Álgebra Superior II

Tarea 4

Prof. Patricia Pellicer Covarruvias

Ayud. Carlos Eduardo García Reyes

Ayud. César Rodrígo Calderón Villegas

Kevin Ariel Merino Peña

---

1. Sea $k \in \mathbb{N}$. Demuestra que el conjunto de todas las potencias de k (es decir, el conjunto $P(k) = \{k^n : n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$)) junto con la relación de divisibilidad, es un conjunto totalmente ordenado.

2. Sea $n \in \mathbb{N}$. Demuestra que si se tienen n enteros consecutivos

$$a, a+1, a+2, \cdots, a+(n-1),$$

entonces alguno de ellos es divisible por n.

3.Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ y sea $d = mcd(a, b)$. Muestra que si $m, n \in \mathbb{Z}$ son tales que $dm = a$ y $dn = b$, entonces $mcd(m, n) = 1$.

4. Con la misma notación del ejercicio anterior, ¿es cierto que $mdc(m, b) = 1$?. Demuestra tus afirmaciones.

5. Demuestra que para toda $n \in \mathbb{N}$:
a) $8^n|(4n)!$
b) $15|2^{4n} - 1$.

6. Demuestra que un número entero es divisible por 4 si y solo si sus últimos dos dígitos, forman un numero divisible por 4
b) Demuestra que un numero entero es divisible por 8 si y solo si sus últimos tres dígitos, forman un numero divisible por 8

7.Sean $a, b, c, d \in Z$. Demuestra lo siguiente:
a) $mcd(a, b) = 1$ si y solo si $mcd(a + b, ab) = 1$;
b) si $mcd(b, c) = 1$ y $d|b$, entonces $mcd(d, c) = 1$;
c) si $mcd(a, b) = 1$ y $c|a + b$, entonces $mcd(a, c) = 1$ y $mcd(b, c) = 1$;
d) si $mdc(b, c) = 1, \quad d|b$ y $d|ac$, entonces $d|a$

8. Usa el algoritmo de Euclides para determinar el máximo común divisor de las siguientes parejas de enteros, y exprésalo como combinación lineal de estos.
a) 30 y 42.
b) -512 y 1000.
c) -1024 y -2024
d) 65536 y 327680

9. En lo siguientes incisos, escribe n en base a:

- $n = 1056$, $a = 16$
- $n = 51$, $a = 12$
- $n = 1981$, $a = 8$
- $n = 441$, $a = 5$
- $n = 2853116705$, $a = 11$

10. Efectúa las siguientes operaciones:
a) $103_4 + 221_4$
b) $1011101_2 + 11101_2 + 10111_2 + 100101_2$
c) $(10121_3)(210_3)$
d) $(445_1 1)(A01_1 1)$