Compilación

PLP

Ejercicio

Inferir el tipo de la siguiente expresión del λ^B:

$\lambda f.$ if f n then f else n True

Solución

$\mathbb{W}(f) \rightsquigarrow f{:}?1 \vdash f : ?1$

$\mathbb{W}(n) \rightsquigarrow n{:}?2 \vdash n : ?2$

$\mathbb{W}(f) \rightsquigarrow f{:}?3 \vdash f : ?3$

$\mathbb{W}(n) \rightsquigarrow n{:}?4 \vdash n : ?4$

$\mathbb{W}(\text{True}) \rightsquigarrow \emptyset \vdash \text{True} : \text{Bool}$

$\mathbb{W}(f\ n) \rightsquigarrow f{:}?2 \to ?5, n{:}?2 \vdash f\ n : ?5$

con $S = \{?1 := ?2 \to ?5\}$

$\mathbb{W}(n\ \text{True}) \rightsquigarrow n{:}\text{Bool} \to ?6 \vdash n\ \text{True} : ?6$

con $S = \{?4 := \text{Bool} \to ?6\}$

Solución

$\mathbb{W}$(if f n then f else n True):

S = mgu(

- $?5 \stackrel{?}{=} \text{Bool}$
- $?3 \stackrel{?}{=} ?6$
- $?2 \to ?5 \stackrel{?}{=} ?3$
- $?2 \stackrel{?}{=} \text{Bool} \to ?6$

) = $\{?5 := \text{Bool}, ?3 := ?6, ?2 := \text{Bool} \to ?6\} \circ$ mgu(

- $(\text{Bool} \to ?6) \to \text{Bool} \stackrel{?}{=} ?6$

) ¡**FALLA**!

Ejercicio

Extender el algoritmo de inferencia $\mathbb{W}$ con naturales

Solución

- $\mathbb{W}(\text{zero}) \rightsquigarrow \emptyset \vdash \text{zero} : \text{Nat}$
- Si $\mathbb{W}(U) = \mathbf{\Gamma} \vdash M : \sigma$ entonces,

  $\mathbb{W}(\text{succ}(U)) \rightsquigarrow S(\mathbf{\Gamma}) \vdash S(\text{succ}(M)) : \text{Nat}$

  con $S = \text{mgu}(\{ \sigma \stackrel{?}{=} \text{Nat} \})$
- Si $\mathbb{W}(U) = \mathbf{\Gamma} \vdash M : \sigma$ entonces,

  $\mathbb{W}(\text{pred}(U)) \rightsquigarrow S(\mathbf{\Gamma}) \vdash S(\text{pred}(M)) : \text{Nat}$

  con $S = \text{mgu}(\{ \sigma \stackrel{?}{=} \text{Nat} \})$
- Si $\mathbb{W}(U) = \mathbf{\Gamma} \vdash M : \sigma$ entonces,

  $\mathbb{W}(\text{isZero}(U)) \rightsquigarrow S(\mathbf{\Gamma}) \vdash S(\text{isZero}(M)) : \text{Bool}$

  con $S = \text{mgu}(\{ \sigma \stackrel{?}{=} \text{Nat} \})$

Ejercicio

Inferir el tipo de la siguiente expresión del λ^{BN}:

$$\lambda n.\ \mathrm{isZero}((\lambda n.\ \mathrm{if}\ n\ \mathrm{then}\ \underline{0}\ \mathrm{else}\ \underline{1})\ (n\ \mathrm{True}))$$

Solución

$\mathbb{W}(n) \rightsquigarrow n{:}?1 \vdash n : ?1$

$\mathbb{W}(zero) \rightsquigarrow \emptyset \vdash zero : Nat$

$\mathbb{W}(zero) \rightsquigarrow \emptyset \vdash zero : Nat$

$\mathbb{W}(succ(zero)) \rightsquigarrow \emptyset \vdash succ(zero) : Nat$

$\mathbb{W}(n) \rightsquigarrow n{:}?2 \vdash n : ?2$

$\mathbb{W}(True) \rightsquigarrow \emptyset \vdash True : Bool$

$\mathbb{W}(\text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1}) \rightsquigarrow$

$\quad n{:}Bool \vdash \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1} : Nat$

$\qquad \text{con } S = \{?1 := Bool\}$

Solución

$\mathbb{W}(\lambda n.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1}) \rightsquigarrow$

$\quad \emptyset \vdash \lambda n{:}\text{Bool}.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1} : \text{Bool} \to \text{Nat}$

$\mathbb{W}(n\ \text{True}) \rightsquigarrow n{:}\text{Bool} \to ?3 \vdash n\ \text{True} : ?3$

$\quad \text{con } S = \{?2 := \text{Bool} \to ?3\}$

$\mathbb{W}((\lambda n.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1})\ (n\ \text{True})) \rightsquigarrow$

$\quad n{:}\text{Bool} \to \text{Bool} \vdash$

$\qquad (\lambda n{:}\text{Bool}.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1})\ (n\ \text{True}) : \text{Nat}$

$\quad \text{con } S = \{?3 := \text{Bool},\ ?4 := \text{Nat}\}$

$\mathbb{W}(\text{isZero}((\lambda n.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1})\ (n\ \text{True}))) \rightsquigarrow$

$\quad n{:}\text{Bool} \to \text{Bool} \vdash$

$\qquad \text{isZero}((\lambda n{:}\text{Bool}.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1})\ (n\ \text{True}))$

$\qquad\quad : \text{Bool}$

Solución

$\mathbb{W}(\lambda n.\ \text{isZero}((\lambda n.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1})\ (n\ \text{True}))) \rightsquigarrow$

$\quad \varnothing \vdash \lambda n{:}\text{Bool} \to \text{Bool}.$

$\qquad \text{isZero}((\lambda n{:}\text{Bool}.\ \text{if } n \text{ then } \underline{0} \text{ else } \underline{1})\ (n\ \text{True}))$

$\qquad\quad : (\text{Bool} \to \text{Bool}) \to \text{Bool}$

Ejercicio

Extender el algoritmo de inferencia $\mathbb{W}$ con recursión μ

Solución

Si $\mathbb{W}(U) = \mathbf{\Gamma} \vdash M : \sigma$ entonces $\mathbb{W}(\mu x.\ U) \rightsquigarrow$

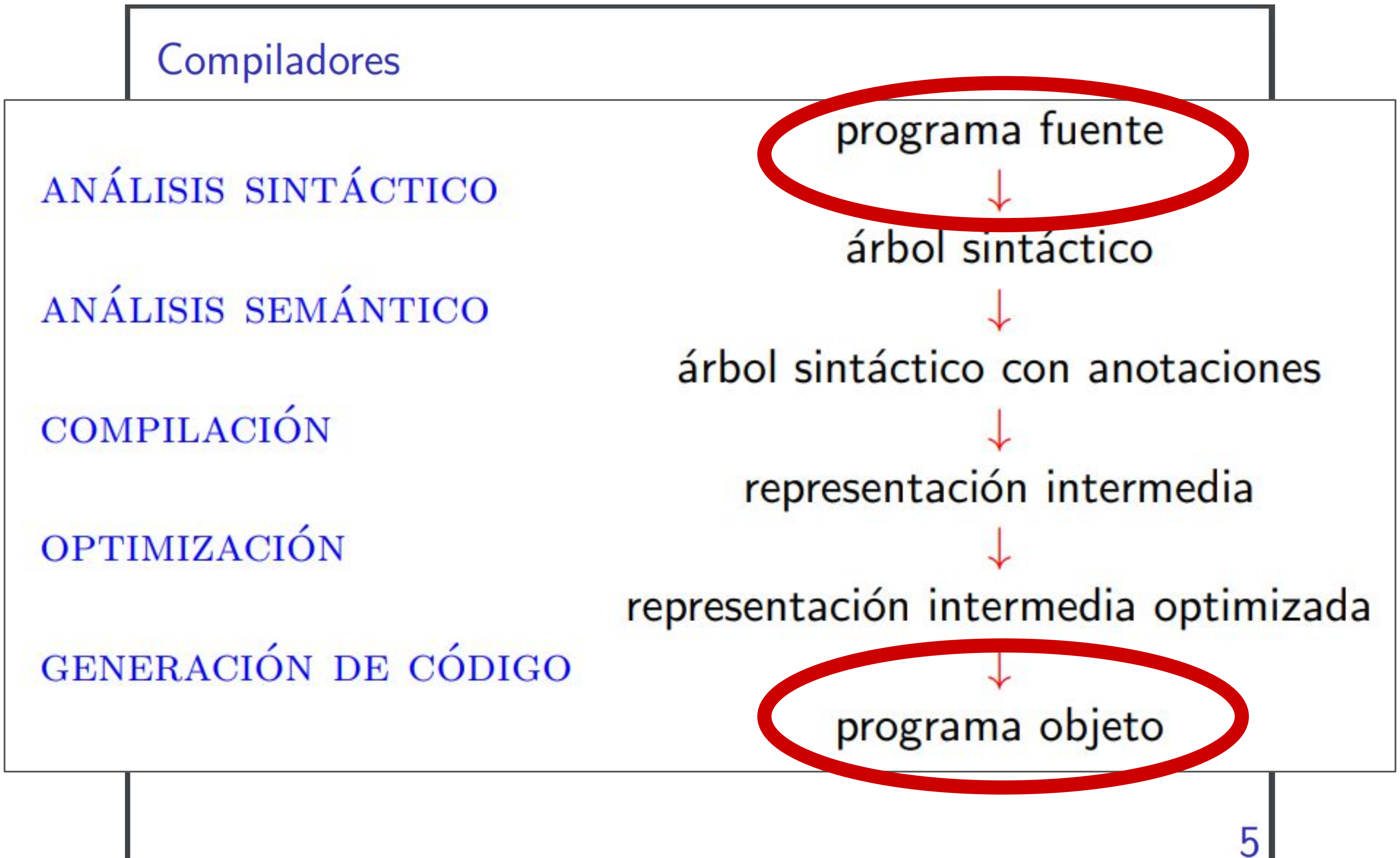
$S(\mathbf{\Gamma}) \ominus \{x\} \vdash S(\mu x{:}\sigma.\ M) : S(\sigma)$

con $S = mgu(\{ \sigma \overset{?}{=} \tau \})$

y con $\tau = \begin{cases} \mathbf{\Gamma}(x) & \text{si } x \in \mathbf{\Gamma} \\ ?k \text{ incógnita fresca} & \text{si no} \end{cases}$

Ejercicio

Implementar un compilador de Cálculo Lambda a la máquina SECD.



¡En Haskell!

Tipos de datos

Código $l ::= [] \mid i : l$

```
type Código = [Ins]
```

Valores $v ::= tt \mid ff \mid \langle l,e \rangle$

```
data Valor  = VClosure [Ins] Env
            | VBool Bool
```

Entornos $e ::= [] \mid v : e$

```
type Env    = [Valor]
```

Pilas $\pi ::= [] \mid v : \pi$

```
type Pila   = [Valor]
```

Dumps $d ::= [] \mid \langle l,\pi,d \rangle : d$

```
type Dump   = [([Ins], Pila, Env)]
```

Instrucciones

LDB(b) $(b \in \{tt, ff\})$

```
        data Ins = ILDB Bool
```

MKCLO(l)

```
                 | IMKCLO Código
```

LD(n) $(n \in \mathbb{N})$

```
                 | ILD Int
```

AP

```
                 | IAP
```

RET

```
                 | IRET
```

TEST(l_1, l_2)

```
                 | ITEST Código Código
```

¡A codear!