Exercices chapitre 7

Version du 19 décembre 2014

Les propriétés de l'eau sont toutes tabulées dans les abaques n°1, 2 et 3.

L'air est considéré comme un gaz parfait.

$$c_{v(\text{air})} = 718\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1} \qquad R_{\text{air}} = 287\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$$

$$c_{p(\text{air})} = 1\,005\,\text{J}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1} \qquad \gamma_{\text{air}} = 1{,}4$$

Nous admettons que pour une évolution adiabatique réversible (sans apport de chaleur et infiniment lente) les propriétés de l'air suivent les trois relations suivantes :

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} \tag{4/36}$$

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{4/37}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma} \tag{4/38}$$

Nous admettons également que lors d'une évolution isotherme réversible (à température constante et infiniment lente) d'un gaz parfait, le transfert de travail engendré en système ouvert ou fermé s'exprime selon la relation :

$$w_{1\to2} = R\,T_{\text{cste.}} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = R\,T_{\text{cste.}} \ln\left(\frac{v_1}{v_2}\right) \tag{4/29}$$

Nous admettons enfin que les efficacités des machines thermiques basées sur un cycle de Carnot s'expriment en fonction des températures absolues ainsi :

$$\eta_{\text{moteur Carnot}} = 1 - \frac{T_B}{T_H} \tag{7/6}$$

$$\eta_{\text{réfrigérateur Carnot}} = \frac{1}{\frac{T_H}{T_B} - 1} \tag{7/7}$$

$$\eta_{\text{thermopompe Carnot}} = \frac{1}{1 - \frac{T_B}{T_H}} \tag{7/8}$$

7.1 Efficacité maximale d'un moteur

Quelle est l'efficacité maximale qu'une centrale à vapeur puisse atteindre en opérant dans l'atmosphère à température ambiante (15 °C), et dont le cycle a une température maximale de 800 °C ?

7.2 Efficacité maximale d'un réfrigérateur

Quelle est l'efficacité maximale théorique qu'un congélateur domestique pourrait atteindre en fonctionnant entre les températures de −6 °C et 20 °C ?

Pour quelle(s) raison(s) le COP atteint par les congélateurs usuels (environ 3) sont-ils inférieurs ?

7.3 Efficacité maximale d'une thermopompe

Une personne souhaite installer une pompe à chaleur pour chauffer son domicile avec une puissance de 10 kW.

1. Expliquez brièvement pourquoi la performance d'une pompe à chaleur s'exprime selon :

$$\eta_{\text{thermopompe}} = \left|\frac{\dot{Q}_{\text{out}}}{\dot{W}_{\text{net}}}\right| \tag{7/9}$$

2. Estimez la consommation minimale théorique de la pompe un soir de grand froid ($T_{\text{ext.}} = -12\,°\text{C}$; $T_{\text{int.}} = 20\,°\text{C}$).
3. Quelle sera la consommation minimale de la pompe à chaleur lorsque les températures interne et externe seront de 17 °C et 16 °C respectivement ?
4. Quelle sera la consommation minimale théorique de la pompe dans le cas où les températures interne et externe sont identiques ? Que se passe-t-il en théorie si la température externe est plus grande qu'à l'intérieur ?

7.4 Cycle de Carnot

Comme ce cycle joue un rôle central en thermodynamique, il est utile de savoir le décrire précisément :

1. Décrivez brièvement les quatre phases d'un cycle moteur de Carnot, en décrivant le sens des transferts de chaleur.
2. Pourquoi les transferts de chaleur sont-ils isothermes ?
3. Est-il préférable d'utiliser un gaz parfait ou un mélange liquide-vapeur pour effectuer ce cycle ?
4. Quels problèmes pratiques le cycle de Carnot pose-t-il ?

7.5 Moteur de Carnot à vapeur

On tente de mettre en place une centrale à vapeur basée sur le cycle de Carnot pour fabriquer de l'électricité (figure 7.13). La chaudière fonctionne à température maximale de 275 °C et admet de l'eau à l'état de liquide saturé. Lorsque l'eau sort de la chaudière et rentre dans la turbine, elle est à l'état de vapeur saturée.

1. Tracez le cycle suivi par l'eau sur un diagramme pression-volume, de façon qualitative (c'est-à-dire sans représenter les valeurs numériques) et en y indiquant la courbe de saturation.
2. À quelle pression faudrait-il refroidir l'eau pour obtenir un rendement de 40 % ?
3. Quelle serait la puissance fournie par l'installation si son débit massique était de $9\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}$?
4. À quoi ressembleraient le cycle et la machine si l'on continuait à chauffer la vapeur à température constante de 275 °C à la sortie de la chaudière ? Comment varierait alors l'efficacité du moteur ?

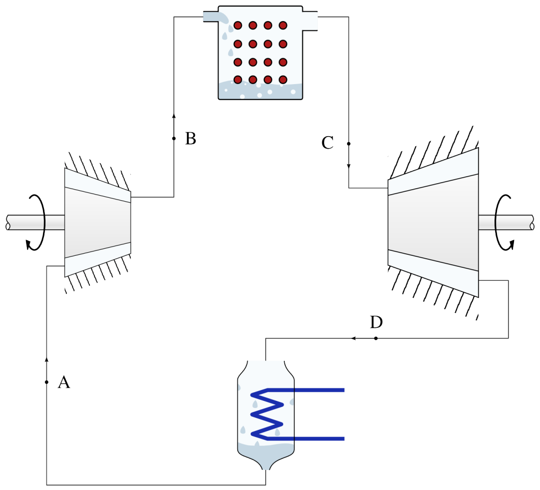


Figure 7.13 – Représentation schématique d'une centrale à vapeur fonctionnant avec le cycle de Carnot.

schéma CC-BY-SA *Olivier Cleynen*

7.6 Réversibilité des machines

Montrez brièvement que l'on ne peut pas concevoir de pompe à chaleur de rendement supérieur à celui atteint par une machine réversible, par exemple de la même façon que nous l'avons fait avec un moteur en figure 7.7.

7.7 Moteur à turbine idéal

Un groupe d'ingénieurs dans un bureau d'études travaille sur la conception d'un moteur à air, fonctionnant en régime continu à l'aide de turbines et de compresseurs.

Les ingénieurs utilisent le cycle de Carnot pour point de départ. Ils prévoient de pouvoir effectuer l'apport de chaleur à température de 600 °C et le rejet de chaleur à température de 20 °C. La pression est de 1 bar à l'entrée du compresseur adiabatique et de 30 bar à l'entrée de la turbine adiabatique. Ces caractéristiques confèrent au moteur une puissance mécanique spécifique de 70 $\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$.

1. Représentez l'agencement général de ce moteur hypothétique, en y représentant le circuit suivi par l'air, et tous les transferts de chaleur et de travail.
2. À partir de la définition du rendement d'un moteur, montrez que l'efficacité d'un moteur réversible est quantifiable selon l'équation

$$\eta_{\text{moteur Carnot}} = 1 - \frac{T_B}{T_H} \qquad (7/6)$$

3. Quelle puissance sous forme de chaleur faudra-il fournir au moteur ?
4. Quelle sera alors la puissance rejetée sous forme de chaleur ?

Bien sûr, le cycle de Carnot est impraticable dans une application industrielle et le groupe d'ingénieurs adopte immédiatement une modification, car pour pouvoir effectuer l'apport de chaleur par combustion interne, il est nécessaire de vidanger ensuite l'air du moteur. Ainsi, dans le moteur modifié, la détente dans la turbine adiabatique est interrompue lorsque la pression atteint 1 bar, et l'air « usagé » est alors rejeté dans l'atmosphère. Le reste du moteur n'est pas affecté.

5. Représentez le cycle du moteur sur un diagramme pression-volume, de façon qualitative, en le comparant à celui du cycle de Carnot.
6. Quelle est la température de l'air lorsqu'il est rejeté du moteur ?
7. Quelle est ainsi la réduction de la puissance de la turbine adiabatique par rapport au moteur idéal ?
8. Quelle puissance mécanique est économisée par la suppression du compresseur qui effectuait le rejet de chaleur ?
9. Quelle est désormais l'efficacité du moteur ?

7.8 Cycle idéal et réel d'un réfrigérateur

Nous nous proposons d'étudier le fonctionnement d'un réfrigérateur en partant d'un cycle théorique permettant un rendement maximal.

Le réfrigérateur fonctionne strictement sur un cycle de Carnot, en régime permanent, avec un mélange liquide-vapeur.

1. Représentez le cycle de réfrigération sur un diagramme pression-volume, en indiquant le sens des transferts de chaleur et de travail.

Bien sûr, en pratique, la compression et la détente adiabatiques ne peuvent pas être effectuées de façon réversible.

2. Représentez le cycle irréversible sur le diagramme pression-volume.
3. De quelle façon variera chacun des transferts de chaleur et de travail par rapport au cas théorique ?
4. Montrez brièvement que ces variations conduisent à une baisse du rendement (le COP) du réfrigérateur.

7.9 Réfrigération par étages

Une usine chimique utilise un système de réfrigération pour contrôler la température de produits dangereux. Nous cherchons à étudier le système de réfrigération le moins inefficace pour l'équiper, ici basé sur le cycle de Carnot avec un gaz parfait.

La température minimale de réfrigération est de −50 °C et la chaleur est rejetée à 40 °C.

En étudiant les propriétés du cyle de Carnot, un/e ingénieur/e débutant/e constate que le rendement du réfrigérateur augmente si la température de rejet de chaleur est abaissée.

Il/elle propose de configurer le réfrigérateur de telle sorte à ce qu'il rejette de la chaleur à 10 °C seulement. Cette chaleur à 10 °C serait à son tour captée par une pompe à chaleur qui la mènerait enfin à 40 °C.

1. Montrez que le si le réfrigérateur fonctionne sur un cycle réversible, la modification proposée ne pourra qu'augmenter (ou au mieux, garder identique) la consommation totale du système de réfrigération.

2. Représentez le cycle du réfrigérateur et de la pompe à chaleur telle que le propose l'ingénieur/e, sur un même diagramme pression-volume, de façon qualitative.
3. Représentez, sur un diagramme pression-volume, les cycles qui seraient suivis dans les deux machines si leurs phases de détentes étaient adiabatiques (sans transfert de chaleur) mais non-réversibles.

7.10 Moteur essence basé sur un cycle de Carnot

On souhaite quantifier la consommation d'essence minimale que pourrait engendrer un moteur automobile à pistons-cylindres générant 100 kW de puissance (environ 130 ch), étant données quelques contraintes pratiques imposées par le faible volume disponible et les limites de poids :

- Le taux de compression (c'est-à-dire le rapport $\frac{v_{\text{max.}}}{v_{\text{min.}}}$) est de 12 lors des phases adiabatiques (afin de limiter les contraintes mécaniques) ;
- La température maximale est de 1 300 K (imposée par la résistance des matériaux) ;
- Le moteur a quatre cylindres effectuant chacun 400 cycles par minute.

Le moteur est alimenté par de l'essence dont la chaleur spécifique de combustion est de $40\,\mathrm{MJ\,kg^{-1}}$.

Si l'on considère le meilleur moteur que l'on puisse concevoir :

1. À quelle température la chaleur serait-elle rejetée ?
2. Quel serait le rendement du moteur ?
3. Quelle serait la quantité de chaleur à fournir pour chaque combustion, et la masse de carburant correspondante ?
4. Quelle serait la consommation horaire d'essence ?

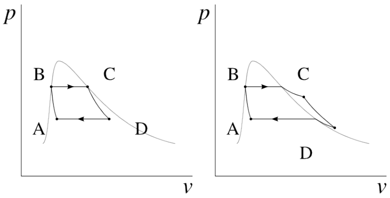
Résultats

7.1 $\eta_{\text{max.}} = 73{,}1\,\%$ (7/6, cf. exemple 7.3).

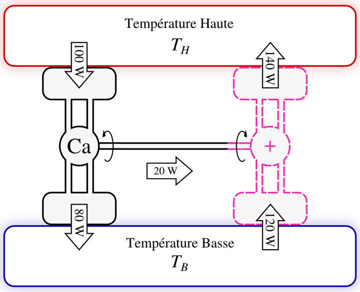
7.2 1) $\text{COP}_{\text{max.}} = 10{,}3$ (7/7, cf. exemple 7.4) ; 2) Compressions et détentes non réversibles (ainsi $w_{4\to3} + w_{2\to1} > 0$), en particulier si une soupape est utilisée (§6.2.3) ; échanges de chaleur non-isothermes.

7.3 1) cf. §6.3.3 ; 2) $\dot{W}_{\text{net}} = \frac{\dot{Q}_{\text{out}}}{\eta_{\text{max.}}} = +1{,}09\,\text{kW}$; 3) $\dot{W}_{\text{net}} = +34{,}5\,\text{W}$ (!) 4) $\dot{W}_{\text{net}} = 0\,\text{W}$; et lorsque $T_{\text{ext.}} > T_{\text{int.}}$, $\dot{W}_{\text{net}}$ devient négatif : la thermopompe fonctionne comme un moteur…

7.4 1) cf. §7.3.4, et en particulier les figures 7.8 et 7.9 ; 2) cf. §7.3.3 ; 3) Cela n'a aucune importance ! 4) Son encombrement, son rapport des puissances sont très grands, et sa puissance est infiniment faible…

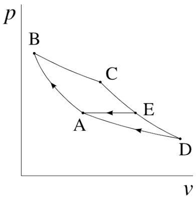


7.5 Nous voyons que lorsqu'il est effectué sous la courbe de saturation, le cycle de Carnot est déjà moins complexe à réaliser en pratique, puisque les échanges de chaleur se font à pression constante (et ne nécessitent ainsi pas de pièce mobile) ;
2) $T_B = (1-\eta)T_H = 55{,}74\,°\text{C}$; ainsi par interpolation entre 55 et 60 °C on obtient $p_{\text{sat. }55{,}74\,°\text{C}} = 0{,}1285\,\text{bar}$. Le condenseur est donc dépressurisé ; 3) $q_{\text{in}} = h_{LV\,275\,°\text{C}} = +1\,574{,}3\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$: on obtient $\dot{W}_{\text{net}} = -\dot{m}\eta q_{\text{in}} = -566{,}7\,\text{kW}$; 4) La puissance spécifique et la complexité de la machine augmenteront, mais l'efficacité sera inchangée !

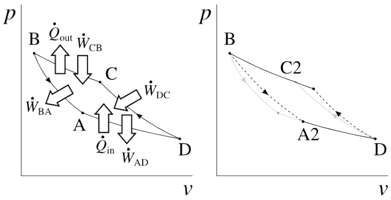


7.6

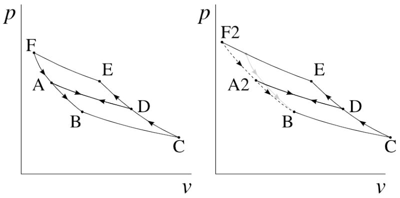
Une telle pompe à chaleur pourrait être alimentée par un moteur de Carnot ; l'ensemble formerait une machine capable de porter de la chaleur depuis T_B jusqu'à T_H sans apport de travail extérieur (avec les valeurs arbitraires motrées ici, $\dot{Q}_{\text{out}ensemble} = -40\,\text{W}$).



7.7 1) C'est l'agencement représenté en figure 7.9 ;
2) En partant de l'équation 6/4 : $\eta_{\text{moteur}} \equiv \left|\frac{\dot{W}_{\text{net}}}{\dot{Q}_{\text{in}}}\right| = -\frac{\dot{W}_{\text{net}}}{\dot{Q}_{\text{in}}} = -\frac{-\dot{Q}_{\text{in}} - \dot{Q}_{\text{out}}}{\dot{Q}_{\text{in}}} = 1 + \frac{\dot{Q}_{\text{out}}}{\dot{Q}_{\text{in}}} = 1 - \left|\frac{\dot{Q}_{\text{out}}}{\dot{Q}_{\text{in}}}\right| = 1 - \left|\frac{\dot{Q}_{TH}}{\dot{Q}_{TB}}\right|$;
Avec la définition 7/4 on arrive à l'équation 7/6 demandée ;
3) $q_{\text{in}} = -\frac{w_{\text{net}}}{\eta_{\text{moteur}}} = +105{,}4\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$; 4) $q_{\text{out}} = -w_{\text{net}} - q_{\text{in}} = -35{,}4\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$;
6) Le compresseur isotherme est supprimé, la turbine adiabatique est tronquée. $T_E = T_C \left(\frac{p_E}{p_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 330{,}4\,\text{K} = 57{,}3\,°\text{C}$ (4/37) ; 7) $w_{\text{perdue}} = w_{\text{turbine isentropique 1}} - w_{\text{turbine isentropique 2}} = -37{,}54\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$; 8) $w_{\text{économisée}} = w_{\text{compresseur isentropique}} = +35{,}4\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$;
9) $\eta_{\text{moteur 2}} = 64{,}4\,\%$, soit -2 points, fort honorable au vu de la simplification considérable de la machine !

7.8 

3) $w_{1\to4}$ diminue, $w_{4\to3}$ et $w_{3\to2}$ augmentent, $w_{2\to1}$ diminue ; $q_{3\to2}$ augmente et $q_{1\to4}$ diminue ; 4) Comme w_{net} augmente et que $q_{in} = q_{1\to4}$ diminue, le COP $= \frac{q_{in}}{w_{net}}$ diminue nécessairement.

7.9 

1) Gageons que l'étudiant/e aura fait mieux que l'ingénieur/e débutant/e de l'exercice : avec deux systèmes réversibles en série pompant une quantité q_{in} de chaleur à température $T_1 = -50\,°C$, avec température d'échange $T_2 = 10\,°C$ et température haute finale $T_3 = 40\,°C$, le travail nécessaire est $w_{total} = w_{net1} + w_{net2} = \eta_1 q_{in} + \eta_2(q_{in} + w_{net1}) = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) q_{in} + \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)(q_{in} + w_{net1}) = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) q_{in} + \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)\left(q_{in} + \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) q_{in}\right) = \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) q_{in} + \left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right)\left(\frac{T_2}{T_1} q_{in}\right)$; ainsi $\eta_{ensemble} \equiv \frac{q_{in}}{w_{total}} = \frac{1}{\frac{T_2}{T_1} - 1 + \frac{T_3}{T_2}\frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}} = \frac{1}{\frac{T_3}{T_1} - 1}$, ce qui est l'efficacité d'une seule machine réversible fonctionant entre T_1 et T_3. L'échelonnage de deux machines en série n'apporte donc aucun avantage théorique.

7.10 1) $T_{rejet} = T_1 = 208\,°C$ (4/37) ; 2) $\eta_{moteur} = 63\,\%$;

3) $\dot{Q}_{in} = 158{,}8\,kW$ donc $Q_{combustion\ 1\ cylindre} = 5{,}955\,kJ$ à chaque combustion. On obtient, pour un cylindre, $m_{carburant\ combustion} = \frac{Q_{combustion\ 1\ cylindre}}{q_{carburant}} = 0{,}149\,g$;

4) $\dot{m}_{carburant} = 14{,}3\,kg\,h^{-1}$.