección coloreada entorno a los 360 del círculo representan una característica de la observación.

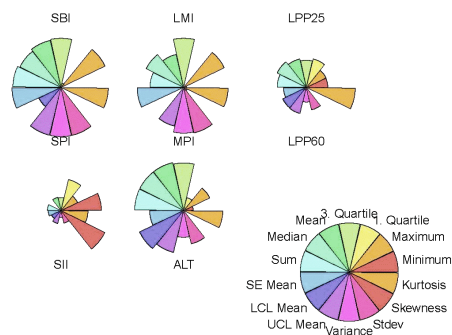
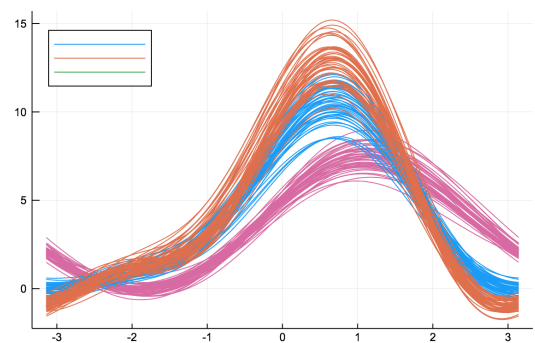
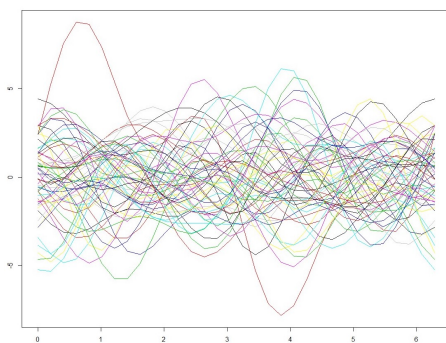


Gráfico de Andrews:

Por medio de la transformada de cada observación podemos detectar observaciones muy atípicas de un conjunto diverso, al igual que conjunto de observaciones similares, en función de cierta característica particular, como se muestra a continuación:



Distribución de Wishart

Esta distribución corresponde a una generalización multidimensional de la distribución χ^2 ; es de utilidad para analizar la matriz de varianzas-covarianzas de un vector aleatorio con distribución Normal Multivariante. Considerando notación previa, se tiene que:

Sea $A = (n - 1)S^2$ una forma cuadrática pxp definida positiva, donde $\vec{X}_i \sim N(0, \Sigma)$, entonces $A \sim W_p(\Sigma, n)$ la cual posee la siguiente función de densidad de parámetros (n, Σ) , con $n > p - 1$:

$$W(A; \Sigma, n) = \frac{|A|^{\frac{n-p-1}{2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \text{traza}(A\Sigma^{-1})\right\}}{2^{\frac{np}{2}} \cdot \pi^{\frac{p(p-1)}{4}} |\Sigma|^{\frac{n}{2}} \prod_{i=1}^p \Gamma\left(\frac{n+1-i}{2}\right)}$$

A continuación se destacan sus parámetros poblacionales y sus principales propiedades:

■ Parámetros poblacionales:

- $\mathbb{E}[A] = n\Sigma$.
- $\text{moda}(A) = (n - p - 1)\Sigma$, para $n \geq p + 1$.
- $\mathbb{V}[A] = n(\sigma_{ij}^2 + \sigma_{ii} \cdot \sigma_{jj})$ $i, j = \{1, \dots, p\}$.

■ Propiedades:

- Si C una matriz constante, $CAC^t \sim W_n(CAC^t, C\Sigma C^t)$.
- Considerando k poblaciones multivariantes p -dimensionales que siguen una distribución $N(0, \Sigma)$, se tiene A_1, \dots, A_k tienen distribución Wishart las cuales son independientes entre si, de parámetros (Σ, n_i) con $i = \{1, \dots, k\}$, por lo que se tiene que:

$$A = \sum_{i=1}^k A_i \sim W_{n-k}(A, \Sigma) \text{ , donde } n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

T² de Hotelling

Corresponde a una prueba que sirve para definir dójimas y regiones de confianza para la media de distribuciones normales, y es una de las principales aplicaciones de la distribución de Wishart.

Considerando un vector aleatorio $\vec{X} \sim N_p(\vec{\mu}, \Sigma)$ y $S = \frac{A}{n-1}$, se tiene que la estandarización cuadrática del vector (T^2) es:

$$T^2 = \left(\vec{X} - \vec{\mu}\right)^t S^{-1} \left(\vec{X} - \vec{\mu}\right)$$

La cual sigue la siguiente distribución:

$$\frac{n-p}{p(n-1)} T^2 \sim F_{(p, n-p)}$$

Nota: Esta expresión solo depende de las dimensiones (p, n) y no de los parámetros $(\vec{\mu}, \Sigma)$.