

Exercices chapitre 4

Version du 30 septembre 2014

CC-BY-SA Olivier Cleynen — thermo.ariadacapo.net

L'air est considéré comme un gaz parfait.

$$c_{v(\text{air})} = 718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad R_{\text{air}} = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$c_{p(\text{air})} = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \gamma_{\text{air}} = 1,4$$

Nous admettons que pour une évolution adiabatique réversible (sans apport de chaleur et infiniment lente) les propriétés de l'air suivent les trois relations suivantes :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} \quad (4/36)$$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4/37)$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma} \quad (4/38)$$

Nous admettons également que lors d'une évolution isotherme réversible (à température constante et infiniment lente) d'un gaz parfait, le transfert de travail engendré en système ouvert ou fermé s'exprime selon la relation :

$$w_{1 \rightarrow 2} = RT_{\text{cste.}} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = RT_{\text{cste.}} \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) \quad (4/29)$$

4.1 Air dans un réservoir

Une masse de 5 kg d'air est enclose dans un réservoir de 2 m³.

1. Quelles sont sa masse volumique et son volume spécifique ?
2. Quelle est la pression si la température est de 20 °C ?

4.2 Évolutions complexes d'un gaz parfait

De l'air dans un compartiment flexible est à pression de 3 bar. Son énergie interne est de 836 kJ kg⁻¹.

Il est chauffé à pression constante jusqu'à 900 °C ; il est ensuite refroidi et détendu selon $pv^{1,1} = \text{cste.}$ jusqu'à ce que sa température atteigne 25 °C.

[Question piège] Combien d'énergie a-t-il reçu ou perdu depuis le début de l'évolution ?

4.3 Pompe à air

Une pompe à air comprime de l'air en régime permanent, de façon adiabatique. L'air voit sa température augmenter depuis 15 °C vers 100 °C.

Quelle est la puissance spécifique consommée ?

4.4 Réservoir d'air dérivé du rattrapage SI 2013

Un réservoir hermétique d'air comprimé en béton a un volume fixe de 1,2 m³. L'air y est stocké à pression de 2 bar. Le réservoir est placé au soleil et le réchauffement solaire provoque une augmentation de température depuis 5 °C vers 60 °C.

1. Quelles sont la masse, le volume spécifique, la masse volumique et la pression à l'intérieur du réservoir, avant et après le réchauffage ?

Une fois la température finale atteinte, on laisse de l'air s'échapper pour faire redescendre la pression dans le réservoir jusqu'à la pression initiale de 2 bar. Pendant l'échappement, la température de l'air dans le réservoir reste constante.

2. Quelle masse d'air faudrait-il laisser échapper ?

On referme la soupape d'échappement et le réservoir, de nouveau hermétique, se refroidit lentement à volume constant. La température finale revient à 5 °C.

3. Quelle est la pression finale dans le réservoir ?

4.5 Turbine de turboréacteur [DS n°2 2011, 3pts]

Un/e étudiant/e démonte le turboréacteur de son Fouga Magister pour en étudier et en modifier le fonctionnement.

Il/elle fait désormais fonctionner son moteur sur banc d'essai.

À l'entrée de la turbine, les conditions sont mesurées à 110 m s⁻¹ et 1 000 °C. À la sortie de la turbine, ces propriétés sont mesurées à 125 m s⁻¹ et 650 °C.

L'étudiant/e mesure que la turbine perd de la chaleur avec une puissance spécifique de 75 kJ kg⁻¹.

1. Quelle est la puissance mécanique spécifique développée par la turbine ?
2. Quelle condition l'étudiant/e doit-il/elle maintenir pour obtenir une puissance de 1 MW ?

4.6 Évolutions élémentaires : Compression isotherme [DS n°2 2011, 4pts]

Une masse de 3,5 kg d'air est comprimée de façon réversible isotherme (à température constante) depuis 2 bar et 15 °C jusqu'à 45 bar.

1. Tracez qualitativement l'évolution sur un diagramme pression-volume.
2. Quelles sont les quantités de travail et de chaleur mises en jeu ?
3. Si la compression était effectuée de façon adiabatique réversible, le volume final serait-il modifié ?

4.7 Évolutions élémentaires : Réservoir déformable

[DS n°2 2010, 5pts]

Une masse de 2 kg d'air dans un réservoir déformable est à pression de 4,5 bar et occupe un volume de 800 L. Elle est refroidie et le réservoir maintient la pression constante jusqu'à ce que le volume ait été réduit de 40 %.

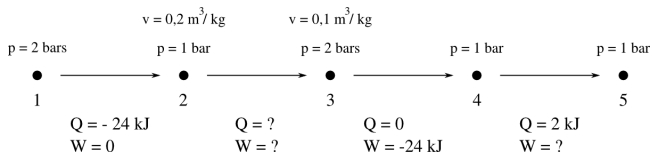
Ensuite, le refroidissement est continué à volume constant jusqu'à ce que la température atteigne 25 °C.

1. Tracez l'évolution suivie sur un diagramme pression-volume.
2. Quel est le travail effectué par l'air ?
3. Quel est le coût total en chaleur pour l'entièreté de l'évolution ?

4.8 Exercice bête et méchant de vocabulaire

[DS n°2 2010, 2pts]

Une masse fixe de gaz parfait suit les évolutions réversibles suivantes :



Parmi les évolutions ci-dessus, identifiez la ou les évolution(s) :

- à température constante (isotherme) ;
- à volume constant (isochore).

4.9 Évolutions élémentaires d'un gaz parfait

Partiel S1 2013, 2pts

Parmi les évolutions décrites en figure 4.15, identifiez l'évolution à température constante, à pression constante, adiabatique réversible, et à volume constant. Aucune justification n'est demandée.

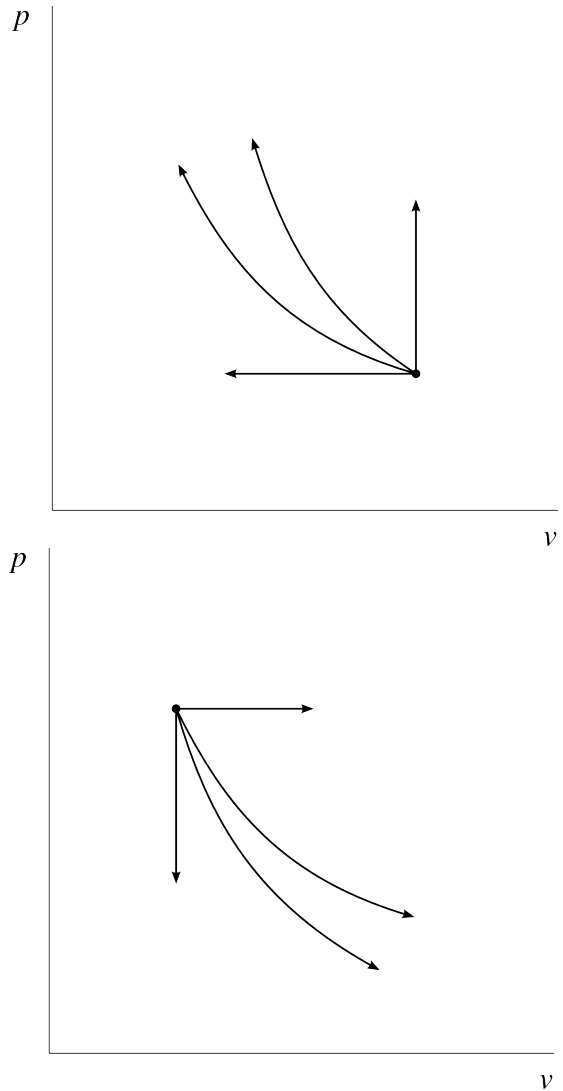


FIGURE 4.15 – Évolutions élémentaires d'un gaz parfait

4.10 Compression et combustion au sein d'un moteur Diesel

[Partiel S1 2012, 8pts]

En 1890 un jeune ingénieur allemand épris de thermodynamique met au point un moteur de faible puissance, faible vitesse et haute efficacité dans un laboratoire (figure 4.16). Le moteur n'a qu'un cylindre⁴. Nous étudions ici une partie de son cycle de fonctionnement.

Le piston au sein du cylindre fait varier périodiquement le volume entre 3 L (*point mort bas*, piston en bas de sa course) et 0,3 L (*point mort haut*, piston en haut de sa course).

Le moteur débute son cycle au point mort bas, alors qu'il est rempli d'air à 20 °C et 1 bar. Le piston comprime cet air jusqu'au point mort haut.

La compression se fait de façon réversible (très lente), mais non-adiabatique : l'air reçoit de la chaleur au travers des parois tout au long de l'évolution. L'ingénieur prédit que ses propriétés varieront selon la relation $p v^{1,5} = \text{cste.}$

1. À partir de la définition du travail,

$$W_{F/l} \equiv \vec{F} \cdot \vec{l} \quad (1/11)$$

4. Mais cela ne l'empêchera pas de conquérir le monde...

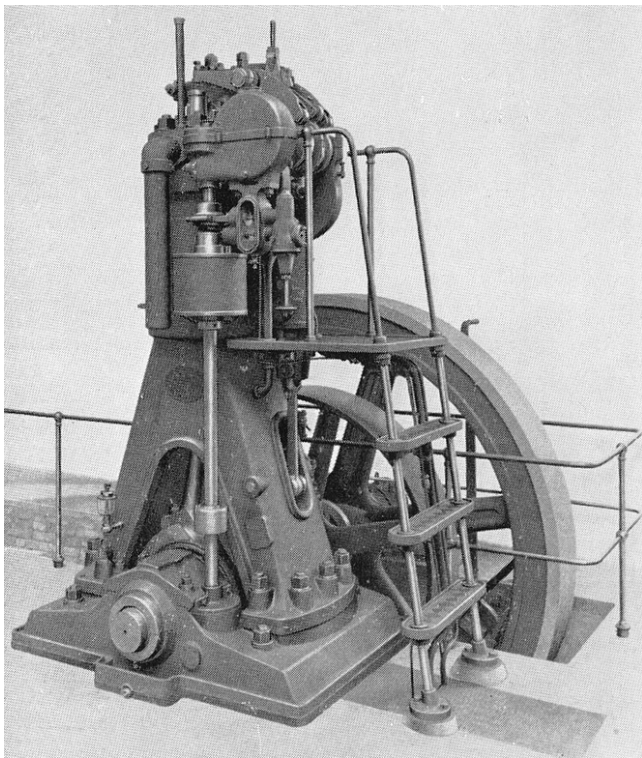


FIGURE 4.16 – Moteur Diesel de 1898, fabriqué sous licence par Sulzer en Suisse

Photo CC-BY-SA Sulzer AG

exprimez le travail effectué sur un corps de masse fixe en fonction de son volume spécifique et de sa pression interne.

2. Combien d'énergie sous forme de travail la compression du gaz aura-t-elle coûté ?
3. Combien d'énergie sous forme de chaleur le gaz aura-t-il reçu pendant la compression ?

Lorsque le piston est arrivé en haut de sa course, on procède à l'injection progressive de carburant dans le cylindre pour permettre la combustion. La quantité de carburant injectée permet un apport total de chaleur de 2 kJ. La combustion se déroule à pression constante.

4. Tracez qualitativement l'évolution suivie par le gaz pendant la compression et la combustion sur un diagramme pression-volume.
5. Quelle sera la température maximale atteinte au sein du moteur ?
6. Pour éviter une défaillance structurelle, l'ingénieur doit s'assurer que la force transmise par le piston n'excède pas 10 kN. Quelle contrainte doit-il respecter pour cela ?

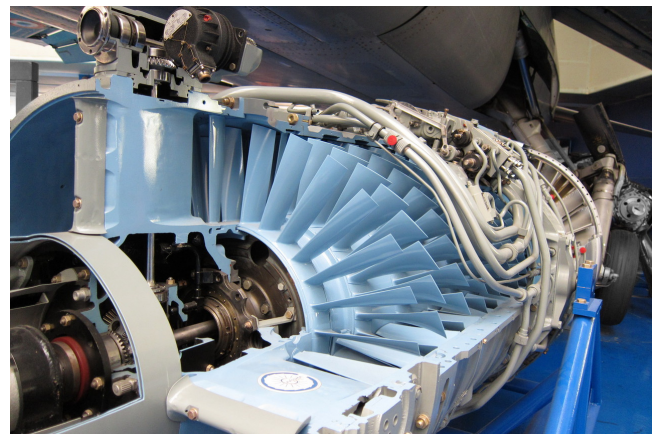


FIGURE 4.17 – Compresseur d'un turboréacteur simple flux SNECMA Atar (1948) découpé. L'air s'écoule depuis le coin gauche vers le centre de l'image.

Photo CC-BY-SA Olivier Cleynen

4.11 Compresseur de turboréacteur [Parnet SI 2012, 8pts]

À l'intérieur d'un des moteurs d'un petit avion de ligne, le compresseur (figure 4.17) est approximativement adiabatique.

Pendant la croisière (atmosphère : 33 000 ft ; -50°C ; 0,25 bar), le compresseur est entraîné par la turbine par le biais d'un arbre mécanique. Il reçoit 7 kg s^{-1} d'air aux conditions atmosphériques, qu'il comprime jusqu'à une pression de 8 bar.

1. À partir de la relation suivante,

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma} \quad (4/38)$$

valable pour une évolution adiabatique réversible d'un gaz parfait, montrez (sans utiliser l'équation 4/36) que :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4/37)$$

2. Quelle est la puissance minimale théorique que la turbine doit fournir au compresseur ?
3. À quelle(s) condition(s) obtiendrait-on cette puissance ?

En réalité, le compresseur demande une puissance bien plus grande pour fonctionner. On modélise l'évolution réelle au sein du compresseur par deux phases distinctes :

- Un réchauffement à pression constante, effectué par frottement, avec une puissance représentant 15 % de la puissance mécanique théorique calculée plus haut ;
 - Puis, une compression idéale jusqu'à 8 bar.
4. Comparez la compression théorique de la question 2 et cette nouvelle évolution sur un diagramme pression-volume. Représentez-y graphiquement le travail consommé sur l'une des évolutions.
 5. Quelle est la puissance désormais consommée par le compresseur ?

4.12 Turboréacteur simple flux Partiel SI 2013, 10pts

Un avion militaire des années 1960 est équipé d'un turboréacteur simple flux (figure 4.18). Nous souhaitons calculer la vitesse maximale théorique à laquelle il pourrait accélérer l'air en sortie de tuyère.

Le moteur est testé sur un banc d'essai, à l'immobile. Lorsque l'air passe dans le turboréacteur, il traverse quatre composants que nous modéliserons comme s'ils étaient idéaux :

Le compresseur comprime l'air de façon adiabatique réversible.

À l'entrée, l'air est à 0,9 bar et 5 °C ; à la sortie la pression est portée à 19 bar.

La chambre de combustion permet d'effectuer un réchauffement de l'air en maintenant sa pression constante.

À la sortie de la chambre de combustion, la température est portée à 1 100 °C.

La turbine extrait de l'énergie de l'air pour pouvoir alimenter le compresseur. Dans la turbine, l'air est détendu de façon adiabatique réversible.

La tuyère est un composant dans lequel aucune puissance n'est apportée ou prélevée à l'air. Lorsqu'il la traverse, l'air se détend de façon adiabatique réversible ; sa vitesse augmente fortement. À la sortie de la tuyère, il a retrouvé la pression atmosphérique et est rejeté dans l'atmosphère.

Le but de l'exercice est de calculer la vitesse à laquelle le turboréacteur est capable de repousser l'air qu'il admet.

1. À partir de la relation suivante,

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right) = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^\gamma$$

valable pour une évolution adiabatique réversible d'un gaz parfait, montrez (sans utiliser l'équation 4/36) que :

$$\left(\frac{T_1}{T_2} \right) = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

2. Quelle est la température de l'air à la sortie du compresseur ?
3. Quelle est ainsi la puissance spécifique consommée par le compresseur ?
4. Quelle est la puissance spécifique apportée sous forme de chaleur dans la chambre de combustion ?
5. Quelle doit être la température à la sortie de la turbine pour qu'elle puisse alimenter le compresseur ?
6. Quelle sera alors la pression à la sortie de la turbine ?

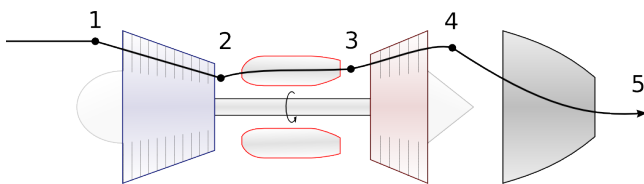


FIGURE 4.18 – Schéma de principe d'un turboréacteur. L'air traverse la machine de gauche à droite.

7. Quelle sera la température des gaz d'échappement, à la sortie de la tuyère ?
8. Quelle sera enfin la vitesse d'éjection des gaz à la sortie de la tuyère ?
9. Tracez qualitativement l'évolution suivie par le gaz à travers le moteur sur un diagramme pression-volume.
10. Sur le diagramme pression-volume plus haut, tracez qualitativement l'évolution qui serait suivie par le gaz si le compresseur ne pouvait pas effectuer une compression réversible (compresseur réel, compression avec frottement interne).

Résultats

① De nombreux exercices sont corrigés intégralement dans les annales publiées à l'adresse <http://thermo.ariadacapo.net/>.

- 4.1 1) $\rho_1 = 2,5 \text{ kg m}^{-3}$; $v_1 = 0,4 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ 2) $p_1 = 2,103 \text{ bar}$
- 4.2 $\Delta u = -536 \text{ kJ kg}^{-1}$ (se calcule simplement avec la température finale)
- 4.3 $w_{1 \rightarrow 2} = +85,4 \text{ kJ kg}^{-1}$ (SFEE & 4/14)
- 4.4 1) $m_1 = 3,006 \text{ kg}$, $v_1 = 0,3991 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$, $\rho_1 = 2,505 \text{ kg m}^{-3}$, $p_1 = 2 \text{ bar}$;
 $m_2 = m_1$, $v_1 = v_2$, $\rho_1 = \rho_2$, $p_2 = 2,395 \text{ bar}$.
2) $m_3 = 2,51 \text{ kg}$, ainsi $m_{\text{échap.}} = 0,4959 \text{ kg}$; 3) $p_4 = 1,67 \text{ bar}$.
- 4.5 1) $w_{\text{turbine}} = -275 \text{ kJ kg}^{-1}$ 2) $3,64 \text{ kg s}^{-1}$
- 4.6 2) $w_{1 \rightarrow 2} = +257,58 \text{ kJ kg}^{-1}$, $W_{1 \rightarrow 2} = +901,2 \text{ kJ}$, $Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2}$
3) Oui, on aurait $v_{2ad.} > v_{2isoth.}$
- 4.7 2) $W_{1 \rightarrow 3} = +153,6 \text{ kJ}$ 3) $Q_{1 \rightarrow 3} = -625,3 \text{ kJ}$
- 4.8 Isotherme $2 \rightarrow 3$, isochore $1 \rightarrow 2$.
- 4.9 Dans le sens horaire, en débutant à l'horizontale, sur les deux graphiques : isobare (p cste.), isotherme (T cste.), adiabatique réversible, isochore (v cste.).
- 4.10 2) $W_{B \rightarrow H} = +1,298 \text{ kJ}$ 3) $Q_{B \rightarrow H} = +0,3254 \text{ kJ}$
4) $1\,483,7 \text{ K}$ 5) $S < 3,164 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$
- 4.11 2) $\dot{W}_{1 \rightarrow 2} = +2,654 \text{ MW}$ 3) $T_{2b} = 279,6 \text{ K}$, $T_3 = 752,6 \text{ K}$, $\dot{W}_{\text{comp. réel}} = +3,726 \text{ MW}$ (+40 %)
- 4.12 2) $T_2 = 664,83 \text{ K}$ 3) $w_{\text{comp.}} = +338,61 \text{ kJ kg}^{-1}$
4) $T_3 = 1\,373,15 \text{ K}$; ainsi $q_{\text{comb}} = +711,86 \text{ kJ kg}^{-1}$ 5) $T_4 = 986,47 \text{ K}$
6) $p_4 = 5,97 \text{ bar}$ 7) $T_5 = 574,49 \text{ K}$
8) $C_5 = 909,98 \text{ m s}^{-1}$

Bien sûr, ces valeurs ne tiennent pas compte des irréversibilités dans un turboréacteur réel. Ces effets sont étudiés dans le chapitre 10 (*cycles moteurs à gaz*).