Álgebra Lineal Computacional

1er Cuatrimestre 2023

Laboratorio N° 4: Autovalores.

Ejercicio 1 (Aproximación geométrica)**.** Comenzamos definiendo la matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ de la forma:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

y sea un vector inicial $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Definimos el vector Ax como la proyección de $\mathbf{x}$ en el espacio generador $\mathbf{A}$:

$$Ax = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

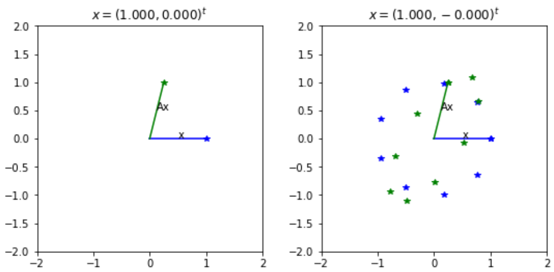

Figure 1: Gráficas generadas por el script main.py

El script main.py modifica los $\mathbf{x}$s de manera de quedar siempre en el círculo unitario, y va obteniendo las proyecciones Ax correspondientes. En la figura 1 se puede apreciar en la gráfica de la derecha el giro completo del vector $\mathbf{x}$, en los puntos marcados en azul. En verde están los puntos o vectores de las proyecciones Ax. El script genera un número de gráficas que muestran paso a paso los vectores obtenidos.

Se pide:

1. correr el programa main.py del template alumnos.
2. identificar de forma geométrica los autovectores.
3. calcular los autovalores respectivos
4. corroborar los cálculos mediante np.linalg.eig
5. notar que los autovalores no estan sobre los ejes principales de la elipse. en que caso estarían sobre ellos?

Ejercicio 2 (Aproximación geométrica)**.** Modificamos la matriz de la siguiente manera:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Repetir el análisis precedente.

Ejercicio 3 (Aproximación geométrica 3)**.** Modificamos nuevamente la matriz de la siguiente manera inviritiendo el denominador y cambiando un signo:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$$

1. Repetir el análisis precedente.

2. Que está pasando en este caso?