

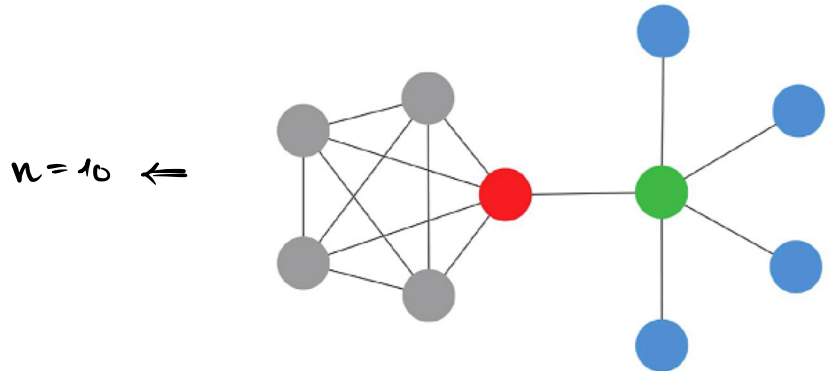
תרגול בית 1 - אלגוריתמים ויישומים בהשתתפות החברות

מחשבים:

אוריאל אירן, 313914970

יונתן וויתנסקי, 315398339

שאלה 2 סביל 3:



degree centrality =

$$\frac{5}{9}$$

ציונת אדום:

$$\text{closeness centrality} = \frac{1}{1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4} \cdot 9 = \frac{9}{13}$$

$$\text{betweenness centrality} = \left( \begin{matrix} 4 & 16 & 0 & 0 & 0 \\ \text{אדום} & \text{אדום} & \text{סגול} & \text{סגול} & \text{כחול} \\ \text{ירוק} & \text{כחול} & \text{אדום} & \text{כחול} & \text{ירוק} \end{matrix} \right) = (20) \cdot \frac{2}{(n-1)(n-2)}$$

$$\hookrightarrow \frac{20 \cdot 2}{4 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

degree centrality =

$$\frac{5}{9}$$

ציונת ירוק:

$$\text{closeness centrality} = \frac{1}{4 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4} \cdot 9 = \frac{9}{13}$$

$$\text{betweenness centrality} = \begin{matrix} 3 & 4 & 16 & 0 & 0 \\ \text{כחול} & \text{אדום} & \text{אדום} & \text{אדום} & \text{אדום} \\ \text{אדום} & \text{כחול} & \text{אדום} & \text{אדום} & \text{אדום} \end{matrix} = \frac{26}{2 \cdot 8 \cdot 9} \cdot 2$$

$$= \frac{13}{18}$$

ציונת כחול:

degree centrality =

$$\frac{1}{9}$$

$$\text{closeness centrality} = \frac{1}{1 + 2 \cdot 3 + 2 + 3 \cdot 4} \cdot 9 = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

$$\text{betweenness centrality} = 0 \rightarrow$$

בין כל בחירה של S, t  
המסלול הקצר ביותר בין S ל-t  
לא יבסור דרך צומת מסוג.

$$\text{degree centrality} = \frac{4}{9}$$

צומת אפור :

$$\text{closeness centrality} = \frac{1}{1.3 + 1 + 2 + 4.3} \cdot 9 = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

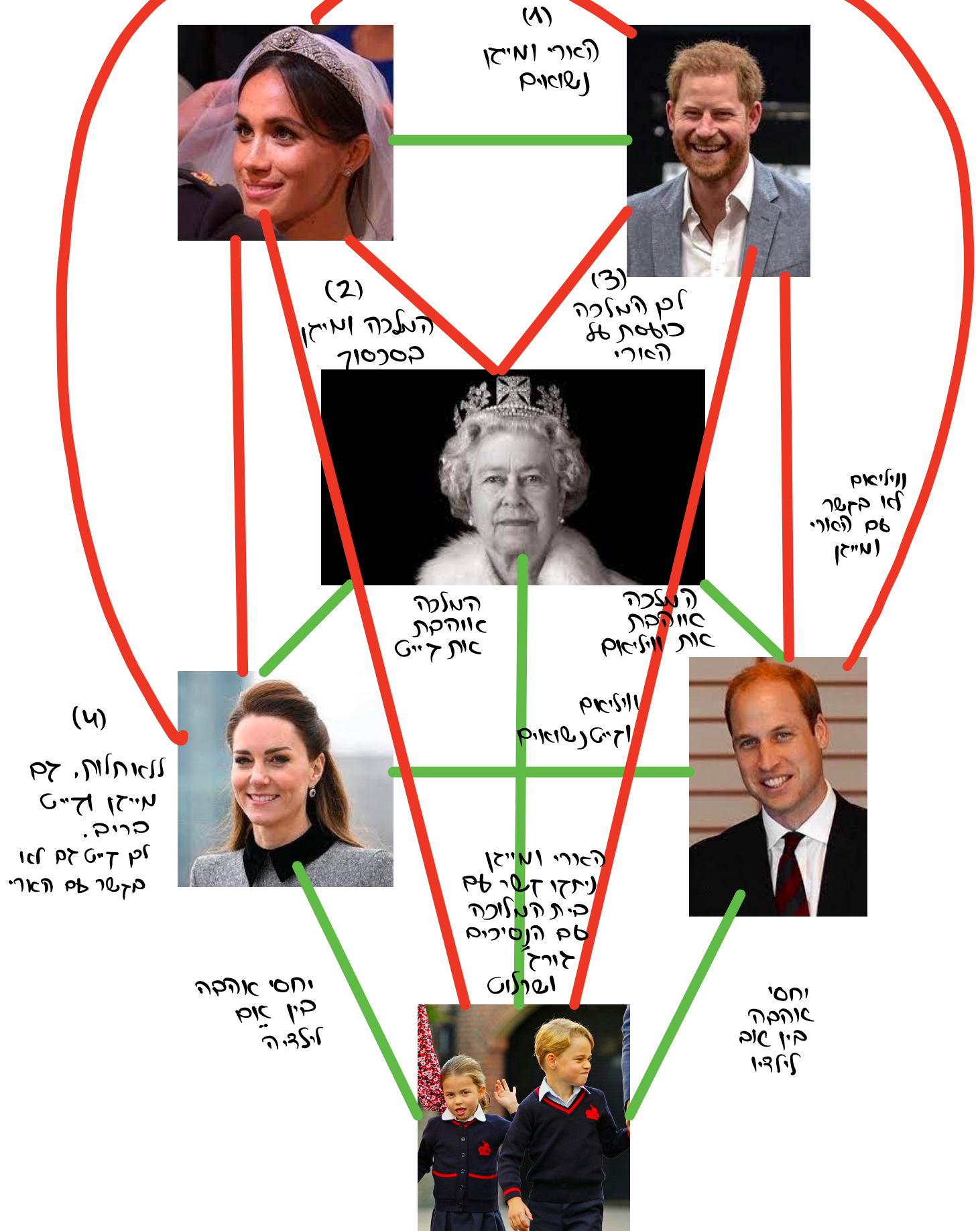
$\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$   
 אפור   אפור   אירוק   אפור

$$\text{betweenness centrality} = 0 \rightarrow$$

בין כל בחירה של S, t  
המסלול הקצר ביותר בין S ל-t  
לא יבסור דרך צומת אפור.

# שאלה 3 סוף 3:

נתיים לרשת המאוכלנת הכאה המוססת אל דמיות מפתח קבית העלכה הכריטי:



## שאלה 3 פתרון:

נסמן ב-  $n_1, n_2$  את חזאי הקטבות בלבד. נרצה שיתקיים:

$$\binom{n_1}{2} + \binom{n_2}{2} = n_1 \cdot n_2$$

$$\frac{n_1 \cdot (n_1 - 1)}{2} + \frac{n_2 \cdot (n_2 - 1)}{2} = n_1 \cdot n_2$$

$$n_1 \cdot (n_1 - 1) + n_2 \cdot (n_2 - 1) = 2n_1 \cdot n_2$$

$$n_1^2 - n_1 + n_2^2 - n_2 - 2n_1 \cdot n_2 = 0$$

$$(n_1 - n_2)^2 = n_1 + n_2$$

$$(1 - n_2)^2 = 1 + n_2$$

נציב  $n_1 = 1$  ונקבל:

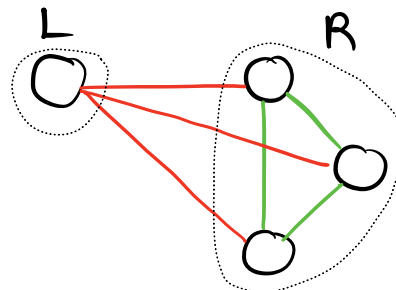
$$1 - 2n_2 + n_2^2 = 1 + n_2$$

$$n_2^2 - 3n_2 = 0$$

$$n_2(n_2 - 3) = 0$$

$$\Rightarrow n_1 + n_2 = n = 4$$

ואכן:



הרשת מאוחדת משום שניתן לחלק את החזר לשני צדדים ביחס קטנות בתוך כל צד חובטות וקטנות בין הצדדים שלעצות.

#### שאלה 4:

נרצה למצוא את הקסדה של יציג גרפים. נסמן  $G=(V,E)$  גרף.

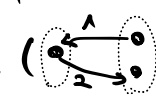
נתייחס לצמתים בגרף כחור האנשים ברשת, והקשתות צמודות כשני צמדים (צמד של צדק הקשות אופרטיב). נשים לב שהגרף מלא, שכן נתון של האנשים ברשת יכולים לתקשר כל אחד עם כל אחד.

נשים לב שמעשה נרצה להוכיח את הטענה הבאה:

אם נוריד את כל הקשתות מצמד מסוים, הגרף  $G$  לבין יהיה קשיר.

הוכחה:

נניח בשלילה שאנשי הרשת לא יכולים לבחור בדרך הקשות אחת ולבין להטות לתקשר ביניהם.

באור, נניח בה"כ שאם נוריד את הקשתות שמייצגות קשות אלפונת, נקבל (לפחות) שני רכיבי קשירות, באור יהיו בגרף צמות שני צמדים שאין ביניהם מסלול. משום שנתון כי הגרף המקורי היה מלא, כפיכ נסיק שסין כל שני צמדים שאינם באותו רכיב קשירות, היו קשתות המייצגות קשות אלפונת במקור. אפוא, חברי הרשת היו יכולים לתקשר מנחתהזה בסלפון בלבד (כל: מסלול של כל הודות שתי שחות אלפון , מסתירה להנחה שלפנינו להשתמש בדרך הקשות אחת בלבד.