

Exercices chapitre 2

Version du 11 janvier 2015
CC-BY-SA Olivier Cleynen — thermo.ariadacapo.net

2.1 Évolutions simples

(un exercice simplement destiné à mettre en pratique les conventions de signe et le vocabulaire du cours)

Une masse de 400 g d'eau est placée dans un réservoir hermétique. Elle suit une évolution pendant laquelle elle reçoit 50 kJ kg^{-1} de chaleur et voit son énergie interne augmenter de 4 kJ.

1. A-t-elle reçu ou fourni du travail, et en quelle quantité ?

On fournit ensuite à cette même masse un travail de 800 J de manière adiabatique.

2. Quelle est la variation de son énergie interne spécifique ?

2.2 Évolutions arbitraires d'un gaz en laboratoire

Une masse de 80 g d'hélium est contenue dans un cylindre de $0,04 \text{ m}^3$. Le gaz est d'abord refroidi de façon réversible à pression constante jusqu'à $0,02 \text{ m}^3$ et 2 bar ; puis réchauffé à volume constant jusqu'à 4 bar.

1. Tracez l'évolution sur un diagramme pression-volume.
2. Quel est le travail fourni ou reçu par le gaz ?

2.3 Suspension pneumatique de camion

Le système de suspension pneumatique d'une remorque de camion peut être modélisée avec un cylindre d'air. Lorsque la remorque est chargée, le piston fixé à la remorque descend à l'intérieur du cylindre qui est fixé à l'arbre des roues, écrasant l'air qui y est prisonnier (figure 2.19).

Dans un premier temps on charge le camion très progressivement. L'air à l'intérieur du cylindre ne perd ni reçoit de chaleur. Ses caractéristiques évoluent alors selon la relation $p v^{1,4} = 5,438 \cdot 10^4$ (en unités SI).

La compression commence à $p_A = 2,5 \text{ bar}$. Lorsque le chargement est terminé, la pression est montée à $p_B = 10 \text{ bar}$.

1. Représentez l'évolution du gaz pendant le chargement sur un diagramme pression-volume, de façon qualitative (c'est-à-dire sans représenter les valeurs numériques).
2. Le travail effectué par une force \vec{F} sur un déplacement \vec{l} s'exprime selon

$$W \equiv \vec{F} \cdot \vec{l} \quad (1/11)$$

À partir de cette équation, exprimez le travail effectué sur un corps de masse fixe en fonction de son volume spécifique et de sa pression interne.

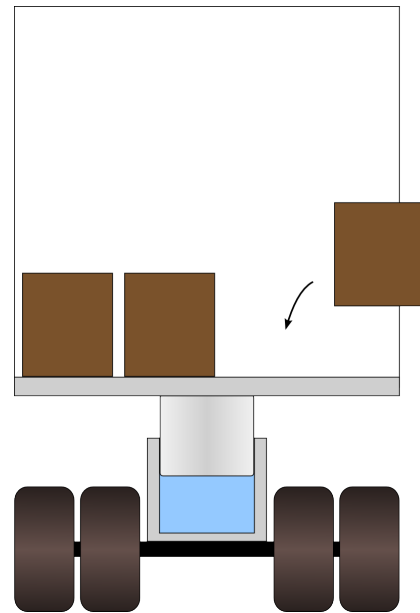


FIGURE 2.19 – Modélisation schématique d'un système de suspension pneumatique de camion. Le piston, au centre, comprime une masse d'air (en bleu) lorsque la remorque est chargée.

schéma CC-0 o.c.

3. Combien d'énergie le gaz a-t-il reçu pendant le chargement ?
4. Quelle énergie le gaz fournirait-il en retour si le camion était déchargé très progressivement ?

On décharge brutalement le camion et le piston remonte rapidement jusqu'à ce que la pression finale redescende à sa valeur initiale.

4. Représentez l'évolution sur le diagramme pression-volume précédent, de façon qualitative.
5. Que peut-on faire pour ramener le gaz à l'état exact où il était avant le chargement ?

2.4 Compresseur à air

Dans un petit compresseur à air (figure 2.20), un piston comprime lentement et sans frottement une masse fixe d'air. Le cylindre est muni d'aubes, qui permettent de dissiper de la chaleur. Ainsi, la compression se fait à énergie interne constante.

On dépense, pour la compression de l'air, un travail de 150 kJ kg^{-1} .

1. Quel est le transfert de chaleur pendant la compression ?

Avant de commencer la compression, l'air est à pression et masse volumique atmosphériques (1 bar ; $1,2 \text{ kg m}^{-3}$). Le diamètre du cylindre est de 5 cm et sa profondeur intérieure est de 15 cm.

2. Quelle est la masse d'air incluse dans le cylindre ?

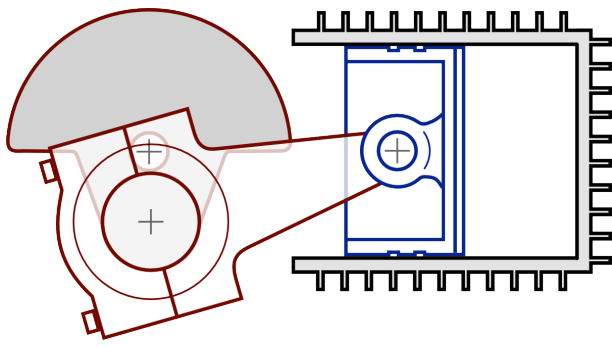


FIGURE 2.20 – Schéma de coupe d'un petit compresseur à air à piston. Les soupapes d'admission et de sortie ne sont pas représentées.

Schéma CC-BY-SA Christophe Dang Ngoc Chan & Olivier Cleynen

Pendant la compression, on observe que la pression et le volume spécifique sont liés par la relation $p v = k$ (où k est une constante).

3. À quelle pression va-t-on pouvoir mener l'air à la fin de la compression ?

2.5 Cycle d'un moteur à essence

On souhaite étudier le fonctionnement d'un moteur à essence à quatre cylindres (figure 2.21). Comme tous les moteurs thermiques alternatifs, il dégage du travail en faisant varier la pression et le volume de petites quantités d'air emprisonnées dans ses cylindres. Nous simplifions ici les détails de son fonctionnement pour le réduire au cas idéal, dans lequel les évolutions sont toutes réversibles.

Le moteur a pour cylindrée 1,1 L ; il est muni de quatre cylindres de diamètre 7 cm et a un taux de compression (rapport entre volumes maximum et minimum dans un cylindre) de 7,9. L'air pénètre dans le moteur aux conditions atmosphériques (1 bar, $0,84 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$).

Nous pouvons décrire un cycle à l'intérieur d'un cylindre avec les quatre étapes suivantes :

De A à B l'air est comprimé de façon adiabatique réversible depuis le point mort bas jusqu'au point mort haut. Pendant cette évolution, nous savons que ses propriétés sont liées par la relation $p v^{k_1} = k_2$. En B, la pression a atteint 16,97 bar.

De B à C il est chauffé à volume constant (comme si le piston était immobilisé), jusqu'à ce que la pression atteigne 75 bar. En mesurant la température on constate que son énergie interne spécifique augmente de $1\,453,3 \text{ kJ kg}^{-1}$.

De C à D l'air est détendu de façon adiabatique réversible depuis le point mort haut jusqu'au point mort bas. Ses propriétés sont liés par la relation $p v^{k_1} = k_3$.

De D à A il est refroidi à volume constant (comme si le piston était immobilisé), jusqu'à retrouver ses propriétés en A.

(En pratique, cette phase de refroidissement a lieu hors du moteur, dans l'atmosphère. Elle peut toutefois être modélisée ainsi sans induire d'erreur.)



FIGURE 2.21 – Pistons et cylindres d'un moteur automobile découpé.

Photo CC-BY-SA par l'utilisateur-rice Commons Mj-bird

1. Représentez le cycle suivi par l'air sur un diagramme pression-volume, de façon qualitative.
2. Quelle est la masse d'air présente dans un cylindre ?
indice : $V_{\text{cylindrée}} = 4(V_{\text{cylindre max.}} - V_{\text{cylindre min.}}) = 4(V_{\text{point mort bas}} - V_{\text{point mort haut}})$
3. Quel est le travail spécifique reçu par l'air pendant la compression (de A à B) ?
4. Quelle est la chaleur spécifique reçue par l'air pendant la combustion (de B à C) ?
5. Quel est le travail spécifique dégagé par l'air pendant la détente (de C à D) ?
6. Quelle est la chaleur spécifique rejetée par l'air pendant la phase de refroidissement ?
7. Quelle est l'efficacité du moteur, c'est à dire le rapport entre le travail net dégagé pendant le cycle et la chaleur fournie pendant la combustion ?
8. Combien faut-il effectuer de cycles par seconde pour que le moteur dégage une puissance de 80 ch (58,84 kW) ?

2.6 Travail dans un moteur diesel

Nous étudions le fonctionnement d'un moteur alternatif à quatre cylindres en modélisant son fonctionnement dans le cas le plus favorable, c'est à dire avec des évolutions très lentes (parfaitement réversibles).

À l'intérieur du bloc moteur schématisé en figure 2.22, quatre pistons liés à l'axe moteur par un vilebrequin (non représenté) sont en mouvement. L'évolution est différente dans chaque cylindre :

Cylindre A : compression (l'air restant prisonnier du cylindre).

La compression de l'air débute à 0,8 bar et ses y sont liées par la relation $p V^{1,3} = k_1$.

Cylindre B : admission.

L'air est admis à pression constante de 0,8 bar.



FIGURE 2.22 – Représentation schématique du fonctionnement d'un moteur à quatre cylindres. Les pistons A et C sont en remontée, et les pistons B et D sont en descente. Ils sont tous les quatre liés au même axe moteur, non représenté ici.

Schéma CC-BY-SA Olivier Cleynen

Cylindre C : échappement.

L'air est rejeté à pression constante de 1,1 bar.

Cylindre D : détente.

L'air à haute pression et température est prisonnier du cylindre ; ses propriétés sont aussi reliées par la relation $pV^{1,3} = k_2$.

Bien sûr, le rôle de chaque cylindre change deux fois par tour. Nous étudions ici les transferts de travail sur un demi-tour moteur.

Même si les cylindres B et C ne sont pas des systèmes fermés, pour les besoins de l'exercice nous pouvons modéliser leurs évolutions comme si c'était le cas, sans induire d'erreur.

Les conditions atmosphériques sont de 1 bar et $1,225 \text{ kg m}^{-3}$. La cylindrée du moteur est de 1,5 L et le taux de compression (c'est à dire le rapport des volumes minimal et maximal au sein de chaque cylindre) est de 22.

1. Représentez l'évolution dans chacun des cylindres sur un même diagramme pression-volume, de façon qualitative.
2. Quelle est l'énergie nécessaire pour déplacer les cylindres B et C ?

3. Quelle est l'énergie reçue par le gaz dans le cylindre A ?

On souhaite que le moteur développe une puissance de 30 kW à vitesse de 2 000 tours/min. Ses pertes mécaniques sont de l'ordre de 15 %.

4. Quel est le travail qui doit être développé par le cylindre D pendant la détente ?
5. À quelle pression la combustion de l'essence dans le cylindre D doit-elle y porter l'air, pour que la détente puisse faire fonctionner le moteur ?

2.7 Prendre de la chaleur où il fait plus froid

Un/e étudiant/e tente une expérience avec un peu d'air dans un cylindre, dont il/elle contrôle le volume avec un piston. Le but est de prélever de la chaleur à l'extérieur, où la température est basse, pour la rejeter à l'intérieur de la pièce.

La masse d'air emprisonnée dans le cylindre est de $6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$.

Au départ, l'air dans le cylindre occupe un volume de 0,5 L. La pression et la température sont celles de la pièce (1 bar ; 18°C).

de A à B L'étudiant/e isole bien le cylindre avec un isolant thermique, et détend lentement le gaz en augmentant son volume jusqu'à 4,5 L. Nous savons² que, pendant ce type de détente, la pression et le volume sont liés par la relation

$$pv^{1,4} = k_2$$

où k_2 est une constante.

La température du gaz chute dramatiquement pendant la détente – en B le thermomètre indique finalement $T_B = 121 \text{ K}$.

de B à C L'étudiant/e fixe le volume du cylindre en bloquant mécaniquement le piston, retire l'isolant thermique, et pose le cylindre au dehors du bâtiment (température extérieure : -5°C). La température et la pression du gaz remontent doucement.

de C à A Lorsque la pression atteint 1 bar précisément, la température de l'air est indiquée à $T_C = 262 \text{ K}$.

L'étudiant/e souhaite revenir aux conditions de départ (en réduisant le volume jusqu'au volume initial) en gardant la pression constante à 1 bar.

1. Schématisez l'évolution sur un diagramme pression-volume.
2. Montrez que lors d'une évolution réversible d'un système fermé dont les propriétés sont liées par une relation de type $pv^{k_1} = k_2$ (où $k_1 \neq 1$ et k_2 sont des constantes), le travail spécifique développé est :

$$w_{A \rightarrow B} = \frac{p_B v_B - p_A v_A}{k_1 - 1}$$

3. Quel est le travail spécifique fourni par le gaz pendant la détente ?

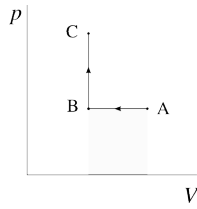
2. Nous verrons d'où vient cette relation et apprendrons à calculer cette température au chapitre 4 (le gaz parfait).

4. La capacité thermique de l'air lorsque l'on bloque son volume est égale à $718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Quelle quantité de chaleur a-t-elle été rejetée ou prélevée de l'air extérieur ?
5. Quelle quantité de travail sera nécessaire pour effectuer le retour $C \rightarrow A$ à pression constante ?
6. Sur l'entièreté du cycle, l'étudiant/e aura-t-il/elle dépensé ou reçu du travail ?
7. [question difficile] Le chemin du retour à pression constante nécessite un transfert de chaleur. Dans quel sens, et en quelle quantité ? Pourquoi ce transfert ne peut-t-il (malheureusement) pas être entièrement effectué à l'intérieur du bâtiment ?

Solutions des exercices

2.1 1) $W_{A \rightarrow B} = \Delta U - m q_{A \rightarrow B} = -16 \text{ kJ}$ (donc un travail fourni)

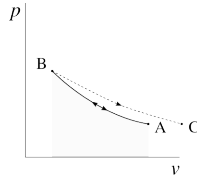
2) $\Delta u = q_{B \rightarrow C} + w_{B \rightarrow C} = 0 + \frac{W_{B \rightarrow C}}{m} = +2 \text{ kJ kg}^{-1}$.



2.2

2) $W_{A \rightarrow C} = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} = -p_{\text{cste.}} [V]_{V_A}^{V_B} + 0 =$

+4 kJ



2.3

2) voir §2.4.1 & §1.4

3) $v_A = 0,336 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ et $v_B = 0,125 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$; ainsi $w_{A \rightarrow B} = -k \left[\frac{1}{-0,4} v^{-0,4} \right]_{v_A}^{v_B} = +102,1 \text{ kJ kg}^{-1}$.

4) $w_{B \rightarrow A} = -w_{A \rightarrow B}$

5) Un refroidissement à pression constante,

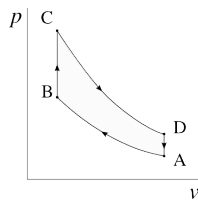
par exemple.

2.4

1) $q_{A \rightarrow B} = \Delta u - w_{A \rightarrow B} = -w_{A \rightarrow B}$.

2) $m = \frac{V_A}{v_A} = 3,534 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$

3) $\frac{v_B}{v_A} = \exp \left[-\frac{w_{A \rightarrow B}}{k} \right]$; ainsi $p_B = p_A \frac{v_A}{v_B} = 6,05 \text{ bar}$



10.2

2) $V_A = 3,149 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$; ainsi $m_A = \frac{V_A}{v_A} =$

$3,748 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$

3) $k_1 = 1,3699$ et $k_2 = 7,8753 \cdot 10^4 \text{ u.SI}$; ainsi

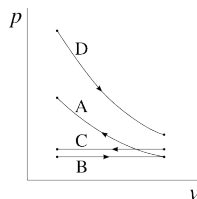
$w_{A \rightarrow B} = -k_2 \left[\frac{1}{-k_1+1} v^{-k_1+1} \right]_{v_A}^{v_B} = +260,7 \text{ kJ kg}^{-1}$. 4) $q_{B \rightarrow C} = \Delta u - w_{B \rightarrow C} = \Delta u - 0 = +1\,543,3 \text{ kJ kg}^{-1}$

5) $w_{C \rightarrow D} = -k_3 \left[\frac{1}{-k_1+1} v^{-k_1+1} \right]_{v_C}^{v_D} = -\frac{k_3}{k_2} w_{A \rightarrow B} = -\frac{p_C}{p_B} w_{A \rightarrow B} = -1\,152,2 \text{ kJ kg}^{-1}$

6) $q_{D \rightarrow A} = -w_{A \rightarrow B} - q_{B \rightarrow C} - w_{C \rightarrow D} = -651,8 \text{ kJ kg}^{-1}$

7) $\eta_{\text{moteur}} = \left| \frac{w_{A \rightarrow B} + w_{C \rightarrow D}}{q_{B \rightarrow C}} \right| = 57,8 \%$ (très honorable)

8) $f = \frac{\dot{W}_{\text{moteur}}}{m_A (w_{A \rightarrow B} + w_{C \rightarrow D})} = 176,1 \text{ Hz}$ (176 combustions par seconde), soit environ 5 300 tours par minute avec un moteur quatre cylindres à quatre temps.



2.6

2) $W_{\text{cyl. B}} = -p_B [V]_{V_{\text{min.}}}^{V_{\text{max.}}} = -p_B \left(\frac{V_{\text{cylindrée}}}{4} \right) =$

-30 J ; $W_{\text{cyl. B}} = -41,3 \text{ J}$

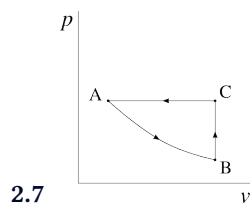
3) $V_{A1} = \frac{22}{21 \times 4} V_{\text{cylindrée}} = 3,9286 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ et

$V_{A2} = \frac{V_{A1}}{22} = 1,7857 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$. Ainsi, $k_1 = 2,9895 \text{ u.SI}$, et enfin $W_{\text{cyl. A}} = \frac{k_1}{0,3} (V_{A2}^{-0,3} - V_{A1}^{-0,3}) = +185,5 \text{ J}$.

4) $\dot{n} = 2\,000 \text{ rpm} = 33,3 \text{ rps}$: il y a donc 66,7 évolutions par seconde ($f = 66,7 \text{ Hz}$). On obtient

$W_{4 \text{ cylindres}} = \frac{1}{f} \frac{1}{\eta_{\text{méca}}} \dot{W}_{\text{moteur}}$; et enfin $W_{\text{cyl. D}} = W_{4 \text{ cylindres}} - W_{\text{cyl. A}} - W_{\text{cyl. B}} - W_{\text{cyl. C}} = -726,2 \text{ J}$.

5) On calcule k_2 à partir de $W_{\text{cyl. D}}$, et on obtient $p_{D1} = 173,9 \text{ bar}$.



cule $W_{A \rightarrow B} = \frac{p_B V_B - p_A V_A}{k_1 - 1} = -73,14 \text{ J}.$

5) $W_{C \rightarrow A} = +400 \text{ J}$ (facile!)

l'étudiant/e.

7) C'est une histoire de température...

3) Ayant obtenu $p_B = 4,61 \cdot 10^{-2} \text{ bar}$, on cal-

4) $Q_{B \rightarrow C} = mc_v \Delta T = +607,4 \text{ J}$

5) $W_{\text{cycle}} = +326,86 \text{ J}$, donc une dépense de

6) $Q_{C \rightarrow A} = -934,26 \text{ J}$