

# Machete: Tipos y Términos

Las **expresiones de tipos** (o simplemente **tipos**) son

$$\sigma ::= \text{Bool} \mid \text{Nat} \mid \sigma \rightarrow \sigma$$

Sea  $\mathcal{X}$  un conjunto infinito enumerable de variables y  $x \in \mathcal{X}$ . Los **términos** están dados por

$$\begin{aligned} M ::= & x \\ & \mid \lambda x : \sigma. M \\ & \mid M M \\ & \mid \text{true} \\ & \mid \text{false} \\ & \mid \text{if } M \text{ then } M \text{ else } M \\ & \mid \text{zero} \\ & \mid \text{succ}(M) \\ & \mid \text{pred}(M) \\ & \mid \text{isZero}(M) \end{aligned}$$

# Machete: Axiomas y reglas de tipado

$$\overline{\Gamma \vdash \text{true} : \text{Bool}} \quad aX_{\text{true}}$$

$$\overline{\Gamma \vdash \text{false} : \text{Bool}} \quad aX_{\text{false}}$$

$$\overline{\Gamma, x : \sigma \vdash x : \sigma} \quad aX_v$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \text{Bool} \quad \Gamma \vdash P : \sigma \quad \Gamma \vdash Q : \sigma}{\Gamma \vdash \text{if } M \text{ then } P \text{ else } Q : \sigma} \quad \text{if}$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \vdash M : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x : \sigma. M : \sigma \rightarrow \tau} \rightarrow_i \quad \frac{\Gamma \vdash M : \sigma \rightarrow \tau \quad \Gamma \vdash N : \sigma}{\Gamma \vdash M N : \tau} \rightarrow_e$$

# Machete: Axiomas y reglas de tipado

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{zero} : \text{Nat}} \text{ax}_{\text{zero}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \text{Nat}}{\Gamma \vdash \text{succ}(M) : \text{Nat}} \text{succ}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \text{Nat}}{\Gamma \vdash \text{pred}(M) : \text{Nat}} \text{pred}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \text{Nat}}{\Gamma \vdash \text{isZero}(M) : \text{Bool}} \text{isZero}$$

# Machete: Semántica operacional

$$V ::= \text{true} \mid \text{false} \mid \lambda x : \sigma. M \mid \text{zero} \mid \text{succ}(V)$$

(Los valores de tipo Nat pueden escribirse como  $\underline{n}$ , lo cual abrevia  $\text{succ}^n(\text{zero})$ ).

## Reglas de Evaluación en un paso

**Si**  $M_1 \rightarrow M'_1$ , **entonces**  $M_1 M_2 \rightarrow M'_1 M_2$  ( $\text{app}_l$  o  $\mu$ )

**Si**  $M_2 \rightarrow M'_2$ , **entonces**  $\textcolor{red}{V} M_2 \rightarrow \textcolor{red}{V} M'_2$  ( $\text{app}_r$  o  $\nu$ )

$$(\lambda x : \sigma. M) \textcolor{red}{V} \rightarrow M\{x \leftarrow \textcolor{red}{V}\} \quad (\beta)$$

## Reglas de Evaluación en un paso

if true then  $M_2$  else  $M_3 \rightarrow M_2$  (if<sub>t</sub>)

if false then  $M_2$  else  $M_3 \rightarrow M_3$  (if<sub>f</sub>)

**Si  $M_1 \rightarrow M'_1$ , entonces**

if  $M_1$  then  $M_2$  else  $M_3 \rightarrow$  if  $M'_1$  then  $M_2$  else  $M_3$  (if)

# Machete: Semántica operacional

## Reglas de Evaluación en un paso

$\text{pred}(\text{succ}(\underline{n})) \rightarrow \underline{n}$  (pred)

$\text{isZero}(\text{zero}) \rightarrow \text{true}$  (isZero<sub>0</sub>)

$\text{isZero}(\text{succ}(\underline{n})) \rightarrow \text{false}$  (isZero<sub>n</sub>)

**Si**  $M \rightarrow N$ , **entonces**  $\text{succ}(M) \rightarrow \text{succ}(N)$  (succ<sub>c</sub>)

**Si**  $M \rightarrow N$ , **entonces**  $\text{pred}(M) \rightarrow \text{pred}(N)$  (pred<sub>c</sub>)

**Si**  $M \rightarrow N$ , **entonces**  $\text{isZero}(M) \text{isZero}(\text{succ}())N$  (isZero<sub>c</sub>)