

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL**

**FACULTAD REGIONAL AVELLANEDA**

**TECNICO SUPERIOR EN PROGRAMACION**

**INVESTIGACION OPERATIVA I**

**GUIA DE TRABAJOS PRACTICOS**

**AÑO : 2008**

**AUTOR : ING. RUBEN FONTE**

---

# Trabajo Práctico N° 1

## Programación lineal

1) Hallar la matriz inversa de las sig. matrices.

a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & 5 \\ 2 & 7 & -3 \end{pmatrix}$$

b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -2 & -5 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2) Resolver los sig. sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss – Jordan.

a)

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 + 2x_4 = 21 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 1 \end{cases}$$

3) Graficar la región factible ( si es que existe ) para los sig. sistemas de ecuaciones.

a)

$$\begin{aligned} -2x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 - x_2 &\leq 2 \\ x_1 + x_2 &\leq 5 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 &\geq 6 \\ x_1 + 2x_2 &\leq 10 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq 2 \\ x_1 - 2x_2 &\leq 0 \\ x_1 + x_2 &\geq 5 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- 4) Un fabricante de bombones entrega sus productos en cajas de 1 Kg. c/u , en dos variedades , “ **Selección** “ y “ **Finos** “.  
 La caja “ **Selección** “ contiene , 300 gr. de bombones de licor , 500 gr. de bombones de nuez 200 gr. de bombones de frutas.  
 La caja “ **Finos** “ contiene , 400 gr. de bombones de licor , 200 gr. de bombones de nuez 400 gr. de bombones de frutas.  
 La utilidad por cada tipo de caja es de \$ 120 para la “ **Selección** “ y \$ 90 para la de “ **Finos** “.  
 El fabricante dispone de 100 Kg. de bombones de licor , 120 Kg. de bombones de nuez y 100 Kg. de bombones de frutas.  
 Definir la cantidad de cajas de cada tipo que se deben armar para que el beneficio sea máximo.
- 5) Un frutero necesita como ~~máximo~~ 16 cajones de naranja , 5 de plátanos y 20 de manzanas.  
 Dos mayoristas pueden suministrarles para satisfacer sus necesidades pero solo venden la fruta en contenedores completos.  
 El mayorista “ A “ envía en cada contenedor 8 cajones de naranja , 1 de plátanos y 2 de manzanas.  
 El mayorista “ B “ envía en cada contenedor 2 cajones de naranja , 1 de plátanos y 7 de manzanas.  
 Sabiendo que el mayorista “ A “ se encuentra a 150 Km. de distancia , el mayorista “ B “ a 300 Km , y se paga por flete \$ 1 por cada Km.  
 ¿ Cuántos contenedores habrá que comprar a cada mayorista ? , con el objetivo de ahorrar tiempo y dinero , reduciendo al mínimo lo pagado de flete.
- 6) Una fábrica produce 4 artículos ( A , B , C y D ) que pasan por los sig. departamentos : cepillados , fresado , taladrado y ensamble.  
 Los requerimientos por unidad de producto en horas y contribución son los sig.

ARTICULO	CEPILLADO	FRESADO	ENSAMBLADO	TALADRO	UTILIDAD
A	0.5	2.0	0.5	3.0	8.0
B	1.0	1.0	0.5	1.0	9.0
C	1.0	1.0	1.0	2.0	7.0
D	0.5	1.0	1.0	3.0	6.0

Las capacidades en horas mensuales de cada departamento son .

Cepillado : 1800    Fresado : 2800    Ensamblado : 3000    Taladrado : 6000

Los requerimientos mínimos de la venta son :

A = 300 unid.    B = 600 unid.    C = 500 unid.    D = 400 unid.

¿Qué cantidad de productos A , B , C y D habrá que fabricar este mes para maximizar la ganancia ?

Plantear el sist. de inecuaciones , el sist. de ecuaciones agregando las incógnitas necesarias.

No resuelva por el método simplex , resuelva con WinQSB.

- 7) Una empresa textil tiene una planta donde procesa fibras para convertirlas en telas.

Tiene 4 sectores de producción Carda , Hilado , Tejeduría y Tinturas.

La línea de producción de la empresa incluye 4 telas diferentes que se han identificado con las letras A , B , C y D.

El requerimiento mínimo semanal de cada tipo de tela es de :

A = 2500 mts.      B = 3000 mts.      C = 3000 mts.      D = 2500 mts.

La disponibilidad en horas mensuales de cada sector es :

Carda = 2600 Hs. Hilado = 4000 Hs. Tejeduría = 2000 Hs. Tintura = 2000 Hs.

Los tiempos de proceso en horas , cada 100 mts. de tela son :

SECTOR	A	B	C	D
Carda	0.25	0.2	0.15	0.25
Hilado	0.3	0.4	0.5	0.3
Tejeduría	0.25	0.3	0.25	0.3
Tintura	0.25	0.35	0.4	0.2

Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de 100 mts. de tela es de \$ 105 para A , \$ 90 para B , \$ 80 para C y \$ 100 para D.

¿Cuál es la mezcla óptima de venta mensuales ?

Plantear el sist. de inecuaciones , el sist. de ecuaciones agregando las incógnitas necesarias.

No resuelva por el método simplex , resuelva con WinQSB.

- 8) Una compañía tiene dos minas: la mina A produce diariamente 1 tonelada de carbón de antracita de alta calidad, 2 toneladas de carbón de calidad media y 4 toneladas de carbón de baja calidad; la mina B produce 2 toneladas de cada una de las tres clases.

La compañía necesita 70 toneladas de carbón de alta calidad, 130 de calidad media y 150 de baja calidad.

Los gastos diarios de la mina A ascienden a 150 dólares y los de la mina B a 200 dólares.

¿Cuántos días deberán trabajar en cada mina para que la función de coste sea mínima?

- 9) En la elaboración de un producto C se necesita una sustancia A y otra sustancia B.

La cantidad de sustancia A es menor o igual que el doble de B utilizada, y la diferencia entre las cantidades de sustancia B y A no supera los 2g mientras que la suma no debe sobrepasar los 5g , además se utiliza por lo menos 1g de B y se requiere por lo menos 1 g de A.

Dentro del producto C , la sustancia A se venderá a \$ 5 el gramo y la B a \$ 4 el gramo , calcular la cantidad de sustancia A y B necesaria para que el beneficio sea máximo.

- 10) Una empresa fabrica dos tipos de tarjetas gráficas, de 16Mb y 32Mb de memoria, respectivamente.  
Se utilizan dos máquinas que emplean 2 min. en fabricar las de 16Mb y 3 min. en fabricar las de 32Mb.  
La cadena de montaje sólo puede funcionar, como máximo, 300 minutos diarios. Además la planta tiene una capacidad máxima de fabricación diaria de 125 unidades ( tarjetas ), entre las cuales no puede haber más de 90 tarjetas de 16Mb ni más de 80 tarjetas de 32Mb, siendo el beneficio neto de las primeras de 45\$ y el de las segundas de 60\$.  
¿Cuántas tarjetas de 16Mb y 32Mb debe fabricar diariamente cada máquina para que el beneficio sea máximo?

- 11) Resolver el sig. problema aplicando el método simplex.

$$x_1 + x_3 + 2x_4 \geq 8$$

$$x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 3$$

$$Z = 16x_1 + 8x_2 + 20x_3 + 24x_4 \quad (\text{Minimizar})$$

- 12) Resolver el sig. problema aplicando el método simplex.

$$4x_1 - x_2 \leq 8$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 24$$

$$Z = 8x_1 + 6x_2 \quad (\text{Maximizar})$$

- 13) Resolver el sig. problema aplicando el método simplex.

$$x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 - x_2 \geq 3$$

$$Z = 2x_1 + x_2 \quad (\text{Maximizar})$$

- 14) Resolver el sig. problema aplicando el método simplex.

$$-10x_1 + 6x_2 \geq 30$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$Z = 2x_1 + x_2 \quad (\text{Maximizar})$$

15) Resolver el sig. problema aplicando el método simplex.

$$\begin{aligned}x_2 &\leq 3 \\4x_1 + 6x_2 &\leq 24 \\2x_1 + 2x_2 &\leq 12\end{aligned}$$

$$Z = -2x_1 + 4x_2 \quad (\text{Minimizar})$$

16) Resolver el sig. problema aplicando el método simplex.

$$\begin{aligned}4x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\2x_1 - 5x_2 &\geq 3 \\-2x_1 + x_2 &\leq 0\end{aligned}$$

$$Z = 4x_1 + 5x_2 \quad (\text{Minimizar})$$

17) Resolver el sig. problema aplicando el método gráfico.

$$\begin{aligned}4x_1 - x_2 &\leq 8 \\2x_1 + x_2 &\leq 10 \\4x_1 + 3x_2 &\leq 24\end{aligned}$$

$$Z = 8x_1 + 6x_2 \quad (\text{Maximizar})$$

18) Resolver el sig. problema aplicando el método gráfico.

$$\begin{aligned}-10x_1 + 6x_2 &\geq 30 \\x_1 + x_2 &\leq 3 \\2x_1 + x_2 &\leq 10\end{aligned}$$

$$Z = 2x_1 + x_2 \quad (\text{Maximizar})$$

19) Resolver el sig. problema aplicando el método gráfico.

$$\begin{aligned}4x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\2x_1 - 5x_2 &\geq 3 \\-2x_1 + x_2 &\leq 0\end{aligned}$$

$$Z = 4x_1 + 5x_2 \quad (\text{Minimizar})$$

## Respuestas

### Ejercicio 1)

$$\text{a) } A^{-1} = \begin{pmatrix} -16 & -11 & 3 \\ 7/2 & 5/2 & -1/2 \\ -5/2 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } A^{-1} = \begin{pmatrix} -9 & -7 & -4 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ejercicio 2) a) } S = \{ \}$$

$$\text{b) } S = \{ -\alpha + 10\beta - 9, \alpha, 7\beta - 7, \beta \} \text{ o también}$$
$$S = \{ \alpha, -\alpha + 10\beta - 9, 7\beta - 7, \beta \}$$

### Ejercicio 3)

$$\text{Ejercicio 4) } x_1 = 200 \quad x_2 = 100 \quad x_5 = 20000$$
$$Z = 33000$$

$$\text{Ejercicio 5) } x_1 = 3 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 12$$
$$Z = 1050$$

$$\text{Ejercicio 6) } x_1 = 300 \quad x_2 = 600 \quad x_3 = 500 \quad x_4 = 1100$$
$$x_7 = 950 \quad x_8 = 200 \quad x_9 = 0 \quad x_{12} = 700$$
$$Z = 17900$$

Ejercicio 7)  $x_1 = 7448$   $x_2 = 120$   $x_3 = 120$   $x_4 = 240$   
 $x_5 = 636$   $x_6 = 1585.6$   $x_9 = 7348$   $x_{12} = 140$   
 $Z = 826440$

Ejercicio 8)  $x_1 = 26.66$   $x_2 = 21.66$   $\mu_2 = 33.33$   
 $Z = 8333.33$

Ejercicio 9)  $A = 3.33$  gr.  $B = 1.66$  gr.  $x_4 = 2$   $x_6 = 0.66$   $x_7 = 2.33$   $Z = 23.33$

Ejercicio 10) Rta: 16Mb :75 unidades , 32Mb : 50 unidades ,  $Z = \$ 6375$

Ejercicio 11) Rta :  $x_4 = 4$   $x_6 = 1$   $Z = 96$

Ejercicio 12) Rta :  $(1 - \alpha) \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 16 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Z = 48$

Ejercicio 13) Rta : Polígono abierto , solución no acotada.

Ejercicio 14) Rta : ~~No se forma polígono~~

Ejercicio 15) Rta :  $x_1 = 6$   $x_3 = 3$   $x_5 = 0$   $Z = -12$   
 $x_1 = 6$   $x_3 = 3$   $x_4 = 0$   $Z = -12$

Ejercicio 16) Rta :  $x_1 = \frac{3}{2}$   $x_3 = 6$   $x_5 = 3$   $Z = 6$

Ejercicio 17) Rta : Infinitas soluciones ,  $Z = 48$

Ejercicio 18) Rta :  $x_2 = 3$   $x_5 = 7$   $\mu_1 = 1$   $Z = 3$

Ejercicio 19) Rta :  $x_1 = \frac{3}{2}$   $x_3 = 6$   $x_5 = 3$   $Z = 6$



# Trabajo Práctico N° 2

## Transporte

- 1) Una aerolínea regional puede comprar su combustible para jet a cualquiera de tres proveedores .

Las necesidades de la aerolínea para el próximo mes , en cada uno de los tres aeropuertos a los que da servicio , son 100000 galones en el aeropuerto 1 , 180000 galones en el aeropuerto 2 y 350000 galones en el aeropuerto 3.

Cada proveedor puede suministrar combustible a cada aeropuerto a los precios ( en centavos por galón ) que se dan en el sig. cuadro.

	Aeropuerto	Aeropuerto	Aeropuerto
Proveedor 1	92	89	90
Proveedor 2	91	91	95
Proveedor 3	87	90	92

Cada proveedor , sin embargo , tiene limitaciones en cuanto al número total de galones que puede proporcionar durante un mes dado.

Estas capacidades son 320000 galones para el proveedor 1 , 270000 galones para el proveedor 2 y 190000 galones para el proveedor 3.

Determinése una política de compra que cubra los requerimientos de la aerolínea en cada aeropuerto , a un costo total mínimo.

- 2) Una compañía panificadora puede producir un pan especial en cualquiera de sus dos plantas , en la sig. forma.

	Producción ( Kg )	Costo de Producción
Planta A	2500	23
Planta B	2100	25

Cuatro cadena de restaurantes desean adquirir este pan , sus demandas y los precios que desean pagar son los sig.

Cadena	Demanda máxima	Precio ofrecido
1	1800	39
2	2300	37
3	550	40
4	1750	36

El costo ( en centavos ) de embarcar un Kg. de una planta a un restaurante se dá en la sig. tabla

	Cadena 1	Cadena 2	Cadena 3	Cadena 4
Planta A	6	8	11	9
Planta B	12	6	8	5

Determinese un programa de entregas para la compañía panificadora , maximizando su ganancia total en este tipo de pan.

- 3) Una compañía de renta de autos tiene problemas de distribución , debido a que los acuerdos de renta permiten que los autos se entreguen en lugares diferentes a aquellos en que originalmente fueron rentados.  
 Por el momento , hay 2 garages ( fuentes ) con 15 y 13 autos y cuatro agencias ( destinos ) en los que se requieren 9 , 6 , 7 y 9 autos , respectivamente.  
 Los costos unitarios de transporte ( en dólares ) entre los lugares son los sig.

	Destino 1	Destino 2	Destino 3	Destino 4
Garage 1	45	17	21	30
Garage 2	14	18	19	31

Elabore un plan para trasladar los automóviles de los **garages** hacia los distintos **destinos** con un costo mínimo.

- 4) Resolver **minimizando**.

4	2	5	1	9	10
2	2	8	3	5	10
2	3	9	9	8	15
6	10	7	1	10	25
15	15	10	10	10	

- 5) Resolver el ejercicio anterior **maximizando**.

- 6) Resolver maximizando.

Para resolver el ejercicio aplique el método de tomar el número mas grande y restarle a este c/u de los números de la matriz , obteniendo así otra matriz , y esta minimizarla.

4	3	6	4	4	500
7	4	6	8	9	330
7	5	9	8	8	120
140	220	360	80	150	

- 7) Resolver el ejercicio anterior minimizando.

Resuelva aplicando para realizar la primera asignación por el método de la Esquina noroeste , luego resuelva nuevamente pero aplicando costos mínimos.

- 8) Resolver minimizando.

5	3	9	8	6	300
8	2	4	1	3	200
4	7	2	5	7	100
100	200	300	100	100	

- 9) Resolver minimizando.

Resuelva aplicando para realizar la primera asignación por el método de los Costos mínimos , luego resuelva nuevamente pero aplicando el método de la Esquina noroeste.

6	4	3	2	4	200
3	4	7	5	8	300
2	6	6	8	8	400
4	6	4	6	6	200
300	400	100	100	100	

- 10) Resolver minimizando.

Resuelva aplicando para realizar la primera asignación por el método de la Esquina noroeste.

9	6	8	4	6	200
7	5	10	5	8	300
12	10	7	3	7	200
10	10	8	6	4	400
300	400	100	200	100	

11) Resolver **maximizando**.

6	7	3	5	1	20
8	9	2	5	4	30
6	8	10	3	2	40
4	1	6	5	4	50
10	20	10	60	30	

12) Resolver **minimizando**.

10	2	20	11	15
12	7	9	20	25
4	14	16	18	10
5	15	15	15	

- 13) Una empresa energética dispone de tres plantas de generación para satisfacer la demanda eléctrica de cuatro ciudades.  
 Las plantas 1, 2 y 3 pueden satisfacer 35, 50 y 40 millones de KWH respectivamente.  
 El valor máximo de consumo ocurre a las 2 PM y es de 45, 20, 30 y 30 millones de KWH en las ciudades 1, 2, 3 y 4 respectivamente.  
 El costo de enviar 1 KWH depende de la distancia que deba recorrer la energía.  
 La siguiente tabla muestra los costos de envío unitario desde cada planta a cada ciudad.  
 Formule un modelo de programación lineal que permita minimizar los costos de satisfacción de la demanda máxima en todas las ciudades.  
 Luego resuelva el problema de transporte.

	Ciudad 1	Ciudad 2	Ciudad 3	Ciudad 4
Planta 1	8	6	10	9
Planta 2	9	12	13	7
Planta 3	14	9	16	5

- 14) Una empresa dedicada a la fabricación de componentes de ordenador tiene dos fábricas que producen, respectivamente, 800 y 1500 piezas mensuales.  
 Estas piezas han de ser transportadas a tres tiendas que necesitan 1000, 700 y 600 piezas, respectivamente.  
 Los costes de transporte, en pesetas por pieza son los que aparecen en la tabla adjunta.  
 ¿Cómo debe organizarse el transporte para que el coste sea mínimo?

	Tienda A	Tienda B	Tienda C
Fábrica 1	3	7	1
Fábrica 2	2	2	6

**Ejercicio 1)** El proveedor 1 entregará 320000 galones al aeropuerto 3 , el proveedor 2 entregará 120000 galones al aeropuerto 2 y conserva 150000 galones.  
El proveedor 3 entregará 100000 galones , 60000 galones y 30000 galones respectivamente , a los aeropuertos 1 , 2 y 3.

**Ejercicio 2)** De la Planta A a la Cadena 1 , 1800 Kg. y a la Cadena 2 , 700 Kg.  
De la Planta B a la Cadena 3 , 550 Kg. y a la Cadena 4 , 1550 Kg.

**Ejercicio 3)** Del Garage 1 al Destino 2 , 6 autos , al Destino 3 , 3 autos y al Destino 4 , 6 autos.  
Del Garage 2 al Destino 1 , 9 autos , y al Destino 3 , 4 autos.

**Ejercicio 4)** De la fuente 1 al Destino 2 , 10.  
De la fuente 2 , al Destino 2 , 5 , y al Destino 5 , 5.  
De la fuente 3 , al Destino 1 , 15.  
De la fuente 4 , al Destino 3 , 10 , al Destino 4 , 10 , y al Destino 5 , 5.  
Hay solución alternativa.  
**El valor de la función objetivo es 215.**

**Ejercicio 5)** De la fuente 1 al Destino 5 , 10.  
De la fuente 2 , al Destino 1 , 5 , y al Destino 3 , 5.  
De la fuente 3 , al Destino 3 , 5 , y al Destino 4 , 10.  
De la fuente 4 , al Destino 1 , 10 , al Destino 2 , 15.  
Hay solución alternativa.  
**El valor de la función objetivo es 485.**

**Ejercicio 6)** De la fuente 1 al Destino 2 , 220 , y al Destino 3 , 280.  
De la fuente 2 , al Destino 1 , 100 , al Destino 4 , 80 , y al Destino 5 , 150.  
De la fuente 3 , al Destino 1 , 40 , y al Destino 3 , 80.  
Hay solución alternativa.  
**El valor de la función objetivo es 6030.**

**Ejercicio 7)** De la fuente 1 al Destino 1 , 140 , al Destino 2 , 100 , al Destino 3 , 30 , al Destino 4 , 80 , y al Destino 5 , 150.  
De la fuente 2 , al Destino 3 , 330.  
De la fuente 3 , al Destino 2 , 120.  
No hay solución alternativa.  
**El valor de la función objetivo es 4540.**

**Ejercicio 8)** De la fuente 1 al Destino 1 , 100 , al Destino 2 , 200.  
De la fuente 2 , al Destino 4 , 100 , y al Destino 5 , 100.  
De la fuente 3 , al Destino 3 , 100.  
De la fuente 4 ( ficticia ) al Destino 3 , 200.  
No hay solución alternativa.

**Ejercicio 9)** De la fuente 1 al Destino 4 , 100 , al Destino 5 , 100.  
De la fuente 2 , al Destino 2 , 300.  
De la fuente 3 , al Destino 1 , 300 , al Destino 2 , 100.  
De la fuente 4 al Destino 3 , 100 , al Destino 6 ( ficticio ) , 100.  
Hay solución alternativa.  
**El valor de la función objetivo es 3400.**

**Ejercicio 10)** De la fuente 1 al Destino 2 , 200.  
De la fuente 2 , al Destino 1 , 100 , al Destino 2 , 200.  
De la fuente 3 , al Destino 4 , 200.  
De la fuente 4 al Destino 1 , 200 , al Destino 3 , 100 , y al Destino 5 , 100.  
Hay solución alternativa.

**Ejercicio 11)** De la fuente 1 al Destino 4 , 20.  
De la fuente 2 , al Destino 1 , 10 , al Destino 4 , 20.  
De la fuente 3 , al Destino 2 , 20 , al Destino 3 , 10 , y al Destino 6 ( ficticio ) , 10.  
De la fuente 4 al Destino 4 , 20 , al Destino 5 , 30.  
Hay solución alternativa.  
**El valor de la función objetivo es 760.**

**Ejercicio 12)** De la fuente 1 al Destino 2 , 5 , al Destino 4 , 10.  
De la fuente 2 , al Destino 2 , 10 , al Destino 3 , 15.  
De la fuente 3 , al Destino 1 , 5 , al Destino 4 , 5.  
No hay solución alternativa.  
**El valor de la función objetivo es 435.**

**Ejercicio 13)** De la Planta 1 a la Ciudad 2 , 10 , a la Ciudad 3 , 25.  
De la Planta 2 a la Ciudad 1 , 45 , a la Ciudad 3 , 5.  
De la Planta 3 a la Ciudad 2 , 10 , a la Ciudad 4 , 30.  
**El valor de la función objetivo es 1020.**

**Ejercicio 14)** De la Fábrica 1 a la Tienda A , 200 , a la Tienda C , 600.  
De la Fábrica 2 a la Tienda A , 800 , a la Tienda B , 700.

# Trabajo Práctico N° 3

## Asignaciones

- 1) Se dispone de 4 equipos de mantenimiento los cuáles realizarán trabajos de reparaciones en 4 centrales nucleares distintas.  
Se sabe que el costo en miles de dólares de cada equipo de mantenimiento para cada central nuclear se da en la sig. tabla.  
Se desea hallar la asignación de que equipo de mantenimiento corresponde a cada una de las centrales nucleares para que **el costo sea mínimo**.

	CN1	CN2	CN3	CN4
E1	7	6	5	8
E2	8	7	4	6
E3	3	4	6	2
E4	5	6	7	5

- 2) Resolver el sig. ejercicio de asignación , **maximizando**.

3	5	9	11
7	3	11	9
5	1	7	11
5	7	9	13

- 3) Resolver el sig. ejercicio de asignación , **minimizando**.

5	6	3	8	9
6	4	4	8	7
2	14	6	4	8
8	6	4	7	10
6	4	3	10	8

- 4) Resolver el sig. ejercicio de asignación , **minimizando**.

3	8	2	10	3
8	7	2	9	7
6	4	2	7	5
8	4	2	3	5
9	10	6	9	10

5) Resolver el sig. ejercicio de asignación , **maximizando**.

3	5	9	1
7	3	11	9
5	1	7	11
5	7	9	13

6) Resolver el sig. ejercicio de asignación , **maximizando**.

6	9	2	1
10	6	4	2
3	15	4	12
8	10	12	14

7) Resolver el sig. ejercicio de asignación , **minimizando**.

4	5	7	6
3	2	2	8
8	2	5	6
2	1	4	7

8) Resolver el sig. ejercicio de asignación , **minimizando**.

5	6	3	8	9
6	4	4	8	9
2	14	6	4	6
8	6	3	10	10
6	4	6	10	8
10	8	4	8	7
6	4	6	5	7



- 9) Una cadena de restaurantes desea construir 4 tiendas en el área de Chicago.  
La compañía ha empleado 6 diferentes constructoras , y estando satisfecho con todas las ha invitado a concursar por cada trabajo.  
Las ofertas en miles de dólares son las que se muestran en la tabla sig.

85.3	88	87.5	82.4	89.1	86.7
78.9	77.4	77.4	76.5	79.3	78.3
82	81.3	82.4	80.6	83.5	81.7
84.3	84.6	86.2	83.3	84.4	85.5

La cadena de restaurantes otorgará 1 trabajo a cada compañía constructora.  
¿ Qué asignación dá como resultado un costo total mínimo para la cadena de restaurantes ?

**Ejercicio 1)** E1 a CN2  
E2 a CN3  
E3 a CN4  
E4 a CN1  
Costo = US\$ 17.000

**Ejercicio 2)** Cero en Fila 1 Columna 2  
Cero en Fila 2 Columna 3  
Cero en Fila 3 Columna 1  
Cero en Fila 4 Columna 4  
Z = 34

**Ejercicio 3)** Cero en Fila 1 Columna 3  
Cero en Fila 2 Columna 5  
Cero en Fila 3 Columna 1  
Cero en Fila 4 Columna 4  
Cero en Fila 5 Columna 2  
Z = 23

**Ejercicio 4)** Cero en Fila 1 Columna 5  
Cero en Fila 2 Columna 3  
Cero en Fila 3 Columna 2  
Cero en Fila 4 Columna 4  
Cero en Fila 5 Columna 1  
Z = 21

**Ejercicio 5)** Cero en Fila 1 Columna 2  
Cero en Fila 2 Columna 3  
Cero en Fila 3 Columna 1  
Cero en Fila 4 Columna 4  
Z = 34

**Ejercicio 6)** Cero en Fila 1 Columna 2  
Cero en Fila 2 Columna 1  
Cero en Fila 3 Columna 4  
Cero en Fila 4 Columna 3  
Z = 43

**Ejercicio 7)** Cero en Fila 1 Columna 4  
Cero en Fila 2 Columna 3  
Cero en Fila 3 Columna 2  
Cero en Fila 4 Columna 1  
Z = 12

**Ejercicio 8)** Cero en Fila 1 Columna 7  
Cero en Fila 2 Columna 6  
Cero en Fila 3 Columna 1  
Cero en Fila 4 Columna 3  
Cero en Fila 5 Columna 2  
Cero en Fila 6 Columna 5  
Cero en Fila 7 Columna 4  
 $Z = 21$

**Ejercicio 9)** Tienda 1 Compañía 4  
Tienda 2 Compañía 3  
Tienda 3 Compañía 2  
Tienda 4 Compañía 1  
Costo = US\$ 325.400

# Trabajo Práctico N° 4

## Juegos

- 1) Determinar el valor del juego y la estrategia óptima de cada jugador para la sig. matriz de pago.

2	2
1	3

- 2) Determinar el valor del juego y la estrategia óptima de cada jugador para la sig. matriz de pago.

4	5	5	8
6	7	6	9
5	7	5	4
6	6	5	5

- 3) Determinar el valor del juego y la estrategia óptima de cada jugador para la sig. matriz de pago.

8	6	2	8
8	9	4	5
7	5	3	5

- 4) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , por el método gráfico.

1	2	3
2	0	3

- 5) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , por el método gráfico.

4	5	2
2	1	3

- 6) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , por el método gráfico.

1	-3	7
2	4	-6

- 7) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , por el método gráfico.

5	8
6	5
5	7

- 8) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , por el método gráfico.

2	7	9	3
9	8	7	1

- 9) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , por el método gráfico.

-3	8	5
6	-7	-4

- 10) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , **utilizando programación lineal.**

3	-1	-3
-2	4	-1
-5	-6	2

- 11) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , **utilizando programación lineal.**

3	4	12
8	6	3

- 12) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , **utilizando el método iterativo de Brown – Robinson , realizando 11 iteraciones.**

3	4	12
8	6	3

- 13) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas de cada jugador para el juego de suma cero para 2 personas cuya matriz de pago se da a continuación , **utilizando el método iterativo de Brown – Robinson , realizando 16 iteraciones.**

2	2	3	-1
4	3	2	6

- 14) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas del único jugador para resolver el sig. **juego contra la naturaleza** cuya matriz se da a continuación , **utilizando el método de Wald , con estrategia pura y con estrategias mixtas.**

9	2
3	7

- 15) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas del único jugador para resolver el sig. **juego contra la naturaleza** cuya matriz se da a continuación , **utilizando el método de Savage o de los lamentos.**

9	2
3	7

- 16) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas del único jugador para resolver el sig. **juego contra la naturaleza** cuya matriz se da a continuación , **utilizando el método de Laplace.**

9	2
3	7

- 17) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas para el único jugador para resolver el sig. **juego contra la naturaleza** cuya matriz se da a continuación , **utilizando el método de Hurwitz.**

9	2
3	7

- 18) Un colegio prepara un campamento de verano.  
Se estima que la asistencia se ajustará a una de 4 categorías 200 , 250 , 300 y 350 personas.  
El costo del campamento será mínimo si se construye para cumplir exactamente con la demanda.  
Los desvíos por encima o por debajo de los niveles de demanda ideal incurren en costos adicionales.  
Sean  $a_1, a_2, a_3, a_4$  los tamaños de los campamentos , **la matriz de costos** se da a continuación.  
**Resolver el sig. juego contra la naturaleza por los métodos de Wald , Savage , Laplace y Hurwitz.**

200 250 300 350

$a_1$	5	10	18	25
$a_2$	8	7	12	23
$a_3$	21	18	12	21
$a_4$	30	22	19	15

- 19) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas del único jugador para resolver el sig. **juego contra la naturaleza** cuya matriz se da a continuación , **utilizando el método de Wald , Savage , Laplace y Hurwitz.**

5	7	9
9	6	7

- 20) Determinar el valor del juego y las estrategias óptimas del único jugador para resolver el sig. **juego contra la naturaleza** cuya matriz se da a continuación , utilizando el método de Laplace , a) si no es conocida la ley de probabilidades.  
b) si es conocida la ley de probabilidades  
sabiendo que  $p_1 = 0.40$  ,  $p_2 = 0.50$  ,  $p_3 = 0.10$  .

25	19	28
18	20	40
13	11	50



**Ejercicio 1) Valor del Juego = 2**

$$I = (1, 0)$$

$$II = (1, 0)$$

**Ejercicio 2) Valor del Juego = 6**

$$I = (0, 1, 0, 0)$$

$$II = (1, 0, 0, 0)$$

$$I = (0, 1, 0, 0)$$

$$II = (0, 0, 1, 0)$$

**Ejercicio 3) Valor del Juego = 4**

$$I = (0, 1, 0)$$

$$II = (0, 0, 1, 0)$$

**Ejercicio 4) Valor del Juego =  $\frac{4}{3}$**

$$I = \left( \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \right)$$

$$II = \left( \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0 \right)$$

**Ejercicio 5) Valor del Juego =  $\frac{13}{5}$**

$$I = \left( \frac{2}{5}, \frac{3}{5} \right)$$

$$II = \left( 0, \frac{1}{5}, \frac{4}{5} \right)$$

**Ejercicio 6) Valor del Juego =  $\frac{1}{2}$**

$$I = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$II = \left( 0, \frac{13}{20}, \frac{7}{20} \right)$$

**Ejercicio 7) Valor del Juego =  $\frac{23}{4}$**

$$I = \left( \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0 \right)$$

$$II = \left( \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right)$$

**Ejercicio 8) Valor del Juego =  $\frac{25}{9}$**

$$I = \left( \frac{8}{9}, \frac{1}{9} \right)$$

$$II = \left( \frac{2}{9}, 0, 0, \frac{7}{9} \right)$$

**Ejercicio 9) Valor del Juego = 1.125**

$$I = \left( \frac{13}{24}, \frac{11}{24} \right)$$

$$II = \left( \frac{15}{24}, \frac{9}{24}, 0 \right)$$

**Ejercicio 10) Valor del Juego = - 0.9082**

$$I = (0.3944, 0.3119, 0.2935)$$

$$II = (-0.3211, -0.08256, -0.5963)$$

**Ejercicio 11) Valor del Juego =  $\frac{60}{11}$**

$$I = \left( \frac{3}{11}, \frac{8}{11} \right)$$

$$II = \left( 0, \frac{9}{11}, \frac{2}{11} \right)$$

**Ejercicio 12) Haciendo 11 iteraciones,  $V_1 = \frac{58}{11}$ ,  $V_2 = \frac{62}{11}$**

$$I = \left( \frac{4}{11}, \frac{7}{11} \right)$$

$$II = \left( \frac{1}{11}, \frac{8}{11}, \frac{2}{11} \right)$$

**Ejercicio 13) Haciendo 16 iteraciones, Valor del juego,  $V = \frac{5}{2}$**

$$I = \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

$$II = \left( 0, 0, \frac{7}{8}, \frac{1}{8} \right)$$

**Ejercicio 14) Valor del juego ,  $V = 3$**

$$I = (0, 1, 0)$$

$$\text{Valor del juego , } V = \frac{57}{11}$$

$$I = \left( \frac{4}{11}, \frac{7}{11}, 0 \right)$$

**Ejercicio 15) Valor del juego ( lo que lamentará ) ,  $V = 5$**

$$I = (1, 0)$$

**Ejercicio 16) Valor del juego  $V = 5.5$**

$$I = (1, 0)$$

**Ejercicio 17) Con  $0 \leq \alpha \leq 0.33$  se elige la estrategia 2.  
Con  $0.33 \leq \alpha \leq 1$  se elige la estrategia 1.**

**Ejercicio 18) Criterio de Wald , Valor del juego  $V = 21$**

$$I = (0, 0, 1, 0)$$

**Criterio de Savage , Valor del juego ( lo que lamentará ) ,  $V = 8$**

$$I = (0, 1, 0, 0)$$

**Criterio de Laplace ,  $V = 12.5$**

$$I = (0, 1, 0, 0)$$

**Criterio de Hurwitz , Con  $0 \leq \alpha < 0.285$  se elige la estrategia 3.  
Con  $\alpha = 0.285$  se elige la estrategia 2 o 3.  
Con  $0.285 < \alpha < 0.5$  se elige la estrategia 2.  
Con  $\alpha = 0.5$  se elige la estrategia 1 o 2.  
Con  $0.5 < \alpha \leq 1$  se elige la estrategia 1.**

**Ejercicio 19) Criterio de Wald , con estrategia pura , Valor del juego  $V = 6$**

$$I = (0, 1)$$

**Criterio de Wald , con estrategias mixtas , Valor del juego  $V = 6.6$**

$$I = \left( \frac{3}{5}, \frac{2}{5} \right)$$

**Criterio de Savage , Valor del juego ( lo que lamentará ) ,  $V = 2$**

$$I = (0, 1)$$

**Criterio de Laplace ,  $V = 7.33$**

$$I = (0, 1)$$

**Criterio de Hurwitz , Con  $0 \leq \alpha < 1$  se elige la estrategia 2.  
Con  $\alpha = 1$  se elige la estrategia 1 o 2.**

**Ejercicio 20) a)  $V = 26$**

$$I = (0, 1, 0)$$

**b)  $V = 22.3$**

$$I = (1, 0, 0)$$

# Trabajo Práctico N° 5

## Camino Crítico

- 1) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración de las mismas y las precedencia inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.

Tareas	Duración	Precedencia
a	4	---
b	6	a
c	4	---
d	12	---
e	10	b/c
f	24	b/c
g	7	a
h	10	e/d/g
i	3	e/h

- 2) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas y la duración de las mismas , se pide construir la red que represente la situación planteada.

Tareas	Duración
0-1	1
1-2	3
1-4	2
1-3	1
3-5	2
4-5	3
2-5	4
5-6	7
4-8	6
6-7	5
6-8	2
7-9	1
8-9	8

- 3) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas y la duración de las mismas , se pide construir la red que represente la situación planteada.

Tareas	Duración
1-2	2
1-3	2
1-7	3
2-4	3
2-5	2
3-5	2
3-6	2
3-7	2
4-8	2
4-10	2
5-8	2
5-9	3
6-9	4
7-9	2
8-10	5
9-10	2
10-11	4

- 4) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas y las precedencia inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.

Tarea	Precedencia
A	--
B	--
C	A
D	A,B
E	A,B
F	C
G	D,F
H	E,G

- 5) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	3	--
B	6	--
C	2	A
D	5	B,C
E	4	D
F	3	E
G	4	B,C
H	3	F,G

- 6) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	6	--
B	8	--
C	12	A,B
D	4	C
E	6	C
F	15	D,E
G	12	E
H	8	F,G

- 7) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	2	--
B	3	A
C	2	A
D	2	B,C
E	1	B
F	2	A
G	4	D
H	4	G
I	2	E,F,H

- 8) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	3	--
B	4	--
C	2	A
D	6	B
E	5	C
F	2	D
G	1	D
H	2	D
I	5	D
J	2	E/F
K	2	G
L	4	H
M	4	H
N	4	J/K
O	2	I/L/M

- 9) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	3	--
B	1	--
C	5	--
D	7	A
E	8	A
F	2	B
G	4	C
H	1	D,F,G
I	7	D,F,G
J	5	E
K	3	B,H



- 10) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	8	--
B	11	--
C	9	--
D	5	A
E	7	A
F	10	B
G	6	B
H	9	B/C
I	5	C
J	12	D
K	9	E/F
L	11	J/K
M	15	G/H
N	20	I
P	10	L/M/N

- 11) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	2	--
B	6	--
C	5	B
D	8	A/C
E	7	B
F	4	A/C
G	10	E/D
H	8	G
I	6	F/H
J	3	G
K	4	J/I

- 12) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	1	D/C
B	4	E/F/G/H
C	2	F/G
D	3	H
E	4	I
F	6	K
G	3	J
H	5	L
I	3	M
J	1	M
K	6	--
L	5	--
M	4	--

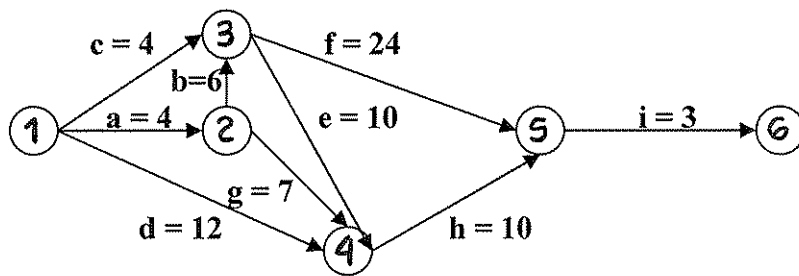
- 13) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica** , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.

Tarea	Duración	Precedencia
A	8	--
B	8	--
C	6	--
D	5	--
E	4	B/C
F	8	D
G	6	B/C
H	6	B
I	3	H
J	4	H
K	6	G/H
L	12	D/E
M	1	F
N	12	A/I
P	4	J
Q	6	J/K
R	12	M
S	5	L
T	6	Q/V
V	4	P

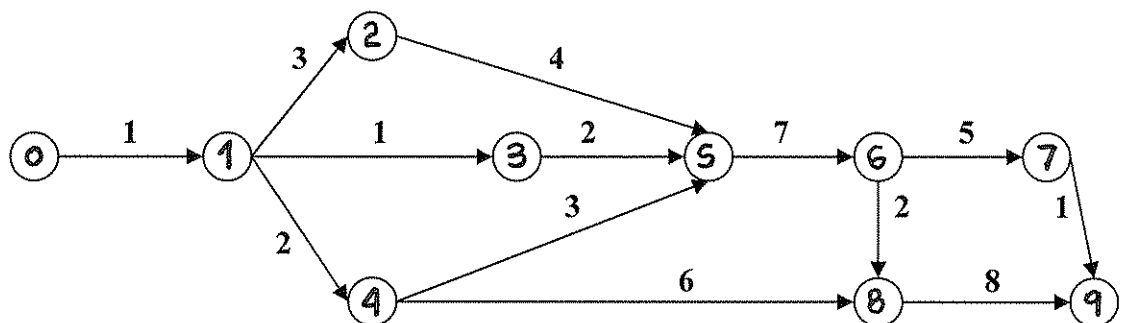
- 14) A partir de la sig. tabla , donde se indican tareas , duración y las precedencias inmediatas , se pide construir la red que represente la situación planteada.  
**Halle la ruta crítica , tomando las tareas con su duración normal , realice una tabla en la que figuren , los tiempos tempranos y tardíos y el cálculo del margen total para cada actividad.**  
 Costo del proyecto tomando las tareas con su duración normal.  
 Indicar la menor duración del proyecto al menor costo , acelerando las tareas necesarias.

Tarea	Duración	Predecesora	Duración acelerada	Costo	Costo acelerado
A	5	--	3	2000	2500
B	4	--	4	3000	3000
C	8	--	7	4000	5000
D	3	A	2	1200	1500
E	7	A	5	2000	3000
F	5	C	5	3000	3000
G	4	C	3	3000	3700
H	3	B/D	3	8000	8000
I	9	F/H	6	700	1600
J	11	F/H	7	1500	2000
K	8	E/I	6	600	1500
L	10	G/J	9	1000	1050

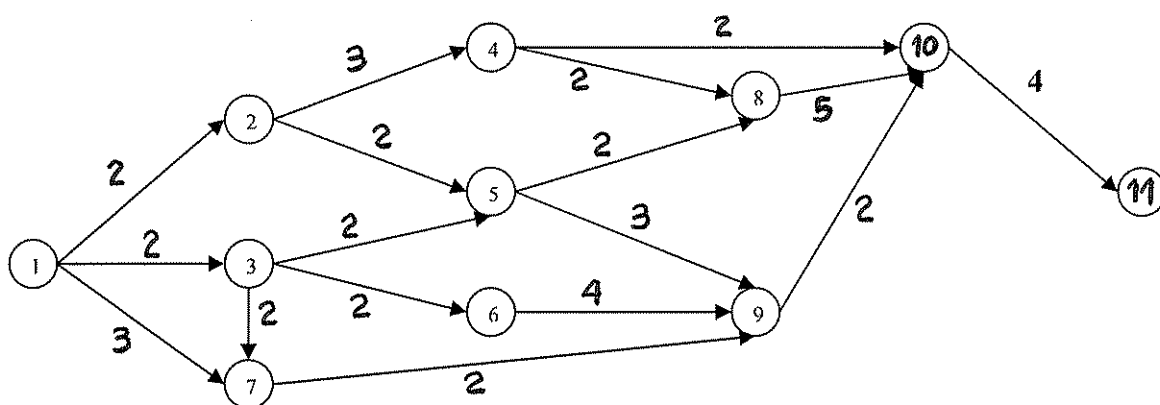
### Ejercicio 1 )



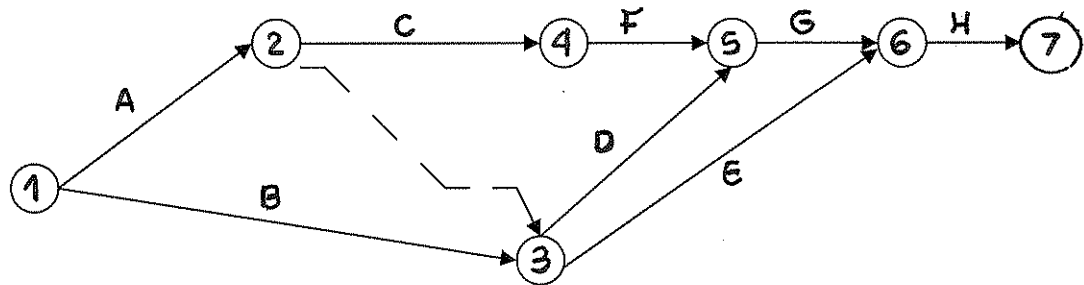
### Ejercicio 2 )



### Ejercicio 3 )



**Ejercicio 4 )**



**Ejercicio 5 )**

**Ruta crítica B-D-E-F-H**

**Duración = 21**

**Ejercicio 6 )**

**Ruta crítica B-C-E-F-H**

**Duración = 49**

**En la red hay 2 tareas ficticias.**

**Ejercicio 7 )**

**Ruta crítica A-B-G-H-I**

**Duración = 15**

**Ejercicio 8 )**

**Ruta crítica B-D-F-J-N-O**

**Duración = 20**

**En la red hay 1 tarea ficticia.**

**Ejercicio 9 )**

**Ruta crítica A-D-I**

**Duración = 17**

**En la red hay 1 tarea ficticia.**

**Ejercicio 10 )**

**Ruta crítica B-F-K-L-P**

**Duración = 51**

**En la red hay 2 tareas ficticias.**

**Ejercicio 11 )**

**Ruta crítica B-C-D-G-H-I-K**

**Duración = 47**

**Ejercicio 12 )**

**Ruta crítica B-F-K-N**

**Duración = 16**

**En la red hay 2 tareas ficticias.**

**Ejercicio 13 )**

**Ruta crítica B-H-J-P-V-T / B-FICTICIA-G-K-Q-T / B-H-FICTICIA-K-Q-T**

**Duración = 32**

**En la red hay 4 tareas ficticias.**

**Ejercicio 14 )**

**Ruta crítica C-F-J-L ( Con duración normal )**

**Duración = 34**

**La menor duración del proyecto es de 28 a un costo de \$ 32150.**