



FÍSICA I

CS. BÁSICAS - U.D.B. FÍSICA BF1AT3



**CENTRO de
ESTUDIANTES de
INGENIERIA
TECNOLOGICA**



UTN.BA
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

OPTICA GEOMETRICA - 2005 -

Física 1

Optica Geométrica (Edición 2005)

Autores :

Horacio Cassia – Roberto Ferrazzo

Coordinación:

Graciela Spielmann

Confección : Horacio Cassia

Sugerencias: fisica@cedi.frba.edu.ar

ÓPTICA GEOMÉTRICA

1.- Introducción

Estudiaremos los aspectos fundamentales de la llamada óptica geométrica, la cual comprende los fenómenos que tienen lugar cuando la luz encuentra a su paso objetos cuyas dimensiones son mucho mayores que la longitud de onda de la luz. Por lo tanto en este caso es más útil el concepto de rayo de luz que el de frentes de onda, que se verá en Física II. Podemos decir entonces que la óptica geométrica es la parte de la óptica que estudia los fenómenos de reflexión y refracción desde el punto de vista geométrico, utilizando la aproximación del concepto de rayo luminoso.

Para el estudio de la óptica geométrica se tendrá como base los tres principios siguientes:

a) *Propagación rectilínea de la luz*: En todo medio homogéneo y transparente la luz se propaga en línea recta. Se denomina *rayo luminoso* a la línea que representa la dirección de propagación de la luz y *haz luminoso*, al conjunto de rayos luminosos de un mismo origen, que se propagan sin dispersión.

b) *Independencia de los haces y rayos luminosos*: No se observa ninguna alteración en los haces y rayos luminosos que proceden de fuentes distintas y se entrecruzan.

c) *Reversibilidad del camino óptico*: Si la luz incide en la misma dirección del rayo que emerge de un sistema óptico, hará el mismo recorrido dentro del sistema y emergerá en la dirección que antes, fuera de incidencia.

1.1.- Propagación rectilínea de la luz

Puede mostrarse fácilmente esta propiedad mediante la cámara oscura, la cual está formada por una caja cerrada en una de cuyas paredes se ha practicado un orificio muy pequeño. En la pared opuesta se coloca un cristal despulido o un papel de calco a modo de pantalla. Como muestra el diagrama de la Figura 1 se formará sobre dicha pantalla, una imagen invertida del objeto luminoso.

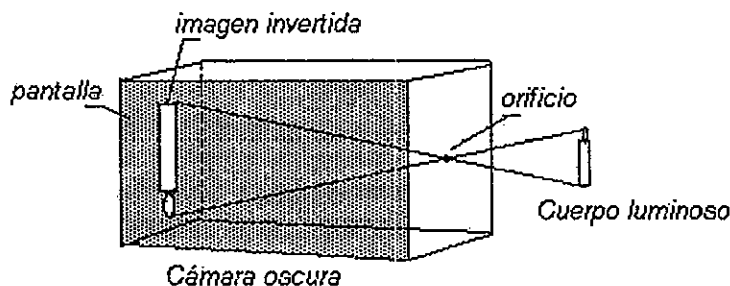


Figura 1

Con cámaras de este tipo pueden obtenerse fotografías aceptables sin necesidad de lente objetivo aunque el tiempo de exposición debe ser bastante largo, teniendo en cuenta la pequeña cantidad de luz que pasa a través de la pequeña abertura

Las sombras también evidencian este fenómeno. Supongamos una fuente luminosa puntual (sus dimensiones pueden ser consideradas despreciables respecto a las restantes magnitudes que intervienen) situada delante de un cuerpo opaco. Observaremos que proyecta en una pantalla una sombra de bordes definidos, marcando el contorno del cuerpo (Figura 2). Si como en la Figura 3 la fuente luminosa es extensa, por ejemplo una llama de gran tamaño o una lámpara opalina, la sombra ahora se compondrá de dos partes, una parcialmente iluminada o penumbra y otra totalmente en sombras. Dicha sombra ahora no tendrá contornos definidos.

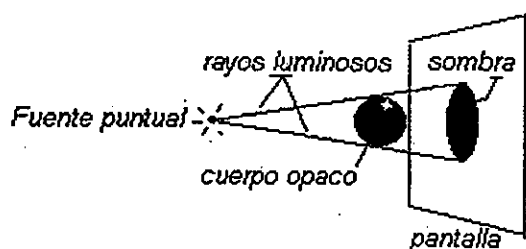


Figura 2

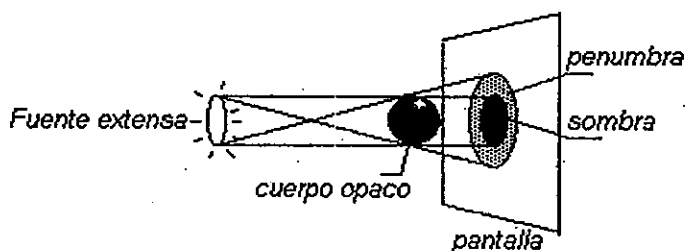


Figura 3

1.2.- Reversibilidad del camino óptico

Consideremos, por ejemplo, un rayo que incide en un sistema óptico en el sentido AB (Figura 4) y emerge en el CD; si lo hiciera desde DC, saldría según BA. A esta propiedad se la denomina *reversibilidad de los caminos ópticos*

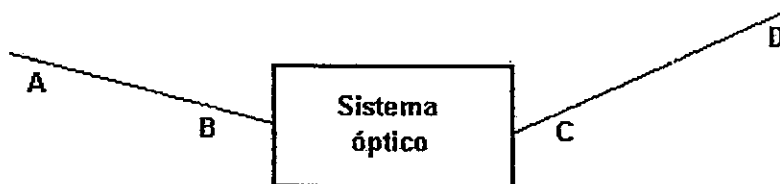


Figura 4

2.- Reflexión de la luz. Imagen real y virtual

Si un haz luminoso incide sobre una superficie de separación de dos medios rugosa, la luz además de ser parcialmente absorbida, se difunde en todas las direcciones. Pero si incide sobre una superficie plana y pulida se producirá el fenómeno de reflexión, es decir los rayos reflejados avanzan en una dirección determinada (Figura 5).

En este fenómeno se cumplen dos leyes simples:

1ª Ley: El rayo incidente, la normal a la superficie de separación en el punto de incidencia y el rayo reflejado, pertenecen a un mismo plano, llamado plano de incidencia.

2ª Ley: Los ángulos de incidencia (α) y de reflexión (β) son congruentes, es decir:

$$\alpha = \beta$$

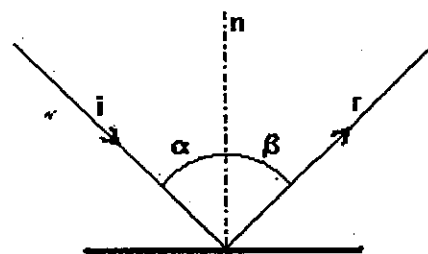


Figura 5

Una superficie metálica pulida u otra similar es denominada espejo plano. La Figura 6a muestra un haz de rayos que inciden sobre un espejo plano, en ésta, el haz de rayos reflejados responde a la ley de reflexión. Si sustituimos este espejo por otro cuya superficie es irregular (Figura 6b), cada rayo del haz incidente se reflejará en muchos sentidos. El primer caso se denomina reflexión regular o especular y el segundo reflexión irregular o difusa (a pesar de que cada rayo, si sigue las leyes de la reflexión).

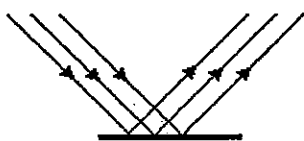


Figura 6 a

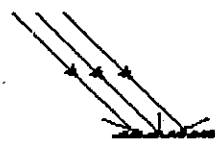


Figura 6 b

Un espejo puede producir imágenes de los objetos. Definimos *imagen* como una porción del espacio por la que pasan o parecen pasar varios de los rayos que se originan en un objeto. Si los rayos pasan realmente por la imagen, ésta se denomina *real*; si los rayos solamente parecen pasar por la imagen (prolongando aquellos) ésta se denomina *virtual*.

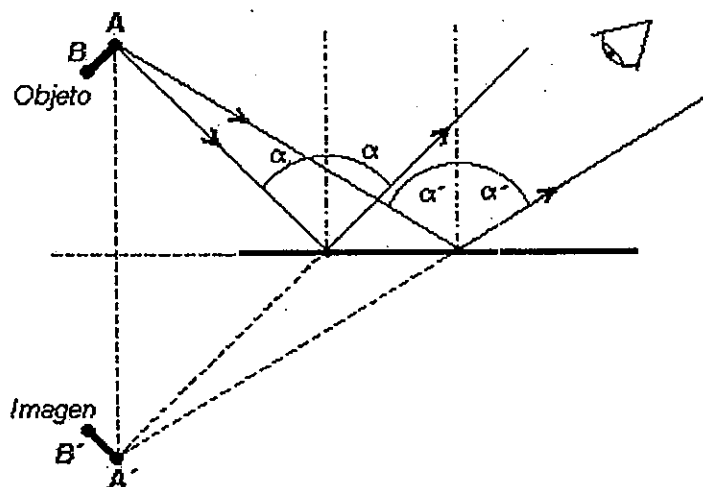


Figura 7

Si frente a un espejo plano colocamos un cuerpo tal como el segmento AB de la Figura 7, construyendo la marcha de rayos que parten de A, una vez reflejados, se los observa como procediendo de A'. Idem para los que parten de cualquier otro punto del objeto, por ejemplo el punto B del objeto, que da su imagen en B'.

La imagen resultante, por lo visto, será virtual porque está formada por la prolongación de los rayos luminosos y además se verifica que es simétrica al plano del espejo.

Cuando se mira a un espejo plano, se observa una imagen como si fuera a través de una ventana, esta se denomina *campo de visión de un espejo plano*. De acuerdo con las leyes de reflexión, se puede graficar la zona abarcada por el campo visual del espejo MN de la Figura 8 para el objeto A.

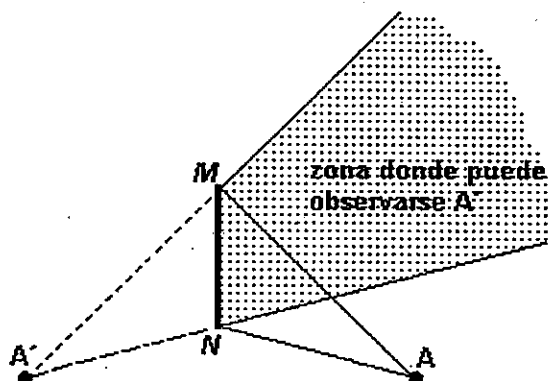


Figura 8

Ejemplo 1

¿Cuál es el tamaño mínimo de un espejo plano vertical en el cual un observador de altura $h = AD$ que está de pie, puede ver su imagen longitudinal completa? ¿Dónde debe estar situado? (Considere que los ojos están a una distancia $AB = d$ del extremo superior del cuerpo, Figura 9).

Respuesta:

Cualquiera sea la distancia del objeto frente al espejo plano, éste deberá estar colocado a la mitad de distancia entre el objeto y la imagen ($x = x'$). En esta posición el ojo B debe ver la punta del pie, o sea, un rayo proveniente de este punto (D) debe reflejarse en H y entrar al ojo como se muestra en la figura.

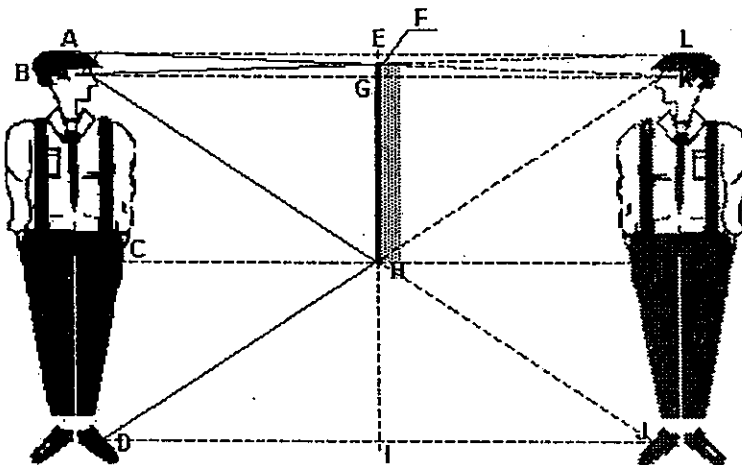


Figura 9

En este dibujo los puntos A, B, C y D deben ser considerados alineados a la vertical que pasa por A, idem con E, F, G, H e I, por la que pasa por E, y L, K, M y J por la que pasa por L.

La altura del punto H no se conoce, pero los ángulos $\angle DHC = \angle CHB$ (son iguales a partir de las leyes de reflexión)

Esto significa que los triángulos $\triangle BHC$ y $\triangle DHC$ son congruentes y de esta manera los segmentos:

$$\overline{GH} = \overline{HI} = \frac{\overline{BD}}{2}$$

Análogamente para que se pueda ver la parte más alta de la cabeza

$$\overline{EF} = \overline{FG} = \frac{\overline{AB}}{2}$$

Así pues un espejo de longitud \overline{FH} cumplirá las condiciones propuestas, donde :

$$\overline{FH} = \overline{FG} + \overline{GH} = \frac{\overline{AB}}{2} + \frac{\overline{BD}}{2} = \frac{\overline{AD}}{2}$$

Es decir que un espejo de la mitad de la altura del cuerpo con su borde superior a una distancia igual a la mitad de la que existe entre el ojo y la parte más alta de la cabeza, por debajo del nivel de este punto reunirá las condiciones propuestas.

Un modelo más simple se puede esquematizar en la Figura 10. La distancia entre el objeto O y el espejo E es la mitad que la que existe entre el objeto y la imagen I. Luego por proporcionalidad de triángulos, como la altura de la imagen es h, la del espejo será h/2.

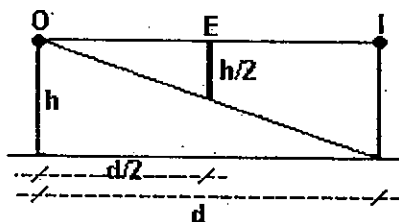


Figura 10

2.1.- Espejos esféricos

Un espejo esférico es un casquete esférico de material espejado, (Figura 11). Dicho espejado puede estar en la superficie exterior o interior.

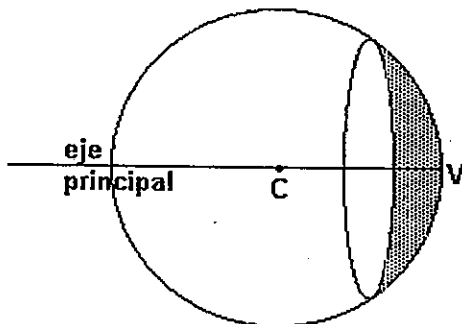


Figura 11

Si el casquete esférico de la figura contiene la parte reflectante en la parte exterior, se denomina convexo (Figura 12 a), si la superficie reflectante se encuentra en el interior de la superficie esférica, se dice que el espejo es cóncavo (Figura 12 b). El radio de curvatura de estas superficies vale R y el punto C se denomina centro de curvatura. El eje principal es la recta que pasa por el centro de curvatura y el vértice.

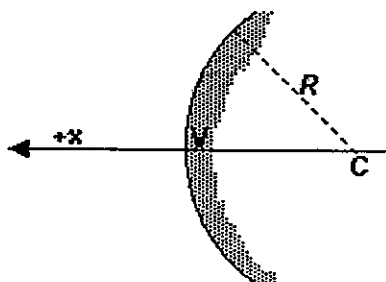


Figura 12 a

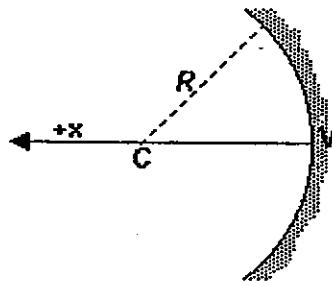


Figura 12 b

Para estudiar la formación de imágenes en estos espejos y las relaciones algebraicas que las vinculan con la posición y tamaño del objeto, se deben considerar ciertas convenciones concernientes a los signos que se atribuyen a las cantidades consideradas. Una de ellas es considerar que si la luz incide desde la izquierda (Fig.13) sobre la superficie reflectora, las distancias medidas desde esa superficie hacia la izquierda sobre el denominado eje principal, son positivas y hacia la derecha negativas. Además, serán las alturas de los objetos hacia arriba, positiva y hacia abajo negativa.

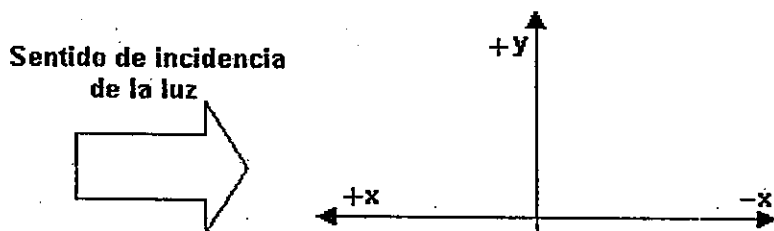


Figura 13

Una superficie curva puede considerarse formada por un número infinito de porciones infinitamente pequeñas de los planos tangentes a la misma. Por lo tanto, la reflexión de la luz en superficies curvas está completamente determinada por las leyes para las superficies planas. Para el caso de la esfera, la normal a la superficie es un radio y el centro se denomina centro de curvatura (Figura 14).

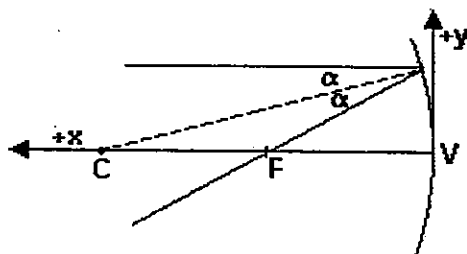


Figura 14

Según esta convención de signos se le asigna al radio de curvatura R el signo positivo si el centro de curvatura se encuentra sobre el eje $x+$ y negativo si se encuentra sobre el eje negativo de las x .

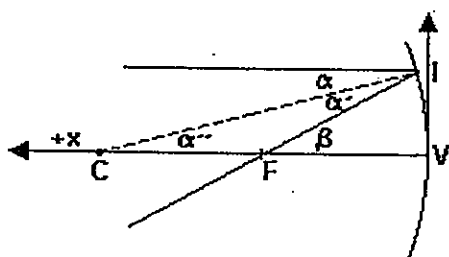
2.2.- Foco de un espejo esférico

Analicemos la marcha de rayos en un espejo cóncavo (Figura 15). Además del punto C (centro de curvatura) se considera el punto F situado sobre el eje principal. Este punto se obtiene cuando un rayo luminoso incide en forma paralela al eje principal, se refleja siguiendo las leyes de reflexión y corta dicho eje, (asumiendo que en el punto donde se refleja el rayo (I), se cumplen las leyes de reflexión).

De los puntos característicos indicados en la Figura 15, se pueden dar las siguientes relaciones:

$$\alpha = \alpha' \quad \text{por 2ª Ley de reflexión}$$

$$\alpha = \alpha'' \quad \text{por ángulos alternos internos entre paralelas}$$



$$\alpha'' = \frac{\overline{IV}}{\overline{CV}} \quad (\text{en radianes})$$

$$\beta = \alpha' + \alpha'' = 2\alpha$$

por ser ángulo exterior en el triángulo FIC ;

Figura 15

Considerando espejos de *pequeña abertura*, cuyo tamaño es por lo menos 10 veces menor que el radio de la esfera

$$\beta \cong \frac{\overline{IV}}{\overline{VF}} \quad \frac{\overline{IV}}{\overline{VF}} = 2 \frac{\overline{IV}}{\overline{VC}} \quad \overline{VC} = 2 \overline{FV}$$

A la distancia \overline{FV} entre el foco F y el vértice V , se la denomina distancia focal f y resulta ser la mitad del radio de curvatura VC .

$$\boxed{R = 2 \cdot f}$$

(1)

En función a los signos asignados a los radios de curvatura, la convención de signos para las distancias focales son: *positiva*, si el espejo es *cóncavo* y *negativa* si el espejo es *convexo*.

2.3.- Obtención de imágenes

A partir de las propiedades enunciadas de la reflexión en los espejos esféricos, se puede describir la marcha de los rayos principales en la formación de imágenes.

1.- Todo rayo que incide paralelo al eje principal se refleja de manera tal que su dirección corta al eje principal en un punto llamado **foco (F)**.

2.- Si la dirección del rayo incidente contiene al **foco**, el rayo reflejado es paralelo al eje principal.

3.- Si la dirección del rayo incidente contiene al **centro de curvatura (C)**, éste se refleja sobre sí mismo.

En función de estas leyes se podrán obtener las imágenes, a modo de ilustración, de un objeto **A** (Figuras 16^a y 16 b) situado sobre el eje principal a una distancia del vértice mayor que la distancia focal para un espejo cóncavo y uno convexo.

Imagen real, invertida
y de menor tamaño que
el objeto

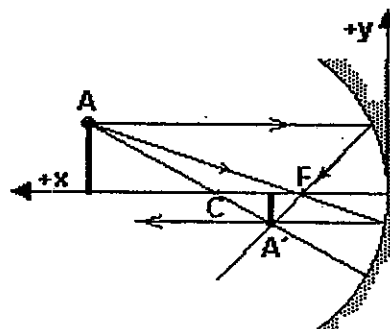


Figura 16 a

Imagen virtual, derecha
y de menor tamaño
que el objeto

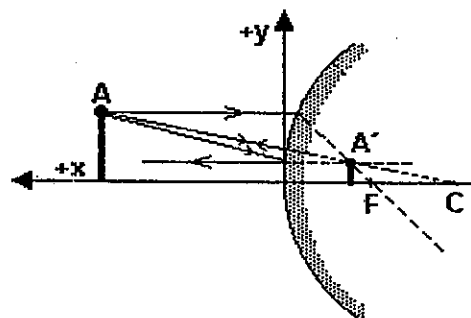


Figura 16 b

Si la distancia del objeto al vértice para un espejo cóncavo es menor a la distancia focal, la marcha de rayos es la siguiente (Figura 16c).

Imagen virtual, derecha
y de mayor tamaño
que el objeto

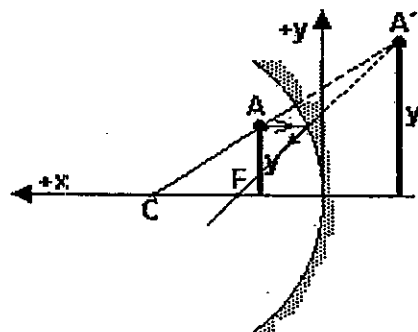


Figura 16 c

2.4.- Fórmula de Descartes de los espejos esféricos

En función de las relaciones enunciadas, trazamos la marcha de rayos para un espejo cóncavo (Figura 17)

Los triángulos $A'B'P \sim ABP$ son semejantes,

entonces:
$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'P}{BP}$$

en términos de coordenadas

$$-\frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

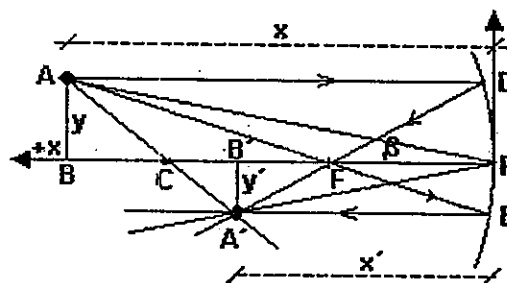


Figura 17

siendo $y = AB$ la altura del objeto, mientras que $y' = A'B'$ es la altura de la imagen.

Entonces
$$\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x} \quad (2)$$

Definiendo aumento lateral A, al cociente de las alturas del objeto y su imagen:

$$A = \frac{y'}{y} \quad (3)$$

Luego los triángulos $A'B'F \sim DPF$ son semejantes, entonces

$$\frac{A'B'}{DP} = \frac{B'F}{FP}$$

en términos de coordenadas

$$-\frac{y'}{y} = \frac{x'-f}{f}$$

o lo que es lo mismo

$$\frac{y'}{y} = -\frac{x'-f}{f} \quad (4)$$

$$\text{De [2] y [4]} \quad \Rightarrow \quad \frac{x'}{x} = \frac{x'-f}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x'} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}}$$

Fórmula de Descartes

(5)

Esta fórmula relaciona la posición del objeto y la imagen producida por un espejo esférico, con la distancia focal del mismo.

Resumiendo entonces, la convención de signos que adoptaremos es: todas las distancias que están delante de la superficie reflectante como positivas y todas las que están por detrás de la misma como negativas. Como consecuencia de esta elección, resulta:

$x > 0$, cuando el objeto es real

$x' > 0$, la imagen es real (se forma con la intersección de los rayos luminosos)

$x' < 0$, la imagen es virtual (se forma con la intersección de la prolongación de los rayos luminosos)

$f > 0$, si el espejo es cóncavo

$f < 0$, si el espejo es convexo

$A > 0$, imagen derecha

$A < 0$, imagen invertida

Ejemplo 2

Calcular el radio de curvatura de un espejo esférico con la condición de que un objeto ubicado a 20 cm del vértice, dé una imagen que tenga una altura igual a la mitad de la altura del objeto.

La posición del objeto es $x = 20$ cm y $A = \pm 0,5$

Si $A = +0,5$ $A = -\frac{x'}{x} = +0,5$

Luego: $x' = -x \cdot 0,5 = -20 \text{ cm} \cdot 0,5 = -10 \text{ cm}$

De la fórmula de Descartes $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$

$\frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{-10 \text{ cm}} = \frac{1}{f}$ entonces $f = \frac{20 \text{ cm} \cdot (-10 \text{ cm})}{20 \text{ cm} - 10 \text{ cm}} = -20 \text{ cm}$

De lo que resulta: $R = 2 \cdot f = -40 \text{ cm}$, es decir corresponde a un espejo convexo.

Si $A = -0,5$ $A = -\frac{x'}{x} = -0,5$

Luego: $x' = -x \cdot (-0,5) = 20 \text{ cm} \cdot 0,5 = 10 \text{ cm}$

De la fórmula de Descartes $\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$

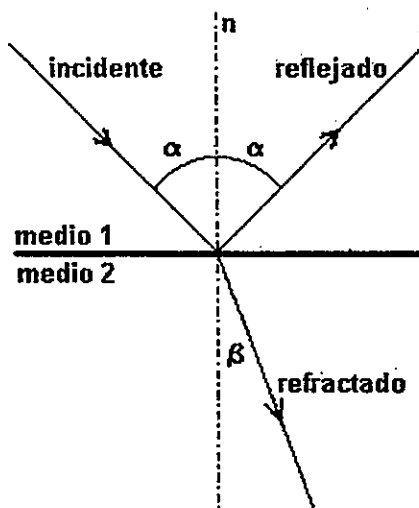
$$\frac{1}{20 \text{ cm}} + \frac{1}{10 \text{ cm}} = \frac{1}{f} \quad \text{entonces} \quad f = \frac{20 \text{ cm} \cdot 10 \text{ cm}}{20 \text{ cm} + 10 \text{ cm}} = 6,67 \text{ cm}$$

De lo que resulta: $R = 2 \cdot f = 13,33 \text{ cm}$, es decir corresponde a un espejo cóncavo.

3.- Refracción de la luz

Cuando un rayo de luz se encuentra con una superficie de separación de dos medios transparentes, como se muestra en la Figura 18, parte se *refleja* (vuelve al medio 1) y el resto se *refracta* (pasa al medio 2). Dicha superficie refractante se llama dioptra. En esta figura se presenta una dioptra plana.

El proceso de refracción está regido por dos leyes:



1ª Ley: El rayo incidente, la normal a la superficie de separación en el punto de incidencia y el rayo refractado, pertenecen a un mismo plano.

2ª Ley: El cociente entre el seno del ángulo de incidencia (α) y el seno del ángulo de refracción (β) es constante.

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \text{constante} \quad (\alpha \neq 0^\circ) \quad [6]$$

Figura 18

En caso particular de *incidencia normal* $\alpha = 0^\circ$ y $\beta = 0^\circ$ o sea el rayo pasa del primero a segundo medio sin desviarse.

La constante obtenida en [6] se denomina *índice de refracción relativo del medio 2 respecto del medio 1* y se designa n_{21} .

Por otro lado se puede demostrar que el índice de refracción relativo de dos medios, es igual al cociente del índice de refracción absoluto del segundo medio dividido por el del primero:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} \quad [7]$$

En general,

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad [8]$$

Esta es la denominada Ley de Snell.

O también,

$$n_1 \text{ sen } \alpha = n_2 \text{ sen } \beta \quad [9]$$

Siendo i el ángulo de incidencia y r el de refracción.

Si le asignamos el valor de la unidad al índice de refracción del medio 1 ($n_1 = 1$), el índice de refracción de una sustancia respecto del vacío (índice de refracción absoluto n) será:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = n \quad [10]$$

Aunque no es tema de este curso, como se ha dicho en el punto 1, es importante señalar que para poder explicar muchos fenómenos luminosos como la interferencia, la polarización, la difracción, etc., la luz debe ser considerada de naturaleza ondulatoria. Lo que en el modelo geométrico es un rayo luminoso en el modelo ondulatorio sólo indica la dirección de propagación de un frente de ondas que pueden ser plano, circular, etc. En la Figura 19 se esquematizan un frente de ondas circular (a) y uno plano (b). La distancia entre dos líneas del frente de onda se denomina longitud de onda (λ).

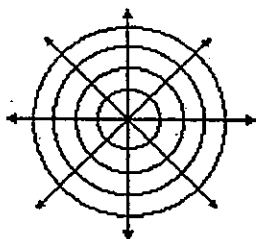
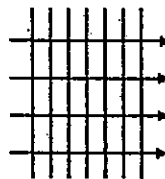


Figura 19a



[11]

Figura 19b

Cada frente de onda está caracterizado por una frecuencia f y una velocidad de propagación v . La longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de una onda verifican la siguiente expresión:

$$v = f \lambda$$

Como consecuencia de este tratamiento ondulatorio, si una onda luminosa pasa de un medio a otro de distinto índice de refracción, la velocidad de propagación cambia y en consecuencia, su longitud de onda también cambia, pero la frecuencia permanece inalterada. La frecuencia de una onda luminosa es la responsable de provocar en la retina de nuestros ojos la sensación de color.

La velocidad de la luz tiene un valor máximo en el vacío ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s). En cualquier otro medio transparente, la velocidad se reduce. Si en el medio 1 la velocidad es v_1 y en el medio 2 es v_2 se verifica que:

$$\frac{v_1}{v_2} = \text{constante}$$

Se puede demostrar aplicando, los conceptos de la óptica ondulatoria que la relación anterior es la que se denomina índice de refracción relativa n_{21} .

$$\frac{v_1}{v_2} = n_{21} \quad [12]$$

De esta manera, si consideramos que $v_1 = c$, entonces n_{21} es siempre mayor que 1, ya que la velocidad de la luz en el vacío es el máximo valor que puede tomar ella.

Luego, a partir de la ley de Snell y de la expresión (7) queda que:

$$\boxed{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \quad [13]$$

Definiendo como *índice de refracción absoluto* del medio 2 como n_2 e índice de refracción del medio 1 como n_1 resulta:

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}} \quad [14]$$

En las tablas de índices de refracción en general se dan usualmente los índices de refracción de medios ópticos de uso corriente correspondientes de la línea amarilla D del sodio que corresponde a una longitud de onda en el vacío de 5893 \AA ($1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ cm}$).

Los índices se dan para los sólidos y líquidos a 20°C , para los gases a 0°C y 1 atm de presión.

Sustancia	Índice de refracción	Sustancia	Índice de refracción
Vacío	1	Alcohol metílico	1,329
Hielo (H ₂ O) a 0 °C	1,309	Agua	1,33
Sílice (SiO ₂ , cuarzo)	1,458	Alcohol etílico	1,36
Poliestireno	1,49	Glicerina	1,473
Vidrio	1,46 – 1,96		
Diamante	2,419	Aire	1,00029
Cloruro de sodio (sal común)	1,544	Dióxido de carbono (CO ₂)	1,00045
Poli-cloruro de vinilo (PVC)	1,52-1,55		
Espato de Islandia (CaCO ₃)	1,66		

El espectro visible es una estrecha banda que va desde el rojo lejano ($\lambda = 7,2 \cdot 10^{-5}$ cm) hasta el violeta extremo ($\lambda = 4 \cdot 10^{-5}$ cm). En otras palabras, el ojo humano no percibe las ondas cuyas frecuencias son superiores al del violeta extremo ni inferiores a las del rojo lejano. En este caso se ha usado a la longitud de onda del amarillo ($\lambda = 5,9 \cdot 10^{-5}$ cm) para definir el índice de refracción característico.

Ejemplo 3

Si la velocidad de la luz en un medio es de $2 \cdot 10^8$ km/s, hallar el índice de refracción respecto del vacío de dicho medio.

Sea 1 el medio vacío, entonces:

$$\frac{v_1}{v_2} = n_{21} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = \frac{3}{2}$$

En el caso del ejemplo de la expresión [14] será:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{2} = \frac{n}{1} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{3/2}{1} = 1,5$$

3.1.- Reflexión total y ángulo límite

En la figura 20 se muestra qué sucede cuando un rayo luminoso *a* incide sobre una dioptra plana siendo $n_1 > n_2$ o, en otras palabras, cuando el rayo *a* pasa de un medio más denso a otro menos denso. A medida que se aumenta el ángulo de incidencia del rayo *a* sobre la superficie de separación de ambos medios, el rayo refractado se aparta cada vez más de la normal, hasta llegar a un límite que se da cuando el ángulo de incidencia representado en la figura 14, por el rayo *b* da lugar a un ángulo de refracción de 90°. Al ángulo de incidencia en este caso se denomina **ángulo límite** porque para ángulos de incidencia mayores, como por ejemplo el subtendido por el rayo *c*, sólo se obtiene reflexión. A este fenómeno se lo denomina **reflexión total**.

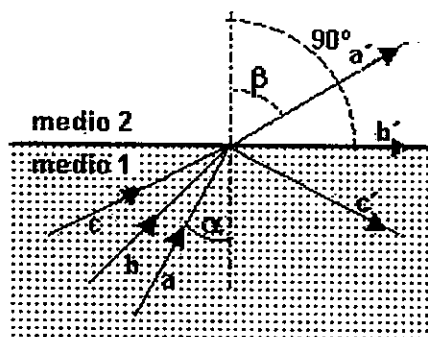


Figura 20

Si α es el ángulo con que incide el rayo a , el rayo refractado a' se aleja de la normal un ángulo β que viene dada por la ley de Snell y que resulta ser mayor que el ángulo de incidencia.

El ángulo de refracción β puede calcularse según:

$$n_2 \sin \beta = n_1 \sin \alpha$$

y, siendo $n_1 / n_2 > 1$ resulta ser : $\sin \beta > \sin \alpha$, es decir $\beta > \alpha$. O sea que si la luz pasa de un medio más denso a otro menos denso hay un valor máximo de α (ángulo que el rayo forma con la normal en el medio más denso) ya que $\sin \alpha$ no puede ser mayor que 1.

En el caso que el medio menos denso es el vacío su índice de refracción relativo es 1. Entonces la expresión $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ se transforma para el caso en que el ángulo de incidencia sea el ángulo límite (\hat{L}) y el refractado 90° :

$$\sin \hat{L} = \frac{1}{n_1} \quad [15]$$

Ejemplo 4

Un pez se encuentra en reposo en un estanque a 80 cm por debajo de la superficie. ¿Cuál será la profundidad aparente del mismo?

El pez se encuentra en la posición P (Figura 21a) bajo la superficie a una profundidad $h = \overline{SP}$.

Observando desde puntos sobre la superficie del agua del estanque (O , O' p.ej.) que se observará la imagen del pez P , en el punto P' a una profundidad $h' = \overline{SP'}$. Para el cálculo se toma la aproximación que el observador se encuentra en puntos cercanos a la vertical que pasa por S .

Sea el índice de refracción del medio 1, $n_{\text{agua}} = 1,33$ respecto del aire.

De la ley de Snell:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

Siendo $n_2 = 1$, el índice de refracción del aire.

Por otra parte considerando los triángulos PSF (Figura 21b) con el $P'SF$ se cumple:

$$\overline{SF} = h \operatorname{tg} \alpha = h' \operatorname{tg} \beta$$

Dividiendo ambas ecuaciones miembro a miembro:

$$\frac{n \sin \alpha}{h \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\sin \beta}{h' \operatorname{tg} \beta}$$

$$\frac{n}{h} \cos \alpha = \frac{\cos \beta}{h'}$$

Con la aproximación usada (F cercana a S), los ángulos α y β son muy pequeños, entonces:

$$\cos \alpha = \cos \beta = 1$$

$$\frac{n}{h} = \frac{1}{h'}$$

$$h' = \frac{h}{n} = \frac{80 \text{ cm}}{1,33} = 60 \text{ cm}$$

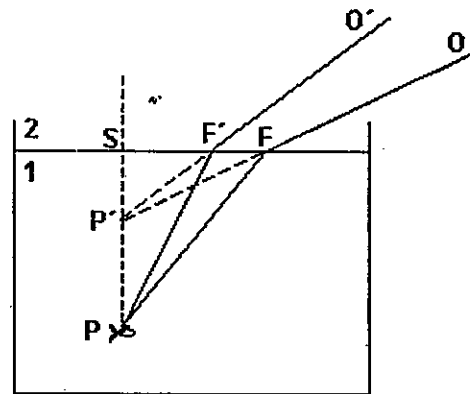


Figura 21a

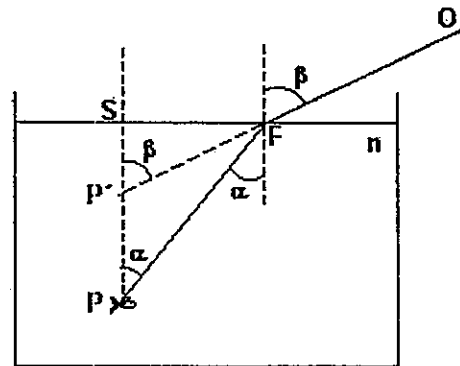


Figura 21b

3.2.- Refracción en una lámina de caras paralelas

Cuando un rayo incide oblicuamente sobre una lámina de caras paralelas emergerá por la otra cara con el mismo ángulo con que incidió. En efecto (Figura 22), a partir de la ley de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{y}$$

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{n_1}{n_2}$$

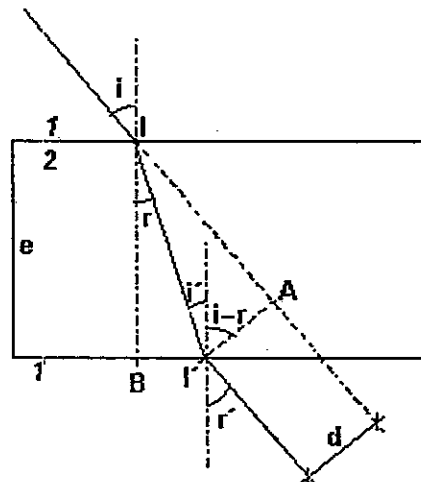


Figura 22

Multiplicando miembro a miembro,

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} \cdot \frac{\text{sen } i'}{\text{sen } r'} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_1}{n_2}$$

y dado que $r = i'$, al simplificar queda:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = 1 \quad [16]$$

Por lo que se deduce que $r' = i$, es decir el rayo incidente emerge en la misma dirección con que incidió, pero desplazado una distancia d . En efecto, sabiendo que el espesor de la lámina es e . Considerando el triángulo rectángulo $I'AI$, se cumplirá:

$$\text{sen } (i - r) = \frac{I'A}{I'I} \quad \text{o sea} \quad \text{sen } (i - r) = \frac{d}{I'I}$$

$$d = I'I \cdot \text{sen } (i - r) \quad [17]$$

En el triángulo IBI' $\cos r = \frac{IB}{I'I}$ o sea $\cos r = \frac{e}{I'I}$ por lo tanto,

$$I'I = \frac{e}{\cos r} \quad [18]$$

Reemplazando la ecuación [18] en [17] resulta:

$$d = \frac{e}{\cos r} \text{sen } (i - r) \quad [19]$$

3.3.- Refracción en un prisma

Cuando un rayo de luz monocromático pasa del aire a un prisma de mayor índice de refracción, se desvía como indica la figura, cuando emerge vuelve a desviarse produciéndose un cambio de dirección respecto del rayo incidente. El ángulo de desviación δ medido entre la dirección inicial del rayo incidente y la dirección del rayo emergente depende del ángulo ω del prisma, llamado ángulo de refringencia del prisma. En efecto, en la Figura 23:

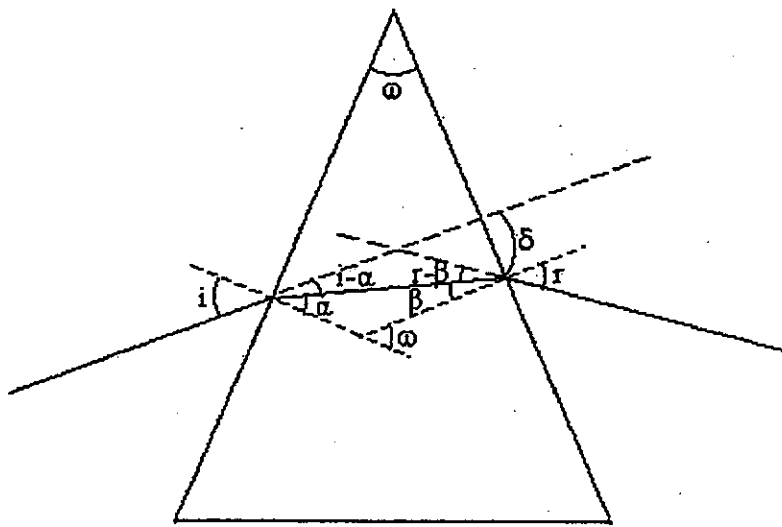


Figura 23

$$\delta = (i - \alpha) + (r' - \beta)$$

$$\delta = (i + r') - (\alpha + \beta)$$

$$\delta = (i + r') - \omega$$

Entonces:

$$\delta = i + r' - \omega \quad [20]$$

Los prismas tienen muchas aplicaciones como instrumentos ópticos especialmente como prismas de reflexión total. Como el ángulo límite del vidrio es menor que 45° , los prismas rectangulares pueden usarse para reflejar la luz en 90° o 180° (Figura 24).

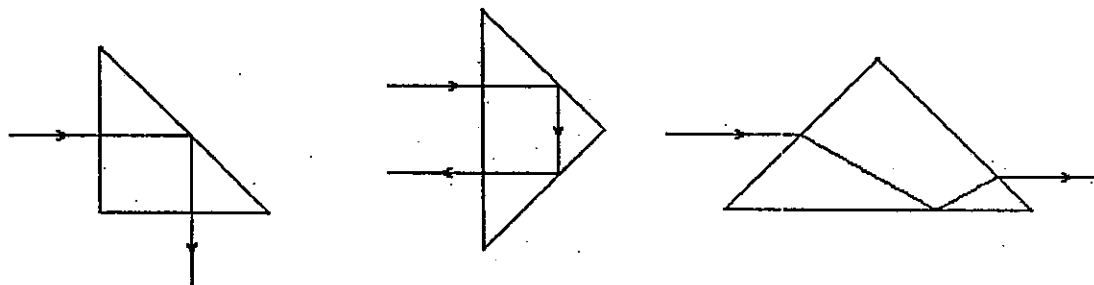


Figura 24

En todos estos casos, el rayo que ha penetrado por la primera cara incide sobre la otra con un ángulo mayor o igual a 45° .

Dado que, como ya se mencionó en el punto 3, el índice de refracción depende de la frecuencia de la luz, para cada frecuencia del rayo luminoso no monocromático incidente sobre el prisma, hay un índice de refracción particular. De esto se sigue que el ángulo de salida del prisma (r') será distinto para cada frecuencia, produciendo de esta manera el conocido espectro luminoso de la luz incidente. Si la luz incidente es un rayo de sol, el espectro es continuo, desde el rojo hasta el violeta y el ojo humano lo percibe como arco iris. La Figura 25 esquematiza esta última situación; como $n_{\text{rojo}} > n_{\text{violeta}}$ a partir de la Ley de Snell se deduce que un rayo rojo se desviará menos que uno violeta, resultando que la desviación producida por el prisma será mayor para las ondas violetas que para las rojas.

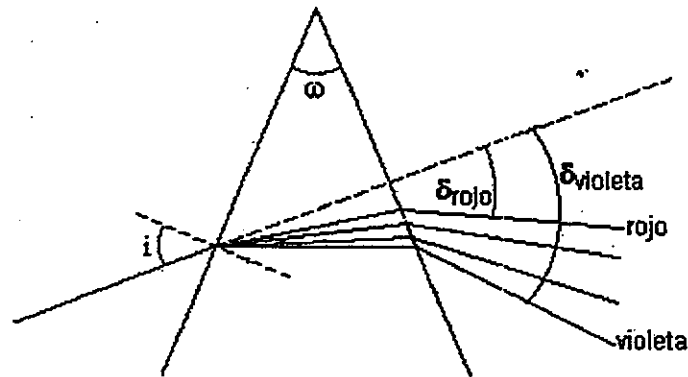


Figura 25

Ejemplo 5

Sobre un prisma de índice de refracción $n = 1,53$, incide un rayo luminoso en una de sus caras con un ángulo de $23^\circ 30'$ respecto de la normal. Si emerge por la otra cara con un ángulo de 36° respecto de la normal, hallar el ángulo de refringencia de este prisma.

De la Figura 23:

$$\frac{\sin i}{\sin \alpha} = n \quad \sin \alpha = \frac{\sin i}{n} = \frac{\sin 23,5^\circ}{1,53} \quad \alpha = 15,11^\circ$$

$$\frac{\sin r}{\sin \beta} = n \quad \sin \beta = \frac{\sin r}{n} = \frac{\sin 36^\circ}{1,53} \quad \beta = 22,59^\circ$$

$$\omega = \alpha + \beta = 37^\circ 42'$$

3.4.- Refracción en una superficie esférica: Dioptras esféricas

Una dioptra esférica consiste en dos medios transparentes de distinto índice de refracción, separados por una superficie esférica. Puede ser convexa (Figura 26 a) o cóncava (Figura 26 b).

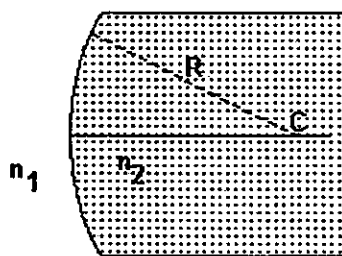


Figura 26 a

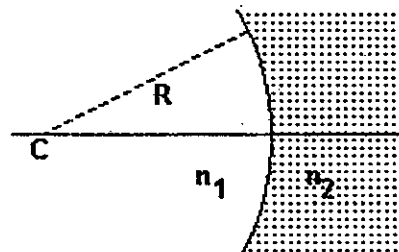


Figura 26 b

Cuando se refractan los rayos luminosos procedentes de un punto objeto P de la Figura 27 estos se encontrarán en un punto imagen P'. Se puede encontrar una relación que vincule la distancia objeto PV (x) con la distancia imagen VP' (x')

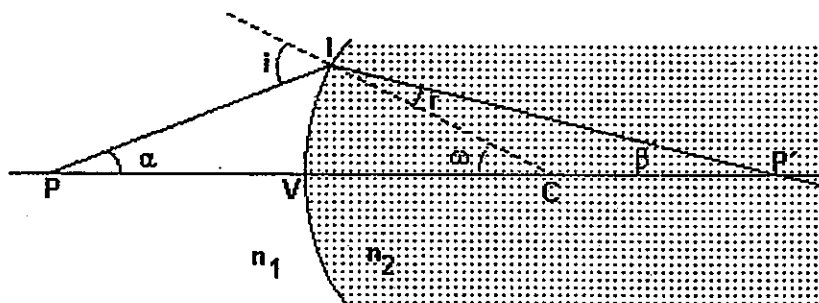


Figura 27

De la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r$$

Aproximando para ángulos pequeños el seno de un ángulo al valor de dicho ángulo:

$$n_1 \cdot i \approx n_2 \cdot r \quad [21]$$

Por ángulos externos

$$\omega = r + \beta \quad \rightarrow \quad r = \omega - \beta$$

De la misma manera

$$i = \omega + \alpha$$

Entonces

$$n_1 \cdot (\omega + \alpha) = n_2 \cdot (\omega - \beta)$$

$$(n_1 - n_2) \cdot \omega = -(n_1 \cdot \alpha + n_2 \cdot \beta)$$

Aproximando el arco \widehat{IV} a la cuerda (segmento) desde I hasta V y sabiendo que por definición, el ángulo es el cociente entre el arco y el radio, podemos poner que $\omega = \widehat{IV} / \overline{CV}$, haciendo lo mismo para α y β . Siendo $VP = x$, la distancia objeto, $VP' = x'$ la distancia imagen y $CV = R$ el radio de curvatura la expresión anterior queda:

$$(n_2 - n_1) \frac{\widehat{IV}}{\overline{CV}} = n_1 \frac{\widehat{IV}}{\overline{VP}} + n_2 \frac{\widehat{IV}}{\overline{VP'}}$$

$$\frac{n_2}{x'} + \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Por supuesto esta es una relación obtenida tomando todas las distancias positivas. Sin embargo para que los resultados de los casos particulares esté de acuerdo con el sistema de referencia elegido, es decir un semiplano positivo y otro negativo, esta expresión deberá modificarse de la siguiente forma:

$$\boxed{\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R}} \quad \text{Fórmula de Gauss} \quad [22]$$

Esta fórmula solo es válida si los ángulos que forman los rayos con el eje óptico son pequeños (rayos paraxiales).

Para los signos de las abscisas consideradas se adopta la convención indicada en la Figura 28. Las convenciones de signos para los radios son similares a las de los espejos esféricos, positiva para la convexa y negativa para la cóncava,

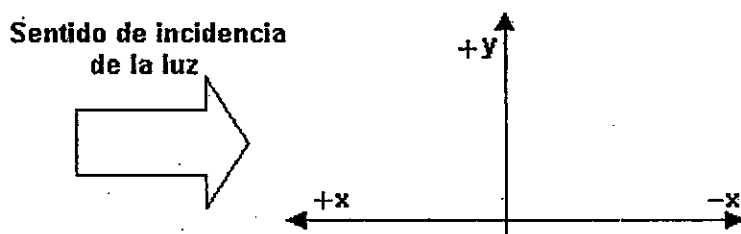


Figura 28

A medida que el objeto P de la Figura 29 se va acercando al punto V, la distancia a la imagen P' va aumentando, y en el límite cuando el objeto llega a F, los rayos refractados son paralelos al eje óptico y la imagen se forma en el infinito. Este punto F se denomina *foco objeto*, y la distancia FV, se llamará *distancia focal objeto* (f).

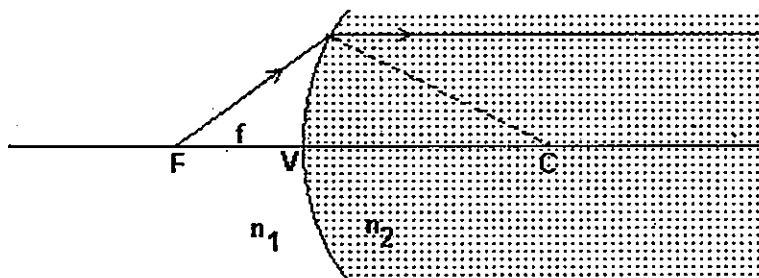


Figura 29

En este caso será $x' = \infty$, y la ecuación 22 tomará la forma:

$$\frac{n_2}{\infty} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Dado que esta distancia objeto es precisamente la distancia focal objeto f , será:

$$-\frac{n_1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad [23]$$

En esta expresión [23], considerando $R < 0$ y $n_2 - n_1 > 0$ resulta $f > 0$, signos que son coherentes con la convención elegida.

De la misma manera, si aumentamos la distancia del objeto P (Figura 30) hasta que llegue a ser infinita, la distancia de la imagen P' disminuye y coincide, en el límite, con el punto F'. Este punto F' se denomina *foco imagen* y la distancia F'V, se llamará *distancia focal imagen* (f').

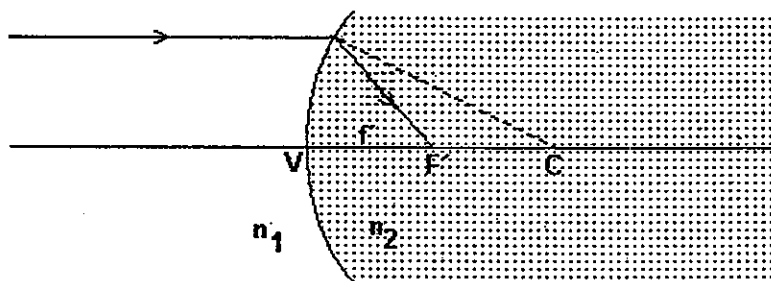


Figura 30

Ahora consideraremos $x = \infty$, y la ecuación 22 tomará la forma:

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Esta distancia imagen particular será la distancia focal imagen f' , y será:

$$\frac{n_2}{f'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad [24]$$

Igualando los primeros miembros de las ecuaciones [23] y [24] se obtendrá:

$$\frac{n_2}{f'} = -\frac{n_1}{f} \quad [25]$$

Si sustituimos el segundo miembro de la ecuación [22] con el primero de la [23] resultará:

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = -\frac{n_1}{f} \quad [26]$$

o, de la misma manera se obtendrá:

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2}{f'} \quad [27]$$

Ambas ecuaciones serán las distancias conjugadas para una superficie esférica única.

Puede demostrarse que el aumento en una superficie refringente está dado por la ecuación () donde y' es el tamaño de la imagen e y es el tamaño del objeto:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 x'}{n_2 x} \quad 28$$

Resumiendo entonces, para realizar la marcha de rayos en una superficie refringente se debe previamente calcular la posición del foco objeto y del foco imagen. Aquí, como en los espejos, existen tres tipos de rayos notables que se muestran en la Figura 31,

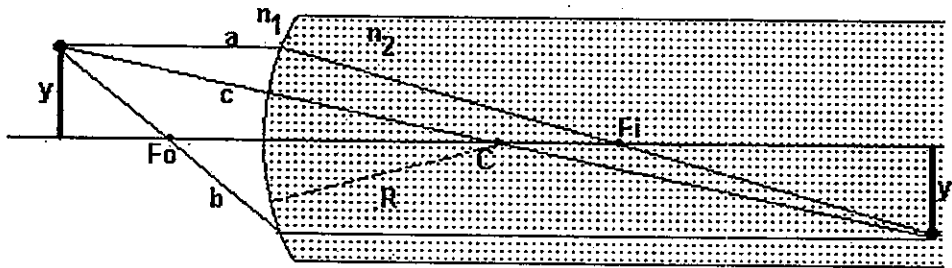


Figura 31

- a . Todo rayo paralelo al eje principal se refracta pasando por el foco imagen
- b . Todo rayo que pasa por el foco objeto se refracta paralelo al eje principal
- c . Todo rayo que pasa por el centro de curvatura se refracta sin desviarse

La convención de signos que adoptaremos es igual a la usada para espejos: tomaremos todas las distancias que están delante de la superficie refractante o refringente como positivas y todas las que están por detrás de la misma como negativas. Como consecuencia de esta elección, resulta:

$x > 0$, cuando está delante de la superficie refringente: objeto real
 $x < 0$, cuando está detrás de la superficie refringente: objeto virtual

$R > 0$, si la superficie es cóncava
 $R < 0$, si la superficie es convexa

$x' > 0$, la imagen es virtual y está del mismo lado que el objeto
 $x' < 0$, la imagen es real y está del mismo lado que el objeto

$A > 0$, imagen derecha
 $A < 0$, imagen invertida

Ejemplo 6

Una varilla de vidrio larga, está pulida en uno de sus extremos (Figura 32) con la forma de una superficie esférica convexa de radio 8 cm. Sabiendo que se encuentra en el aire, determinar:

- las posiciones de los focos objeto e imagen y la
- posición de la imagen de un objeto que se encuentra a 20 cm en el aire sobre el eje de la varilla.
- El aumento para esta situación

En este caso tenemos

$$n_1 = 1 \quad n_2 = 1,5$$

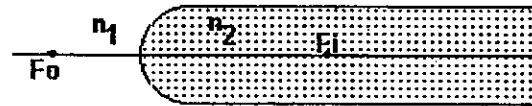


Figura 32

- a) De las expresiones [23] y [25]

$$f = \frac{R n_1}{n_2 - n_1} = 16 \text{ cm} \quad \text{y} \quad f' = -f \frac{n_2}{n_1} = -24 \text{ cm}$$

- b) Reemplazando en [27]

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \frac{1,5}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1,5 - 1}{-8 \text{ cm}}$$

$$x = -120 \text{ cm}$$

$$c) \quad A = \frac{y'}{y} = \frac{n_1 x'}{n_2 x} = \frac{1 \cdot (-120 \text{ cm})}{1,5 \cdot 20 \text{ cm}}$$

$$A = -4,$$

O sea la imagen es real, invertida y de mayor tamaño.

3.5.- Lentes delgadas

Una lente se define como la porción de un medio refringente limitada por dos dioptras de las cuales al menos una es curva. Se llaman lentes delgadas a las que tienen espesores pequeños respecto de los radios de curvatura, en caso contrario se las llama lentes gruesas. Para estas últimas el tratamiento de las expresiones algebraicas involucradas es más complejo.

Para el caso de las lentes delgadas pueden usarse expresiones algebraicas aproximadas sencillas como las que trataremos en este curso.

Las figuras 33 a- y 33 b- muestran distintos ejemplos de lentes esféricas delgadas. Aquellas que son más gruesas en el centro que en los bordes se denominan lentes convergentes (Figura 24 a) y en el caso inverso lentes divergentes (Figura 24 b).

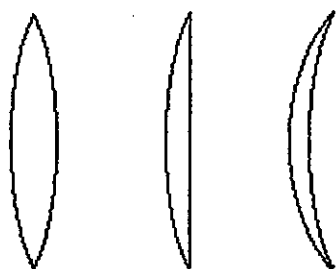


Figura 33 a – Lentes convergentes: respectivamente, biconvexa, plano convexa y cóncava – convexa o menisco convergente.

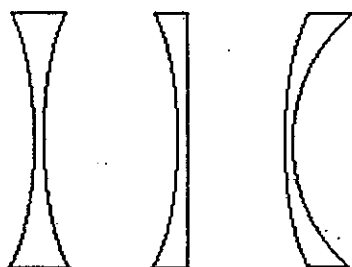


Figura 33 b – Lentes divergentes: respectivamente, bicóncava, plano cóncava y cóncava – convexa o menisco divergente.

Para obtener una relación algebraica que vincule la distancia x de un objeto sobre el eje de la lente, con la distancia x' de la imagen, se usa la expresión [22] obtenida para las dioptras. En efecto, una lente es la intersección de dos dioptras de índice de refracción n_2 , una de radio R_1 y otra de radio R_2 como se muestra en la Figura 34.

$$\frac{n_2}{x'} - \frac{n_1}{x} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

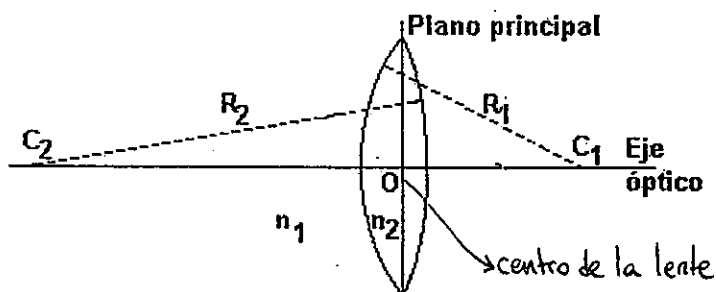


Figura 34

Consideremos que existe un objeto P (Figura 35) sobre el eje óptico en una posición x con respecto al plano principal de la lente (recta vertical que pasa por O). Esto es una aproximación dado que se está considerando que el espesor de la lente es despreciable pero está constituida por la unión de dos dioptras. Para el caso normal de una lente en aire, será $n_2 = n$ y $n_1 = 1$.

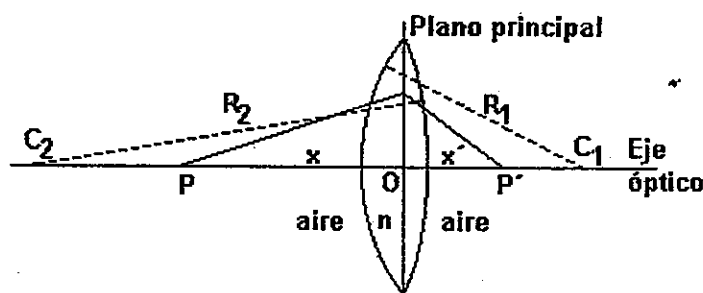


Figura 35

La posición de la imagen dada por la primera dioptra es x_1' y su valor se obtiene usando la expresión

$$\frac{n}{x_1'} - \frac{1}{x} = \frac{n-1}{R_1} \quad [28]$$

El objeto para la segunda dioptra es la imagen obtenida por la primera, es decir x_1' es la posición objeto para la segunda dioptra. Considerando esto, la posición x' de la imagen dada por la segunda dioptra se obtiene como:

$$\frac{1}{x'} - \frac{n}{x_1'} = \frac{1-n}{R_2} \quad [29]$$

Reemplazando el cociente n/x_1' de la expresión [29] en la [28] obtenemos:

$$\frac{n}{x'} - \frac{1}{x} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [30]$$

Observar que para una lente biconvexa R_1 y R_2 tienen signos opuestos lo que indica que el segundo miembro de la expresión 2 no se anula en el caso de radios iguales.

Luego de la expresión [30] se puede ver que cuando el objeto está en el infinito ($x \rightarrow \infty$), la imagen se forma en una posición $x' = f'$ donde f' es la distancia focal imagen de la lente.

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [31]$$

Con lo que la expresión [30] puede ponerse:

$$\frac{n}{x'} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \quad [32]$$

Por otra parte si un objeto es colocado sobre un punto del eje principal y su imagen se ubica en el infinito, ese punto se denomina foco objeto. La distancia a la que se halla este punto del plano principal es f , y se determina considerando $x' \rightarrow \infty$, en la expresión [30]:

$$-\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [33]$$

De las expresiones [31] y [32] se deduce que $f' = -f$ para una lente delgada en aire (vacío).

Entonces:

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'}} \quad [34]$$

Esta es la denominada *fórmula de Gauss* de las lentes delgadas.

Por otra parte de la expresión [33] para el caso que la lente se encuentre en el aire, se obtiene la denominada *fórmula del constructor de lentes*:

$$\frac{1}{f} = -(n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

o lo que es lo mismo

$$\boxed{\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)} \quad [35]$$

3.6.- Rayos principales

En función de lo visto hasta ahora estamos en condiciones de describir la marcha de los principales rayos en las lentes delgadas:

- 1.- Todo rayo que incide paralelo al eje principal (1) se refracta de manera tal que su dirección contiene a un punto del eje llamado *foco imagen*.
- 2.- Si la dirección del rayo incidente (2) contiene al *foco objeto*, el refractado es paralelo al eje principal.
- 3.- Si la dirección del rayo incidente (3) contiene al *centro óptico* (O), se refracta sin cambiar de dirección.

Para el caso de una lente convergente (Figura 36 a)

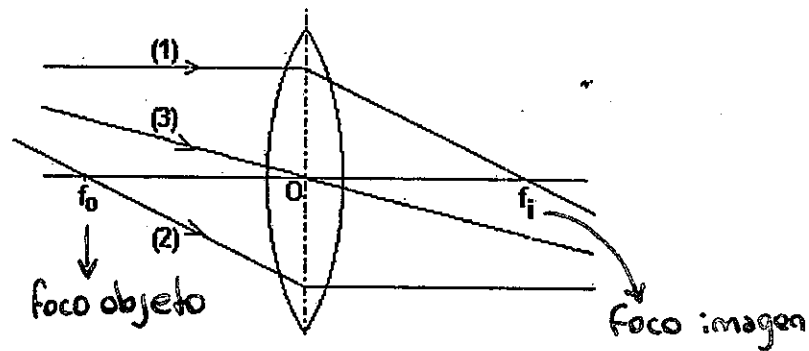


Figura 36 a

y para la lente divergente (Figura 36 b)

Entre las lentes los focos están invertidos

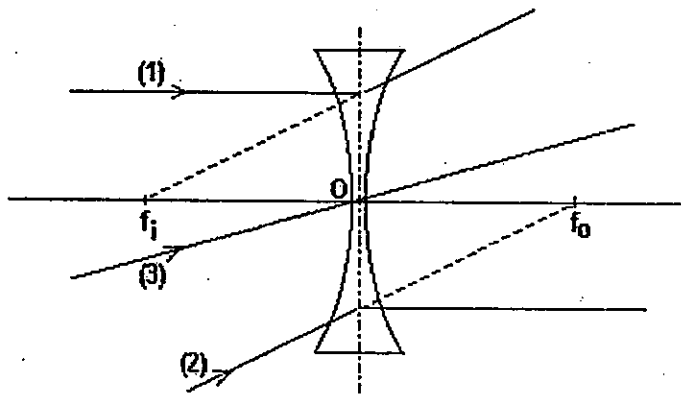


Figura 36 b

A los fines de realizar construcciones para las marchas de rayos, se usan los siguientes símbolos (Figuras 37 a y 37 b)

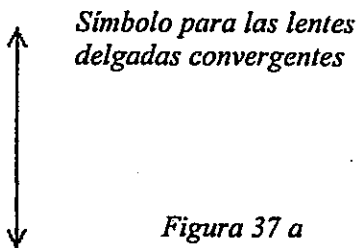


Figura 37 a

Símbolo para las lentes delgadas divergentes

Figura 37 b



3.7.- Aumento lateral

Como aplicación consideremos la marcha de rayos para una lente convergente. El objeto AB forma una imagen A'B'. Esta imagen es, en el caso indicado en la Figura 38, real e invertida. El tamaño de dicha imagen está relacionado con el del objeto a través de sus valores característicos:

Por congruencia de triángulos

$$A'B'O \sim ABO$$

En consecuencia los lados homólogos son proporcionales:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'O}{AO}$$

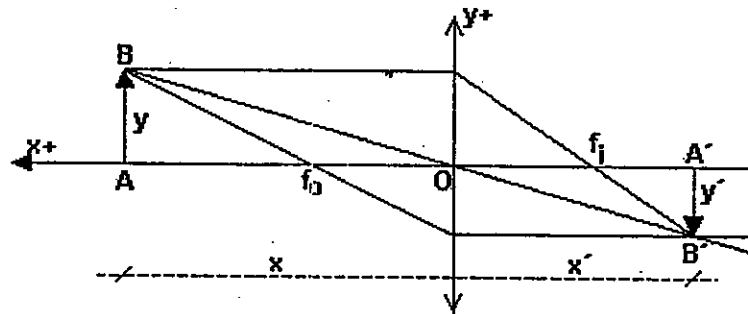


Figura 38

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Definiendo como aumento lateral al cociente entre el tamaño del objeto y su imagen

el aumento lateral A será:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \quad [36]$$

Resumiendo, la convención de signos para lentes es igual a la adoptada para espejos y superficies refringentes: tomaremos todas las distancias que están delante de la lente como positivas y todas las que están por detrás de la misma como negativas. Como consecuencia de esta elección, resulta:

$R > 0$, si la superficie es cóncava

$R < 0$, si la superficie es convexa (Figura 39)

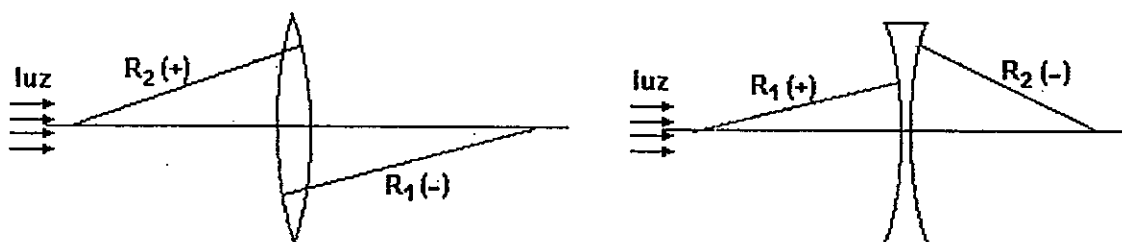


Figura 39

$x > 0$, cuando está delante de la lente: objeto real

$x < 0$, cuando está detrás de la lente: objeto virtual

$x' > 0$, la imagen es virtual

$x' < 0$, la imagen es real

$f > 0$, lente convergente

$f < 0$, lente divergente

$A > 0$, imagen derecha

$A < 0$, imagen invertida

Ejemplo 7

Un objeto de 12 cm de tamaño, se coloca a 240 cm de una lente biconvexa ($n = 1,5$) de radios de curvatura de 80 cm ¿Cuál es la distancia de la imagen a la lente y la altura de la misma?

Los radios de curvatura a considerar serán:

$$R_1 = 80 \text{ cm} \quad \text{y} \quad R_2 = -80 \text{ cm}$$

Luego, usando la fórmula del constructor de lentes:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$$

$$\frac{1}{f} = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{80 \text{ cm}} - \frac{1}{-80 \text{ cm}} \right)$$

$$f = 80 \text{ cm}$$

Por la fórmula de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \quad \text{--- coordenada de posición de la imagen}$$

$$x' = \frac{f \cdot x}{f - x} = -120 \text{ cm}$$

$$\text{--- coordenada de posición de objeto}$$

A partir de la expresión del aumento de una lente:

$$A = -0,5$$

$$\text{luego, } y' = -6 \text{ cm,}$$

imagen real e invertida

3.8.- Potencia de una lente

Es común usar en instrumentos ópticos el término potencia de una lente. Esto es la inversa de la distancia focal medida en metros

$$P = \frac{1}{f \text{ (metros)}}$$

¡ CUIDADO CON LAS UNIDADES !

[37]

La unidad de potencia será

$$[P] = \text{dioptría (D)}$$

Así por ejemplo, una lente de 25 cm de distancia focal tendrá una potencia de + 4 dioptrías. Para las lentes divergentes, dado que la distancia focal f es negativa, la potencia en este caso será negativa.

3.9.- Sistema ópticos centrados de lentes delgadas

Si se colocan dos lentes alineadas de modo que coincidan sus ejes ópticos (SOC: sistema óptico centrado) para obtener la imagen del objeto y producida por ambas lentes se procede usando la fórmula de Gauss en forma reiterada. Es decir la imagen de la primera lente (I) es tomada como objeto de la segunda (II) y la imagen resultante será la imagen del SOC.

Sean dos lentes delgadas como se muestra la Figura 40

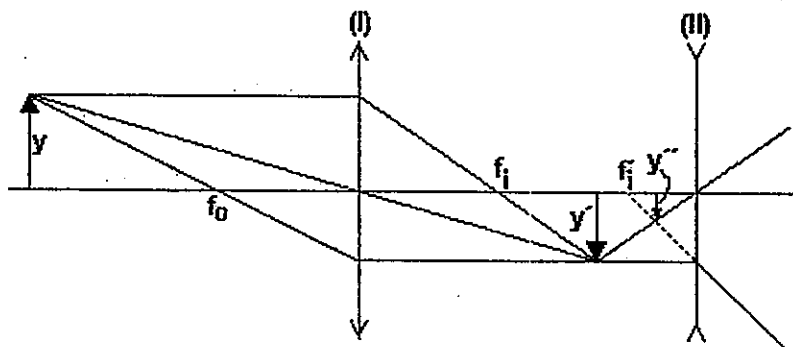


Figura 40

En este caso se observa que y' es la imagen real del objeto y producida por la lente (I). La segunda lente toma esa imagen como un objeto, luego y'' es entonces la imagen virtual de y' .

Dado que el los aumentos de las lentes 1 y 2 son:

$$A_1 = \frac{y'}{y} \qquad A_2 = \frac{y''}{y'} \qquad [38]$$

El aumento final del sistema será entonces

$$A = \frac{y''}{y} = A_1 A_2 \qquad [39]$$

Si ambas lentes se colocan una junta a otra (lentes adosadas) se puede demostrar que la potencia resultante es la suma algebraica de ambas potencias:

$$P = P_1 + P_2 \qquad [40]$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

[41]

INSTRUMENTOS OPTICOS

4.- El ojo, la lupa, el microscopio y el telescopio

4.El ojo humano

A pesar de ser el ojo un sistema bastante complejo, se puede considerar reducido a un sistema óptico formado por una dioptra esférica y una lente convergente como muestra la Figura 41 de aproximadamente 20 mm de distancia focal.

La dioptra considerada se denomina **córnea** y la lente **cristalino**. El cristalino es una lente blanda y es el encargado de enfocar los rayos que le llegan, sobre el fondo del ojo que se denomina **retina**, cuyos elementos, las células denominadas **conos** y **bastoncitos** son sensibles a la luz. Por medio de unos pequeños músculos implantados en el cristalino, el ojo puede acomodar la distancia focal de modo que un ojo normal, puede acomodar la visión nítida desde una distancia de unos 25 cm (punto próximo para un ojo normal) hasta el infinito (punto remoto).

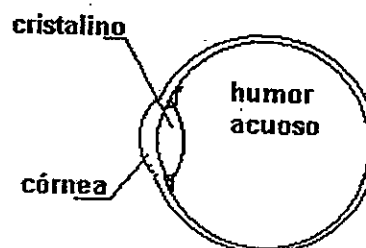


Figura 41

La imagen en la retina obtenida por dicho sistema óptico es entonces real e invertida como muestra la Figura 42



Figura 42

Para ver un objeto pequeño lo que hacemos es acercarlo lo más posible al ojo para aumentar su tamaño aparente (Figura 32).



Figura 43

Haciendo esto, el ángulo θ subtendido por la línea visual aumenta y, como consecuencia, también lo hace el tamaño de la imagen sobre la retina.

Pero existe un límite para el acercamiento. El ojo normal no puede acomodarse para enfocar objetos que se hallan a distancias menores que el punto próximo 25 cm (distancia mínima de visión

distinta: $dmvd$). Si se desea aumentar el tamaño aparente de un objeto, se puede usar algún instrumento óptico. Uno de ellos es la lupa.

Cuando el ojo no cumple estas condiciones se considera un ojo defectuoso, el cual debe ser corregido con lentes adicionales (anteojos).

Un ojo normal o **emétrope**, forma una imagen de un objeto en el infinito sobre la retina, cuando el ojo está descansado (Figura 44). Si el punto remoto de un ojo no está en el infinito decimos que es un ojo **amétrope**.

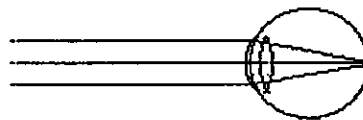


Figura 44

Las dos formas más sencillas de ametropía son la **miopía** y la **hipermetropía**. En la miopía el globo ocular está deformado de manera que resulta más largo que la distancia focal cuando se observa un objeto en el infinito (Figura 45 a), de este modo cuando el ojo está relajado la imagen se forma antes de llegar a la retina. El afectado suele acercar, por ejemplo un libro, a distancias menores que la $dmvd$, para poder leer cómodamente. Este defecto se corrige adosando frente al ojo una lente divergente (Figura 45 b).

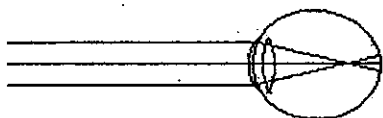


Figura 45 a

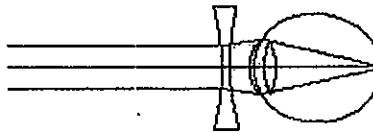


Figura 45 b

En el ojo **hipermétrope**, el globo ocular es más corto y la imagen de un objeto infinitamente alejado se forma detrás de la retina (Figura 46 a). En este caso el afectado debe alejar el libro a distancias mayores que la $dmvd$, para poder ver nítido. La corrección de este problema se realiza mediante una lente convergente (Figura 46 b).

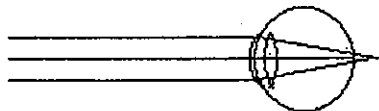


Figura 46 a

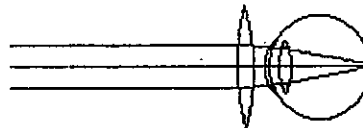


Figura 46 b

La **presbicia** es el nombre dado a la hipermetropía que resulta de la edad y no de una condición defectuosa. Luego de la edad madura el cristalino se torna más rígido y en consecuencia pierde su capacidad de acomodación para distancias cercanas.

Ejemplo 8

Un ojo normal relajado tiene aproximadamente 2 cm de distancia focal. Hallar la potencia máxima de acomodación del cristalino.

La potencia de un ojo normal es de:

$$P = \frac{1}{0,02\text{ m}} = 50\text{ D}$$

Un ojo normal, como vimos tiene una d_{mvd} de 25 cm. Luego, para que la imagen de un objeto situado a esta distancia se forme a una de 20 mm del cristalino (posición fija de la retina) la potencia del ojo deberá ser :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{0,02\text{ m}} = 54\text{ D}$$

Luego el poder de acomodación del ojo será :

$$54\text{ D} - 50\text{ D} = 4\text{ D}$$

4.2.- El ojo y la cámara fotográfica

La estructura del ojo se puede comparar (en forma aproximada) a la de una cámara fotográfica. Las figuras 47 a y 47 b muestran algunas de estas equivalencias.

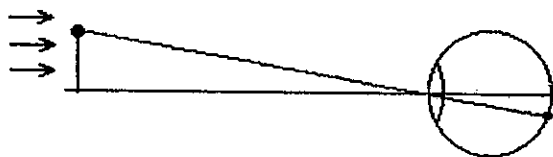


Figura 47 a

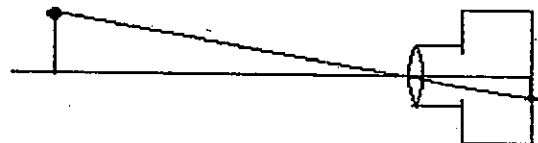


Figura 47 b

El objetivo de la cámara fotográfica (Figura 48), puede variar su distancia focal de manera tal que se puede enfocar el objeto para que su imagen sea nítida en la película de manera similar al sistema de acomodación del ojo.

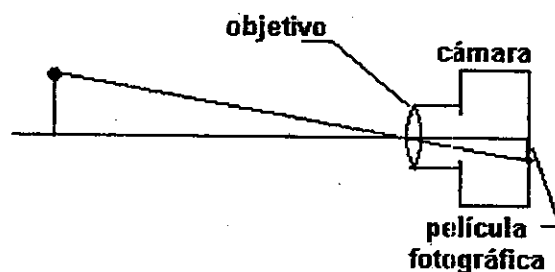


Figura 48

Como dato adicional podemos decir que también se pueden comparar con el iris del ojo, que tiene la función similar al diafragma de la cámara, es decir, controlar el ingreso del flujo luminoso.

4.3.- La Lupa o microscopio simple

Si se tiene una lente convergente con el objeto ubicado entre la lente y el foco se observa que el tamaño de la imagen virtual (y') es mayor que la del objeto (y) (Figura 49).

La posición de la imagen (x') se calcula usando la fórmula de las lentes,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'}$$

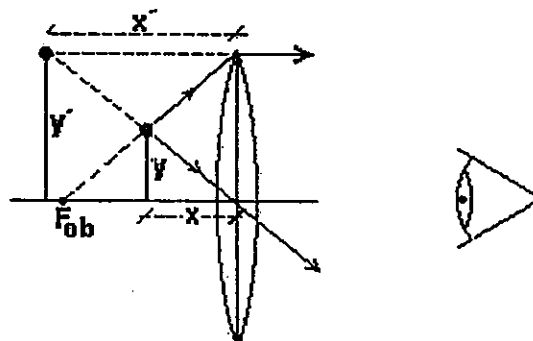


Figura 49

Y el aumento lateral con la expresión:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

Pero para la lupa, como para todos los instrumentos ópticos es usual dar el denominado *aumento angular*.

El aumento angular M (también llamado aumento eficaz) se define como el cociente entre el ángulo θ' que subtiende la imagen dada por la lupa desde el ojo y el ángulo θ es el que subtiende el objeto visto a simple vista, situado a la *dmvd* (Figuras 50 a y 50 b)

$$M = \frac{\theta'}{\theta}$$

[42]

Considerando en este caso la aproximación: $\theta \approx \tan \theta$

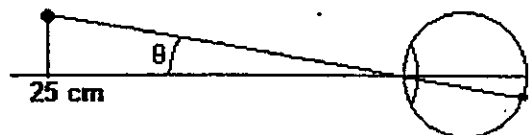


Figura 50 a

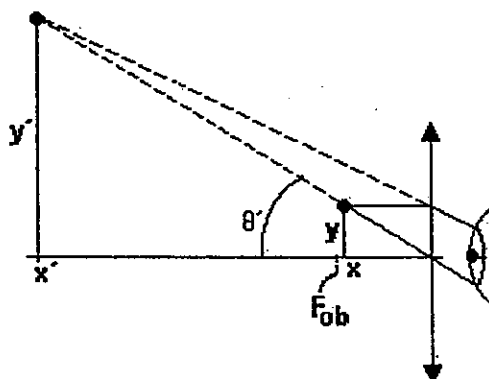


Figura 50 b

En las condiciones reales en que opera una lupa, el ojo se coloca muy cerca de ella de tal manera que la distancia ojo-lupa puede ser despreciada frente a la distancia entre el ojo y la imagen.

Cuanto más próximo al foco objeto se coloca el objeto la imagen virtual se forma entonces entre la **dmvd** y el infinito. Para el caso en que el objeto está casi sobre el foco entonces la imagen se situará en el infinito, siendo este el caso más cómodo para el ojo normal. El aumento angular se podrá escribir como:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} \quad \text{donde} \quad \theta \approx \operatorname{tg} \theta = \frac{y}{25} \quad \text{o sea es el ángulo bajo el cual se ve el objeto desde la dmvd (25 cm)}$$

$$\text{y} \quad \theta' \approx \operatorname{tg} \theta' = \frac{y'}{x'} \quad \text{es el ángulo bajo el cual se ve la imagen}$$

$$\text{De la expresión :} \quad A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{y'}{x'} = \frac{y}{x}$$

y dado que en este caso $x \cong f$ ya que si consideramos la imagen en el infinito la posición del objeto sería muy próxima al foco, entonces:

$$M = \frac{\frac{y}{f}}{\frac{y}{25}} = \frac{25}{f} \quad [43]$$

Siendo entonces $M = \frac{0,25}{f \text{ (metros)}}$ esta la expresión para el aumento de una lupa.

Para expresarla se usa la nomenclatura X (por ejemplo 10X, son 10 aumentos)

No confundir en este caso con la potencia de una lente en dioptrías (D), que es la inversa de la distancia focal medida en metros.

$$M = \frac{0,25}{f} = \frac{1}{f} \cdot 0,25 = \frac{D}{4} \quad [44]$$

Cuanto más se acerca el objeto a la lupa, la imagen virtual se acerca más a nuestro ojo.

Cuando ésta se ubica en la **dmvd** el aumento angular será:

$$M = \frac{0,25}{x} \quad \text{y usando} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \quad \text{donde } x' = 0,25 \text{ m}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{0,25} + \frac{1}{f}$$

entonces

$$M = \frac{0,25}{x} = \frac{0,25}{f} + 1$$

[45]

Expresión que proporciona el máximo aumento posible de la lupa y que es cuando la imagen se forma en la **dmvd**.

Ejemplo 9

Una lente convergente de distancia focal 5 cm se utiliza como una lupa, si la imagen se forma a 25 cm del ojo, hallar a que distancia se encuentra el objeto y el aumento de dicha lupa:

Utilizando la expresión correspondiente:

$$M = \frac{25}{5} + 1 = 6X$$

O sea, 6 aumentos, que es el caso en que la imagen se forma en la **dmvd**

Si calculamos el aumento lateral:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x}$$

y sabiendo que

$$x = \frac{25 f}{25 + f} = 4,16 \text{ cm}$$

luego:

$$A = \frac{x'}{x} = 6$$

Entonces se puede comprobar que cuando la imagen se encuentra en la **dmvd** coincide el aumento lateral con el angular. En otros casos (probar por ejemplo con 4,9 cm) si bien el aumento puede dar mayor (20 en el ejemplo), esto no es compatible con una visión nítida del instrumento.

Por otro lado, la potencia de esta lente será

$$P = \frac{1}{f(m)} = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ D} \quad \text{esto es 20 dioptrías}$$

4.4.- El microscopio compuesto

El microscopio compuesto permite un mayor aumento angular que una lupa y consta básicamente de dos lentes, una denominada objetivo (cerca del objeto) y otra denominada ocular (cerca del ojo).

La idea básica de su funcionamiento consiste en formar primero una imagen mayor que el objeto que se quiere observar y luego observar esa imagen con un microscopio simple (lupa) de esta manera el aumento final será el resultado de ambos aumentos.

El diagrama de la Figura 51, muestra la disposición de ambas lentes convergentes. El foco imagen del objetivo está separado una distancia d del foco objeto del ocular, de tal manera la imagen real y' del objeto y se debe ubicar a una distancia del ocular menor que su distancia focal (o sea entre el ocular y f_{oc}).

Como consecuencia el ocular cumple la función de lupa para esta imagen real, dando en consecuencia una imagen virtual y'' a la $dmvd$ (25 cm). La potencia del microscopio compuesto se obtiene multiplicando el aumento lateral del objetivo por la potencia del ocular.

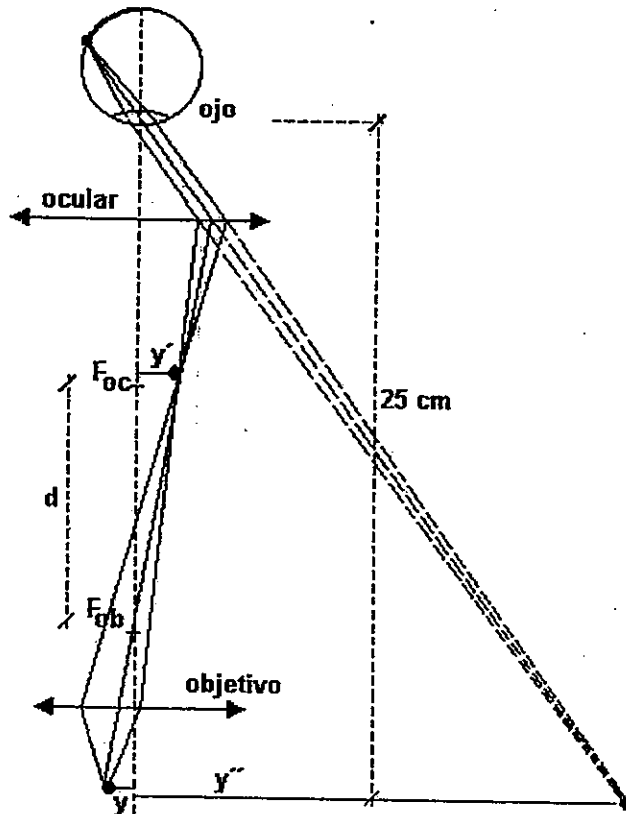


Figura 51

$$M = A_{ob} \cdot M_{oc} \quad [46]$$

donde

$$A_{ob} = \frac{s'}{f_{ob}} \quad [47]$$

expresión que se obtiene a partir de la fórmula de Newton¹ para las lentes:

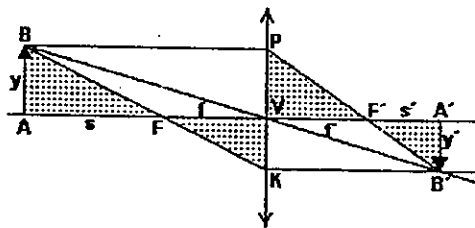
$$f \cdot f' = s \cdot s' \quad [48]$$

donde s es la distancia entre el objeto y el foco objeto y s' la distancia entre el foco imagen y la imagen.

Que en este caso por ser $f = f'$

$$s \cdot s' = f^2$$

¹ La fórmula de Newton es equivalente a la de Descartes. Se puede deducir fácilmente usando las correspondientes relaciones geométricas.



Considerando los triángulos semejantes BAF y FVK y también PVF' con el $F'A'B'$, se obtienen las siguientes relaciones:

$$y/s = y'/f \quad \text{y} \quad y'/s' = y/f$$

Multiplicando m.a.m. ambas ecuaciones se obtiene la fórmula de Newton: $s \cdot s' = f \cdot f'$

En este caso:

$$s' = d + t \quad [49]$$

siendo t la distancia entre el F_{oc} y la imagen del objetivo (el valor de t en este caso podría ser despreciable)

Por lo tanto la expresión de aumento lateral del objetivo [46] será:

$$A_{ob} = \frac{d}{f_{ob}} \quad [50]$$

Para el aumento angular del ocular (una lupa) se utiliza la expresión:

$$M_{oc} = \frac{25}{f_{oc}} + 1$$

estando la imagen en la $dmvd$.

Aproximando en general el M_{oc} a la expresión dada pero sin el término $+1$ (se desprecia este sumando frente al cociente entre 25 y f_{oc}), entonces la expresión del aumento angular del microscopio resultará:

$$M = - \frac{d \cdot 25}{f_{ob} \cdot f_{oc}} \quad [51]$$

En los casos usuales se construyen estos instrumentos considerando a la distancia d entre 18 cm y 20 cm aproximadamente.

En el caso general considerando los aumentos lateral de ambas lentes y sin despreciar la distancia t entre f_{oc} y la posición de y' , se puede obtener el aumento lateral del sistema multiplicando los aumentos laterales del objetivo y del ocular

$$A = A_{ob} \cdot A_{oc} \quad [52]$$

Ejemplo 10

Sea un microscopio formado por dos lentes convergente con ejes coincidentes; la primera (objetivo, pequeña distancia focal) de $f_{ob} = +0,5 \text{ cm}$ y la segunda ubicada a $11,56 \text{ cm}$ tiene $f_{oc} = +8 \text{ cm}$. Un objeto de 2 mm de altura se ubica a $0,55 \text{ cm}$ de la primera; ¿cuál es el aumento en este caso?

Primero calculamos la imagen producida por el objetivo usando la fórmula de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x'}$$

En este caso tenemos $x = x_1 = 0,55 \text{ cm}$ y $x' = x_1'$

$$x_1' = \frac{x_1 f}{x_1 - f} = -5,5 \text{ cm}$$

Como la distancia entre las lentes es $11,56 \text{ cm}$ la distancia objeto de la segunda lente será, según se ve en la figura 52:

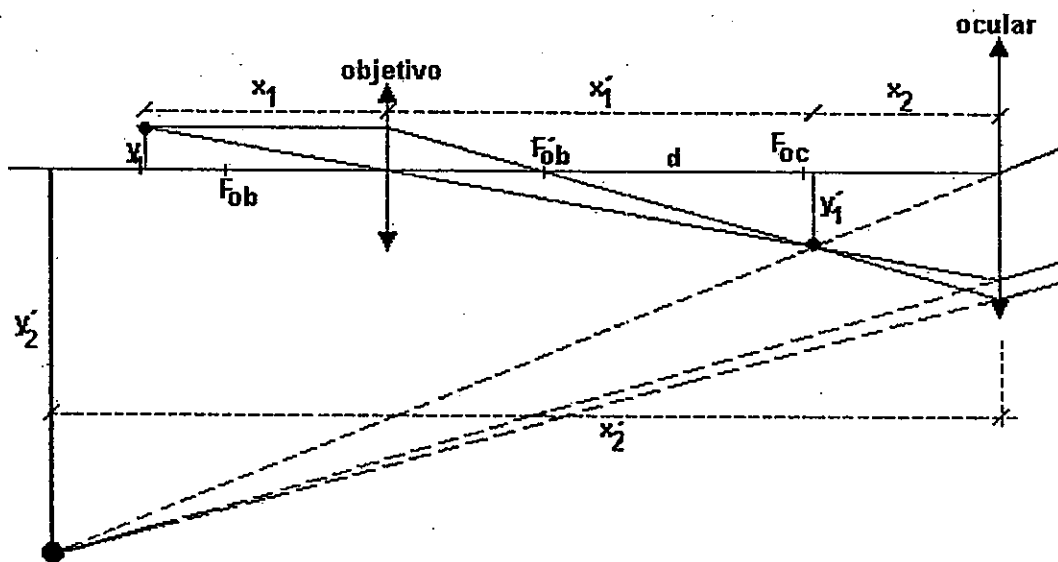


Figura 52

$$x_2 = 11,56 \text{ cm} - x_1' = 6,06 \text{ cm}$$

Luego se calcula la distancia imagen del ocular, del objeto real producido por el objetivo

$$x_2' = \frac{x_2 f}{x_2 - f}$$

$$x_2' = 25 \text{ cm}$$

Entonces el aumento lineal del objetivo será:

$$A_{ob} = \frac{x_1'}{x_1} = \frac{-5,5 \text{ cm}}{0,55 \text{ cm}} = -10$$

Y el tamaño de la imagen del objetivo será:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{y_1'}{2 \text{ mm}} = -10 \quad \Rightarrow \quad y_1' = -20 \text{ mm}$$

El aumento lateral del ocular será:

$$A_{oc} = \frac{x_2'}{x_2} \quad \Rightarrow \quad A_{oc} = \frac{25 \text{ cm}}{6,6 \text{ cm}} \quad \Rightarrow \quad A_2 = 4,125$$

Y el tamaño de la imagen del ocular:

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \quad \Rightarrow \quad \frac{y_2'}{2 \text{ cm}} = 4,125 \quad \Rightarrow \quad y_2' = 8,25 \text{ cm}$$

Entonces en este caso el aumento lateral total será:

$$A = -\frac{y_2'}{y_1} = -\frac{8,25 \text{ cm}}{0,2 \text{ cm}} = -41,25$$

Por otra parte, utilizando la expresión deducida para el aumento angular M del microscopio se obtiene, calculando previamente la distancia d :

$$d = 11,56 \text{ cm} - f_{ob} - f_{oc} = 11,56 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm} - 8 \text{ cm} = 3,06 \text{ cm}$$

$$M = -\frac{d \cdot 25}{f_{ob} \cdot f_{oc}} \quad \Rightarrow \quad M = -\frac{3,06 \cdot 25}{0,5 \cdot 8} = -19,125$$

La diferencia entre ambos valores radica en que la última expresión de aumento del microscopio es aproximada (recordar que se despreció el valor 1 de la fórmula del aumento del ocular y se despreció también el valor t que era la distancia entre F_{oc} y la imagen del objetivo) y en este caso estos valores despreciados son significativos.

Por lo tanto se podrá usar la expresión aproximada del aumento de un microscopio solo en aquellos casos en que se cumplan estas condiciones, las cuales se dan en los microscopios reales donde d es de unos 18 cm (t es prácticamente 0) y el aumento del ocular es por lo menos 10 X por lo cual se puede tomar como válida la fórmula [48].

4.5.- El telescopio

Un telescopio es un dispositivo que sirve para la observación de objetos muy distantes, pues aumenta la amplitud angular con que se observan objetos lejanos.

El telescopio recibe haces de rayos paralelos procedentes del infinito y los convierte en haces de rayos paralelos pero más inclinados respecto al eje óptico.

Este efecto se logra con sistemas de muy diversos tipos. El más simple consta de dos lentes: objetivo y ocular (anteojo de Kepler) (Figura 53). El objetivo es una lente convergente de distancia focal lo más grande posible. El ocular es una lente convergente de distancia focal pequeña (una lupa). Puede decirse entonces que la longitud del instrumento depende de la distancia focal del objetivo

El foco imagen del objetivo y el foco objeto del ocular coinciden, de forma tal que los haces de rayos paralelos que vienen del infinito se enfocan en un punto del plano focal común y de aquí vuelven a convertirse en un haz paralelo, a partir de la segunda lente y con mayor apertura angular, con lo cual el ojo observará una imagen virtual en el infinito del objeto situado en el infinito.

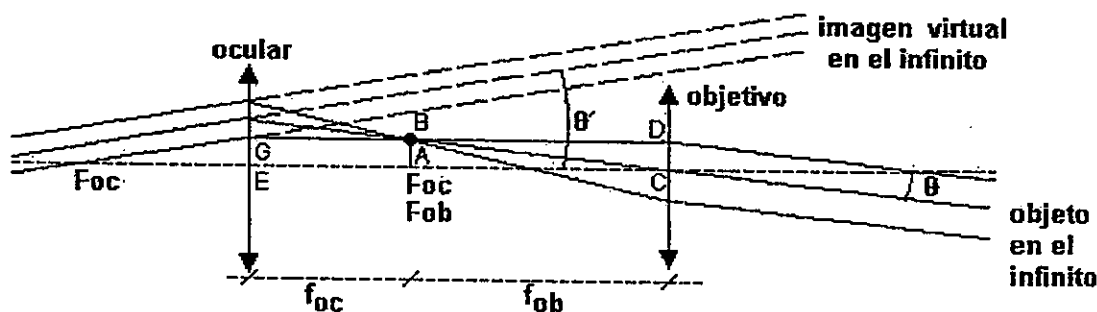


Figura 53

Se puede demostrar que el aumento angular resultante es entonces:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \quad [53]$$

O sea el aumento angular de un telescopio es igual a la razón entre las distancias focales del objetivo y del ocular.

En efecto:

Consideremos los triángulos $F_{ob}CD$ y $F_{oc}EG$ de la Figura 53

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{EG}{f_{oc}} \approx \theta' \quad \text{y} \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{CD}{f_{ob}} \approx \theta$$

Entonces:

$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{EG/f_{oc}}{CD/f_{ob}} = \frac{f_{ob}}{f_{oc}} \quad \text{pues } EG = AB = CD$$

Dado que la distancia focal del objetivo es mucho mayor que la del ocular, el ángulo con que inciden los rayos luminosos al ojo, a través del telescopio, es mucho mayor que el ángulo con que inciden a él.

Existen tres tipologías básicas de telescopio, el refractor, el reflector y el catadióptrico.

El telescopio de refracción, es el que se describe más arriba y se esquematiza en la Figura 54.

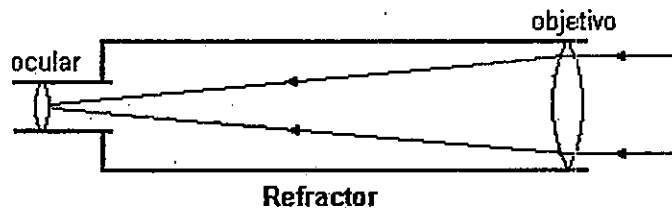


Figura 54

Si se sustituye el objetivo por un espejo parabólico, se tiene el telescopio de reflexión que fue inventado por Isaac Newton en 1671 (Figura 55).

Esquemáticamente consiste en lo siguiente:

En el fondo de un tubo se coloca un espejo cóncavo parabólico (inicialmente Newton colocó uno esférico). La imagen que forma un objeto situado en el infinito es real, invertida y situada en su eje óptico.

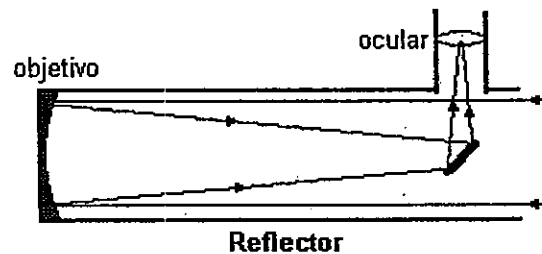


Figura 55

Dado que si se pone el ocular en la posición del foco se obstruiría el paso de luz, se coloca entonces un pequeño espejo plano entre el espejo esférico (objetivo) y su plano focal (a menor distancia del objetivo que la distancia focal), con una inclinación de 45° para que los rayos que forman la imagen se desvíen 90° . De esta manera se puede observar la imagen generada por el espejo con un ocular colocado fuera del tubo.

Si se utilizan elementos de refracción y de reflexión, se tiene el telescopio catadióptrico que son los modelos más modernos (por ejemplo el llamado de Cassegrain).

El telescopio reflector catadióptrico tiene colocado en el fondo del tubo un espejo cóncavo parabólico, el cuál está agujereado en su parte central. Los rayos luminosos que refleja inciden sobre un espejo convexo, el cuál los refleja a su vez, atravesando la abertura del espejo principal y formando la imagen en el foco, situado detrás de él.

En el foco puede colocarse un ocular, o una cámara fotográfica, etc.. De esta forma se logra incrementar la distancia focal del aparato sin aumentar su longitud.

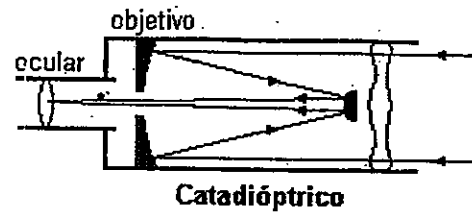


Figura 56

Ejemplo 11

La luna se ve a simple vista bajo un ángulo de $31' 08''$. Cuál será el tamaño de su imagen en un pequeño telescopio reflector que tiene como objetivo un espejo esférico cóncavo de radio $R = 50 \text{ cm}$?

En la figura 57 se modeliza la marcha de rayos en un telescopio reflector (sin ocular)

Cada punto de la Luna emite rayos luminosos, en particular los que llegan al telescopio son un haz casi paralelo de rayos, que se reflejan en el espejo y forman una imagen a una distancia f del espejo (distancia focal).

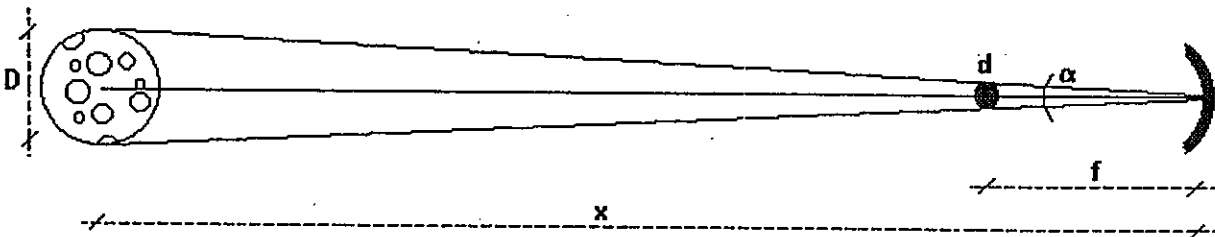


Figura 57

Así punto a punto, los rayos que entran formando ángulos ligeramente diferentes formarán en el espejo esférico que modeliza el telescopio como muestra la Figura una imagen real e invertida de la Luna. Además, dado que el ángulo α es muy pequeño, existe muy poca distorsión del disco lunar.

De esta manera es fácil calcular geoméricamente el valor de d . Usando la definición de ángulo:

Dado que $31' 08'' = 0,0090563 \text{ rad}$

$$\alpha \approx \frac{D}{x} = \frac{d}{f} = 0,0090563 \text{ rad}$$

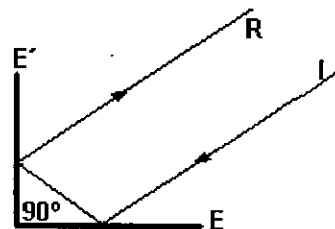
Luego $d = f \alpha = \frac{R}{2} \alpha = 25 \text{ cm} \cdot 0,0090563 = 0,226 \text{ cm}$

Este valor se puede aplicar a cualquier tipo de telescopio. De esta manera cada 25 cm de distancia focal, el diámetro de la imagen del sol (o de la luna, aproximadamente) dada por el objetivo únicamente será de 2,26 mm., o lo que es lo mismo por cada metro de distancia focal, el diámetro de la imagen será de aproximadamente 9 mm.

PROBLEMAS

1 - Un arbolito de Navidad completamente iluminado de 1,80 m de altura se encuentra a una distancia de 12 m de la pared más próxima de un cuarto oscuro de 3 m de lado. En esta pared hay un pequeño orificio. ¿Cuál es el tamaño de la imagen del arbolito sobre la pared opuesta del interior del cuarto oscuro? **0,45 m**

2 - Un rayo de luz I incide sobre un espejo plano E reflejándose sobre otro espejo E' que forma un ángulo recto con el primero. Demostrar que el rayo reflejado R es paralelo al incidente.



3 - Una persona se encuentra a 2 m delante de un espejo plano. Detrás de la persona a 1 m, hay un árbol de 3 m de altura. ¿qué longitud mínima de espejo necesita la persona, para ver el árbol completo?.

4 - Un espejo esférico cóncavo de pequeña abertura forma la imagen de una flor en una pantalla a 1 m de distancia del espejo. Sabiendo que la flor está a 25 cm del espejo, determine el radio de curvatura del mismo

5 - Calcule el aumento y en base a él, describa la imagen que resultaría para un objeto de 3 cm de altura colocado a 20 cm de un espejo esférico usado para maquillarse o afeitarse, sabiendo que dicho espejo tiene un radio de curvatura de 60 cm.

6 - Un espejo esférico produce una imagen a una distancia de 4 cm por detrás del espejo cuando el objeto de 3 cm de altura se encuentra a 6 cm frente al espejo .

- ¿Es cóncavo o convexo?.
- Calcule el radio de curvatura del espejo.
- ¿Cuál será la altura de la imagen ?

7 - Hallar la velocidad de la luz en el interior del diamante.

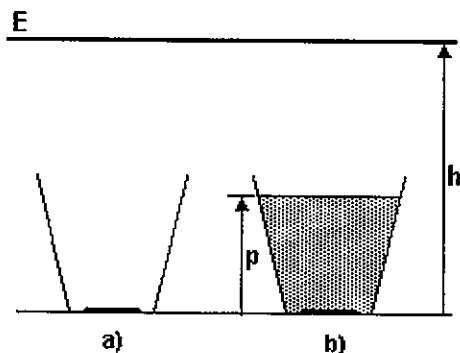
8 - Se tiene una lámina de vidrio de caras paralelas cuyo índice de refracción es $n = 1,5$. Si la misma está en aire, con qué ángulo debe incidir luz en la cara superior para que se produzca reflexión total en la cara inferior ?

9 - Los índices de refracción de cierta clase de vidrio para la luz roja y violeta son respectivamente, 1,51 y 1,53.

- Halle los ángulos límite de reflexión total para el caso en que estos rayos inciden sobre la superficie de separación vidrio-aire.
- ¿Qué ocurre si un rayo de luz blanca incide formando un ángulo de 41° sobre la superficie de separación vidrio-aire ?

10 - En el fondo de una piscina de 2 metros de profundidad llena de agua se encuentra un foco que irradia luz en todas direcciones. ¿Cuál es el diámetro de la mancha luminosa que se observa en la superficie?

11 - Un espejo plano E se encuentra a una altura h por encima del fondo de un vaso vacío según indica la figura.

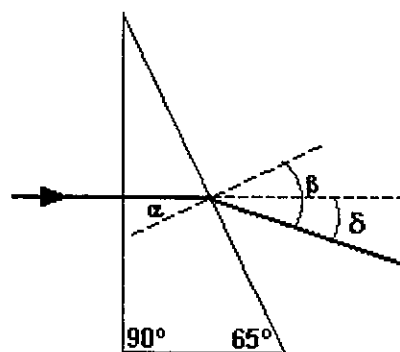


- ¿Dónde se encuentra la imagen de una delgada moneda situada en el fondo del vaso formada por el espejo?, ¿Qué clase de imagen es?
- ¿Al llenar el vaso de agua, la imagen de la moneda se mueve hacia arriba o hacia abajo?. Deducir una expresión general de la distancia de la moneda a su imagen dada por el espejo, en función de h y de la profundidad p que alcanza el agua (índice n) en el vaso.

12 - Sobre una lámina de vidrio de caras paralelas de espesor $e = 42$ mm, y cuyo índice de refracción vale $n = 1,5$, incide un rayo luminoso con el ángulo $\alpha = 37^\circ 40'$. Si la lámina se encuentra rodeada de aire. ¿Cuánto vale el corrimiento lateral d de dicho rayo?

13 - Un rayo luminoso entra por la cara izquierda del prisma de la figura cuyo índice de refracción es $n = 1,5$ y emerge al aire como se muestra.

Calcular el valor de los ángulos α , β y δ .



14 - Un objeto de 2 cm de alto se coloca a 5 cm a la derecha de una lente delgada de $P = 10$ D. Calcule el aumento y el tamaño de la imagen y justifique cuáles serán las características de dicha imagen

15 - ¿Cuál debe ser la abscisa focal y la potencia de una lente divergente para que forme una imagen virtual a 50 cm de la lente de una hormiga que está a 1 m a la derecha de la misma. Localice gráficamente y describa la imagen.

16 - Se coloca un objeto de 5 cm de altura a 18 cm de una pantalla. Hallar:

- ¿En qué puntos entre pantalla y objeto puede colocarse una lente delgada convergente de 4 cm de distancia focal para obtener la imagen del objeto en la pantalla?
- El tamaño de la imagen en cada caso.

17 - Una lente delgada convergente en aire de 30 cm de distancia focal se combina con una lente delgada divergente de 50 cm de distancia focal. La distancia entre ambas lentes es de 20 cm.

- a) Si un objeto es colocado 40 cm por delante de la primera lente, ¿cuál es la posición de su imagen final ?
- b) Hallar el aumento. ¿La imagen es real o virtual, derecha o invertida ?

18 - Se quiere que un proyector de transparencias (diapositivas) proyecte en la pantalla una imagen ampliada 24 veces. Se sabe que la abscisa focal de la lente del proyector es 9,6 cm. Averiguar a qué distancia de la transparencia se debe colocar la pantalla.

-----X-----

RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS

1 - $h' = 45 \text{ cm}$

3 - $h = 1,2 \text{ m}$

4 - $R = 40 \text{ cm}$

5 - $A = 3$, imagen derecha, virtual y mayor

6 - a) convexo, b) $R = 24 \text{ cm}$ c) $y' = 2 \text{ cm}$

7 - $v = 1,24 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

8 - $\alpha = 90^\circ$

9 - a) $\alpha_r = 41,47^\circ$ $\alpha_v = 40,81^\circ$

10 - $D = 4,56 \text{ m}$

11 - a) $2h$ b) $2h - \frac{p(n-1)}{n}$

12 - $d = 10,86 \text{ mm}$

13 - $\alpha = 25^\circ$ $\beta = 39^\circ 20'$ $\delta = 14^\circ 20'$

14 - $A = 2$ $y' = 4 \text{ cm}$ imagen virtual, derecha y mayor.

15 - $P = -1 \text{ D}$ $f = -100 \text{ cm}$ virtual, derecha y menor

16 - a) 6 cm y 12 cm b) $2,5 \text{ cm}$ y 10 cm (imagen real e invertida)

17 - a) Se forma a $33,3 \text{ cm}$ de la lente divergente

b) $A = -1$, imagen real e invertida

18 - $|x| + |x'| = 250 \text{ cm}$

-----X-----

