Chapitre 2
Les systèmes fermés

— *ou* —

L'art subtil de soupeser travail et chaleur

Version du 16 février 2015

http://thermo.ariadacapo.net

Chapitre 2 – Les systèmes fermés

Le chapitre 2 en bref

Un système fermé contient une quantité de masse fixe. Les transferts de chaleur et de travail y font varier l'*énergie interne* du fluide. Pour que le travail puisse être réversible, il faut un mouvement infiniment lent.

Introduction

Nous commençons notre étude de la thermodynamique en nous concentrant sur une quantité de masse fixe. Ce chapitre 2 (*les systèmes fermés*) se propose de répondre à deux questions :

- Comment quantifier le travail que peut recevoir et fournir un corps de masse fixe ?
- Qu'est-ce que la réversibilité, pourquoi et comment l'atteindre ?

2.1 Pourquoi utiliser un système fermé ?

À partir de maintenant, nous voulons décrire et quantifier les transferts d'énergie dans les fluides. Nous pouvons adopter deux points de vue différents pour observer le fluide :

- Soit nous « découpons » un petit morceau de masse, que nous suivons de près lorsqu'il évolue, puis nous quantifions l'énergie qui lui est transférée : c'est ce que nous appelons un *système fermé* ;
- Soit nous choisissons un morceau de volume fixe, qui est *traversé* en permanence par un débit de masse, puis nous quantifions les transferts d'énergie vers le volume : c'est ce que nous appelons un *système ouvert*.

Bien sûr, ces deux méthodes sont équivalentes : elles vont produire les mêmes résultats. Le choix de l'une ou l'autre rendra simplement l'analyse et la quantification des transferts plus aisée.

L'utilisation d'un système fermé est judicieuse pour analyser les machines à mouvement alternatif (moteurs automobiles, pompes et compresseurs et généralement toutes les machines à pistons/cylindres). Ces machines divisent le fluide en petites quantités qui sont emprisonnées dans une enclave, dans laquelle elles sont chauffées, refroidies, comprimées ou détendues (figure 2.1). Il est alors facile

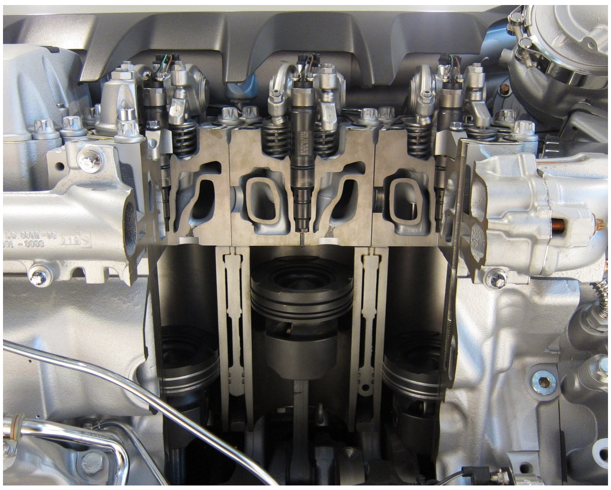


FIGURE 2.1 – Une découpe dans un moteur de camion laisse apparaître trois pistons dans leurs cylindres. Un système fermé est un bon outil pour étudier l'air emprisonné dans un cylindre. Le moteur photographié est un diesel MAN en V8.

d'identifier une quantité de masse donnée et de quantifier les transferts qu'elle subit.

À l'inverse, pour étudier ce qui se passe dans une tuyère de turboréacteur par exemple, nous aurions des difficultés pour identifier un groupe donné de particules et quantifier le changement de ses propriétés. Il sera alors judicieux d'utiliser un système ouvert, comme nous l'étudierons au chapitre 3 (*les systèmes ouverts*).

Concrètement, dans ce chapitre, nous voulons quantifier le travail qu'on peut générer avec un fluide dans un cylindre. Un moteur de voiture fournit du travail parce que l'air dans les cylindres fournit plus de travail en se détendant au retour qu'il n'en a reçu à en se faisant comprimer à l'aller (figure 2.2). Comment peut-on générer cela ? Pour répondre à cette question, il nous faut une méthode robuste pour quantifier les transferts d'énergie.

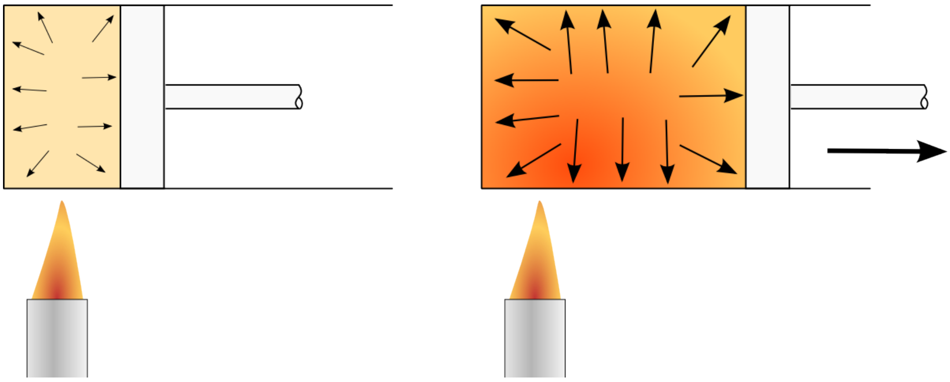


FIGURE 2.2 – Principe de fonctionnement d'un moteur. Lorsque l'on fournit de la chaleur à un fluide dans un réservoir fermé, celui-ci augmente les forces qu'il exerce sur les parois du réservoir. En laissant le réservoir se déformer, on fait effectuer un travail au fluide.

2.2 Conventions de comptabilité

2.2.1 Le système fermé

Nous appelons *système fermé* un sujet d'étude arbitraire dont les frontières sont imperméables à la masse : un ensemble donné de particules, de masse fixe. Toutes les propriétés de cet ensemble (pression, température, volume, etc.) peuvent être amenées à changer, mais il s'agit toujours des mêmes molécules, non mélangées à d'autres. Par exemple, un gaz prisonnier dans un cylindre et comprimé par un piston (figure 2.3) est parfaitement décrit avec un système fermé.

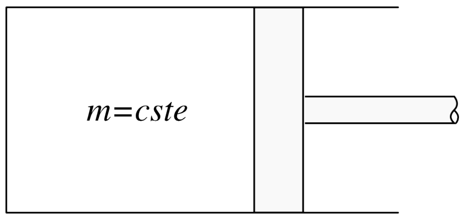


FIGURE 2.3 – Un système fermé typique : une quantité de masse fixe dans un réservoir fermé. Une paroi mobile permet de la comprimer ; nous lui ferons également recevoir et perdre de la chaleur.

schéma CC-0 O.C.

2.2.2 Conventions de signe

Pour quantifier les transferts nous utiliserons la convention de signe suivante, illustrée en figure 2.4 :

- Lorsqu'ils sont positifs, les transferts Q et W traduisent une *réception* par le système.
- À l'inverse, lorsqu'ils sont négatifs, les transferts Q et W indiquent une *perte* du système. Le travail W est alors fourni et la chaleur Q émise.

Ainsi, dans les équations, nous pouvons systématiquement additionner les termes sans avoir à connaître le sens des transformations. Les transferts sont comptabili-

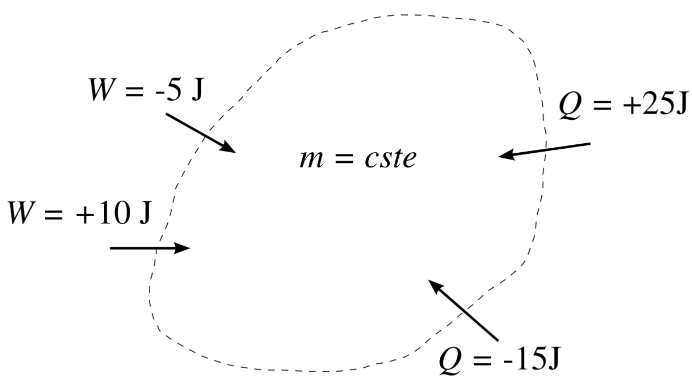


FIGURE 2.4 – Conventions de signe pour un système fermé. Les flux entrants sont positifs, les flux sortants sont négatifs ; ils sont tous représentés avec des flèches rentrantes. La quantité de masse est fixe.

schéma CC-0 O.C.

sés comme sur un compte bancaire : les dépenses sont négatives et les recettes positives.

2.3 Le premier principe dans un système fermé

Le premier principe stipule que l'énergie est indestructible (§1.1.2). Si on fournit 100 J de travail à un système fermé et qu'il perd 80 J sous forme de chaleur, c'est donc que « son » énergie a augmenté de 20 J. Nous nommons cette variation la *variation d'énergie interne*, ΔU.

Sous forme d'équation, le premier principe dans un système fermé se traduit par l'équation :

$$Q_{1\to 2} + W_{1\to 2} = \Delta U \tag{2/1}$$

pour un système fermé immobile ;
où $\Delta U = U_2 - U_1$ est la variation d'énergie interne (J),
$W_{1\to 2}$ est le travail reçu par le système (J),
et $Q_{1\to 2}$ est la chaleur reçue par le système (J).

Malheureusement l'énergie interne U est parfois très difficile à mesurer. Nous verrons dans les chapitres 4 et 5 que les corps emmagasinent cette énergie interne de différentes façons, et qu'elle est intimement liée à la température. L'énergie interne U, par définition, est toujours positive, mais sa variation ΔU ne l'est pas nécessairement.

L'équation 2/1 peut être exprimée avec des grandeurs spécifiques :

$$m\,(q_{1\to 2} + w_{1\to 2}) = m\,\Delta u$$
$$q_{1\to 2} + w_{1\to 2} = \Delta u \tag{2/2}$$

pour un système fermé immobile ;
où $\Delta u = u_2 - u_1$ est la variation d'énergie interne spécifique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$),
$w_{1\to 2}$ est le travail spécifique reçu par le système ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$),
et $q_{1\to 2}$ est la chaleur spécifique reçue par le système ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$).

Nous pouvons encore ré-écrire cette équation 2/2 pour l'exprimer sous sa *forme différentielle* :

$$\mathrm{d}q + \mathrm{d}w = \delta u \tag{2/3}$$

pour un système fermé immobile ;
où δu est la variation infinitésimale d'énergie interne spécifique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$),
$\mathrm{d}w$ est le transfert infinitésimal de travail spécifique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$),
et $\mathrm{d}q$ est le transfert infinitésimal de chaleur spécifique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$).

Dans cette équation 2/3, les opérateurs d et δ ont le même sens mathématique (celui de quantités infinitésimales) mais des significations phyiques différentes : $\mathrm{d}w$ représente un *transfert* infinitésimal qui s'intégrera en $w_{1\to 2}$, tandis que δu représente une *variation* infinitésimale qui s'intégrera en $\Delta u = u_2 - u_1$.

Lorsqu'un fluide est ramené à son état initial (même pression, même volume, même température), alors il contient exactement la même quantité d'énergie interne qu'auparavant. La totalité de l'énergie qu'il a reçue (sous forme de chaleur ou de travail) a donc nécessairement été rendue à l'extérieur sous une forme ou

« Appelons ainsi Q la quantité totale de chaleur qui doit être impartie à un corps pendant son passage, d'une manière donnée, depuis une condition à une autre, (toute chaleur prélevée au corps étant comptée comme une quantité négative), alors nous la divisons en trois parties, parmi lesquelles la première est employée à augmenter la chaleur existant véritablement dans le corps, la seconde à produire le travail intérieur et la troisième à produire le travail extérieur. Il va de la seconde partie ce que nous avons déjà dit de la première : qu'elle est indépendante du chemin suivi dans le passage du corps d'un état à un autre, et nous pouvons en conséquence représenter ces deux parties ensemble par une fonction U, qui même si nous ne pouvons mieux la définir, nous savons à l'avance au moins être entièrement déterminée par les états initial et final du corps. »

Rudolf Clausius, 1854
Über eine veränderte Form des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie [13]

une autre. Nous exprimons cette affirmation ainsi :

$$Q_{\text{cycle}} + W_{\text{cycle}} = 0 \tag{2/4}$$

pour un cycle thermodynamique complet,
où W_{cycle} est le travail reçu par le système (J),
et Q_{cycle} est la chaleur reçue par le système (J).

Cette équation 2/4 est la raison pour laquelle on énonce souvent le premier principe de la façon suivante, sans pourtant apporter grand'chose à notre simple affirmation du chapitre 1 :

« Lorsqu'un système a parcouru un cycle thermodynamique complet, la somme algébrique de la chaleur fournie et du travail effectué est nulle. »

2.4 Quantifier le travail avec un système fermé

Le calcul du travail avec les fluides est délicat. Nous allons procéder en trois étapes de complexité croissante :

- En remplaçant le fluide par un ressort ;
- En comprimant le fluide de façon infiniment lente ;
- En comprimant le fluide de façon rapide.

2.4.1 Le travail en fonction du volume, avec un ressort

Commençons par imaginer que le fluide au sein d'un système fermé se comporte comme un ressort métallique (figure 2.5). C'est une modélisation intéressante pour débuter notre étude. Nous avions vu en §1.3 que le travail fourni ou reçu par un ressort s'exprimait selon :

$$W_{A \to B} = - \int_A^B F \, dl \qquad (1/11)$$

Aujourd'hui, comme nous utilisons un fluide, nous voulons exprimer le travail en fonction des propriétés *pression* et *volume* plutôt que force et longueur.

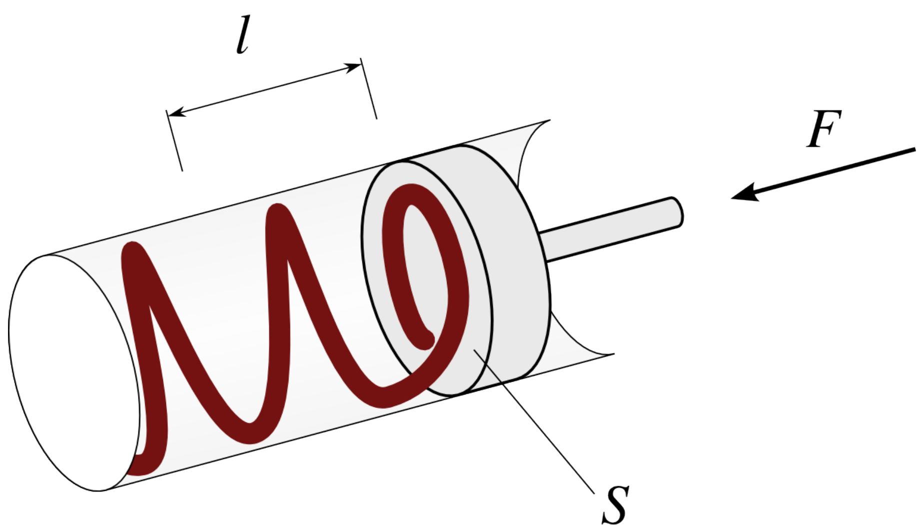


Figure 2.5 – Dans un premier temps, nous modélisons le fluide à l'intérieur du système avec un ressort métallique.

La pression se définit comme une force divisée par une aire :

$$p \equiv \frac{F}{S} \tag{2/5}$$

où p est la pression (Pa),
F est la force (N),
et S est l'aire de la surface sur laquelle la force s'applique ($\mathrm{m^2}$).

L'unité SI de la pression est le Pascal,

$$1\,\mathrm{Pa} \equiv 1\,\mathrm{N\,m^{-2}} \tag{2/6}$$

mais il est usuel d'utiliser le bar pour unité :

$$1\,\mathrm{bar} \equiv 1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \tag{2/7}$$

Notons que la pression atmosphérique à faible altitude est de l'ordre du bar ($p_{\text{atm.std.}} \equiv 1\,\mathrm{atm} \equiv 1{,}01325\,\mathrm{bar}$). Attention, les manomètres indiquent parfois une pression jaugée, qui n'est pas la pression réelle. Cette différence est décrite dans l'annexe A2.

Le volume est également exprimable facilement. Si le système est déformé par un piston d'aire S, de sorte que sa longueur varie de $\mathrm{d}l$, nous avons :

$$\mathrm{d}V = S\,\mathrm{d}l \tag{2/8}$$

où $\mathrm{d}V$ est la variation infinitésimale du volume ($\mathrm{m^3}$),
S l'aire du piston déplacé ($\mathrm{m^2}$),
et $\mathrm{d}l$ la variation infinitésimale de longueur du système correspondant au déplacement du piston (m).

Dans le système d'unités SI le volume se mesure en $\mathrm{m^3}$ mais l'unité de mesure la plus courante est le litre ($1\,\mathrm{L} \equiv 10^{-3}\,\mathrm{m^3}$).

Exprimons maintenant le travail d'un système fermé en fonction du volume et de la pression. En insérant les équations 2/5 et 2/8 dans l'équation 1/11 nous obtenons :

$$W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = -\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} F\,\mathrm{d}l = -\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} \frac{F}{S} S\,\mathrm{d}l$$

$$W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = -\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} p\,\mathrm{d}V \tag{2/9}$$

pour un système fermé modélisé par un ressort,
où $W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}$ est le travail reçu par le système (J),
p est la pression (homogène) intérieure (Pa),
et $\mathrm{d}V$ la variation du volume ($\mathrm{m^3}$).

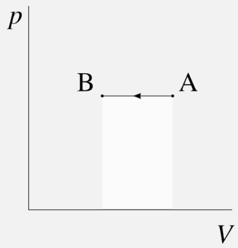
Pour pouvoir quantifier l'énergie stockée ou fournie par le système, il nous suffira donc de connaître la relation entre p et V. Dans le cas présent, cette fonction $p_{(V)}$ est directement liée à la caractéristique $F_{(l)}$ du ressort. La dureté du ressort et sa géométrie (à spires régulières ou progressives) détermineront au final la quantité de travail stockée et fournie par le système.

Un outil absolument formidable pour comprendre et analyser les transferts de chaleur est le *diagramme pression-volume*. Dans le cas où l'on modélise le fluide par un ressort, le travail peut être visualisé par l'aire sous la courbe d'une évolution (figure 2.6).

Exemple 2.1

Un système fermé est constitué d'une boîte vide dans laquelle on a placé un ressort. La pression exercée par le ressort sur les parois de la boîte est constante à $p = 10^5$ Pa quelque soit son volume. On comprime la boîte depuis un volume $V_A = 2\,\mathrm{L}$ jusqu'à $V_B = 1\,\mathrm{L}$. Quel est le transfert de travail ?

Sur un diagramme pression-volume et de façon qualitative (c'est-à-dire sans représenter les valeurs numériques), l'évolution peut être représentée ainsi :



Nous partons de l'équation 2/9 : $W_{A\to B} = -\int_A^B p\,\mathrm{d}V = -p_{\text{cste.}} \int_A^B \mathrm{d}V = p_{\text{cste.}} [V]_{V_A}^{V_B} = -10^5(1 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}) = +100\,\mathrm{J}$.

☞ Le signe est positif : la boîte (« le système ») reçoit du travail. Nous explicitons toujours le signe en quantifiant les transferts.

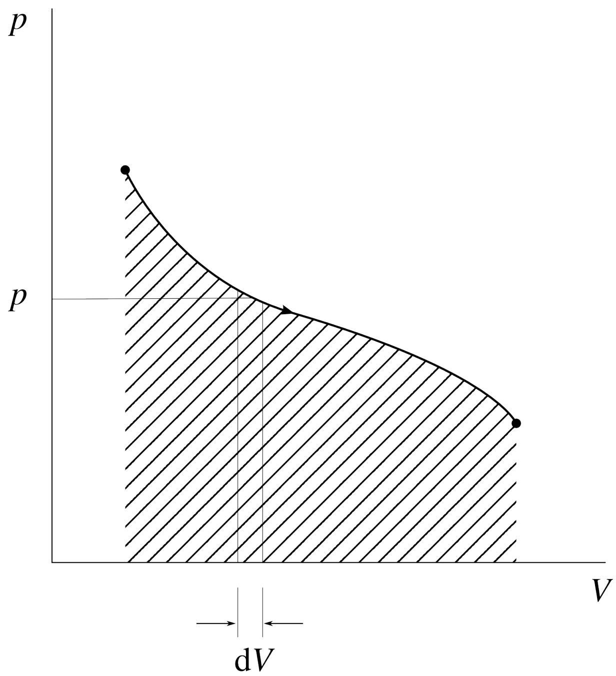


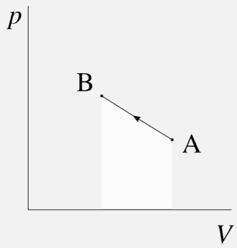
Figure 2.6 – Diagramme pression-volume d'un système fermé modélisé par un ressort. Dans le cas représenté, le volume augmente (le piston s'éloigne). La grandeur $\mathrm{d}V$ sera constamment positive, et le travail sera négatif : le système perd de l'énergie au profit du piston.
Cette figure représente le même phénomène qu'en figure 1.3 avec des grandeurs différentes.

schéma CC-0 o.c.

Exemple 2.2

Un système fermé a une pression interne liée à son volume par la relation $p = 7 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^8\ V$ (en unités SI). On comprime la boîte depuis un volume $V_A = 2\,\mathrm{L}$ jusqu'à $V_B = 1\,\mathrm{L}$. Combien a-t-il reçu ou perdu d'énergie sous forme de travail ?

Sur un diagramme pression-volume et de façon qualitative, l'évolution peut être représentée ainsi :



Encore une fois nous partons de l'équation 2/9 : $W_{A\to B} = -\int_A^B p\,\mathrm{d}V = -\int_A^B (7 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^8 V)\,\mathrm{d}V = -\left[7 \cdot 10^5 V - \frac{1}{2} 2 \cdot 10^8 V^2\right]_{V_A}^{V_B} = -(700 - 100 - 1\,400 + 400) = +400\,\mathrm{J}$ (positif : travail reçu par le système).

2.4.2 Travail d'un fluide en évolution lente

Lorsque l'on comprime un fluide, les molécules qui le composent sont plus rapprochées les unes des autres (figure 2.7) et les collisions entre elles et contre les parois deviennent plus fréquentes. À l'échelle macroscopique, cette augmentation se traduit par une augmentation de la pression.

Nous constatons expérimentalement que lorsque le mouvement est infiniment lent, un fluide comprimé se comporte exactement comme un ressort (figure 2.8). La précision « lorsque le mouvement est infiniment lent » est d'importance capitale, comme nous le verrons plus bas.

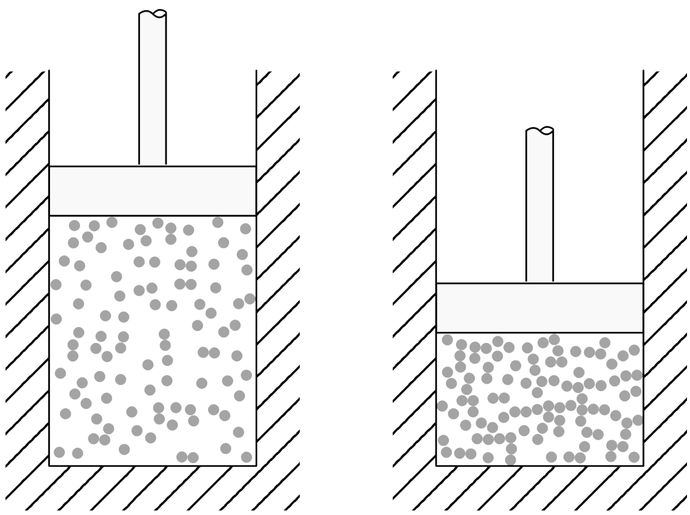


FIGURE 2.7 – Une représentation simpliste d'un fluide que l'on comprime infiniment lentement sans le chauffer. Le fluide voit sa température et sa pression augmenter.

schéma CC-0 o.c.

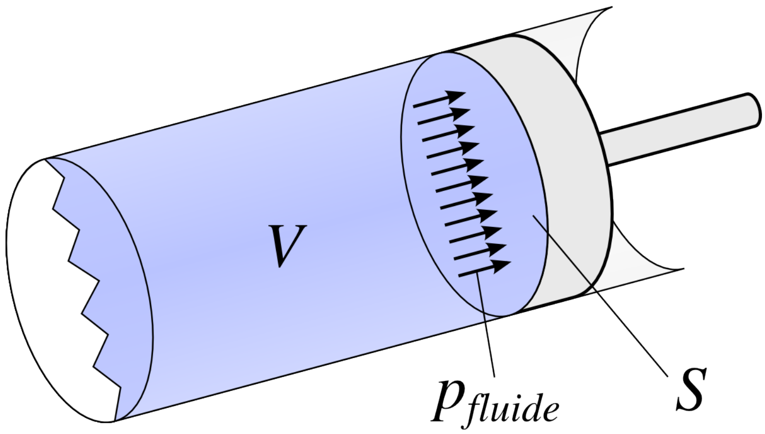


FIGURE 2.8 – Lorsque le mouvement du piston est infiniment lent, le fluide se comporte comme un ressort que l'on comprime.

schéma CC-BY-SA *Olivier Cleynen*

Si cette condition est respectée, nous pouvons exprimer le travail reçu ou perdu par le système de la même façon qu'avec le ressort de la section précédente :

$$W_{A\to B} = -\int_A^B p \, dV$$
$$w_{A\to B} = -\int_A^B p \, dv \qquad (2/10)$$

pour un système fermé lorsque les variations de volume sont infiniment lentes ;
où $w_{A\to B}$ est le travail spécifique reçu par le système ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$),
p est la pression (homogène) intérieure (Pa),
et dv la variation du volume spécifique ($\mathrm{m^3\,kg^{-1}}$).

Sur un graphique représentant la pression en fonction du volume spécifique, ce travail $w_{A\to B}$ est représenté par la surface sous la courbe de A à B, exactement comme la figure 2.6. La forme de la courbe, c'est-à-dire la relation entre p et v au fur et à mesure de l'évolution, déterminera la quantité $w_{A\to B}$.

« Cela posé, prenons un gaz quelconque à la température T [...] ; représentons son volume v_o par l'abscisse AB, et sa pression par l'ordonnée CB.[...] Le gaz, pendant sa dilatation, aura développé une quantité d'action mécanique qui aura pour valeur l'intégrale du produit de la pression, par la différentielle du volume, et qui sera représentée géométriquement par la surface comprise entre l'axe des abscisses, les deux coordonnées CB, DE, et de la portion d'hyperbole CE. »

Benoît Paul Émile Clapeyron, 1834
(le premier diagramme $p - v$...)
Mémoire sur la puissance motrice de la chaleur [5]

Comment les fluides se comportent-t-ils lorsqu'on les comprime – autrement dit, par quel type de « ressort » peut-on les modéliser ? On constate expérimentalement que, lorsqu'on les comprime, la plupart des gaz voient leur pression et leur volume liés par une relation de type $p\,v^x = \text{cste.}$ avec x une constante lorsqu'on les comprime (figure 2.9)[1].

Lorsqu'on apporte de la chaleur au fluide pendant qu'on le comprime, on « durcit » son comportement, et la pression augmente plus rapidement (figure 2.10). À l'inverse, lorsqu'on lui prélève de la chaleur pendant la compression, la pression augmente moins rapidement. Ces transferts de chaleur font donc varier la quantité de travail à fournir pour comprimer le fluide entre deux volumes donnés.

Le cas où l'on apporte pas de chaleur est nommé *adiabatique* : $Q = 0$. Attention : adiabatique ne veut pas dire « à température constante ». Lorsque l'on comprime un fluide sans apport de chaleur, sa température augmente. Dans un moteur diesel,

1. Toutefois, nous verrons au chapitre 5 que les liquides/vapeurs ne se comportent pas du tout comme cela sur une plage de propriétés donnée, même si la tendance globale reste la même.

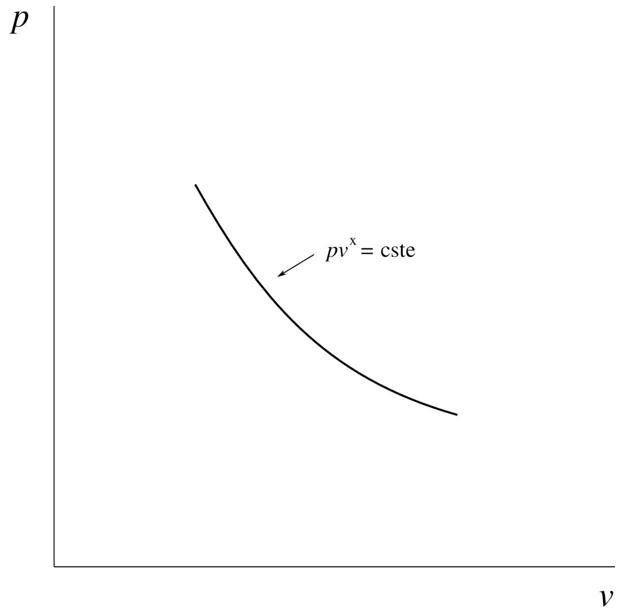


FIGURE 2.9 – Propriétés d'un gaz lorsqu'on le comprime. La relation est similaire à celle que l'on obtiendrait avec un ressort à spires progressives.

schéma CC-0 O.C.

par exemple, l'air dans les cylindres peut atteindre 900 °C avant la combustion – ce qui est désirable, comme nous le verrons au chapitre 7 (*le second principe*).

« S'il était vrai que la vapeur se dépensât par le cylindre à une pression égale à celle de la chaudière, ou qui fût à celle-ci dans un rapport fixe indiqué par un coefficient quelconque, puisqu'il faut toujours à une même locomotive le même nombre de tours de roue, ou le même nombre de coups de piston pour parcourir la même distance, il s'en suivrait que tant que ces machines travaillent à la même pression, elles devraient consommer dans tous les cas la même quantité d'eau pour la même distance. »

François-Marie Guyonneau de Pambour, 1839
Théorie de la machine à vapeur [7]

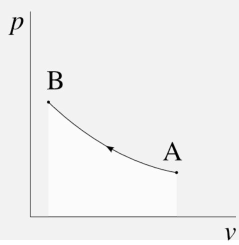
Dans les trois évolutions de la figure 2.10, la relation de type $pv^x = \text{cste.}$ reste une modélisation appropriée. Plus on apporte de chaleur pendant la compression, plus la pression augmente rapidement – l'exposant x est alors plus important.

Inversement, si l'on prélève de la chaleur pendant la compression, la pression augmente moins rapidement et on obtient une courbe plus proche de l'horizontale (avec un exposant x plus faible). En prélevant suffisamment de chaleur, on peut même maintenir la pression constante, comme nous le verrons aux chapitres 4 et 5. L'exposant x est alors nul et on a $p = p_{\text{cste.}}$.

Exemple 2.3

Un gaz dans un cylindre est comprimé lentement par un piston. On observe que sa pression est liée à son volume par la relation $pv^{1,2} = k$ (en unités SI, et où k est une constante). Au début de la compression, ses propriétés sont $p_A = 1\,\text{bar}$ et $v_A = 1\,\text{m}^3\,\text{kg}^{-1}$. On le comprime jusqu'à ce que son volume ait atteint $v_B = 0{,}167\,\text{m}^3\,\text{kg}^{-1}$.
Quelle quantité de travail spécifique le gaz a-t-il fourni ou reçu ?

Sur un diagramme pression-volume et de façon qualitative, l'évolution peut être représentée ainsi :



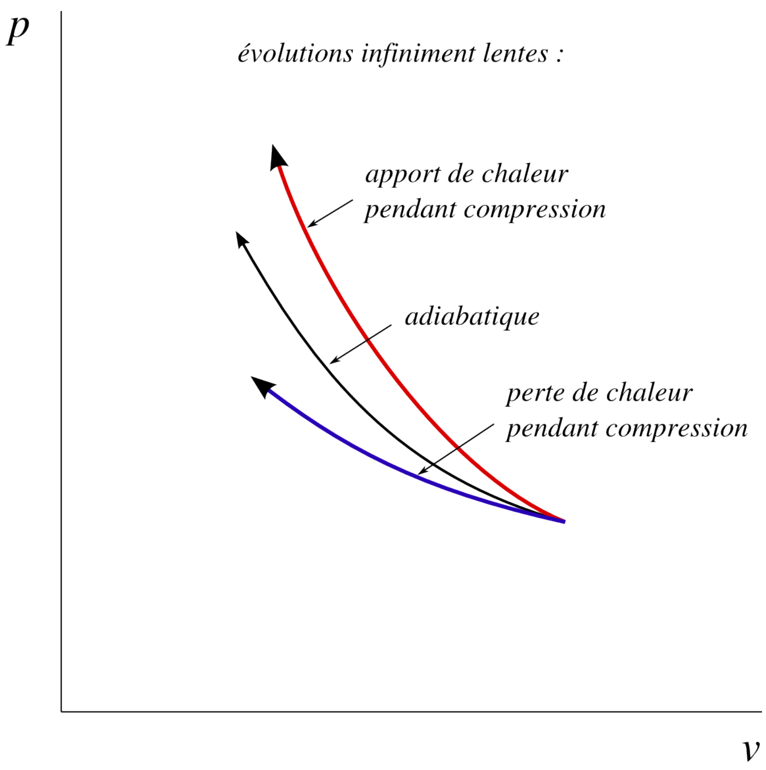


FIGURE 2.10 – Comportement d'un fluide lorsqu'on le comprime infiniment lentement. Plus on lui apporte de chaleur pendant la compression, plus la pression augmente fortement. La courbe adiabatique représente le cas où aucun apport ni perte de chaleur n'a lieu ($Q = 0$).

Il nous faut d'abord calculer la valeur de k pour connaître quantitativement la relation entre p et v. Nous l'obtenons avec les conditions initiales : $k = p_A v_A^{1,2} = 10^5 \times 1^{1,2} = 10^5$ u.SI.

👉 La grandeur de k est déroutante : elle est mesurée en $\mathrm{Pa\,m^{3,6}\,kg^{-1,2}}$. Cela n'a pas d'importance pour nous et il nous suffit (après avoir bien converti les unités d'entrée en SI!) d'indiquer « unités SI », ou u.SI.

Maintenant, nous pouvons décrire p en fonction de v : $p = 10^5 \times v^{-1,2}$. Il n'y a plus qu'à intégrer en partant de l'équation 2/10 : $w_{A \to B} = -\int_A^B p\,dv = -\int_A^B k v^{-1,2}\,dv = -k\left[\frac{1}{-1,2+1} v^{-1,2-1}\right]_{v_A}^{v_B} = \frac{10^5}{0,2}\left[v^{-0,2}\right]_1^{0,167} = +2,152 \cdot 10^5\,\mathrm{J\,kg^{-1}} = +215,2\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$.

👉 Le signe est positif : le gaz reçoit du travail.

👉 Le résultat peut paraître grand, mais il faut se rappeler que c'est un travail spécifique (§1.1.5) qu'il faudra multiplier par la masse du gaz pour obtenir une quantité en joules. Aux conditions de départ ($1\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$) un volume d'air de 1 L pèse à peine plus d'un gramme.

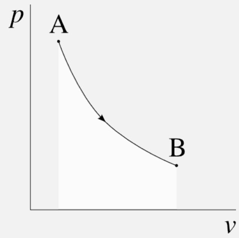
Exemple 2.4

Une masse de 0,3 gramme de gaz pressurisée dans un cylindre est détendue lentement en laissant un piston se déplacer. On sait que sa pression et son volume sont reliés par une relation de type $pv^{k_1} = k_2$ (où k_1 et k_2 sont deux constantes).

Au début de la détente, la pression est à 12 bar et le volume est de 0,25 L.

Une fois détendu, le gaz arrive à pression ambiante de 1 bar avec un volume de 1,76 L.
Quel travail le gaz a-t-il dégagé pendant la détente ?

Sur un diagramme pression-volume et de façon qualitative, l'évolution peut être représentée ainsi :



Il nous faut d'abord connaître entièrement la loi reliant p à v ; ensuite nous procéderons à l'intégration $-\int p \, \mathrm{d}v$ pendant l'évolution pour calculer le travail.
Commençons par calculer les volumes spécifiques au départ et à l'arrivée : $v_A = \frac{V_A}{m} = \frac{0{,}25 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-4}} = 0{,}833\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}}$. De même, $v_B = \frac{V_B}{m} = 5{,}867\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}}$. Maintenant, nous pouvons calculer k_1 :

$$\begin{aligned}
p_A v_A^{k_1} &= p_B v_B^{k_1} \\
\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^{k_1} &= \frac{p_B}{p_A} \\
k_1 \ln\left(\frac{v_A}{v_B}\right) &= \ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right) \\
k_1 &= \frac{\ln\left(\frac{p_B}{p_A}\right)}{\ln\left(\frac{v_A}{v_B}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{1}{12}\right)}{\ln\left(\frac{0{,}833}{5{,}867}\right)} = 1{,}2733
\end{aligned}$$

Et avec k_1, nous pouvons calculer $k_2 = p_A v_A^{k_1} = 12 \cdot 10^5 \times 0{,}833^{1{,}2733} = 9{,}514 \cdot 10^5$ u.si.

☞ k_1 est un exposant et n'a pas d'unités. Les unités de k_2 ne nous intéressent pas.

☞ Même si elle peut paraître laborieuse, cette démarche « nous avons un modèle général pour la tendance, quels sont les paramètres pour ce cas particulier ? » est très courante en physique, et extrêmement utile pour l'ingénieur/e.

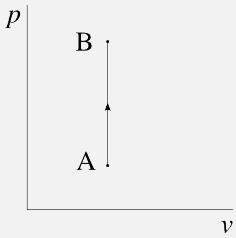
Nous savons maintenant décrire quantitativement les propriétés pendant l'évolution : $pv^{1{,}2733} = 5{,}914 \cdot 10^5$. Il n'y a plus qu'à effectuer notre intégration habituelle : $w_{A\to B} = -\int_A^B p \, \mathrm{d}v = -k_2 \int_A^B v^{-k_1} \, \mathrm{d}v = \frac{-9{,}514 \cdot 10^5}{-0{,}2733} \left[v^{-0{,}2733}\right]_{0{,}833}^{0{,}587} = -3{,}333 \cdot 10^6\ \mathrm{J\,kg^{-1}} = -3\,333\ \mathrm{kJ\,kg^{-1}}$. Nous multiplions par la masse de gaz pour obtenir le travail : $W_{A\to B} = m\, w_{A\to B} = -1\ \mathrm{kJ}$.

☞ Ce calcul peut être effectué de façon plus rapide, sans calculer les valeurs de v_A, v_B et k_2. Toutefois, pour être certain/e de parvenir au résultat, il est plus sûr et plus facile de quantifier p et v (en si) à tous les stades de l'évolution avant de débuter une intégration.

Exemple 2.5

Un gaz enfermé dans un réservoir hermétique est chauffé lentement. Son volume reste bloqué à 12 L, et sa pression évolue de 1 bar jusqu'à 40 bar. Quel est le travail développé ?

Sur un diagramme pression-volume et de façon qualitative, l'évolution peut être représentée ainsi :



Le travail est nul, bien sûr. Le volume ne changeant pas, $\mathrm{d}V$ est nul pendant toute l'évolution. Nous pouvons chauffer ou refroidir à loisir, mais tant qu'aucune paroi n'est déplacée, il n'y aura pas de transfert de travail.

2.4.3 Travail d'un fluide en évolution rapide

Les choses se compliquent lorsque nous comprimons et détendons notre fluide de façon rapide (figure 2.11). Il se produit alors un phénomène complexe et d'importance critique en thermodynamique : **la pression sur la paroi est différente de la « pression moyenne » à l'intérieur du fluide**.

Pour décrire ce qui se passe à l'intérieur du fluide, nous pouvons prendre l'exemple de l'eau d'une baignoire que l'on pousse avec les mains – comme la paroi mobile dans le réservoir représenté en figure 2.12. Lorsque le piston est éloigné et rapproché brutalement, la pression sur ses parois n'est pas la même que lorsqu'il est déplacé lentement.

« Nous avons dit qu'à l'origine du mouvement l'équilibre de pression s'établit entre la chaudière et le cylindre, mais à mesure que la vitesse du piston s'accroît, celui-ci fuit en quelque sorte devant la vapeur sans lui donner le temps d'établir cet équilibre, et la pression dans le cylindre baisse nécessairement. »

François-Marie Guyonneau de Pambour, 1835
Traité théorique et pratique des machines locomotives [6]

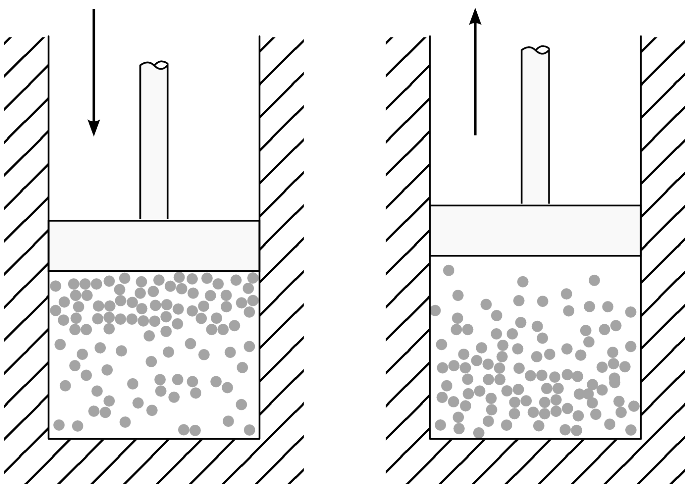


FIGURE 2.11 – Compression et détente irréversibles. Lorsqu'on comprime un fluide de façon brutale (schéma de gauche), la pression sur la paroi du piston est augmentée. Lors d'une détente brutale (schéma de droite) cette pression est diminuée.

schéma CC-BY-SA *Olivier Cleynen*

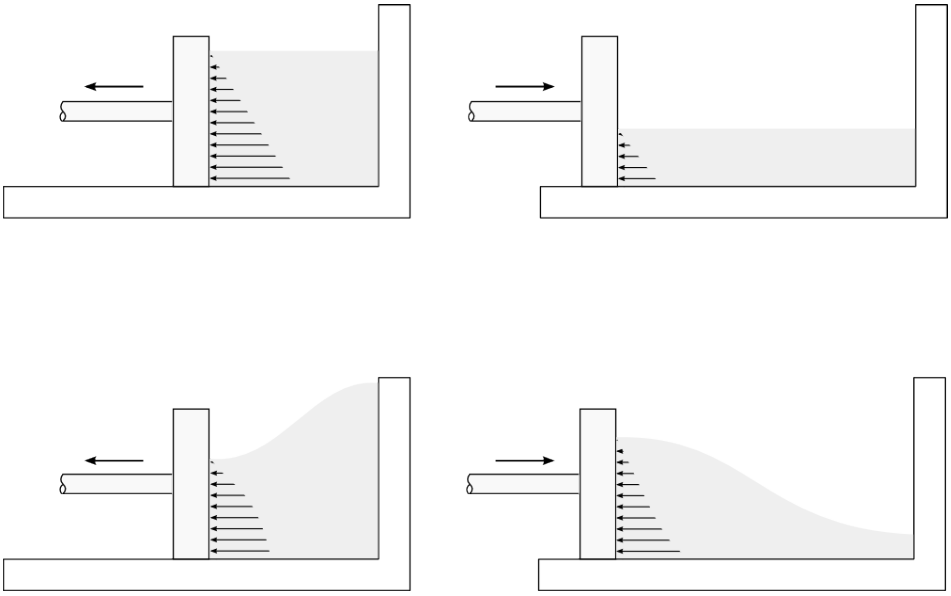


Figure 2.12 – Paroi mobile déplaçant une masse d'eau dans un réservoir : en haut, selon un mouvement infiniment lent ; en bas, avec un mouvement brutal. Les flèches représentent la pression appliquée sur la paroi mobile par l'eau.

Dans chacun des cas, la quantité de travail consommé à la compression est plus grande et la quantité de travail fourni à la détente est plus petite.

Nous nommons ce phénomène l'*irréversibilité*. Elle nous sera d'un grand embarras dans notre étude quantitative de la thermodynamique et elle rendra encore plus ardues nos conversions de travail et chaleur.

Que se passe-t-il donc dans le cylindre empli de fluide, lorsqu'on ne le comprime pas de façon infiniment lente ? Lors d'une compression brutale, la pression sur la paroi du piston est plus grande que la pression moyenne à l'intérieur du cylindre (figure 2.13). On dépense *plus d'énergie que nécessaire* pour effectuer le déplacement.

On pourrait ainsi dire que lorsqu'on le comprime et détend brutalement, un fluide se comporte comme un ressort « fragile », à l'intérieur duquel quelque

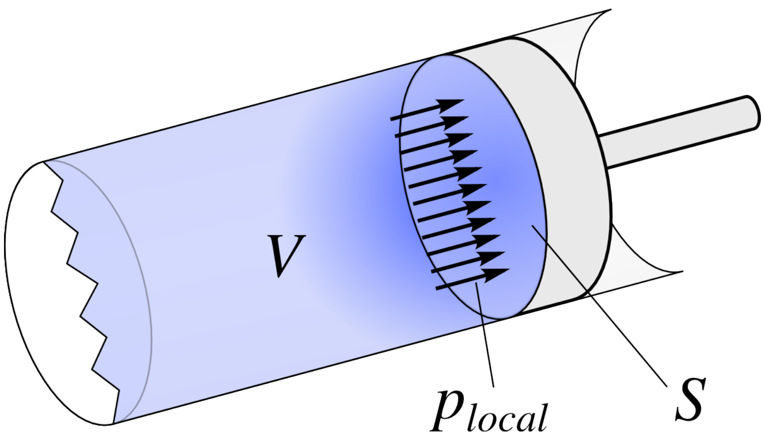


Figure 2.13 – Fluide comprimé de façon brutale. La pression locale à la surface du piston est supérieure à ce qu'elle aurait été avec un mouvement lent.

chose se modifie : il n'est pas capable de rendre toute l'énergie mécanique qu'il a emmagasinée.

Si le travail reçu n'est pas égal au travail restitué, alors où est passé l'excédent d'énergie ? Ce surcroît d'énergie, fourni sous forme de travail par le piston, est *transformé en chaleur à l'intérieur du fluide* pendant les mouvements.

L'évolution tracée sur un diagramme pression-volume (figure 2.14) est bien plus complexe que dans le cas d'une évolution infiniment lente. La pression moyenne à l'intérieur du fluide augmente plus rapidement qu'elle ne le ferait en mouvement lent.

Pendant la détente, le phénomène inverse se produit (figure 2.15) : une zone de plus faible pression se forme au devant de la paroi du piston, et le travail fourni par le fluide au piston est plus faible qu'il ne l'aurait été dans le cas réversible.

D'un point de vue quantitatif, plus les mouvements sur le fluide seront brutaux, et plus l'évolution du fluide ressemblera à une évolution avec apport de chaleur (« durcissement » du fluide et augmentation de l'exposant x pendant les compressions, diminution de l'exposant x pendant les détentes).

Par contre, le travail fourni ou reçu par le fluide ne peut plus être simplement calculé par intégrale puisque la pression à l'intérieur du cylindre n'est pas du tout homogène. C'est la pression à la surface du piston qui permettrait de calculer ce travail. Malheureusement, aucune relation mathématique simple ne permet

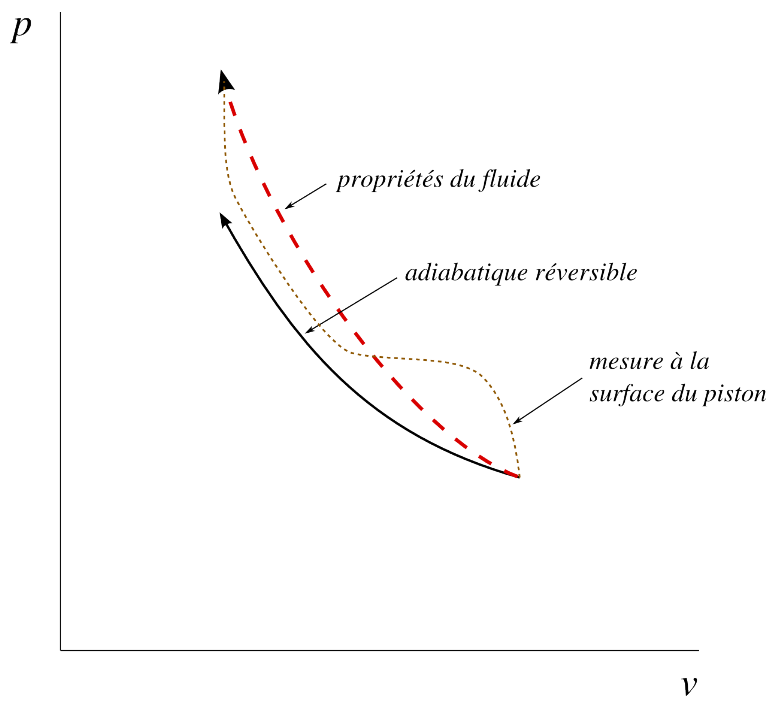


FIGURE 2.14 – Compression irréversible adiabatique sur un diagramme pression-volume.
Nous représentons l'évolution du gaz en pointillés : il ne s'agit pas d'une série d'états continue car la pression du fluide n'est pas homogène pendant le trajet.
Le chemin qu'aurait suivi le fluide si la compression avait été infiniment lente est représenté avec un trait continu.
Pendant la compression, le « surcoût » de travail fourni par le piston est transformé en chaleur (bien que le gaz soit parfaitement isolé).

schéma CC-0 o.c.

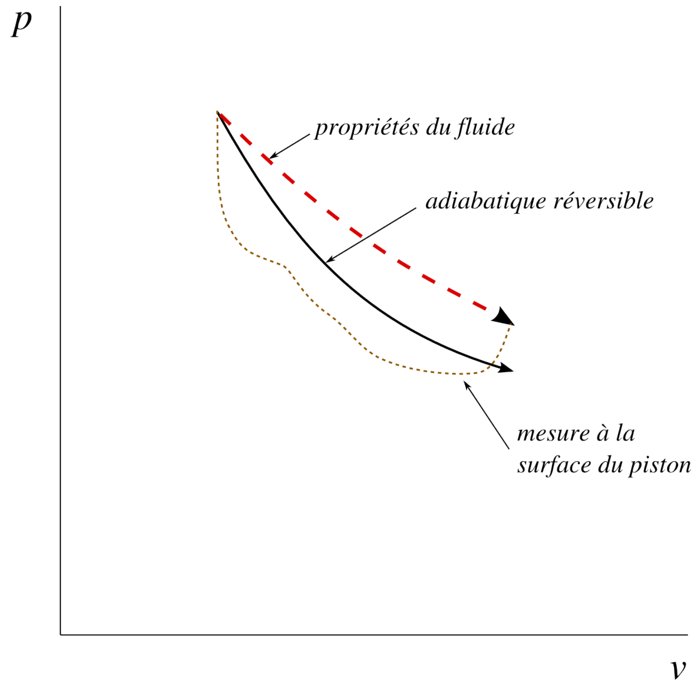


FIGURE 2.15 – Détente irréversible adiabatique sur un diagramme pression-volume.
Le travail reçu par le piston est plus faible qu'il ne l'aurait été avec un mouvement lent. Le trajet suivi par le fluide est représenté en pointillés (la pression n'étant pas homogène pendant le mouvement).

schéma CC-0 o.c.

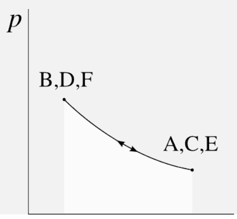
de décrire cette relation entre pression et volume. Il faut effectuer une mesure expérimentale à chaque fois.

Exemple 2.6

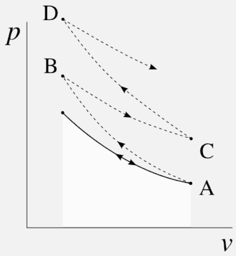
On enferme un gaz dans un cylindre hermétique et on effectue des allers-retours entre deux volumes donnés avec le piston, sans transférer de chaleur. Au départ, les allers-retours sont très lents. Ensuite, on effectue les allers-retours de façon très rapide.

Quelle sera l'allure des évolutions sur un diagramme pression-volume ?

Lors des évolutions lentes, la pression passe toujours par les mêmes valeurs pendant les allers-retours :



En revanche, pendant les évolutions rapides, à chaque trajet la pression finale est plus grande que ce qu'elle aurait été pendant un trajet lent :



Ainsi, les propriétés s'élèvement progressivement sur le diagramme pression-volume : l'excédent de travail investi pendant les compressions, et le défaut de travail récupéré pendant la détente, se traduisent par une augmentation de l'énergie interne du gaz, dont la température augmente continuellement.

2.4.4 La réversibilité

Prenons quelques instants pour réfléchir sur ce que nous venons de décrire. À chaque fois que nous comprimons un fluide « trop vite », il se passe quelque chose qui nous empêche de récupérer notre travail.

Du point de vue de l'ingénieur/e, une évolution lente est un cas limite : celui où les dissipations sont minimisées. Par exemple, le travail qu'il faut investir pour comprimer un gaz jusqu'à 10 bar est minimal lorsque la compression est réversible. De même, une turbine dans laquelle la détente est réversible extraira le maximum de travail d'un fluide comprimé. Et au contraire, dans un amortisseur automobile, on rend les évolutions très irréversibles pour qu'il fournisse lors du chemin retour un travail plus faible qu'à l'aller.

Du point de vue de la physique, le phénomène d'irréversibilité est fascinant. En effet, nous partons de collisions de molécules, un phénomène tout à fait réversible, pour fabriquer une transformation irréversible : une évolution qui ne va que dans un sens ! Pour ramener le gaz dans l'état où il était avant de le comprimer brutalement, nous sommes obligés de lui prendre de la chaleur. Il est surprenant que sans aller à l'encontre des lois de Newton, nous ayons créé une situation où *on ne peut pas revenir en arrière en « faisant l'inverse »*. Existe-t-il d'autres transformations irréversibles ? Peut-on quantifier l'irréversibilité ? Nous tenterons de répondre à ces questions dans les chapitre 7 (*le second principe*) et chapitre 8 (*l'entropie*).

« D'où vient l'irréversibilité ? elle ne vient pas des lois de Newton. Si nous partons de l'idée que le comportement de toutes choses doit être en définitive compris en termes des lois de la physique et s'il apparaît également que toutes les équations ont cette propriété fantastique d'avoir une autre solution [valide] lorsque nous remplaçons t par $-t$, alors chaque phénomène est réversible. Comment se fait-il alors que dans la nature, à une grande échelle, les choses ne soient pas réversibles ? »

Richard Feynman, 1963
The Feynman Lectures on Physics
[30, 35]

En attendant, nous admettrons qu'il faut respecter trois conditions pour qu'une évolution soit réversible :

1. L'évolution doit se faire sans friction. Il ne doit pas y avoir de frottement dans les éléments mécaniques (par exemple, entre piston et cylindre).
2. La pression dans le fluide doit être homogène. Le mouvement des parois doit donc être infiniment lent, et le fluide doit évoluer sans turbulence.

3. La différence de température entre le fluide et son environnement doit être infiniment petite. Si de la chaleur est fournie ou rejetée, elle doit donc être transférée de façon infiniment lente.

Ces trois conditions excluent évidemment toute évolution réelle – et en particulier, toute application pratique dans un moteur ! Toutefois, nous les utiliserons pour poser une limite théorique idéale à toutes les évolutions réelles que nous étudierons.

2.5 Quantifier la chaleur avec un système fermé

Au risque de frustrer l'étudiant/e, il nous faut tout de suite avouer que *nous ne savons pas quantifier directement les transferts de chaleur*. Nous allons toujours procéder par déduction : en quantifiant la variation d'énergie, et en y soustrayant les transferts sous forme de travail, on obtient la quantité de chaleur qui a été transférée. Mathématiquement, dans un système fermé, nous ne faisons que réutiliser l'équation 2/1 pour obtenir :

$$Q_{1\to 2} = \Delta U - W_{1\to 2} \tag{2/11}$$

$$q_{1\to 2} = \Delta u - w_{1\to 2} \tag{2/12}$$

pour un système fermé.

Toute la difficulté pour quantifier un transfert de chaleur est maintenant de prédire et quantifier le changement de l'énergie interne, ΔU. Pour les gaz, U est quasiment proportionnelle à la température ; pour les liquides et vapeurs, la relation est plus complexe. Nous apprendrons à quantifier l'énergie dans les fluides aux chapitre 4 (*le gaz parfait*) et chapitre 5 (*liquides et vapeurs*).

Un peu d'histoire : le moteur compound

*

Dans les années 1830, le moteur à vapeur vient de révolutionner le paysage et le réseau économique de la Grande-Bretagne. Tout ou presque y voyage alors par rail : passagers, récoltes, charbon, produits de l'industrie. Ces trains sont tractés par des moteurs à vapeur, aux dimensions monumentales et à l'efficacité déplorable — quatre-vingt dix-sept pourcent de l'énergie dégagée par le charbon est perdue dans les cheminées. Ce n'est pas dramatique : le charbon et l'eau abondent, et il suffit d'arrêts ponctuels le long des lignes de chemin de fer pour réapprovisionner les machines.

Sur les océans par contre, on utilise encore le vent pour se déplacer. Pour pouvoir joindre deux continents au moteur (c'est à dire sans louvoyer !), il faut résoudre deux problèmes.

Le premier est que les moteurs consomment beaucoup d'eau. L'eau de mer, certes abondante, est inutilisable en l'état car les dépôts de sel et de calcaire provoqués lors de son ébullition étouffent les chaudières et entraînent un grave risque d'explosion. Il faut donc la désaliniser si l'on veut l'insérer dans la chaudière, ce qui est très coûteux en énergie.

Le problème sera résolu avec l'utilisation des *condenseurs*, dont les locomotives étaient dispensées par économie de place. Désormais, lorsque la vapeur a effectué son travail dans les cylindres, elle n'est plus simplement jetée dans l'atmosphère, mais refroidie dans de grands condenseurs avant d'être comprimée puis ré-insérée dans la chaudière. L'eau circule donc de façon cyclique à travers tout le moteur – il n'est plus besoin que de pallier les fuites.

Le second problème est plus grave et plus difficile à résoudre : comment augmenter le rendement ? Ce n'est pas qu'une question financière : le premier navire transatlantique à vapeur, le *SS Savannah*, est si inefficace qu'il termine sa traversée à la voile, alors qu'il n'était empli *que* du charbon de son moteur !

Pour augmenter le rendement d'un moteur de capacité donnée, on cherche à augmenter la quantité

FIGURE 2.16 – *SS Savannah*, première traversée atlantique à vapeur en 1819, terminée à la voile.

Image domaine public par Hunter Wood, 1819

de travail générée par chaque kilo de vapeur, qui peut être approximée par la relation 2/10 :

$$w_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = -\int_{\mathrm{A}}^{\mathrm{B}} p \, \mathrm{d}v$$

La première chose à faire est d'augmenter la pression p_A de la vapeur, c'est à dire sa pression avant qu'elle ne débute sa détente dans les cylindres. Ce n'est pas chose facile : augmenter la pression de la chaudière augmente les contraintes structurelles qu'elle subit, donc son coût, et réduit son efficacité car les parois doivent être épaissies et alourdies.

On peut ensuite tenter d'augmenter le Δv, c'est-à-dire la variation totale de volume lors du mouvement du piston. Autrement dit, il faut augmenter le volume balayé par les cylindres. Là encore, ce n'est pas chose facile.

D'une part, lorsque l'on augmente le diamètre des cylindres – ce qui augmente l'aire S – on soumet les pistons à une plus grande force F_A, pour une pression p_A donnée (2/5) :

$$p \equiv \frac{F}{S}$$

En augmentant la force transmise, on atteint rapidement les limites structurelles de la mécanique motrice.

D'autre part, lorsque l'on augmente la longueur des cylindres, on rallonge également le moteur et on alourdit considérablement le mécanisme de bielle et vilebrequin. D'autant que la pression et le volume de la vapeur sont liés l'un à l'autre : ils suivent approximativement une relation de type $pv^x = k$ pendant la détente. Autrement dit, plus le volume augmente, plus la pression diminue : au fur et à mesure que l'on rallonge le cylindre, les gains en travail sont de plus en plus faibles.

Le moteur *compound* répond à ce problème en utilisant plusieurs cylindres *en série* (figure 2.17). La vapeur à haute pression déplace d'abord un piston de petit diamètre (limitant ainsi la force exercée sur le mécanisme). Ensuite, elle est transférée dans un autre cylindre, de plus grand diamètre. Celui-ci permet d'obtenir une force identique avec une pression plus basse ; il balaie un plus grand volume.

Ainsi, en augmentant le volume total balayé par la vapeur en expansion, on peut extraire plus de travail de la vapeur compressée, sans surdimensionner le vilebrequin ni surcharger les pistons.

Avec un tel moteur, la marine marchande est capable d'abandonner le cabotage : elle s'empare de cette nouvelle technologie qui connaît un succès immédiat. De deux cylindres en série (*double compound*) on passe à trois, et même parfois quatre (*quadruple compound*!), pour extraire de la vapeur à chaque fois plus d'énergie, sous forme de travail.

L'enthousiasme gagne les armateurs, qui se targuent désormais ne plus devoir brûler qu'une feuille de papier pour déplacer une tonne de cargaison sur un mile. Même s'il s'entend que ledit papier est fort épais, l'avancée est faite. Voilà le thé des Indes bientôt dans les tasses londoniennes – l'empire britannique dispose à partir de ce moment des machines dont avait besoin son formidable réseau économique.

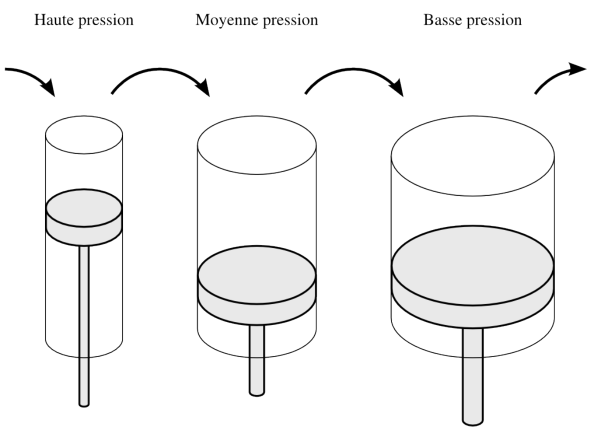


Figure 2.17 – Cylindres en série, dits *compound*.

schéma CC-by-sa *Olivier Cleynen*

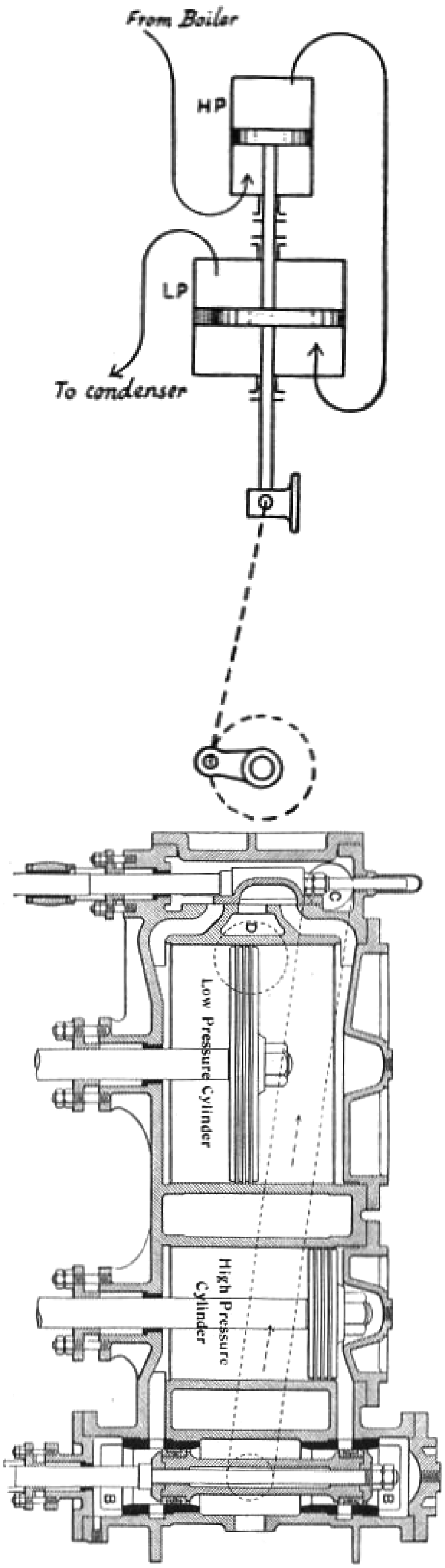


Figure 2.18 – Différents systèmes compound à vapeur.

Images domaine public Prof. William Ripper, 1889