$\mathcal{H}$
P_j
M_j
$\mathcal{H}$
$1 \leq$
$j \leq$
k
$T =$
$P_k \cdots P_1$
$\|T^n x -$
$T^{n+1} x\| \to$
0
$n \to$
∞
$x \in$
$\mathcal{H}$

$$\|T^{n+1}x\| \leq \|T\|\|T^n x\| \leq \|P_k\| \cdots \|P_1\|\|T^n x\| \leq \|T^n x\|,$$

$\{\|T^n x\|\}$
R

$$\|T^n x\|^2 - \|T^{n+1}x\|^2 \to 0$$

$n \to$
∞
P
$x \in$
$\mathcal{H}$

$$\|x - Px\|^2 = \|x\|^2 - \|Px\|^2.$$

$Q_0 =$
I
$j =$
$1, 2, \cdots k, Q_j =$
$P_j Q_{j-1}$
$Q_k =$
T
$\|T^n x -$
$T^{n+1} x\|^2 =$
$\| \sum_{j=0}^{k-1} (Q_j T^n x -$
$Q_{j+1} T^n x\|^2$
$\leq$
$\{\sum_{j=0}^{k-1} \|(Q_j T^n x -$
$Q_{j+1} T^n x\|\}^2$
$\leq$
$\left(\sum_{j=0}^{k-1} 1\right) \left(\sum_{j=0}^{k-1} \|(Q_j T^n x - Q_{j+1} T^n x\|^2\right)$
$=$
$k \left(\sum_{j=0}^{k-1} \|(Q_j T^n x - Q_{j+1} T^n x\|^2\right)$
$=$
$k \left(\sum_{j=0}^{k-1} \|(Q_j T^n x\|^2 - \|Q_{j+1} T^n x\|^2\right)$
$=$
$k \left(\|Q_0 T^n x\|^2 - \|Q_k T^n x\|^2\right)$
$=$
$k \left(\|T^n x\|^2 - \|T^{n+1} x\|^2\right)$
$\to$
0
$\|T^n x\|^2 -$
$\|T^{n+1} x\|^2 \to$
$0.$
P_M
$M =$
$M_1 \cap$
$M_2 \cdots \cap$
M_k
$\|T^n x -$
$P_M\| \to$
0
$n \to$
$\infty.$
$(Im(I-T))^{\perp} \oplus$
$(Im(I-T))^{\perp\perp}$
$=$
$(Im(I-T))^{\perp} \oplus$
$\overline{Im(I-T)^{\perp}}$
$=$
$Ker(I -$
$T^*) \oplus$
$\overline{Im(I-T)^{\perp}}$
??
$\|T^n(I -$
$T)x\| =$
$\|T^n x -$
$T^{n+1} x\| \to$
0
$n \to$
∞
$\|T^n y\| \to$
0
$y \in$

??
$T^*x =$
x
$P_ix =$
x
$1 \le$
$i \le$
k
$P_ix =$
x
$1 \le$
$i \le$
k
$T^*x =$
$(P_k \cdots P_1)^* =$
$P_1^* \cdots P_k^* x =$
$P_1 P_2 \cdots P_k x =$
x
$P_i x \neq$
x
$1 \le$
$i \le$
k
$\|T^*x\| =$
$\|P_1 P_2 \cdots P_k x\| \le$
$\|P_i x\| <$
$\|x\|$
$T^*x \neq$
x