

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
Facultad de Ciencias  
Escuela de Matemática  
Departamento de Matemática Aplicada  
MA1021 Cálculo I para Ciencias Económicas

# **FUNCIONES EN LA ACTIVIDAD ECONÓMICA**

---

## Guía de Trabajo 1



Profa. Norma Segura Corella  
II Ciclo - 2020

## TABLA DE CONTENIDO

|   |    |
|---|----|
| 1. INTRODUCCIÓN.....                      | 3  |
| 2. LA ACTIVIDAD ECONÓMICA .....           | 3  |
| 2.1. La curva de demanda.....             | 4  |
| 2.2. La curva de oferta.....              | 6  |
| 2.3. ¿Cómo funcionan los mercados?.....   | 7  |
| 3. Análisis económico de un producto..... | 10 |
| 3.1. Ingreso.....                         | 10 |
| 3.2. Costo.....                           | 10 |
| 3.3. Utilidad.....                        | 13 |
| 4. ANEXOS .....                           | 15 |
| 4.1. Apoyo a las actividades.....         | 15 |
| 4.2. Ficha resumen .....                  | 16 |

### ...SOBRE EL MATERIAL

*Este documento fue construido para el curso MA1021 Cálculo I para Ciencias Económicas de la Universidad de Costa Rica. Se presentan una serie de elementos teóricos, actividades, ejemplos y ejercicios dispuestos mediante una guía de trabajo para el estudiante. Esta guía se complementa con una serie de videos, para sacar el mayor provecho se describe cada elemento:*

- *Elementos teóricos: se recomienda al estudiante una lectura profunda acompañado de los videos señalados.*
- *Actividades: como bien lo señala su nombre, se trata de propuestas para el trabajo activo del estudiante. Las hay de dos naturalezas diferenciadas por colores:*
  - CELESTE: su objetivo es introducir el tema a estudiar, plantear alguna situación que permita explorar algún contenido, o bien, mostrar un ejemplo que describe la situación a estudiar.*
  - VERDE: objetivo de ampliar el estudio efectuado.*

*Se recomienda al estudiante seguir en orden la distribución propuesta en esta guía para el éxito en el estudio de las funciones en la actividad económica. Finalmente, esta propuesta no debe considerarse absoluta, más bien el inicio del estudio de este tópico.*

## 1. INTRODUCCIÓN

Las Ciencias Económicas no son objeto de atención imperante en la sociedad costarricense, pese a que resultan decisivas. Este papel es visible, cuando algo anda mal y los medios de comunicación abruma con datos y notas referentes a impuestos, el costo de la vida, desempleo, producción, etcétera. Así, las Ciencias Económicas “[...] están interrelacionadas con otras ciencias sociales como son la Sociología, la Antropología y la Política; con ciencias exactas como Matemáticas y Estadística” (Boumans y Davis, 2010).

Por ejemplo, para analizar el desarrollo económico del país resultan pertinentes los datos correspondientes al producto interno bruto, desempleo, inflación, tasa de crecimiento de la población, índice de marginación, distribución del ingreso, entre otros. La Estadística es un instrumento fundamental para organizar y analizar estos datos. En correspondencia, los resultados arrojados deberán ser comprobados mediante un conjunto de herramientas de cálculo y análisis, proporcionadas por las Matemáticas, que facilitan el estudio cuantitativo de estos procesos.

El objetivo de este curso es brindar las herramientas básicas que un estudiante de Ciencias Económicas requiere para comprender cómo se desarrolla esta disciplina y cómo consigue que funcione de la mejor manera. Por lo cual, en este documento se agrupan una serie de conceptos propios de la actividad económica necesarios para estudiar algunas aplicaciones Matemáticas en este campo. Este es un curso de Matemática Aplicada, por lo que las definiciones propuestas no son rigurosas; el estudiante tendrá la oportunidad de profundizar estos conceptos en cursos posteriores.

## 2. LA ACTIVIDAD ECONÓMICA

La **actividad económica** es el conjunto de acciones humanas dedicadas a organizar la producción, la distribución y el consumo de bienes. Los **bienes** son los productos con los que los seres humanos satisfacen sus necesidades. Estas pueden ser materiales, como alimentos; o bien, inmateriales o servicios, como la educación y la sanidad. La totalidad de bienes constituye la **producción**. Para obtener los bienes se utilizan recursos naturales y humanos. La distribución consiste en el traslado de la producción y su venta en el mercado. El **mercado** es el conjunto de los productores, que ofrecen bienes, y los consumidores, que los demandan (Anaya, 2010).

**¿Cómo funcionan los mercados?** La oferta y la demanda son las fuerzas que hacen que las economías del mercado funcionen. Estas fuerzas determinan la cantidad que se produce de cada bien y el precio al que debe venderse.

## 2.1. La curva de demanda

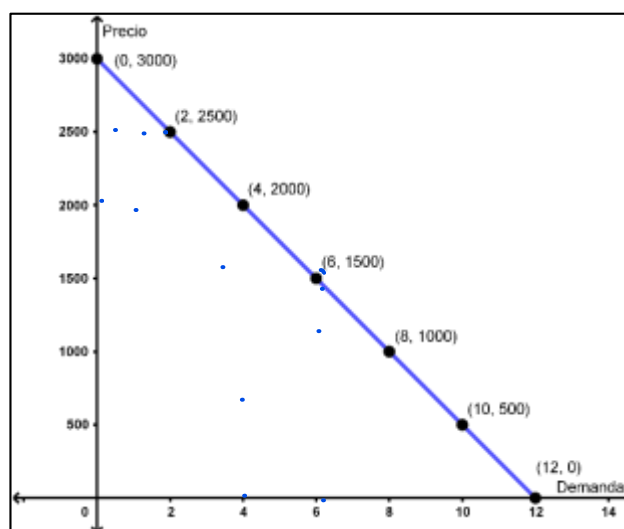
La cantidad de demanda “indica cuánto están dispuestos a comprar los consumidores de un bien cuando varía el precio unitario” (Pindyck y Rubinfeld, 2009).

### Actividad 1

Como se evidencia en ejercicios posteriores, uno de los principales factores que interviene en la demanda de un bien es el precio. Por ejemplo, si el precio de cierto bien por unidad es ₡2500; pero posteriormente, disminuye a ₡500 por unidad, entonces respecto al consumo ¿qué ocurre?

La relación anterior se representa en la siguiente tabla y gráfica:

| Demanda | Precio |
|---------|--------|
| 12      | ₡0     |
| 10      | ₡500   |
| 8       | ₡1000  |
| 6       | ₡1500  |
| 4       | ₡2000  |
| 2       | ₡2500  |
| 0       | ₡3000  |



Esta relación entre el precio y la demandada es verdadera para casi todos los bienes. Se trata de una relación tan generalizada que se denomina **Ley de la Demanda**: *considerando que todos los demás factores entorno a la actividad económica permanecen constantes, cuando el precio de un bien aumenta la demanda de dicho bien disminuye; mientras que, cuando el precio disminuye la demanda aumenta.*  
¿Cuáles otros factores intervienen en la demanda?

**VIDEO1: 0'00 - 4'00**

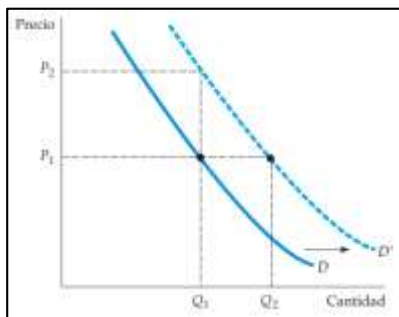
### La curva de demanda

Se define la función demanda por

$$p: [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[ \text{ tal que } p(q) = mq + b$$

donde  $p$  es el precio por unidad y  $q$  es la cantidad de unidades demandadas. De este modo, el gráfico de esta función está dado por el conjunto de pares ordenados  $(q, p)$ .

1



Observe que, para este curso, la función demanda se define **lineal** y muestra que la cantidad demandada ( $q$ ) de un bien por parte de los consumidores depende de su precio ( $p$ ). Además, tiene **pendiente negativa**; es decir, su gráfica es **decreciente** si se mantienen otros elementos constantes. Esto es, los consumidores quieren comprar una cantidad mayor de un bien cuando su precio baja.

---

### Ejemplo 1

---

Para cierto producto se percibe que:

- Si no hay demanda, el precio por unidad es ¢3000.
- Si la demanda es de 8 unidades, el precio por unidad es ¢1000.

Escriba el modelo lineal de demanda.

**VIDEO1: 4'00 - 6'28**

---

<sup>1</sup> Tomado de Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2009). Microeconomía. Editorial Pearson.

## 2.2. La curva de oferta

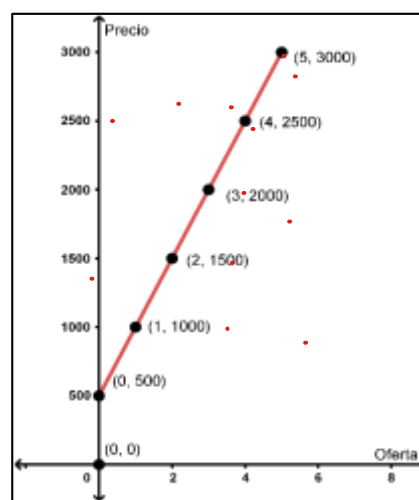
La oferta es “la cantidad que están dispuestos los productores a vender de un bien a un precio dado” (Pindyck y Rubinfeld, 2009); considerando factores como las variaciones en los precios de las materias primas, los costos de producción y la relativa estabilidad del mercado constantes.

### Actividad 2

Si el precio de cierto bien por unidad es ₡500; pero posteriormente, aumenta a ₡2500 por unidad, entonces respecto a la producción ¿qué ocurre?

La relación anterior se representa en la siguiente tabla y gráfica:

| Oferta | Precio |
|--------|--------|
| 0      | ₡0     |
| 0      | ₡500   |
| 1      | ₡1000  |
| 2      | ₡1500  |
| 3      | ₡2000  |
| 4      | ₡2500  |
| 5      | ₡3000  |



Del mismo modo, esta relación entre el precio y la demandada es verdadera para casi todos los bienes y se sintetiza en la **Ley de la Oferta**: la cantidad ofrecida de un bien aumenta cuando lo hace su precio y viceversa.

**VIDEO 1: 6'29 - 9'00**

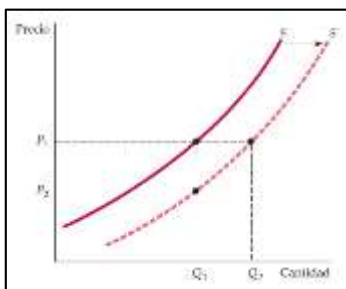
### La curva de oferta

Se define la función oferta por

$$p: [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[ \text{ tal que } p(q) = mq + b$$

donde  $p$  es el precio por unidad y  $q$  es la cantidad de oferta. De este modo, el gráfico de esta función está dado por el conjunto de pares ordenados  $(q, p)$ .

2



Observe que, para este curso, la función oferta se define **lineal** y muestra cómo varía la cantidad ofrecida ( $q$ ) de un bien cuando varía su precio ( $p$ ). Tiene **pendiente positiva**; es decir, su gráfica es **creciente** si los demás factores se mantienen constantes. Cuanto más alto es el precio, más pueden y quieren las empresas producir y vender.

### Ejercicio 1

Modele la situación de oferta anterior.

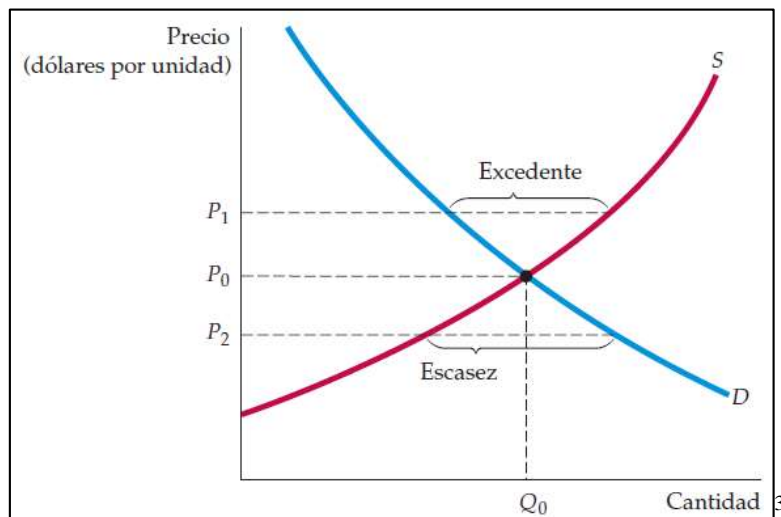
<sup>2</sup> Tomado de Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2009). Microeconomía. Editorial Pearson.

### 2.3. ¿Cómo funcionan los mercados?

Si los productores de papa trataran de producir y vender más papa de lo que los consumidores están dispuestos a comprar, habrá un **excedente** de papa en el país: en el mercado habrá una cantidad de papa superior a la cantidad demandada. Para venderlo, o al menos para impedir que la cosecha se pierda o siga creciendo, los productores comenzarán a bajar los precios. Finalmente, por la Ley de Demanda, al descender el precio la cantidad de papa demandada aumentará y, con ello, la cantidad ofrecida disminuirá hasta que, eventualmente, serán iguales.

Por el contrario, si el precio de la papa es muy bajo, por la Ley de Demanda, los consumidores estarían dispuestos a comprar mayor cantidad a la ofrecida y habría **escasez**. Eso presionaría al alza sobre el precio de la papa, ya que los consumidores no podrían comprar toda la que les gustaría. Consecuentemente, los productores reaccionarían elevando el precio e incrementando la producción. Una vez más, eventualmente, serán iguales.

El mecanismo del mercado es la tendencia del precio a variar hasta que este se equilibra, como en el caso anterior, hasta que la cantidad ofrecida y la demandada son iguales. El punto donde existe un equilibrio porque los demandantes están dispuestos a comprar las mismas unidades que los oferentes quieren fabricar, por el mismo precio, se llama equilibrio de mercado o **punto de equilibrio**. En otras palabras, en el punto de equilibrio no hay utilidad ni pérdida, **los ingresos son iguales a los costos**.



#### Equilibrio del mercado

El par ordenado  $(q_e, p_e)$  se denomina punto de equilibrio cuando la cantidad de equilibrio  $q_e$  y el precio de equilibrio  $p_e$  determinan la oferta igual a la demanda.

<sup>3</sup> Tomado de Pindyck, R. y Rubinfeld, D. (2009). Microeconomía. Editorial Pearson.

Observe que gráficamente el problema se reduce a encontrar el punto de intersección de ambas gráficas; es decir, mediante métodos analíticos el precio y la cantidad de equilibrio se determinan al resolver simultáneamente los modelos algebraicos de demanda y oferta.

---

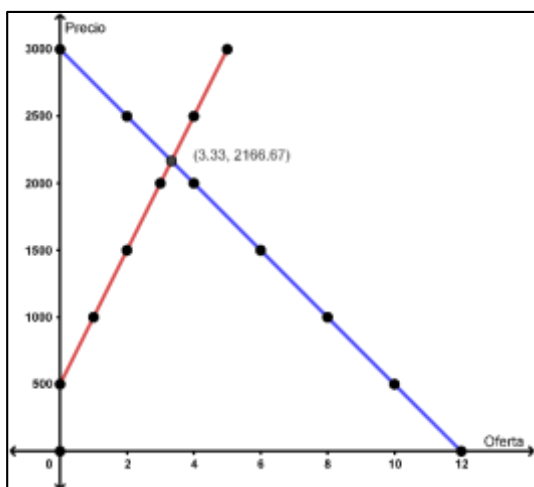
**Ejemplo 2**

---

Del Ejemplo y Ejercicio 1, se sabe que las funciones de oferta y demanda para cierto producto están dadas por:

$$D: p = -250q + 3000$$

$$O: p = 500q + 500$$



**VIDEO1:9'00 - 13'07**



**Actividad 3**

Según cierto modelo de demanda un individuo estaría dispuesto a comprar 40 juegos de mesa si su precio es \$0. Además, se sabe que el precio crece en \$2 si la cantidad varía en 10 unidades.

- a. Represente mediante una tabla y una representación gráfica la situación dada.
- b. Determine el modelo de demanda que describe la situación anterior.

---

**NECESITO APOYO**

### 3. Análisis económico de un producto<sup>4</sup>

Entender conceptos fundamentales como ingreso, costo y utilidad; y conocer los efectos sobre estos factores frente a cambios en los precios y costos, permite optimizar las utilidades de la empresa.

#### 3.1. Ingreso

El ingreso corresponde a las entradas económicas o remuneración que recibe un ente por la venta de bienes o servicios. El ingreso no contempla los costos o gastos en que se incurre para obtenerlo. Los ingresos se pueden clasificar en ingreso total, marginal y medio. Para este curso interesa el primero:

##### Ingreso Total

Ingreso obtenido por la venta de la totalidad de los productos. Se define la función ingreso total como

$$I_t: [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[ \text{ tal que } I_t(q) = p * q$$

donde  $p$  es el precio por unidad y  $q$  la cantidad de unidades vendidas. De este modo, el gráfico de esta función está dado por el conjunto de pares ordenados  $(q, I_t)$ .

#### 3.2. Costo

Los costos son el sacrificio incurrido para producir bienes y servicios. Al igual que los ingresos, los costos pueden clasificarse en costos totales, marginales y medios. Para este curso interesan los costos totales, que son el resultado de los costos fijos y los variables:

- **Costos fijos ( $C_f$ ):** no varían con la cantidad producida. Derivan del mantenimiento de recursos fijos de producción, que deben pagarse aun cuando la empresa no produzca; por ejemplo, el alquiler de un local o el pago de un seguro contra incendio.
- **Costos variables ( $C_v$ ):** son aquellos que varían de acuerdo a la cantidad de bienes producidos; por ejemplo, el costo por insumos o materias primas es variable dado que depende de la cantidad producida. Se define  $C_v(q) = m \cdot q$  donde  $m$  es el costo de producir cada bien y  $q$  la cantidad de bienes.

##### Costo Total

Se define la función de costo total  $C_t: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  tal que

$$C_t(q) = C_v(q) + C_f$$

$$C_t(q) = m \cdot q + C_f$$

donde  $q$  es la cantidad de unidades producidas,  $m$  el costo de producción por unidad y  $C_f$  el costo fijo. De este modo, el gráfico de esta función está dado por el conjunto de pares ordenados  $(q, C_t)$ .

<sup>4</sup> [VIDEO2: Elementos teóricos](#)



Es importante diferenciar a los costos de los gastos. Mientras los costos se incurren para producir un bien o servicio, los gastos son aquellos destinados a la distribución o venta del producto, y a la administración.

### Ejemplo 3

La producción de una alfombra en una empresa textil tiene un costo de \$30, bajo un costo fijo de \$2500. Escriba el modelo lineal que describe el costo total de la alfombra. Luego, determine el costo si se desean producir 1000 alfombras.

**VIDEO3: 0'00 - 2'16**

En el ejercicio anterior es válido preguntarse por el **costo unitario**, pues de este (entre otros factores) depende el valor del bien en el mercado; es decir, interviene en el análisis del precio y la producción. Se trata del promedio del costo total.

**Costo Medio/Promedio/Unitario**

El costo medio total de producción de cada unidad se obtiene al dividir el costo total  $C_t$  entre la cantidad de unidades producidas  $q$ . Se define la función de costo medio  $C_{Me}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  tal que

$$C_{Me}(q) = \frac{C_t(q)}{q} = \frac{m \cdot q + C_f}{q}$$

De este modo, el gráfico de esta función está dado por el conjunto de pares ordenados  $(q, C_{Me})$ .

---

**Ejemplo 4**

Para la empresa textil del Ejemplo 3 respecto al costo unitario ¿es más factible producir 100, 1000 o 3000 alfombras?

**VIDEO3: 2'16 - 5'01**

### 3.3. Utilidad

El ejemplo anterior evidencia que el conocimiento del costo por unidad no refleja la factibilidad de producir cierto bien o no. Podrían producirse mayor cantidad de bienes, aumentando el costo unitario, pero si las ventas y los ingresos también aumentan es posible que se obtenga mayor ganancia. Este análisis económico se denomina **utilidad** que, a diferencia de los ingresos, señala lo que realmente gana el productor.

#### Utilidad Total

La utilidad es la diferencia entre los ingresos totales y los costos totales. El costo medio total de producción de cada unidad se obtiene al dividir el costo total  $C_t$  entre la cantidad de unidades producidas  $q$ . Se define a función utilidad  $U_t: [0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  tal que

$$U_t(q) = I_t(q) - C_t(q)$$

Donde  $q$  es la cantidad de unidades producidas y vendidas. De este modo, el gráfico de esta función está dado por el conjunto de pares ordenados  $(q, U_t)$ .

Como ya se ha mencionado se busca que, en este caso, las empresas o entes funcionen de la mejor manera y esto ocurre en el punto de equilibrio de la empresa.

#### Equilibrio de la empresa

El punto de equilibrio de una empresa se da cuando los ingresos son iguales a los costos totales; es decir,  $(q, I_t) = (q, C_t)$ . Entonces, la utilidad es cero en este punto.

#### Ejemplo 5

Una empresa que produce una cierta cantidad de artículos ( $q$ ), a un costo unitario de \$30, posee costos fijos por operación de \$1 600. El precio de venta se ha fijado en \$70.<sup>5</sup>

- Determine la función de costo total, en términos de  $q$ .
- Determine la función de ingreso total, en términos de  $q$ .
- Determine la función de utilidad, en términos de  $q$ .
- Determine la cantidad de equilibrio de la empresa.
- Determine la cantidad de artículos que se deben producir y vender para obtener una utilidad de \$46 520.

**VIDEO3: 5'02 - 11'07**

<sup>5</sup> Tomado de I Examen Parcial, I Ciclo-2017

**Actividad 4**

Una señora que fabrica muñecas de trapo vendió cierta cantidad de muñecas y obtuvo ingresos por \$600. Poco después determinó que si hubiese disminuido el precio en \$3, habría vendido doce muñecas más, y sus ingresos hubieran sido un 4% más que antes. Determine el precio de venta de cada muñeca y la cantidad de muñecas vendidas.

**VIDEO4**

## 4. ANEXOS

### 4.1. Apoyo a las actividades

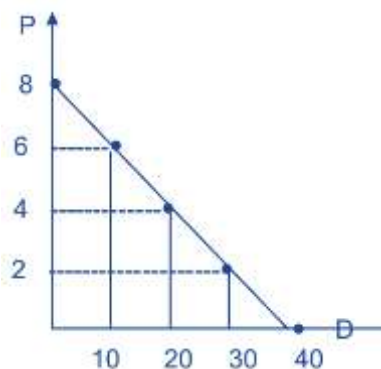
#### NECESITO APOYO

##### Actividad 3

Según cierto modelo de demanda un individuo estaría dispuesto a comprar 40 pinceles si su precio es \$0. Además, se sabe que el precio crece en \$2 si la cantidad varía en 10 unidades.

- a. Represente mediante una tabla y una representación gráfica la situación dada.

| Demanda | Precio |
|---------|--------|
| 40      | ¢0     |
| 30      | ¢2     |
| 20      | ¢4     |
| 10      | ¢6     |
| 0       | ¢8     |



- b. Determine el modelo de demanda que describe la situación anterior.

Como se trata de un modelo lineal de demanda y se tiene una serie de pares ordenados pertenecientes al gráfico de la función, se seleccionan dos cualesquiera (40,0) y (30,2) para determinar la pendiente:

$$m = \frac{2 - 0}{30 - 40} = -\frac{1}{5}$$

Luego, usando uno de los pares ordenados (40,0), se sigue que

$$p = mq + b \Leftrightarrow 0 = -\frac{1}{5} \cdot 40 + b \Leftrightarrow b = 8$$

Así, el modelo de demanda está dado por

$$p = -\frac{1}{5}q + 8$$

## 4.2. Ficha resumen

