

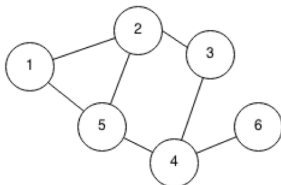
315398339

313914970

מקשים: יונתן ווייזסד,

אריאל איתן,

- c. (Manually) Find how to split the following network into 2 non-overlapping communities using the above algorithm:



Build a dendrogram of each split.

edge betweenness:

$$(1,2): 1 + 1 = 2$$

$$(1,5): 1 + 1 + 1 = 3$$

$$(2,5): \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2.5$$

$$(2,3): 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3.5$$

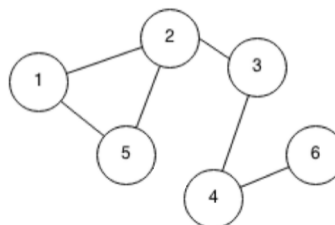
$$(4,5): 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 + 1 = 5.5$$

$$(3,4): \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 1 = 3.5$$

$$(4,6): 1 + \frac{2}{2} + 1 + 1 + 1 = 5$$

הקשת (4,5) בעלת ה-edge betweenness הגדולה ביותר אומרת אומרת אומרת

הזרף המבוא:



בזמן יש קהילה אחת ולכן נחשב שוב את ה-edge betweenness:

$$(1,2): 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

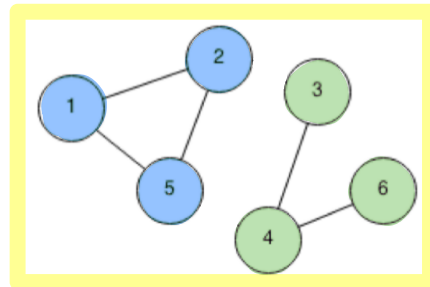
$$(1,5): 1$$

$$(2,5): 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

$$(2,3) : 1+1+1+1+1+1+1+1+1=9$$

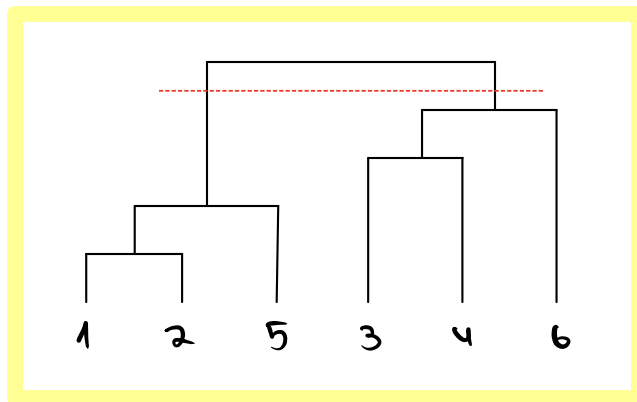
$$(3,4) : 1+1+1+1+1+1+1+1=8$$

$$(4,6) : 1+1+1+1+1=5$$



נסיר את הקשת (2,3) ונקבל:

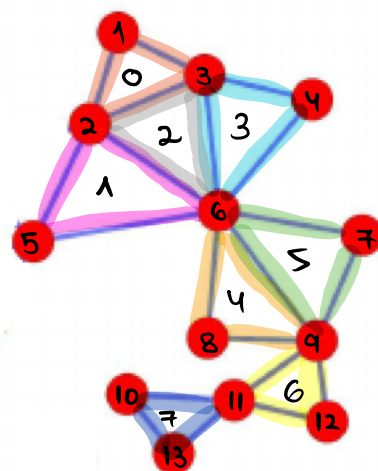
קיבלנו שתי קהילות לחיות ביחד.



3) dendrogram :

maximal cliques:

- 1, 2, 3 - clique 0
- 2, 5, 6 - clique 1
- 2, 3, 6 - clique 2
- 3, 4, 6 - clique 3
- 6, 8, 9 - clique 4
- 6, 7, 9 - clique 5
- 9, 11, 12 - clique 6
- 10, 11, 13 - clique 7



	0	1	2	3	4	5	6	7
0	3	1	2	1	0	0	0	0
1		3	2	1	1	1	0	0
2			3	2	1	1	0	0
3				3	1	1	0	0
4					3	2	1	0
5						3	1	0
6							3	1
7								3

$\Rightarrow$

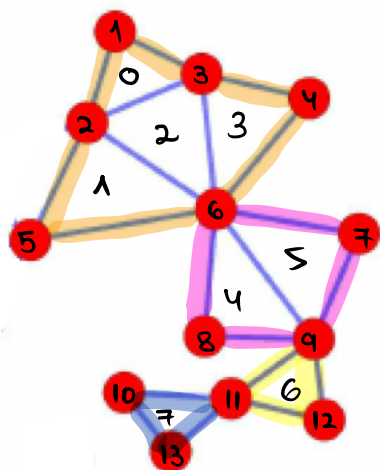
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	0	1	0	0	0	0	0
1		1	1	0	0	0	0	0
2			1	1	0	0	0	0
3				1	1	0	0	0
4					1	1	0	0
5						1	1	0
6							1	0
7								1

$\Rightarrow$

Communities by cliques:

- 0, 2, 1, 3
- 4, 5
- 6
- 7

תוצאות מדידת הקהילות:



- 1, 2, 3, 4, 5, 6
- 6, 7, 8, 9
- 9, 11, 12
- 10, 11, 13

**Question #3:**

A group of 10 chess players are going to play a one round tournament (every pair will play exactly once).

- How many games will occur?
- 14 games have already been played. Prove that there are at least 3 players that didn't play against each other.

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45 \quad \text{א.}$$

ב. נסתם על הקבוצה כחולף בל 10 צמתים, כאשר יש קשת בין כל שני

צמתים אם שני השחקנים שיחקו כבר אחד עם השני. לכן כחולף 14 קשתות.

יש כחולף  $\binom{10}{3} = 120$  משולשים אפשריים. כל משחק יכול להוסיף קשת

ל-8 משולשים פוטנציאליים. 14 משחקים יוסיפו קשת 5 -  $14 \cdot 8 = 112$

משולשים פוטנציאליים אם היותר.

$120 < 112 \Rightarrow$  יש לפחות 8 קשתות של צמתים שאינם מחוברים זה

לזה כחולף  $\Leftarrow$  יש לפחות 3 שחקנים שעדיין לא שיחקו אחד עם השני.

**Question #4:**

There are 20 people, all of them connected to each other (in an undirected manner). 18 connections are removed. Prove that the graph is still connected.

נסתם על הקבוצה כחולף שהוא קבוצה באיגוף 20.

נניח בשלילה שהחולף לאחור הסרת 18 הקשתות אינו קשיר. לכן, יש לפחות שני

רכיבי קשירות כחולף שנוצר. נשים לב שמספר הקשתות שהיו בין שני רכיבי

הקשירות הוא :  $\# \text{ צמתים} \cdot \# \text{ בוכם קשירות} - \# \text{ צמתים} \cdot \# \text{ בוכם קשירות}$  (כיוון שמצד אחד בקבוצה 20 צמתים)  $20 \cdot 20$

אם מספר הקשתות המינימלי שהיה בין שני רכיבי הקשתות הוא  $19 = 10$ .  
 איננו הסרנו רק 18 ו 19 דגות. בסתירה.

שאלה 5:

### Question #5:

In a given undirected network each person is connected to 5 other people. The number of edges in this network is 46. How many nodes are in this network?

סכום הדגות ברשת =  $2 * \text{מספר הקשתות}$

נסמן ב-  $x$  את מספר הדגות ברשת. נקבל:

$$5 \cdot x = 2 \cdot 46$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \cdot 46}{5}$$

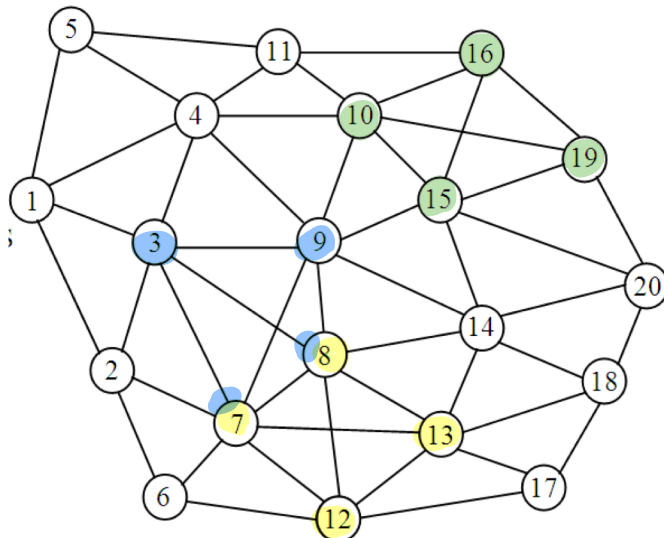
דיברנו על-  $x$  מספר דגים שם ורק נסיך שגדלה ה'ל' אין פתרון.

שאלה 6:

### Question #6:

Given a graph, find all:

- Maximum cliques
- Maximal cliques



א.

דגיות מקסימום -  $K=4$ :

1) 10, 16, 15, 19

2) 3, 9, 7, 8

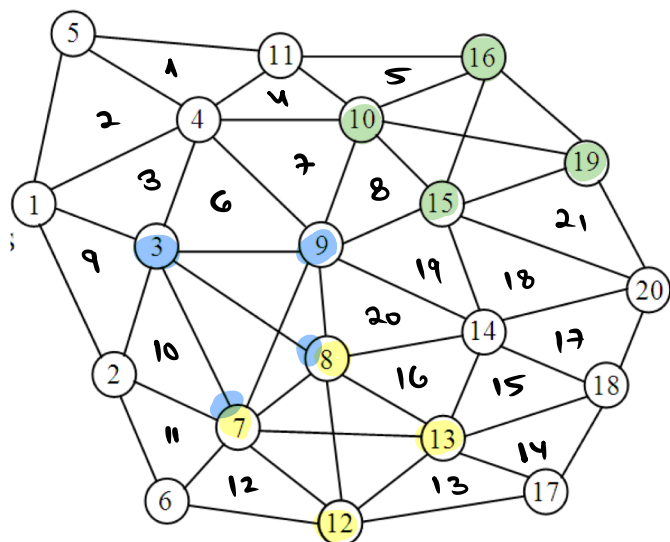
3) 7, 8, 12, 13

לכל אחת מהקליקות הנ"ל לא קיימת צומת שמחוברת לכל שאר הצמתים בקליקה  
ולכן  $K=4$  הוא אכן המקסימום.

ד.

קליקות מקסימליות :

$K=3$  :



- |               |                |
|---------------|----------------|
| 1) 4, 5, 11   | 12) 6, 7, 12   |
| 2) 1, 4, 5    | 13) 12, 13, 17 |
| 3) 1, 3, 4    | 14) 13, 17, 18 |
| 4) 4, 10, 11  | 15) 13, 14, 18 |
| 5) 10, 11, 16 | 16) 8, 13, 14  |
| 6) 3, 4, 9    | 17) 14, 18, 20 |
| 7) 4, 9, 10   | 18) 14, 15, 20 |
| 8) 9, 10, 15  | 19) 9, 14, 15  |
| 9) 1, 2, 3    | 20) 8, 9, 14   |
| 10) 2, 3, 7   | 21) 15, 19, 20 |
| 11) 2, 6, 7   |                |

+ הקליקות המקסימום עבור  $K=4$  שציינו בסעיף א'.