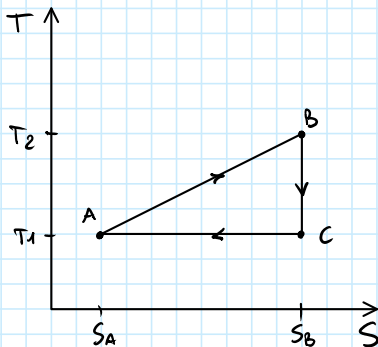


5-Esercitazione_02/05/2024

Esercizio 10.15

- 1) Si calcoli il rendimento di una macchina termica il cui fluido compie il ciclo rappresentato in Figura nel piano TS.



- Il calore Q scambiato da un sistema in una trasformazione reversibile rappresentata da una linea Γ nel piano TS:

$$Q = \int_{\Gamma} T dS$$

(L'integrale è calcolato lungo la linea Γ)

- Se la linea rappresentativa della trasformazione è percorsa verso destra il calore è assorbito dal sistema; se è percorsa verso sinistra il calore è ceduto dal sistema.

- Nel caso specifico, la linea Γ è composta da tre rettilinee.

- Il calore assorbito è l'area sottesa dal segmento AB:

$$\begin{aligned} Q_A &= \int_{A \rightarrow B} T dS = \frac{1}{2}(S_B - S_A)(T_2 - T_1) + (S_B - S_A)T_1 \\ &= \frac{1}{2}(S_B - S_A)T_2 - \frac{1}{2}(S_B - S_A)T_1 + (S_B - S_A)T_1 \\ &= \frac{1}{2}(S_B - S_A)(T_2 + T_1) \end{aligned}$$

- Il calore ceduto è l'area sottesa dal segmento AC:

$$Q_C = \left| \int_{C \rightarrow A} T dS \right| = (S_B - S_A)T_1$$

- Dalla definizione di rendimento di un ciclo:

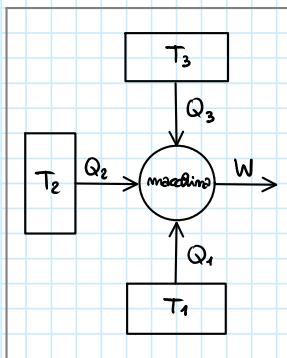
$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{Q_C}{Q_A} = 1 - \frac{(S_B - S_A)T_1 \cdot 2}{(S_B - S_A)(T_2 + T_1)} = 1 - \frac{2T_1}{T_1 + T_2} \\ \Rightarrow \eta &= \frac{T_1 + T_2 - 2T_1}{T_1 + T_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_1 + T_2} \end{aligned}$$

(N.B.: La trasformazione BC è un'isoentropica reversibile perciò anche adiabatica: in tale trasformazione non vi è scambio di calore.

Il rendimento del ciclo è inferiore a quello di una macchina di Carnot funzionante con due sorgenti alla T_2 e T_1 .)

Esercizio 10.17

- 2) Una macchina termica reversibile scambia calore con tre sorgenti a temperatura T_1 , T_2 e T_3 . Durante un numero intero di cicli, la macchina assorbe il calore Q_3 dalla sorgente alla temperatura T_3 e produce il lavoro W . Si calcoli il calore Q_1 e Q_2 scambiato con le sorgenti alle temperature T_1 e T_2 .



- $Q_1, Q_2, Q_3 > 0$ se il calore è entrante nella macchina
- $W > 0$ se il lavoro è compiuto dalla macchina

- Numero intero di cicli: la variazione dell'energia interna della macchina è nulla.

- L'applicazione del primo principio della termodinamica alla macchina:

$$1) \Delta U = Q_1 + Q_2 + Q_3 - W = 0$$

$$\triangleright \text{TRASFORMAZIONI REVERSIBILI: } \Delta S_{\text{tot}} = 0$$

- La variazione di ENTROPIA delle SORGENTI considerando TRASFORMAZIONI REVERSIBILI:

$$2) \Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{oppure INTEGRALE di CLAUSIUS} \\ \text{(trasformazione ciclica):} \\ \oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0 \end{array} \right. \quad \uparrow \text{ ciclo REVERSIBILE}$$

A sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) Q_1 = W - Q_2 + Q_3 \\ 2) -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = 0 \Rightarrow -\frac{(W - Q_2 + Q_3)}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{(T_3 - T_2)T_1}{(T_2 - T_1)T_3} Q_3 - \frac{T_1}{T_2 - T_1} W$$

$$\Rightarrow Q_2 = -\frac{(T_3 - T_1)T_2}{(T_2 - T_1)T_3} Q_3 + \frac{T_2}{T_2 - T_1} W$$

Esercizio 10.18

- 3) Una macchina termica che funziona utilizzando due sorgenti di calore con temperature 900°C e 400°C fornisce una potenza media di 20 MW con un rendimento pari al 50% di quello di una macchina di Carnot funzionante con le stesse sorgenti. Si calcoli il calore scambiato con le sorgenti e la variazione di entropia dell'universo in ogni ora di funzionamento.

$$T_1 = 673 \text{ K}$$

$$T_2 = 1173 \text{ K}$$

\triangleright RENDIMENTO della MACCHINA di CARNOT:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$\bullet \text{ RENDIMENTO della MACCHINA in ESATE: } \eta = \frac{1}{2} \eta_c = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = 0.213$$

- Il lavoro prodotto dalla macchina in 1 ora:

$$W = 2 \cdot 10^7 \text{ W} \cdot 3.6 \cdot 10^3 \text{ s} = 7.2 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

- Calore assorbito dalla sorgente a temperatura T_2 : $Q_A = \frac{W}{\eta} = 3.4 \cdot 10^{11} \text{ J}$

Assumendo che in un'ora la macchina compia un numero intero di cicli, non vi è variazione di energia interna e applicando il primo principio della termodinamica:

$$\Delta U = Q_A - Q_C - W = 0$$

$$\bullet \text{ Il calore ceduto in un'ora: } Q_C = Q_A - W = 2.7 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$\triangleright \text{La variazione di entropia dell'universo: } \Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_s + \Delta S_m$$

- ΔS_s : variazione di entropia delle sorgenti
- ΔS_m : variazione di entropia della macchina $\Rightarrow \Delta S_m = 0$
(TRASFORMAZIONI
CICLICHE)

$$\Rightarrow \Delta S_{tot} = \Delta S_s = + \frac{Q_C}{T_1} + - \frac{Q_A}{T_2} = 1.1 \cdot 10^8 \frac{J}{K}$$

($\Delta S_{tot} \neq 0$: ciclo irreversibile)