

# Algorithmen und Wahrscheinlichkeit: Serie 2

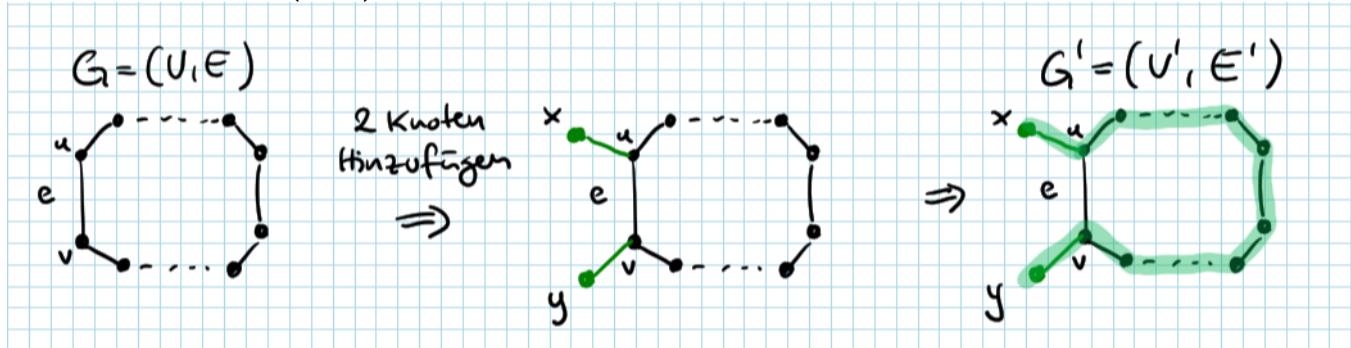
Kenli Lao und Yael Fassbind

## Aufgabe 1 - Längste Pfade

a) Konstruiere einen Graph  $G' = (V', E')$  aus  $G = (V, E)$ , sodass gilt:

Es gibt einen Hamiltonpfad in  $G$  welcher  $e \in E$  benutzt  $\iff$  der längste Pfad in  $G'$  hat die Länge  $|V'| - 1$

Konstruktion von  $G' = (V', E')$ :



Graph  $G'$  hat einen längsten Pfad von Länge  $|V'| - 1$ , da er alle Knoten besucht.

Rightung:  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  Da  $G$  einen Hamiltonkreis hat der durch  $e \in E$  geht, gibt es einen Kreis in  $G$  der alle Knoten besucht und durch  $e$  geht. Wenn  $e = \{u, v\}$ , dann gibt es einen längsten Pfad von  $u$  nach  $v$  der Länge  $|V| - 1$ , weil es einen Hamiltonkreis gibt der durch  $u$  und  $v$  geht.

$\Rightarrow$  Wenn nun  $G'$  wie oben beschrieben konstruiert wird, hat  $G'$  einen neuen längsten Pfad: der Pfad von  $x$  nach  $y$ . Dieser hat genau die Länge  $|V'| - 1$ , da er durch den längsten Pfad von  $G$  geht aber zusätzlich bei den zwei neuen Knoten startet.

[...]