

Algorithmen und Wahrscheinlichkeit: Serie 2

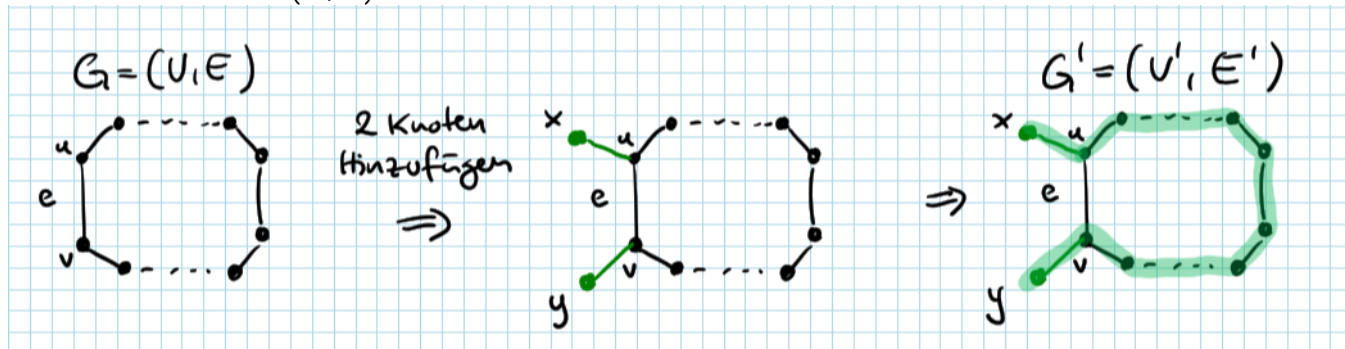
Kenli Lao und Yael Fassbind

Aufgabe 1 - Längste Pfade

a) Konstruiere einen Graph $G' = (V', E')$ aus $G=(V, E)$, sodass gilt:

Es gibt einen Hamiltonpfad in G welcher $e \in E$ benutzt \iff der längste Pfad in G' hat die Länge $|V'| - 1$

Konstruktion von $G' = (V', E')$:



Graph G' hat einen längsten Pfad von Länge $|V'| - 1$, da er alle Knoten besucht.

Richtung: \Rightarrow

\Rightarrow Da G einen Hamiltonkreis hat der durch $e \in E$ geht, gibt es einen Kreis in G der alle Knoten besucht und durch e geht. Wenn $e = \{u, v\}$, dann gibt es einen längsten Pfad von u nach v der Länge $|V| - 1$, weil es einen Hamiltonkreis gibt der durch u und v geht.

\Rightarrow Wenn nun G' wie oben beschrieben konstruiert wird, hat G' einen neuen längsten Pfad: der Pfad von x nach y . Dieser hat genau die Länge $|V'| - 1$, da er durch den längsten Pfad von G geht aber zusätzlich bei den zwei neuen Knoten startet.

[...]