Отчёт по лабораторной работе № 22

по курсу: 1 фундаментальная информатика

студент группы : М8О-105Б-21 Титеев Рамиль Маратович, № по списку: 23

Адреса www, e-mail, jabber, skype derol.gym@gmail.com

Работа выполнена: “17 марта 2022г”

Преподаватель: каф. 806 В. К. Титов

Входной контроль знаний с оценкой ____

Отчёт сдан “____“ ____ 20____г., итоговая оценка ____

Подпись преподавателя ____

1 **Тема**: Издательская система Тех.

2 **Цель работы**: Сверстать в Тех заданные согласно варианту страницы из учебника Пискунова.

3 **Задание (вариант 23)**: Сверстать страницы 320 и 321.

4 **Оборудование** (*лабораторное*):

ЭВМ ____, процессор ____, имя узла сети ____ с ОП ____ГБ

НМД ____ ГБ. Терминал ____ адрес ____. Принтер ____

Другие устройства ____

Оборудование ПЭВМ студента, если использовалось:

Процессор Ryzen4600 @ 6x 3.0GHz, ОП 16384 МБ, НМД____ГБ. Монитор: встроенный

Другие устройства ____

5 **Программное обеспечение** (*лабораторное*):

Операционная система семейства UNIX, наименование: ____ версия ____

Интерпретатор команд: ____ версия ____

Система программирования: ____ версия ____

Редактор текстов: ____ версия ____

Утилиты операционной системы: ____

Прикладные системы и программы: ____

Местонахождения и имена файлов программ и данных: ____

Программное обеспечение ЭВМ студента, если использовалось:

Операционная система семейства UNIX, наименование Ubuntu версия 20.04

Интерпретатор команд: bash версия ____

Система программирования: C версия ____

Редактор текстов: Emacs версия ____

Утилиты операционной системы:

Прикладные системы и программы: ____

Местонахождения и имена файлов программ и данных: /usr/bin , а также /bin

6 **Идея, метод, алгоритм** решения задачи (в формах: словесной, псевдокода, графической [блок-схема, диаграмма, рисунок, таблица] или формальное описание с пред- и постусловиями)

Страница 320:

если же $n=k$, то

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 kx\,dx=\pi,$$
$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin kx\cos kx\,dx=0, \qquad \text{(II)}$$
$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 kx\,dx=\pi.$$

Вычислим, например, первый интеграл из группы (I). Так как

$$\cos nx\cos kx=\frac{1}{2}[\cos(n+k)x+\cos(n-k)x],$$

то

$$\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\cos kx\,dx=\frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(n+k)x\,dx+\frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(n-k)x\,dx=0.$$

Подобным образом можно получить и остальные формулы (I)*). Интегралы группы (II) вычисляются непосредственно (см. гл. X т. I).

Теперь мы можем вычислить коэффициенты a_k и b_k ряда (2).

Для разыскания коэффициента a_k при каком-либо определенном значении $k\neq 0$ умножим обе части равенства (2) на $\cos kx$:

$$f(x)\cos kx=\frac{a_0}{2}\cos kx+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx\cos kx+b_n\sin nx\cos kx). \qquad (2')$$

Ряд, получившийся в правой части равенства, мажорируем, так как его члены не превосходят по абсолютной величине членов сходящегося положительного ряда (3). Поэтому его можно почленно интегрировать на любом отрезке.

Проинтегрируем равенство (2′) в пределах от $-\pi$ до π:

$$\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos kx\,dx=\frac{a_0}{2}\int_{-\pi}^{\pi}\cos kx\,dx+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n\int_{-\pi}^{\pi}\cos nx\cos kx\,dx+b_n\int_{-\pi}^{\pi}\sin nx\cos kx\,dx\right).$$

*) С помощью формул

$$\cos nx\sin kx=\frac{1}{2}[\sin(n+k)x-\sin(n-k)x],$$
$$\sin nx\sin kx=\frac{1}{2}[-\cos(n+k)x+\cos(n-k)x].$$

Страница 321:

Принимая во внимание формулы (II) и (I), видим, что все интегралы в правой части равны нулю, кроме интеграла с коэффициентом a_k.

Следовательно,

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\,dx = a_k \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 kx\,dx = a_k\pi,$$

откуда

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\,dx. \qquad (5)$$

Умножая обе части равенства (2) на $\sin kx$ и снова интегрируя от $-\pi$ до π, найдем

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\,dx = b_k \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 kx\,dx = b_k\pi, \qquad (6)$$

откуда

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\,dx. \qquad (7)$$

Коэффициенты, определенные по формулам (4)—(6), называются *коэффициентами Фурье* функции $f(x)$, а тригонометрический ряд (1) с такими коэффициентами называется *рядом Фурье* функции $f(x)$.

Возвратимся теперь к вопросу, поставленному нами в начале параграфа: какими свойствами должна обладать функция, чтобы построенный для нее ряд Фурье сходился и чтобы сумма построенного ряда Фурье равнялась значениям данной функции в соответствующих точках?

Мы сформулируем здесь теорему, которая дает достаточные условия представимости функции $f(x)$ рядом Фурье.

Определение. Функция $f(x)$ называется *кусочно монотонной* на отрезке $[a, b]$, если этот отрезок можно разбить конечным числом точек $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ на интервалы (a, x_1), (x_1, x_2), ..., (x_{n-1}, b) так, что на каждом из интервалов функция монотонна, т. е. либо невозрастающая, либо неубывающая.

Из определения следует, что если функция $f(x)$ кусочно монотонная и ограниченная на отрезке $[a, b]$, то она может иметь только точки разрыва первого рода. Действительно, если $x=c$ есть точка разрыва функции $f(x)$, то в силу монотонности функции существуют пределы

$$\lim_{x\to c-0} f(x) = f(c-0), \qquad \lim_{x\to c+0} f(x) = f(c+0),$$

т. е. точка c есть точка разрыва первого рода (рис. 374).

7 Сценарий выполнения работы [план работы, первоначальный текст программы в черновике (можно на отдельном листе) и тесты, либо соображения по тестированию].

1) lab22_v23.tex:

```
\documentclass[a5paper,10pt]{book}
\usepackage[OT1]{fontenc}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[english, russian]{babel}
\usepackage{soulutf8}

\usepackage[left=1.5cm,right=1.5cm,top=2cm,bottom=0.5cm,bindingoffset=0cm]{geometry}
\usepackage{setspace}
\linespread{0.6}
\let\emph\textit
\usepackage[symbol*]{footmisc}
\usepackage{amsmath, amssymb}
\usepackage{wasysym}

\begin{document}
  \markboth{\small{\qquad\textsc{ряды фурье\hspace{4cm} \small{[гл. XVII}}}}
  {\small{\textsc{{\S \ 1]}\hspace{3cm}определение. постановка задачи}}}

  \setcounter{page}{320}
  \noindent если же $n = k$, то \\
  $$
    \begin{aligned}
      &\int\limits_{-\pi}^\pi \cos{kx}^{2}\,dx = \pi,\\
      & \int\limits_{-\pi}^\pi \sin{kx}\cos{kx}\,dx = 0,\\
      & \int\limits_{-\pi}^\pi \sin{kx}^{2}\,dx = \pi.
    \end{aligned}
    \eqno{(II)}
  $$
  \noindent Вычислим, например, первый интеграл из группы $(I)$. Так как\\
  $$
    \cos{nx}\cos{kx} = \frac{1}{2}[\cos{(n+k)x} + \cos{(n-k)x}]
  $$
  \noindent то\\
  $$
    \int\limits_{-\pi}^\pi\cos{nx}\cos{kx}\,dx = \frac{1}{2}\int\limits_{-\pi}^\pi\cos{(n+k)x}\,dx + \frac{1}{2}\
int\limits_{-\pi}^\pi\cos{(n-k)x}\,dx
  $$
  \noindent Подобным образом можно получить и остальные формулы $(I)$\footnote[1]{
    С помощью формул\\
    $$ \cos{nx}\sin{kx} = \frac{1}{2}[\sin{(n+k)x} - \sin{(n-k)x}] $$
    $$ \sin{nx}\sin{kx} = \frac{1}{2}[-\cos{(n+k)x} + \cos{(n-k)x}] $$
  }).\\
  \noindent Интегралы группы $(II)$ вычисляют непосредственно (см. X гл. т. I).\\ \indent
  Теперь мы можем вычислить коэффициенты $a_k$ и $b_k$ ряда (2).\\
  Для разыскания коэффициента $a_k$ при каком-либо определенном значении $k\ne0$ умножим обе части
равенства (2) на $\cos{kx}$:
  $$
    f(x)\cos{kx} = \frac{a_0}{2}\cos{kx} + \sum_{n=1}^{\inf}(a_{n}\cos{nx}\cos{kx} + b_{n}\sin{nx}\
cos{kx}).
    \eqno{(2')}
  $$
  \noindent Ряд, получившийся в правой части равенства, мажорируем, так как его члены не превосходят по
абсолютной величине членов сходящегося положительного ряда (3). Поэтому его можно почленно
интегрировать на любом отрезке.\\
  \indent Проинтегрируем равенство $(2')$ в пределах от $-\pi$ до $\pi$:\\
  \noindent $\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\cos{kx}\,dx = \frac{a_0}{2}\int\limits_{-\pi}^\pi \cos{kx}\,dx +$\\
  \begin{flushright}
    $+ \sum_{n=1}^{\inf}\Big(a_n\int\limits_{-\pi}^\pi\cos{nx}\cos{kx}\,dx + b_n\int\limits_{-\pi}^\pi\sin{nx}\
cos{kx}\,dx \Big).$
  \end{flushright}
  \newpage
```

\indent Принимая во внимание формулы (II) и (I), видим, что все интегралы в правой части равны нулю, кроме интеграла с коэффициентом a_k.\\
\indent Следовательно,
$$
\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\cos{kx}\,dx = a_k\int\limits_{-\pi}^\pi\cos^{2}{kx}\,dx = a_k\pi,
$$
откуда
$$
a_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\cos{kx}\,dx.
\eqno{(5)}
$$\\
\indent Умножая обе части равенства (2) на $\sin{kx}$ и снова интегрируя от $-\pi$ до π, найдем
$$
\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\sin{kx}\,dx = b_k\int\limits_{-\pi}^\pi\sin^{2}{kx}\,dx = b_k\pi,
\eqno{(6)}
$$
откуда
$$
b_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\sin{kx}\,dx.
\eqno{(7)}
$$\\
\indent Коэффициенты, определенные по формулам $(4)-(6)$, называются \textit{коэффициентами Фурье} функции $f(x)$, а тригонометрический ряд (1) с такими коэффициентами называется \textit{рядом Фурье} функции $f(x)$.\\
\indent Возвратимся теперь к вопросу, поставленному нами в начале параграфа: какими свойствами должна обладать функция, чтобы построенный для неё ряд Фурье сходился и чтобы сумма построенного ряда Фурье равнялась значениям данной функции в соответствующих точках?\\
\indent Мы сформулируем здесь теорему, которая даст достаточные условия представимости функции $f(x)$ рядом Фурье.\\
\indent \so{Определение}. Функция $f(x)$ называется \textit{кусочно монотонной} на отрезке $[a,b]$, если этот отрезок можно разбить конечным числом точек $x_1,\,x_2,\,\dots ,\, x_{n-1}$ на интервалы $ (a, x_1), (a, x_2), \, \dots ,\, (x_{n-1}, b) $ так что на каждом из интервалов функция монотонна, т. е. либо не возрастающая, либо неубывающая.\\
\indent Из определения следует, что если функция $f(x)$ кусочно монотонная и ограниченная на отрезке $[a,b]$, то она может иметь только точки разрыва первого рода. Действительно, если $x=c$ есть точка разрыва функции $f(x)$, то в силу монотонности функции существуют пределы
$$
\lim_{x\to{c-0}}f(x) = f(c-0), \lim_{x\to{c+0}}f(x) = f(c+0)
$$
т. е. точка c есть точка разрыва первого рода (рис. 374).

\end{document}

Допущен к выполнению работы. Подпись преподавателя ________________

8 Распечатка протокола (подклеить листинг окончательного варианта программы с текстовыми примерами, подписанный преподавателем)

```
(base) ramil@ramil:~/projects/laboratory/2_semester/lab_22$ cat header.txt
****************************************************************
*                    Лабараторная работа №22                    *
*                    Издательская система Тех.                   *
*                Выполнил студент гр. М8О-105-Б                  *
*                    Титеев Рамиль Маратович                     *
****************************************************************
(base) ramil@ramil:~/projects/laboratory/2_semester/lab_22$ cat > lab22_v23.tex
\documentclass[a5paper,10pt]{book}
\usepackage[OT1]{fontenc}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[english, russian]{babel}
\usepackage{soulutf8}

\usepackage[left=1.5cm,right=1.5cm,top=2cm,bottom=0.5cm,bindingoffset=0cm]{geometry}
\usepackage{setspace}
\linespread{0.6}
\let\emph\textit
\usepackage[symbol*]{footmisc}
\usepackage{amsmath, amssymb}
\usepackage{wasysym}

\begin{document}
  \markboth{\small{\qquad\textsc{ряды фурье\hspace{4cm} \small{[гл. XVII}}}}
  {\small{\textsc{{\S \ 1]}\hspace{3cm}определение. постановка задачи}}}

  \setcounter{page}{320}
  \noindent если же $n = k$, то \\
  $$
    \begin{aligned}
      &\int\limits_{-\pi}^\pi \cos{kx}^{2}\,dx = \pi,\\
      & \int\limits_{-\pi}^\pi \sin{kx}\cos{kx}\,dx = 0,\\
      & \int\limits_{-\pi}^\pi \sin{kx}^{2}\,dx = \pi.
    \end{aligned}
    \eqno{(II)}
  $$
  \noindent Вычислим, например, первый интеграл из группы $(I)$. Так как\\
  $$
    \cos{nx}\cos{kx} = \frac{1}{2}[\cos{(n+k)x} + \cos{(n-k)x}]
  $$
  \noindent то\\
  $$
    \int\limits_{-\pi}^\pi\cos{nx}\cos{kx}\,dx = \frac{1}{2}\int\limits_{-\pi}^\pi\cos{(n+k)x}\,dx + \frac{1}{2}\int\limits_{-\
pi}^\pi\cos{(n-k)x}\,dx
  $$
  \noindent Подобным образом можно получить и остальные формулы $(I)$\footnote[1]{
    С помощью формул\\
    $$ \cos{nx}\sin{kx} = \frac{1}{2}[\sin{(n+k)x} - \sin{(n-k)x}] $$
    $$ \sin{nx}\sin{kx} = \frac{1}{2}[-\cos{(n+k)x} + \cos{(n-k)x}] $$
  }).\\
  \noindent Интегралы группы $(II)$ вычисляют непосредственно (см. X гл. т. I).\\ \indent
  Теперь мы можем вычислить коэффициенты $a_k$ и $b_k$ ряда (2).\\
  Для разыскания коэффициента $a_k$ при каком-либо определенном значении $k\ne0$ умножим обе части равенства
(2) на $\cos{kx}$:
  $$
    f(x)\cos{kx} = \frac{a_0}{2}\cos{kx} + \sum_{n=1}^{\inf}(a_{n}\cos{nx}\cos{kx} + b_{n}\sin{nx}\cos{kx}).
    \eqno{(2')}
  $$
  \noindent Ряд, получившийся в правой части равенства, мажорируем, так как его члены не превосходят по абсолютной
величине членов сходящегося положительного ряда (3). Поэтому его можно почленно интегрировать на любом отрезке.\\
  \indent Проинтегрируем равенство $(2')$ в пределах от $-\pi$ до $\pi$:\\
  \noindent $\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\cos{kx}\,dx = \frac{a_0}{2}\int\limits_{-\pi}^\pi \cos{kx}\,dx +$\\
  \begin{flushright}
    $+ \sum_{n=1}^{\inf}\Big(a_n\int\limits_{-\pi}^\pi\cos{nx}\cos{kx}\,dx + b_n\int\limits_{-\pi}^\pi\sin{nx}\cos{kx}\,dx \
Big).$
  \end{flushright}
  \newpage
  \indent Принимая во внимание формулы $(II)$ и $(I)$, видим, что все интегралы в правой части равны нулю, кроме
интеграла с коэффициентом $a_k$.\\
  \indent Следовательно,
```

```
    $$
        \int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\cos{kx}\,dx = a_k\int\limits_{-\pi}^\pi\cos^{2}{kx}\,dx = a_k\pi,
    $$
    откуда
    $$
        a_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\cos{kx}\,dx.
        \eqno{(5)}
    $$\\
    \indent Умножая обе части равенства $(2)$ на $\sin{kx}$ и снова интегрируя от $-\pi$ до $\pi$, найдем
    $$
        \int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\sin{kx}\,dx = b_k\int\limits_{-\pi}^\pi\sin^{2}{kx}\,dx = b_k\pi,
        \eqno{(6)}
    $$
    откуда
    $$
        b_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^\pi f(x)\sin{kx}\,dx.
        \eqno{(7)}
    $$\\
    \indent Коэффициенты, определенные по формулам $(4)-(6)$, называются \textit{коэффициентами Фурье} функции
$f(x)$, а тригонометрический ряд $(1)$ с такими коэффициентами называется \textit{рядом Фурье} функции $f(x)$.\\
    \indent Возвратимся теперь к вопросу, поставленному нами в начале параграфа: какими свойствами должна обладать
функция, чтобы построенный для неё ряд Фурье сходился и чтобы сумма построенного ряда Фурье равнялась значениям
данной функции в соответствующих точках?\\
    \indent Мы сформулируем здесь теорему, которая даст достаточные условия представимости функции $f(x)$ рядом
Фурье.\\
    \indent \so{Определение}. Функция $f(x)$ называется \textit{кусочно монотонной} на отрезке $[a,b]$, если этот
отрезок можно разбить конечным числом точек $x_1,\,x_2,\,\dots ,\, x_{n-1}$ на интервалы $ (a, x_1), (a, x_2), \, \dots ,\,
(x_{n-1}, b) $ так что на каждом из интервалов функция монотонна, т. е. либо не возрастающая, либо неубывающая.\\
    \indent Из определения следует, что если функция $f(x)$ кусочно монотонная и ограниченная на отрезке $[a,b]$, то она
может иметь только точки разрыва первого рода. Действительно, если $x=c$ есть точка разрыва функции $f(x)$, то в
силу монотонности функции существуют пределы
    $$
        \lim_{x\to{c-0}}f(x) = f(c-0), \lim_{x\to{c+0}}f(x) = f(c+0)
    $$
    т. е. точка $c$ есть точка разрыва первого рода (рис. 374).
\end{document}
(base) ramil@ramil:~/projects/laboratory/2_semester/lab_22$ pdflatex lab22_v23.tex
This is pdfTeX, Version 3.14159265-2.6-1.40.20 (TeX Live 2019/Debian) (preloaded format=pdflatex)
 restricted \write18 enabled.
entering extended mode
(./lab22_v23.tex
LaTeX2e <2020-02-02> patch level 2
L3 programming layer <2020-02-14>
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/base/book.cls
Document Class: book 2019/12/20 v1.4l Standard LaTeX document class
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/base/bk10.clo))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/base/fontenc.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/base/inputenc.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/babel/babel.sty
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/babel/switch.def)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/babel-english/english.ldf
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/babel/babel.def
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/babel/txtbabel.def)))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/babel-russian/russianb.ldf


Package babel Warning: No Cyrillic font encoding has been loaded so far.
(babel)                A font encoding should be declared before babel.
(babel)                Default `T2A' encoding will be loaded  on input line 74.



(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/cyrillic/t2aenc.def
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/base/t2aenc.dfu))))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/soulutf8/soulutf8.sty
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/soul/soul.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/infwarerr/infwarerr.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/etexcmds/etexcmds.sty
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/iftex/iftex.sty)))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/geometry/geometry.sty
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/graphics/keyval.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/generic/iftex/ifvtex.sty))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/setspace/setspace.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/footmisc/footmisc.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsmath.sty
For additional information on amsmath, use the `?' option.
```

```
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amstext.sty
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsgen.sty))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsbsy.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsmath/amsopn.sty))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/amssymb.sty
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/amsfonts.sty))
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/wasysym/wasysym.sty)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/l3backend/l3backend-pdfmode.def)
(./lab22_v23.aux (/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/cyrillic/t2acmr.fd))
*geometry* driver: auto-detecting
*geometry* detected driver: pdftex
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/umsa.fd)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/amsfonts/umsb.fd)
(/usr/share/texlive/texmf-dist/tex/latex/wasysym/uwasy.fd)
Underfull \hbox (badness 10000) in paragraph at lines 20--21


Underfull \hbox (badness 10000) in paragraph at lines 28--30


Underfull \hbox (badness 10000) in paragraph at lines 32--34


Underfull \hbox (badness 10000) in paragraph at lines 41--41


Underfull \hbox (badness 10000) in paragraph at lines 48--52


LaTeX Font Warning: Font shape `T2A/cmr/m/scsl' undefined
(Font)              using `T2A/cmr/m/sc' instead on input line 55.

[320{/var/lib/texmf/fonts/map/pdftex/updmap/pdftex.map}]

LaTeX Font Warning: Font shape `T2A/cmr/m/scsl' undefined
(Font)              using `T2A/cmr/m/sc' instead on input line 85.

[321] (./lab22_v23.aux) )
(see the transcript file for additional information) </home/ramil/.texlive2019/
texmf-var/fonts/pk/ljfour/lh/lh-t2a/lati1000.600pk> </home/ramil/.texlive2019/t
exmf-var/fonts/pk/ljfour/lh/lh-t2a/larm0800.600pk> </home/ramil/.texlive2019/te
xmf-var/fonts/pk/ljfour/jknappen/ec/tcrm0600.600pk> </home/ramil/.texlive2019/t
exmf-var/fonts/pk/ljfour/jknappen/ec/tcrm0700.600pk> </home/ramil/.texlive2019/
texmf-var/fonts/pk/ljfour/lh/lh-t2a/lacc0900.600pk> </home/ramil/.texlive2019/t
exmf-var/fonts/pk/ljfour/lh/lh-t2a/larm1000.600pk></usr/share/texlive/texmf-dis
t/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmex10.pfb></usr/share/texlive/texmf-dist/font
s/type1/public/amsfonts/cm/cmmi10.pfb></usr/share/texlive/texmf-dist/fonts/type
1/public/amsfonts/cm/cmmi7.pfb></usr/share/texlive/texmf-dist/fonts/type1/publi
c/amsfonts/cm/cmmi8.pfb></usr/share/texlive/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfo
nts/cm/cmr10.pfb></usr/share/texlive/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/
cmr5.pfb></usr/share/texlive/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmr7.pfb
></usr/share/texlive/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmr8.pfb></usr/s
hare/texlive/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmsy10.pfb></usr/share/t
exlive/texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmsy7.pfb></usr/share/texlive/
texmf-dist/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmsy8.pfb>
Output written on lab22_v23.pdf (2 pages, 133757 bytes).
Transcript written on lab22_v23.log.
(base) ramil@ramil:~/projects/laboratory/2_semester/lab_22$ ls
 ctex.pdf     l22-2012.djvu   lab22_v23.dvi   lab22_v23.pdf      lab22_v23.tex      'Львовский LaTeX.pdf'
 header.txt   lab22_v23.aux   lab22_v23.log  '#lab22_v23.tex#'   ЛР_22_Титеев.docx  'Т.2_Пискунов Н.С_1985 -560c.djvu'
```

lab22_v23.pdf:

если же $n = k$, то

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos kx^2\, dx = \pi,$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin kx \cos kx\, dx = 0, \qquad (II)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin kx^2\, dx = \pi.$$

Вычислим, например, первый интеграл из группы (I). Так как

$$\cos nx \cos kx = \frac{1}{2}[\cos(n+k)x + \cos(n-k)x]$$

то

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \cos kx\, dx = \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \cos(n+k)x\, dx + \frac{1}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \cos(n-k)x\, dx$$

Подобным образом можно получить и остальные формулы $(I)^*$).
Интегралы группы (II) вычисляют непосредственно (см. X гл. т. I).

Теперь мы можем вычислить коэффициенты a_k и b_k ряда (2). Для разыскания коэффициента a_k при каком-либо определенном значении $k \neq 0$ умножим обе части равенства (2) на $\cos kx$:

$$f(x)\cos kx = \frac{a_0}{2}\cos kx + \sum_{n=1}^{\inf}(a_n \cos nx \cos kx + b_n \sin nx \cos kx). \qquad (2')$$

Ряд, получившийся в правой части равенства, мажорируем, так как его члены не превосходят по абсолютной величине членов сходящегося положительного ряда (3). Поэтому его можно почленно интегрировать на любом отрезке.

Проинтегрируем равенство $(2')$ в пределах от $-\pi$ до π:

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\, dx = \tfrac{a_0}{2}\int_{-\pi}^{\pi} \cos kx\, dx +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\inf}\left(a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos nx \cos kx\, dx + b_n \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \cos kx\, dx\right).$$

*) С помощью формул

$$\cos nx \sin kx = \frac{1}{2}[\sin(n+k)x - \sin(n-k)x]$$

$$\sin nx \sin kx = \frac{1}{2}[-\cos(n+k)x + \cos(n-k)x]$$

Принимая во внимание формулы (II) и (I), видим, что все интегралы в правой части равны нулю, кроме интеграла с коэффициентом a_k.

Следовательно,

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\,dx = a_k \int\limits_{-\pi}^{\pi} \cos^2 kx\,dx = a_k\pi,$$

откуда

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\,dx. \tag{5}$$

Умножая обе части равенства (2) на $\sin kx$ и снова интегрируя от $-\pi$ до π, найдем

$$\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\,dx = b_k \int\limits_{-\pi}^{\pi} \sin^2 kx\,dx = b_k\pi, \tag{6}$$

откуда

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\,dx. \tag{7}$$

Коэффициенты, определенные по формулам $(4)-(6)$, называются *коэффициентами Фурье* функции $f(x)$, а тригонометрический ряд (1) с такими коэффициентами называется *рядом Фурье* функции $f(x)$.

Возвратимся теперь к вопросу, поставленному нами в начале параграфа: какими свойствами должна обладать функция, чтобы построенный для неё ряд Фурье сходился и чтобы сумма построенного ряда Фурье равнялась значениям данной функции в соответствующих точках?

Мы сформулируем здесь теорему, которая даст достаточные условия представимости функции $f(x)$ рядом Фурье.

О п р е д е л е н и е. Функция $f(x)$ называется *кусочно монотонной* на отрезке $[a, b]$, если этот отрезок можно разбить конечным числом точек $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ на интервалы $(a, x_1), (a, x_2), \ldots, (x_{n-1}, b)$ так что на каждом из интервалов функция монотонна, т. е. либо не возрастающая, либо неубывающая.

Из определения следует, что если функция $f(x)$ кусочно монотонная и ограниченная на отрезке $[a, b]$, то она может иметь только точки разрыва первого рода. Действительно, если $x = c$ есть точка разрыва функции $f(x)$, то в силу монотонности функции существуют пределы

$$\lim_{x\to c-0} f(x) = f(c-0), \ \lim_{x\to c+0} f(x) = f(c+0)$$

т. е. точка c есть точка разрыва первого рода (рис. 374).

9 **Дневник отладки** должен содержать дату и время сеансов отладки, и основные ошибки (ошибки в сценарии и программе, не стандартные операции) и краткие комментарии к ним. В дневнике отладки приводятся сведения об использовании других ЭВМ, существенном участии преподавателя и других лиц в написании и отладке программы.

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание

10 Замечание автора по существу работы ____

____

____

____

____

11 Выводы В процессе лабораторной работы узнал и разобрался в том, как верстать страницы на языке Тех.

____

Подпись студента ____________________