



# Álgebra Lineal I Semana 2

*Diana Avella Alaminos*

Revisa los videos:

[https://youtu.be/\\_2YlxP2DxrQ](https://youtu.be/_2YlxP2DxrQ)

<https://youtu.be/ryhsFwlw3Gg>

1. Sea  $V$  un  $K$ -espacio vectorial y  $W$  un subconjunto de  $V$ . Prueba o da un contraejemplo para las siguientes afirmaciones:

- a) Si  $W$  es cerrado bajo la suma y  $\theta_V \in W$ , entonces  $W$  es un subespacio de  $V$ .
- b) Si  $W$  es cerrado bajo producto por escalar y  $\theta_V \in W$ , entonces  $W$  es un subespacio de  $V$ .
- c) Si  $W$  es cerrado bajo la suma y bajo inversos, y además  $\theta_V \in W$ , entonces  $W$  es un subespacio de  $V$ .





2. Sea  $V$  un  $K$ -espacio vectorial y  $W$  un subconjunto de  $V$ . Para que  $W$  sea un subespacio de  $V$  ¿es necesario pedir que  $\theta_V \in W$  o se puede deducir de que  $W$  es cerrado bajo producto por escalar?
3. Para cada uno de los siguientes incisos determina si  $W \leq V$ :
- $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{C}^3 \mid xyz = 0\}, V = \mathbb{C}^3, K = \mathbb{C}$ .
  - $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{Q}^3 \mid 3x - 5y + z = 0\}, V = \mathbb{R}^3, K = \mathbb{R}$ .
  - $W = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x^2) = f(x)^2\}, V = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, K = \mathbb{R}$ .
  - $W = \{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid A^2 = A\}, V = \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}), K = \mathbb{R}$ .

Revisa el video:

<https://youtu.be/QQ1aqt-HP9U>

3. Sea  $V$  un  $K$ -espacio vectorial y  $W$  un subconjunto de  $V$ . Prueba que  $W \leq V$  si y sólo si  $W \neq \emptyset$ , y para cada  $\lambda u + v \in W \forall \lambda \in K, \forall u, v \in W$ .

4. Para cada uno de los siguientes incisos prueba que  $W \leq V$ :

a)  $W = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f(x) = f(1-x) \ \forall x\}$ ,

$V = \{f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}, K = \mathbb{R}$ .

b)  $W = \{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid AB = BA\}$ , con

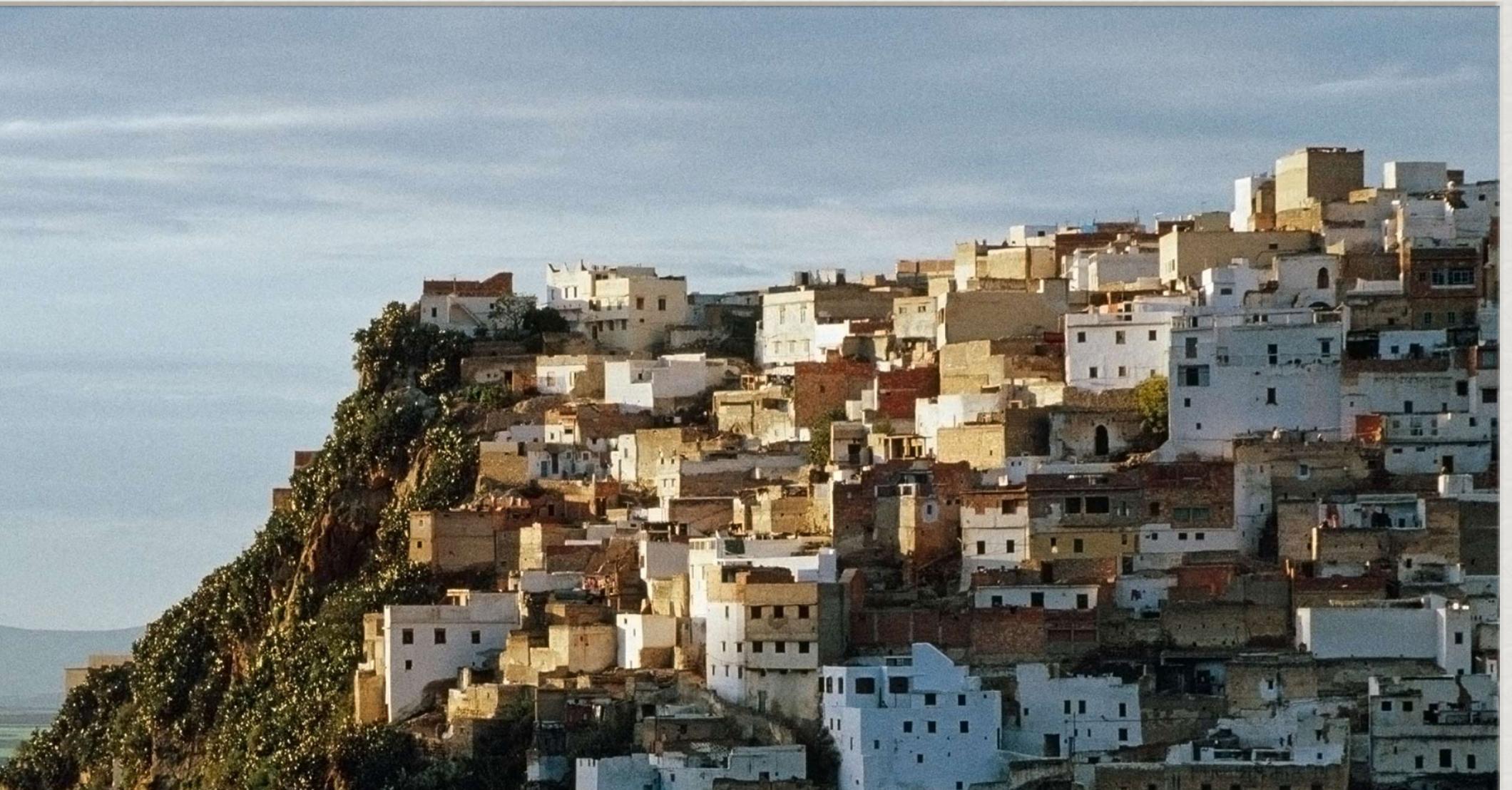
$B \in V = \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}), K = \mathbb{R}$ .

c)  $W = \{x = (x_i)_{i \in \mathbb{Z}^+} \mid x \text{ acotada}\}$ ,

$V = \{x = (x_i)_{i \in \mathbb{Z}^+} \mid x \text{ es una sucesión en } \mathbb{R}\}, K = \mathbb{R}$ .

d)  $W = \{x = (x_i)_{i \in \mathbb{Z}^+} \mid x \text{ converge}\}$ ,

$V = \{x = (x_i)_{i \in \mathbb{Z}^+} \mid x \text{ es una sucesión acotada en } \mathbb{R}\}, K = \mathbb{R}$ .





Revisa el video:

<https://youtu.be/PY-XpXrBPBA>

5. Sean  $V = \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ ,  $K = \mathbb{R}$ . Considera los subespacios:

$W = \{A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) \mid A \text{ es triangular superior}\},$

$W = \{A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R}) \mid A^t = A\},$

describe a  $W \cap U$ .

Revisa el video:

<https://youtu.be/Rn3G6SAqDig>

6. Sea  $V = \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ ,  $K = \mathbb{R}$  (el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes reales). Sea

$S = \{1 + x + x^2, -3 - 3x - 3x^2\}$ . Halla 3 subespacios de  $V$  que contengan a  $S$ .

Revisa el video:

<https://youtu.be/t8imLLzQSiE>

5. Considera el subconjunto de  $\mathbb{R}^2$

$$S = \left\{ (2n, -5n) \mid n \in \mathbb{N}^+ \right\}.$$

Encuentra tres combinaciones lineales en  $S$  y describe al conjunto de todas las combinaciones lineales en  $S$ .

Opcional:

Revisa el video de Khan Academy (puedes poner subtítulos en español)

<https://youtu.be/pMFv6liWK4M>

