# Ejercicio 4: Lloyd-Max

## Introducción:

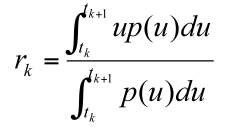
El algoritmo de Lloyd-Max es un algoritmo cuantificador óptimo.

El concepto de cuantificación se refiere a la discretización del valor de la señal, esto se traduce en hallar una correspondencia entre los valores *u* de la señal y los valores *u’* de la señal cuantificada.

Dicha correspondencia se realiza definiendo unos intervalos mediante una serie de *niveles de transición* *tk* , *k=1,...,N+1*, de forma que a cada intervalo (*tk , tk+1)* se le asocia un valor *rk , k=1,...,N* denominado *nivel de reconstrucción.*

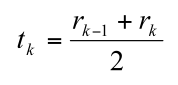
El algoritmo Lloyd-Max plantea el cálculo de los niveles de transición y de reconstrucción de forma que se minimice el error medio cuadrático al sustituir *u* por *u’*, mediante las siguientes funciones:

*La integral:*



significa que el nivel de reconstrucción *rk* en un intervalo coincide con el centro de gravedad del área de la función densidad de probabilidad comprendida entre los niveles de transición *tk y tk+1.*

*La expresión:*



indica que los niveles de transición son equidistantes de los niveles de reconstrucción anterior y posterior.

## Caso práctico:

Demostrar la convergencia del algoritmo Lloyd-Max para una señal continua de la forma *x = y*, con 5 intervalos de cuantificación.

Utilizaremos una simple tabla Excel para esto, con la siguiente forma:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **iteracion** | **T1** | **T2** | **T3** | **T4** | **T5** | **R1** | **R2** | **R3** | **R4** |
| **0** | 0 | 0,25 | 0,5 | 0,75 | 1 | … | … | … | … |
| **n** | 0 | … | … | … | 1 | … | … | … | … |

Los valores iniciales de los Tk los fijamos a mano y hacemos que T1 y T5 sean constantes e iguales a 0 y 1 respectivamente.

El cálculo de los centros de gravedad Rk sigue las siguientes fórmulas:

:f1.gif

:f3.gif

:f4.gif

:f2.gif

y para los Tk:

:f5.gif

Aplicando estas fórmulas rellenamos nuestra tabla:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **T1** | **T2** | **T3** | **T4** | **T5** | **R1** | **R2** | **R3** | **R4** |
| **0** | 0 | 0,250000 | 0,500000 | 0,750000 | 1 | 0,166667 | 0,388889 | 0,633333 | 0,880952 |
| **1** | 0 | 0,277778 | 0,511111 | 0,757143 | 1 | 0,185185 | 0,405947 | 0,642082 | 0,884166 |
| **2** | 0 | 0,295566 | 0,524014 | 0,763124 | 1 | 0,197044 | 0,420403 | 0,650972 | 0,886866 |
| **3** | 0 | 0,308723 | 0,535688 | 0,768919 | 1 | 0,205816 | 0,432373 | 0,659253 | 0,889491 |
| **4** | 0 | 0,319094 | 0,545813 | 0,774372 | 1 | 0,212730 | 0,442358 | 0,666687 | 0,891968 |
| **5** | 0 | 0,327544 | 0,554523 | 0,779327 | 1 | 0,218363 | 0,450768 | 0,673240 | 0,894225 |
| **6** | 0 | 0,334565 | 0,562004 | 0,783732 | 1 | 0,223044 | 0,457901 | 0,678957 | 0,896236 |
| **7** | 0 | 0,340472 | 0,568429 | 0,787597 | 1 | 0,226981 | 0,463979 | 0,683917 | 0,898005 |
| **8** | 0 | 0,345480 | 0,573948 | 0,790961 | 1 | 0,230320 | 0,469176 | 0,688205 | 0,899547 |
| **9** | 0 | 0,349748 | 0,578690 | 0,793876 | 1 | 0,233165 | 0,473628 | 0,691906 | 0,900885 |
| **10** | 0 | 0,353397 | 0,582767 | 0,796396 | 1 | 0,235598 | 0,477448 | 0,695096 | 0,902044 |
| **11** | 0 | 0,356523 | 0,586272 | 0,798570 | 1 | 0,237682 | 0,480729 | 0,697846 | 0,903045 |
| **12** | 0 | 0,359206 | 0,589287 | 0,800445 | 1 | 0,239470 | 0,483548 | 0,700214 | 0,903909 |
| **13** | 0 | 0,361509 | 0,591881 | 0,802061 | 1 | 0,241006 | 0,485973 | 0,702253 | 0,904654 |
| **14** | 0 | 0,363490 | 0,594113 | 0,803454 | 1 | 0,242326 | 0,488058 | 0,704009 | 0,905297 |
| **15** | 0 | 0,365192 | 0,596034 | 0,804653 | 1 | 0,243462 | 0,489853 | 0,705522 | 0,905851 |
| **16** | 0 | 0,366657 | 0,597687 | 0,805686 | 1 | 0,244438 | 0,491397 | 0,706825 | 0,906328 |
| **17** | 0 | 0,367917 | 0,599111 | 0,806577 | 1 | 0,245278 | 0,492726 | 0,707947 | 0,906740 |
| **18** | 0 | 0,369002 | 0,600337 | 0,807343 | 1 | 0,246002 | 0,493871 | 0,708914 | 0,907094 |
| **19** | 0 | 0,369936 | 0,601392 | 0,808004 | 1 | 0,246624 | 0,494856 | 0,709746 | 0,907400 |
| **20** | 0 | 0,370740 | 0,602301 | 0,808573 | 1 | 0,247160 | 0,495705 | 0,710463 | 0,907663 |
| **21** | 0 | 0,371433 | 0,603084 | 0,809063 | 1 | 0,247622 | 0,496436 | 0,711081 | 0,907890 |
| **22** | 0 | 0,372029 | 0,603759 | 0,809486 | 1 | 0,248019 | 0,497066 | 0,711614 | 0,908086 |
| **23** | 0 | 0,372543 | 0,604340 | 0,809850 | 1 | 0,248362 | 0,497608 | 0,712072 | 0,908255 |
| **24** | 0 | 0,372985 | 0,604840 | 0,810163 | 1 | 0,248657 | 0,498075 | 0,712467 | 0,908400 |
| **25** | 0 | 0,373366 | 0,605271 | 0,810434 | 1 | 0,248911 | 0,498478 | 0,712808 | 0,908525 |
| **26** | 0 | 0,373694 | 0,605643 | 0,810666 | 1 | 0,249129 | 0,498824 | 0,713101 | 0,908633 |
| **27** | 0 | 0,373977 | 0,605963 | 0,810867 | 1 | 0,249318 | 0,499123 | 0,713354 | 0,908726 |
| **28** | 0 | 0,374220 | 0,606238 | 0,811040 | 1 | 0,249480 | 0,499380 | 0,713571 | 0,908806 |
| **29** | 0 | 0,374430 | 0,606476 | 0,811189 | 1 | 0,249620 | 0,499602 | 0,713759 | 0,908875 |
| **30** | 0 | 0,374611 | 0,606680 | 0,811317 | 1 | 0,249741 | 0,499793 | 0,713921 | 0,908934 |
| **31** | 0 | 0,374767 | 0,606857 | 0,811427 | 1 | 0,249845 | 0,499957 | 0,714060 | 0,908986 |
| **32** | 0 | 0,374901 | 0,607009 | 0,811523 | 1 | 0,249934 | 0,500099 | 0,714180 | 0,909030 |
| **33** | 0 | 0,375017 | 0,607140 | 0,811605 | 1 | 0,250011 | 0,500221 | 0,714283 | 0,909068 |
| **34** | 0 | 0,375116 | 0,607252 | 0,811676 | 1 | 0,250078 | 0,500327 | 0,714372 | 0,909101 |
| **35** | 0 | 0,375202 | 0,607350 | 0,811736 | 1 | 0,250135 | 0,500417 | 0,714449 | 0,909129 |
| **36** | 0 | 0,375276 | 0,607433 | 0,811789 | 1 | 0,250184 | 0,500496 | 0,714515 | 0,909153 |

Podemos observar que a partir de la iteración 24, más o menos, los valores de los Tk se van haciendo más y más estables, en cada iteración varían menos, puesto que el algoritmo es convergente.