

Analisi di sistemi ibridi usando Ariadne: l'Acquamondo

Luca Geretti, Tiziano Villa

1 Obiettivo

La specifica ed analisi a tempo finito di un sistema sviluppato dallo studente. Tale sistema è basato sull'idea di un *acquamondo*, ovvero una combinazione di componenti idrici che interagiscono fra di loro in maniera complessa. Lo strumento di specifica ed analisi impiegato è la libreria C++ Ariadne.

Come risultato dell'attività svolta, è necessario produrre una relazione scritta in formato pdf da inviare agli indirizzi `luca.geretti@univr.it` e `tiziano.villa@univr.it`. Tale relazione includerà la descrizione dello studio effettuato, corredata da estratti di codice ove necessario e da figure ottenute dall'analisi del sistema.

2 Installazione

La documentazione completa per l'installazione della libreria è disponibile al sito ufficiale all'indirizzo `http://www.ariadne-cps.org/installation`. La libreria è correntemente supportata su Ubuntu (verificata su 16.04) e macOS (verificata su 10.12). Per ottenere il codice sorgente dall'archivio è necessaria l'installazione del software di versionamento Git. Lo scaricamento avviene con il seguente comando:

```
$ git clone https://bitbucket.org/ariadne-all/release-1.0
```

A questo punto è possibile provvedere alla compilazione della libreria. Tutte le informazioni necessarie sono anche reperibili nel file `INSTALL` nella radice dell'archivio.

Esempi di uso della libreria sono presenti nella cartella `examples/`.

3 Il progetto

Il progetto prevede la combinazione di diversi componenti relativi ad *ambiente* o *controllo*. Nel seguito verranno forniti gli esempi di componenti principali da poter utilizzare. Naturalmente lo studente può introdurre ulteriori componenti o variare il comportamento dei componenti esistenti, in particolare qualora voglia rendere più complesso il sistema risultante.

3.1 Ambiente

Il presupposto fondamentale per semplificare la trattazione della dinamica idrica è che i flussi idrici ϕ si conservino, ovvero $\phi_1 = \phi_2$. Questa proprietà espressa in termini di prodotto velocità moltiplicata per sezione equivale a $v_1 S_1 = v_2 S_2$, dove v è la velocità del liquido ed S è la sezione del mezzo.

3.1.1 Generatore di flusso costante

Impone un valore fisso di una variabile flusso x :

$$\dot{x} = 0 \tag{1}$$

$$x(0) = x = a \tag{2}$$

3.1.2 Generatore di flusso variabile

Impone un valore di una variabile flusso x che si modifica nel tempo:

$$\dot{x} = f(x) \quad (3)$$

$$x(0) = a \quad (4)$$

Per esempio, si può avere un andamento sinusoidale. Impiegando più di una locazione, è possibile modellare un andamento a dente di sega o costante a tratti.

3.1.3 Pompa

Una pompa ha lo scopo di elevare il livello di un flusso di liquido. Viene modellata idealmente e quindi permette unicamente di riportare un flusso di liquido ad una quota arbitraria.

3.1.4 Valvola

Una valvola riduce la sezione effettiva di un canale per il liquido. La sua *apertura* w è una variabile definita fra 0 ed 1, tale che

$$x \rightarrow wx. \quad (5)$$

Questo significa che ad un certo flusso x dobbiamo sostituire il flusso *strozzato* dato da wx .

3.1.5 Selettore

Dato un flusso originale x diviso in due flussi y e z , il selettore determina la frazione di flusso nei due percorsi attraverso la variabile w , con $0 \leq w \leq 1$:

$$y = wx \quad (6)$$

$$z = (1 - w)x \quad (7)$$

3.1.6 Uscita esterna

Possiamo modellare un ramo come una uscita dal sistema se assumiamo che un flusso di liquido non venga recuperato nel sistema stesso. Questo ci permette anche di rappresentare perdite con un modello concentrato.

3.1.7 Cisterna con foro di ingresso superiore e foro di uscita inferiore

$$\dot{z} = \frac{1}{S}(-x + y) \quad (8)$$

dove z è la quota di liquido nella cisterna, S è la sezione della cisterna, x è il flusso d'ingresso e y è il flusso d'uscita. Modelliamo il flusso di uscita come proporzionale alla quota stessa:

$$x = S_o z \quad (9)$$

dove S_o è la sezione di uscita.

Tramite locazioni differenti è possibile modellare la condizione di trabocco, ovvero quando $z \geq H$, dove H è l'altezza della cisterna.

3.2 Controllo

In questa sottosezione indichiamo alcuni tipi di controllori utilizzabili per regolare le aperture delle valvole all'interno del sistema.

3.2.1 A soglia

Qualora il livello di una cisterna z sia maggiore di un valore soglia H , oppure minore di un valore soglia L , l'automa effettua una transizione ad un'altra locazione. L'etichetta della transizione permette di sincronizzare l'evento rispetto ad un altro componente. Per esempio, è possibile regolare una valvola di ingresso rispetto ad entrambe le soglie H ed L al fine di chiudere o aprire rispettivamente tale valvola, in modo da cercare di garantire $L \leq z \leq H$. Tale comportamento è detto *ad isteresi*.

3.2.2 Proporzionale

Il segnale di controllo c segue la legge

$$c \propto (R - z) \quad (10)$$

dove z è il livello dell'acqua, R è il valore dell'altezza desiderato. A questo punto per esempio è possibile stabilire che l'apertura della valvola w valga

$$\dot{w} = Kc \quad (11)$$

dove K è una costante di proporzionalità tale per cui a K maggiore corrisponde variazione più rapida dell'apertura della valvola.

Poichè deve valere $0 \leq w \leq 1$, l'automa del controllore deve prevedere anche due locazioni in cui w viene mantenuto a 0 oppure 1 quando $x \gg R$ oppure $x \ll R$ rispettivamente.

4 Esempi

In questa Sezione forniamo alcuni esempi elementari di come comporre le dinamiche di multipli componenti di sistema. Nel tutorial di Ariadne presente in <http://www.ariadne-cps.org/tutorial> è possibile trovare un esempio di sistema completo avente una cisterna con uscita fissa ed ingresso con valvola controllata ad isteresi.

4.1 Cisterna con ingresso fisso con valvola ed uscita esterna

Definiamo con z la quota del liquido nella cisterna e w l'apertura della valvola.

$$\dot{z} = \frac{1}{S} (-S_o z + \Phi_i w) \quad (12)$$

dove Φ_i è il flusso di ingresso fisso, modulato dall'apertura.

4.2 Due cisterne in parallelo, con pompa e selettore

Definiamo con z_1 la quota del liquido nella cisterna 1, z_2 la quota del liquido nella cisterna 2 e w il valore del selettore. I flussi di uscita delle cisterne vengono congiunti, poi pompato nuovamente in cima alle due cisterne e successivamente selezionati tramite la variabile w . Abbiamo quindi:

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{S_1} [-S_{o,1} z_1 + w (S_{o,1} z_1 + S_{o,2} z_2)] \quad (13)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{S_2} [-S_{o,2} z_2 + (1 - w) (S_{o,1} z_1 + S_{o,2} z_2)] \quad (14)$$

che può essere riscritto come

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{S_1} [(w-1)S_{o,1}z_1 + wS_{o,2}z_2] \quad (15)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{S_2} [-wS_{o,1}z_1 + (1-w)S_{o,2}z_2] \quad (16)$$

4.3 Due cisterne in cascata con pompa e valvola intermedia

In questo caso il flusso di uscita della prima cisterna (e conseguentemente di ingresso della seconda cisterna) viene modulato tramite la valvola. Il flusso di uscita della seconda cisterna invece viene pompato come ingresso della prima cisterna. Ne risulta:

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{S_1} (-S_{o,1}wz_1 + S_{o,2}z_2) \quad (17)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{S_2} (-S_{o,2}z_2 + S_{o,1}wz_1) \quad (18)$$

dove si nota che i flussi risultanti sono opposti in segno.

4.4 Una cisterna raccoglie il liquido traboccato dalla cisterna soprastante (con uscita con valvola)

Per semplicità modelliamo entrambe le cisterne con una uscita esterna. La prima cisterna, quella superiore, ha un ingresso fisso ed una uscita con valvola. La seconda cisterna non ha un ingresso ma raccoglie il flusso in eccesso dalla prima cisterna quando essa si trova in condizioni di trabocco.

Quando non vi è trabocco, si ha

$$\dot{z}_1 = \frac{1}{S_1} (-S_{o,1}wz_1 + \Phi_1) \quad (19)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{S_2} (-S_{o,2}z_2) \quad (20)$$

in cui a regime vale $\dot{z}_2 = 0$.

Quando vi è trabocco invece:

$$\dot{z}_1 = 0 \quad (21)$$

$$\dot{z}_2 = \frac{1}{S_2} [-S_{o,2}z_2 + (\Phi_1 - S_{o,1}wz_1)] \quad (22)$$

ovvero il flusso di ingresso per la seconda cisterna è dato dal flusso in eccesso (flusso di trabocco) della prima cisterna.

La condizione di trabocco è $z_1 \geq H_1$, dove H_1 è l'altezza della prima cisterna. La condizione di fine trabocco invece è $\Phi_1 - S_{o,1}wz_1 \leq 0$, ovvero non vi è più flusso in eccesso nella prima cisterna.