Computación Geométrica
Tema 5: Triangulación de polígonos

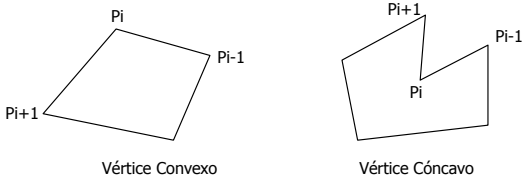
Triangulación de polígonos: algoritmos iniciales

Índice

Historia

Complejidad	Autor	Año	Técnica
$O(n^3)$	Meisters	1975	Recortado de orejas
O(n log n)	Preparata & Tarjan	1978	Descomposición
O(n log log n)	Tarjan	1987	Estructuras de datos complejas
O(n)	Chazelle	1990	
$O(n^2)$	ElGindy & Toussaint	1990	Búsqueda de oreja en O(n)
O(kn)	Kong & Toussaint	1990	Scan de Graham

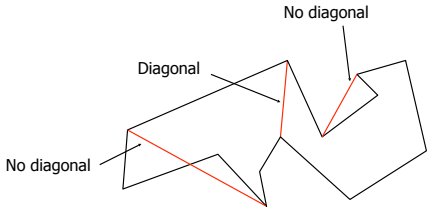
Vértice convexo y cóncavo



Vértice Convexo Vértice Cóncavo

Si recorremos los vértices del polígono dejando el interior a nuestra izquierda (polígono antihorario), un vértice P_i será convexo si el punto P_{i+1} está a la izquierda del segmento orientado (P_{i-1},P_i)

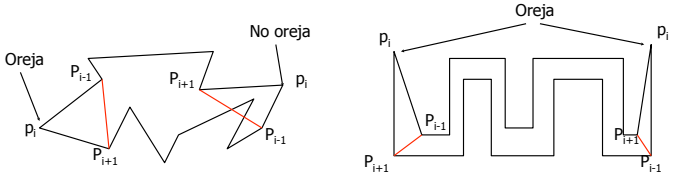
Diagonal



❒ Diagonal: segmento que está totalmente incluido en el polígono y que une dos vértices no consecutivos

❒ ¿Cómo comprobar que un segmento es diagonal? ¿Qué coste tendría el algoritmo?

Vértice oreja



Un vértice P_i se denomina oreja si el segmento (P_{i-1},P_{i+1}) es una diagonal del polígono

Algoritmo de recortado de orejas

Triangular(P)

1. Mientras que P tenga más de 3 lados
2. Buscar vértice oreja P_i
3. Añadir arista (P_{i-1},P_{i+1}) a la triangulación
4. Eliminar P_i de P // Cortar oreja

- **Coste total: depende de la búsqueda de vértices orejas (línea 2)**

Búsqueda de oreja en $O(n^2)$

BuscarOreja(P)

1. Desde i=1 hasta n
2. Si (P_{i-1},P_{i+1}) es una diagonal devolver P_i

- **Coste de comprobar si un segmento es diagonal = O(n)**
- **Coste $O(n)*O(n) = O(n^2)$**

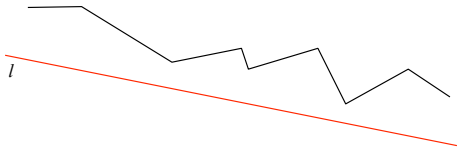
Búsqueda de oreja en O(kn)

BuscarOreja(P)

1. i := 0
2. Mientras que P_i no es una oreja
3. Si P_i es convexo
4. Desde j=0 hasta k recorremos todos los vértices cóncavos
5. Si no hay ningún P_j interior al triángulo (P_{i-1},P_i,P_{i+1})
6. P_i es una oreja
7. Si P_i no es una oreja
8. i := i+1

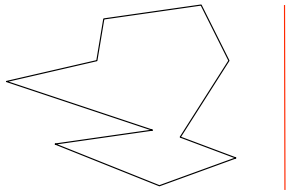
- **k= número de vértices cóncavos, calculados en preproceso**

Cadena monótona



Una cadena C = $v_0 v_1 \ldots v_{n-1}$ es monótona con respecto a l cuando cualquier perpendicular a l corta a C únicamente en un punto

Polígono monótono



Un polígono es monótono con respecto a una línea l cuando podemos dividir el polígono en dos cadenas polígonales monótonas con respecto a l.

Triangulación pol. monótonos

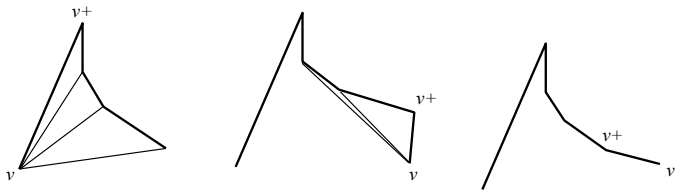
- **Consideramos polígonos estríctamente monótonos en sentido vertical (no contiene aristas horizontales)**
- **Algoritmo basado en un barrido de vertical del plano**
- **Coste lineal O(n)**

Algoritmo (pseudocódigo)

TriangularPolígono(P)
// P debe ser monótono con respecto al eje y

1. Ordenar los vértices de arriba abajo
2. ListaVérticesSuperiores = ∅
3. Mientras que queden vértices por tratar
4. Sea v el vértice con mayor coordenada y
5. Conectar v con todos los vértices de ListaVérticesSuperiores con los que sea posible definir una diagonal interior, y eliminar la parte del polígono triangulada. Si no fuera posible trazar ninguna diagonal, añadir v a ListaVérticesSuperiores.

Casos a tratar en el paso 5



1 2a 2b

Algoritmo detallado

1. Ordenar los vértices de arriba abajo
2. Inicializar CadenaCóncava a los dos vértices sup. y v al siguiente
3. Mientras que v ≠ vértice inferior
4. Caso 1 (v está en la cadena opuesta a la CadenaCóncava)
   Trazar la diagonal de v al segundo vértice de cadena
   Eliminar el cominenzo de la cadena
   Si la cadena tiene 1 elemento añadir v y avanzar v
5. Caso 2 (v es adyacente al último vértice de CadenaCóncava)
6. Caso 2a (v+ es convexo)
   Trazar la diagonal de v al segundo vértice de cadena
   Eliminar el final de la cadena
   Si la cadena tiene 1 elemento añadir v y avanzar v
7. Caso 2b (v+ es cóncavo)
   Añadir v al final de CadenaCóncava y avanzar v