

## Exercices chapitre 4

Version du 26 décembre 2014  
CC-BY-SA Olivier Cleynen — thermo.ariadacapo.net

L'air est considéré comme un gaz parfait.

$$\begin{aligned}c_{v(\text{air})} &= 718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} & R_{\text{air}} &= 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \\c_{p(\text{air})} &= 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} & \gamma_{\text{air}} &= 1,4\end{aligned}$$

Nous admettons que pour une évolution adiabatique réversible (sans apport de chaleur et infiniment lente) les propriétés de l'air suivent les trois relations suivantes :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} \quad (4/36)$$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4/37)$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma} \quad (4/38)$$

Nous admettons également que lors d'une évolution isotherme réversible (à température constante et infiniment lente) d'un gaz parfait, le transfert de travail engendré en système ouvert ou fermé s'exprime selon la relation :

$$w_{1 \rightarrow 2} = R T_{\text{cste.}} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = R T_{\text{cste.}} \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) \quad (4/29)$$

### 4.1 Pression d'air

Une masse de 5 kg d'air est enclose dans un réservoir de 2 m<sup>3</sup>.

1. Quelles sont son volume spécifique et sa masse volumique ?
2. Quelle est la pression si la température est de 20 °C ?

### 4.2 Réchauffement d'un réservoir d'air

Un réservoir hermétique d'air comprimé en béton a un volume fixe de 1,2 m<sup>3</sup>. L'air y est stocké à pression de 2 bar. Le réservoir est placé au soleil et le réchauffement solaire fait passer la température de 5 °C à 60 °C.

1. Quelles sont la masse, le volume spécifique, la masse volumique et la pression à l'intérieur du réservoir, avant et après le réchauffage ?

Lorsque la température atteint 60 °C, une soupape s'ouvre et laisse de l'air s'échapper pour faire redescendre la pression dans le réservoir jusqu'à la pression initiale de 2 bar. Pendant l'échappement, la température de l'air à l'intérieur du réservoir reste constante.

2. Quelle masse d'air doit-on laisser échapper ?

Lorsque la pression a atteint 2 bar, la soupape se referme et le réservoir, de nouveau hermétique, se refroidit lentement à volume constant. La température finale revient à 5 °C.

3. Quelle est la pression finale dans le réservoir ?

### 4.3 Énergie et température

De l'air dans un compartiment flexible est à pression de 3 bar. Son énergie interne est de 836 kJ kg<sup>-1</sup>.

Il est chauffé à pression constante jusqu'à 900 °C ; il est ensuite refroidi et détendu alors que ses propriétés varient selon la relation  $pv^{1,1} = \text{cste.}$  jusqu'à ce que sa température atteigne 25 °C.

[Question piège] Combien d'énergie a-t-il reçu ou perdu depuis le début de l'évolution ?

### 4.4 Puissance d'une pompe à air

Une pompe à air (section 2.4) comprime de l'air en régime permanent, de façon adiabatique. L'air voit sa température augmenter de 15 °C à 100 °C.

Quelle est la puissance spécifique consommée ?



FIGURE 4.15 – Un petit compresseur électrique monté sur un réservoir d'air portatif

image dérivée d'une photo domaine public l'utilisateur-rice Commons Grikalmis

### 4.5 Turbine de turboréacteur

Un/e étudiant/e démonte le turboréacteur *Turbomeca Marboré* d'un Fouga Magister pour en étudier et en modifier le fonctionnement. Il/elle fait fonctionner le moteur sur un banc d'essai.

À l'entrée de la turbine, les conditions sont mesurées à 110 m s<sup>-1</sup> et 1000 °C .

À la sortie de la turbine, ces propriétés sont mesurées à 125 m s<sup>-1</sup> et 650 °C .

L'étudiant/e mesure également les pertes sous forme de chaleur de la turbine : 75 kJ kg<sup>-1</sup>.

1. Quelle est la puissance mécanique spécifique développée par la turbine ?
2. Quelle condition l'étudiant/e doit-il/elle maintenir pour obtenir une puissance de 1 MW ?

## 4.6 Évolutions élémentaires : Compression isotherme

Une masse de 3,5 kg d'air est comprimée de façon réversible isotherme (à température constante) depuis 2 bar et 15 °C jusqu'à 45 bar.

1. Représentez l'évolution sur un diagramme pression-volume, de façon qualitative (c'est-à-dire sans représenter les valeurs numériques).
2. Quelles sont les quantités de travail et de chaleur mises en jeu ?
3. Si la compression était effectuée de façon adiabatique réversible, le volume final serait-il différent ?

## 4.7 Évolutions élémentaires : refroidissements isobare et isochore

Une masse de 2 kg d'air dans un réservoir déformable est à pression de 4,5 bar et occupe un volume de 800 L. Elle est refroidie et le réservoir maintient la pression constante jusqu'à ce que le volume ait été réduit de 40 %.

Ensuite, le refroidissement est continué à volume constant jusqu'à ce que la température atteigne 25 °C.

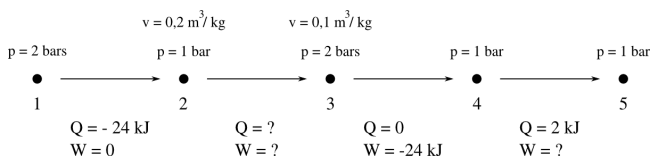
1. Tracez l'évolution suivie sur un diagramme pression-volume.
2. Quel est le travail effectué par l'air ?
3. Quel est le coût total en chaleur pour la totalité de l'évolution ?

## 4.8 Évolutions élémentaires : compression isentropique

Quelle quantité minimale de travail faut-il pour comprimer 5 kg d'air à 1 bar et 20 °C jusqu'à 50 bar sans transfert de chaleur ? Tracez l'évolution suivie par l'air sur un diagramme pression-volume.

## 4.9 Évolutions élémentaires : vocabulaire

Une masse fixe de gaz parfait, avec pour seul espoir de contrarier un/e étudiant/e en thermodynamique, suit lentement les évolutions suivantes :



Parmi les évolutions ci-dessus, lesquelles sont :

1. à température constante (isotherme) ?
2. à volume constant (isochore) ?

## 4.10 Évolutions élémentaires : pression et volume

Parmi les évolutions réversibles décrites en figure 4.16, identifiez (sans vous justifier) l'évolution à température constante, à pression constante, adiabatique réversible, et à volume constant.

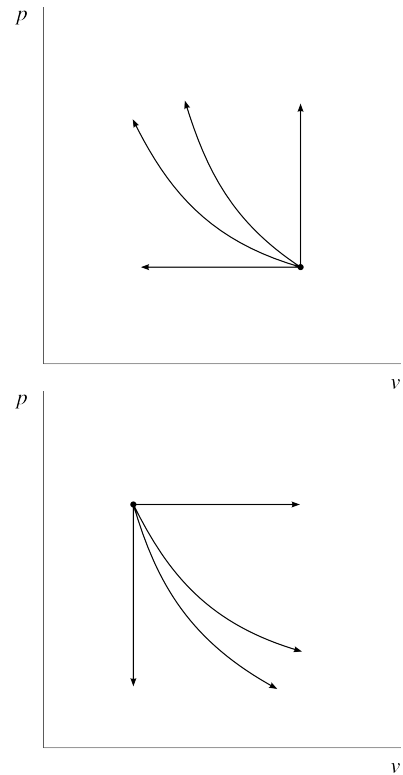


FIGURE 4.16 – Évolutions élémentaires d'un gaz parfait

## 4.11 Compresseur de turboréacteur

À l'intérieur d'un des moteurs d'un avion de ligne, le compresseur (figure 4.17) est quasiment adiabatique.

Pendant la croisière (atmosphère : 33 000 ft ;  $-50 \text{ °C}$  ; 0,25 bar), le compresseur est entraîné par la turbine par le biais d'un arbre mécanique. Il reçoit  $108 \text{ kg s}^{-1}$  d'air aux conditions atmosphériques, qu'il comprime jusqu'à une pression de 8 bar.

1. À partir de la relation suivante,

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^\gamma \quad (4/38)$$

valable pour une évolution adiabatique réversible d'un gaz parfait, montrez (sans utiliser l'équation 4/36) que :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4/37)$$

2. Quelle est la puissance minimale théorique à fournir au compresseur ?
3. À quelles conditions obtiendrait-on cette puissance ?

En réalité, le compresseur demande une puissance sensiblement plus grande pour fonctionner. Nous modélisons

l'évolution réelle au sein du compresseur par deux phases distinctes :

- Un réchauffement à pression constante, effectué par frottement, avec une puissance représentant 15 % de la puissance mécanique théorique calculée plus haut ;
  - Puis, une compression idéale jusqu'à 8 bar.
4. Comparez la compression théorique de la question 2 et cette nouvelle évolution sur un diagramme pression-volume. Représentez-y graphiquement le travail consommé sur l'une des évolutions.
  5. Quelle est la puissance consommée par le compresseur dans ce nouveau cas de figure ?



FIGURE 4.17 – Entrée d'air d'un des quatre turboréacteurs General Electric GENX-2B équipant un Boeing 747-8. Les pales bicolores de la soufflante sont visibles au premier plan ; derrière, le flux d'air est divisé entre l'entrée du compresseur (intérieur) et les stators redresseurs du flux froid (extérieur).

Photo CC-BY-SA Olivier Cleynen

## 4.12 Compression et combustion au sein d'un moteur Diesel

En 1890 un jeune ingénieur allemand épris de thermodynamique met au point un moteur de faible puissance, faible vitesse et haute efficacité dans un laboratoire (figure 4.18). Le moteur se veut robuste et simple ; il n'a qu'un cylindre. Nous étudions ici une partie de son cycle de fonctionnement.

Le piston au sein du cylindre fait varier périodiquement le volume entre 3 L (*point mort bas*, piston en bas de sa course) et 0,3 L (*point mort haut*, piston en haut de sa course).

Le moteur débute son cycle au point mort bas, alors qu'il est rempli d'air à 20 °C et 1 bar. Le piston comprime cet air jusqu'au point mort haut.

La compression se fait de façon réversible (très lente), mais non-adiabatique : l'air reçoit de la chaleur au travers des parois tout au long de l'évolution. L'ingénieur prédit que ses propriétés varieront selon la relation  $p v^{1.5} = \text{constante}$ .

1. Le travail effectué par une force  $\vec{F}$  sur un déplacement  $\vec{l}$  s'exprime selon

$$W \equiv \vec{F} \cdot \vec{l} \quad (1/11)$$

À partir de cette équation, exprimez le travail effectué sur un corps de masse fixe en fonction de son volume spécifique et de sa pression interne.

2. Combien d'énergie sous forme de travail la compression du gaz aura-t-elle coûté ?
3. Combien d'énergie sous forme de chaleur le gaz aura-t-il reçu pendant la compression ?

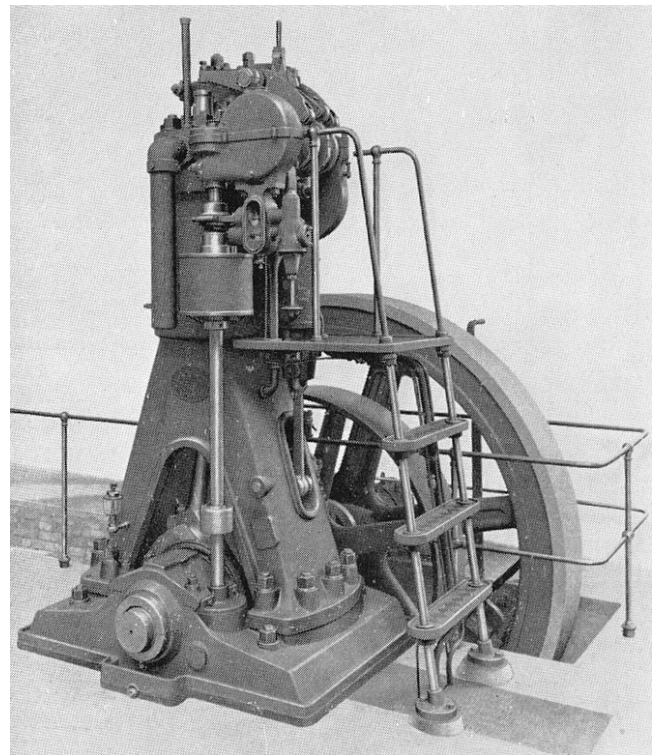


FIGURE 4.18 – Moteur Diesel de 1898, fabriqué sous licence par Sulzer en Suisse

Photo CC-BY-SA Sulzer AG



Lorsque le piston est arrivé en haut de sa course, on procède à l'injection progressive de carburant dans le cylindre pour permettre la combustion. La quantité de carburant injectée permet un apport total de chaleur de 2 kJ. La combustion se déroule à pression constante.

- Représentez l'évolution suivie par le gaz pendant la compression et la combustion sur un diagramme pression-volume, de façon qualitative (c'est-à-dire sans représenter les valeurs numériques).
- Quelle sera la température maximale atteinte au sein du moteur ?
- Pour éviter une défaillance structurelle, l'ingénieur doit s'assurer que la force transmise par le piston n'excède jamais 10 kN. Quelle contrainte doit-il respecter pour cela ?

### 4.13 Turboréacteur simple flux

Un avion militaire des années 1960 est équipé d'un turboréacteur simple flux (figure 4.19). Nous souhaitons calculer la vitesse maximale théorique à laquelle il pourrait accélérer l'air en sortie de tuyère.

Le moteur est testé sur un banc d'essai, à l'immobile. Lorsque l'air passe dans le turboréacteur, il traverse quatre composants que nous modéliserons comme s'ils étaient idéaux :

**Le compresseur** (figure 4.20) comprime l'air de façon adiabatique réversible.

À l'entrée, l'air est à 0,9 bar et 5 °C ; à la sortie la pression est portée à 19 bar.

**La chambre de combustion** permet d'effectuer un réchauffement de l'air en maintenant sa pression constante. À la sortie de la chambre de combustion, la température a été portée à 1 100 °C.

**La turbine** extrait de l'énergie de l'air pour pouvoir alimenter le compresseur. Dans la turbine, l'air est détendu de façon adiabatique réversible.

**La tuyère** est un composant dans lequel aucune puissance n'est apportée ni prélevée à l'air. Lorsqu'il la traverse, l'air se détend de façon adiabatique réversible ; sa vitesse augmente fortement. À la sortie de la tuyère, il a retrouvé la pression atmosphérique et est rejeté dans l'atmosphère.

Le but de l'exercice est de calculer la vitesse à laquelle le turboréacteur est capable de repousser l'air qu'il admet.

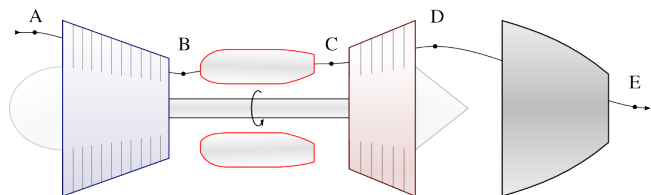


FIGURE 4.19 – Schéma de principe d'un turboréacteur. L'air traverse la machine de gauche à droite.

CC-BY-SA Olivier Cleynen

- À partir de la relation suivante,

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1}$$

valable pour une évolution adiabatique réversible d'un gaz parfait, montrez (sans utiliser l'équation 4/36) que :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

- Quelle est la température de l'air à la sortie du compresseur ?
- Quelle est ainsi la puissance spécifique consommée par le compresseur ?
- Quelle est la puissance spécifique apportée sous forme de chaleur dans la chambre de combustion ?
- Quelle doit être la température à la sortie de la turbine pour qu'elle puisse alimenter le compresseur ?
- Quelle sera alors la pression à la sortie de la turbine ?
- Quelle sera la température des gaz d'échappement, à la sortie de la tuyère ?
- Quelle sera enfin la vitesse d'éjection des gaz à la sortie de la tuyère ?
- Représentez l'évolution sur un diagramme pression-volume, de façon qualitative.
- Sur le même diagramme pression-volume, tracez l'évolution qui serait suivie par le gaz si le compresseur ne pouvait pas effectuer une compression réversible (compresseur réel, compression avec frottement interne).

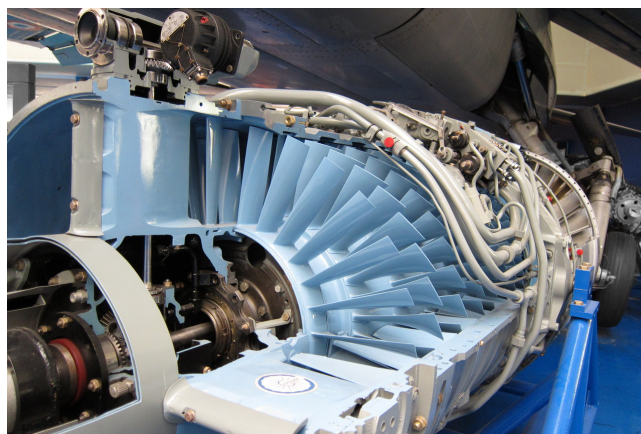


FIGURE 4.20 – Compresseur d'un turboréacteur simple flux SNECMA Atar (1948) découpé. L'air s'écoule depuis le coin gauche vers le centre de l'image.

Photo CC-BY-SA Olivier Cleynen

# Résultats

4.1 1)  $v_1 = \frac{V_1}{m_1} = 0,4 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ ;  $\rho_1 = \frac{1}{v_1} = 2,5 \text{ kg m}^{-3}$

2)  $p_1 = \frac{RT_1}{v_1} = 2,103 \text{ bar}$ .

4.2 1)  $m_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = 3,006 \text{ kg}$ ;  $v_1 = 0,3991 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ ;  $\rho_1 = 2,505 \text{ kg m}^{-3}$ ;  $p_1 = 2 \text{ bar}$ ;

$m_2 = m_1$ ;  $v_1 = v_2$ ;  $\rho_1 = \rho_2$ ;  $p_2 = \frac{RT_2}{v_2} = 2,395 \text{ bar}$ .

2)  $m_3 = 2,51 \text{ kg}$ , ainsi  $m_{\text{échap.}} = m_3 - m_2 = 0,4959 \text{ kg}$ ;

3)  $p_4 = \frac{RT_4 m_4}{V_4} = 1,67 \text{ bar}$ .

4.3  $\Delta u = c_v T_3 - u_1 = -536 \text{ kJ kg}^{-1}$  (se calcule simplement avec la température finale et ne dépend pas de l'évolution ou des états intermédiaires).

4.4  $w_{1 \rightarrow 2} = \Delta h = c_p \Delta T = +85,4 \text{ kJ kg}^{-1}$  (3/15 & 4/13)

4.5 1) Avec l'équation 3/14,  $w_{\text{turbine}} = c_p(T_B - T_A) + \frac{1}{2}(C_B^2 - C_A^2) - q_{A \rightarrow B} = -275 \text{ kJ kg}^{-1}$

2)  $\dot{m} = \frac{\dot{W}_{\text{turbine}}}{w_{\text{turbine}}} = 3,64 \text{ kg s}^{-1}$



4.6 2) Avec l'équation 4/26,  $w_{1 \rightarrow 2} = +257,58 \text{ kJ kg}^{-1}$

(donc un travail reçu);  $W_{1 \rightarrow 2} = +901,2 \text{ kJ}$ ;  $Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2}$  (donc une dépense de chaleur)

3) Oui, on aurait  $v_{2\text{ad.rév.}} = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} > v_{2\text{isoth.}} = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)$ .

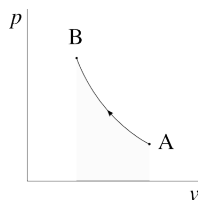


4.7 2)  $W_{1 \rightarrow 3} = - \int_1^2 p dV - \int_2^3 p dV = -p_{\text{cste}} \Delta V = 0 =$

$+153,6 \text{ kJ}$

$W_{1 \rightarrow 3} = -625,3 \text{ kJ}$

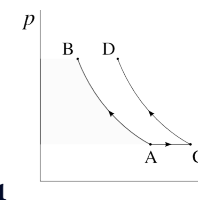
3)  $Q_{1 \rightarrow 3} = U_3 - U_1 - W_{1 \rightarrow 3} = m c_v \left(T_3 - \frac{p_1 V_1}{m R}\right) -$



4.8 Cas optimal : compression adiabatique réversible. Avec l'équation 4/36, on calcule  $T_B = 896,4 \text{ K}$ ;  $W_{\text{minimal}} = m c_v (T_B - T_A) = +2,157 \text{ MJ}$ .

4.9 Isotherme 2  $\rightarrow$  3, isochore 1  $\rightarrow$  2.

4.10 Dans le sens horaire, en débutant à l'horizontale, sur les deux graphiques : isobare ( $p$  cste.), isotherme ( $T$  cste.), adiabatique réversible, isochore ( $v$  cst.).



4.11 1) Remplacer  $v_2$  par  $\frac{RT_2}{p_2}$ , faire de même avec  $v_1$ . Dérivier son algèbre et le résultat vient tout seul.

2) Avec l'équation 4/36, on obtient  $T_B = 600,3 \text{ K}$ , ainsi  $\dot{W}_{A \rightarrow B} = +2,654 \text{ MW}$

3) §4.4.5

5)  $T_C = 279,6 \text{ K}$ ;  $T_D = 752,6 \text{ K}$ ; Ainsi  $\dot{W}_{\text{compresseur réel}} =$

$\dot{W}_{\text{pertes frottement A} \rightarrow \text{C}} + \dot{W}_{\text{C} \rightarrow \text{D}} = +3,726 \text{ MW (+40 \%)}.$



4.12

1) voir §2.4.1 & §1.4

$$2) W_{A \rightarrow B} = -m \int_A^B p \, dv = +1,298 \text{ kJ}$$

3) Avec  $p_B = k v_B^{-1,5} = 31,6 \text{ bar}$ , on a  $T_B =$

926,3 K. Enfin,  $Q_{A \rightarrow B} = \Delta U - W_{A \rightarrow B} = +0,3254 \text{ kJ}$ .

5) À pression constante, avec l'équation 4/17,  $T_C = \frac{Q_{B \rightarrow C}}{m c_p} + T_B = 1483,7 \text{ K} (1211^\circ \text{C})$ .

6)  $S < \frac{F_{\max}}{p_C} = 3,164 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$  (diamètre  $D_{\max} = 6,35 \text{ cm}$ ).



4.13

2) Avec l'équation 4/36,  $T_B = 664,83 \text{ K}$

3) Avec l'équation 3/14,  $w_{\text{compresseur}} = w_{A \rightarrow B} = +338,61 \text{ kJ kg}^{-1}$

4)  $T_C = 1373,15 \text{ K}$ ; ainsi  $q_{\text{combustion}} = q_{B \rightarrow C} = +711,86 \text{ kJ kg}^{-1}$

5) Comme  $w_{\text{turbine}} = -w_{\text{compresseur}}$ , on a  $T_D = 986,47 \text{ K}$

6) Avec l'équation 4/36,  $p_D = 5,97 \text{ bar}$

7) Idem, avec l'équation 4/36,  $T_E = 574,49 \text{ K}$

8) Avec l'équation 3/14,  $C_E = (-2\Delta h)^{\frac{1}{2}} = 909,98 \text{ m s}^{-1}$

Bien sûr, ces valeurs ne tiennent pas compte des irréversibilités existant dans un turboréacteur réel.

Ces effets sont abordés dans l'exercice 4.11 et formalisés dans le chapitre 10 (cycles moteurs à gaz).

