Πανεπιστήμιο Πατρών
Τμήμα Μηχ. Η/Υ & Πληροφορικής

Ψ Η Φ Ι Α Κ Ε Σ Τ Η Λ Ε Π Ι Κ Ο Ι Ν Ω Ν Ι Ε Σ

Εργαστηριακές Ασκήσεις 2021-2022 : 1ο σετ

Ερώτημα 1 – Κωδικοποίηση Huffman

Σκοπός του ερωτήματος αυτού είναι να μελετηθεί εκτενώς η μέθοδος κωδικοποίησης διακριτών πηγών που βασίζεται στον κώδικα Huffman καθώς και να κατανοηθούν βασικές έννοιες από την Θεωρία Πληροφορίας. Αυτό θα επιτευχθεί μέσω της μελέτης σχετικής βιβλιογραφίας, αλλά και μέσω της υλοποίησης ενός συστήματος κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης μίας πηγής χαρακτήρων κειμένου. Η απόδοση του παραπάνω συστήματος θα εξεταστεί ως προς την δυνατότητα συμπίεσης των πηγών που αναφέρθηκαν παραπάνω. Για την υλοποίηση του καθώς και τις πειραματικές μετρήσεις θα χρησιμοποιηθεί το υπολογιστικό περιβάλλον MATLAB.

Πηγή για το Ερώτημα 1:

Για να αξιολογήσουμε τη δυνατότητα συμπίεσης / κωδικοποίησης των τεχνικών που θα μελετήσουμε στα πλαίσια της άσκησης, θεωρούμε την ακόλουθη πηγή:

- **Πηγή Α:** Η πηγή Α είναι ένα αρχείο το οποίο δίνεται (“cvxopt.txt”) και περιέχει ένα κείμενο 6.184 χαρακτήρων της Αγγλικής γλώσσας (μαζί με τα κενά).
- **Πηγή Β:** Μία εικόνα (“cameraman.mat”).

Ερωτήσεις – Ζητούμενα για το ερώτημα 1:

Για το πρώτο ερώτημα της εργαστηριακής άσκησης καλείστε να συντάξετε μια τεχνική αναφορά η οποία να παρουσιάζει τα κυριότερα σημεία της θεωρίας κωδικοποίησης πηγής και του κώδικα Huffman, και να απαντά στα ακόλουθα ζητούμενα:

1. Να υλοποιηθούν τρεις συναρτήσεις (3 m-files) στο περιβάλλον του MATLAB. Η λειτουργία κάθε συνάρτησης θα είναι (α) ο υπολογισμός των κωδικών λέξεων της κωδικοποίησης Huffman χρησιμοποιώντας ένα αλφάβητο εισόδου καθώς και τις αντίστοιχες πιθανότητες, (β) η συμπίεση / κωδικοποίηση μιας ακολουθίας από σύμβολα σε δυαδικά ψηφία και (γ) η αποσυμπίεση / αποκωδικοποίηση μιας δυαδικής ακολουθίας σε σύμβολα. Δηλαδή, θα πρέπει να φτιαχτούν συναρτήσεις αντίστοιχες των συναρτήσεων (α) huffmandict, (β) huffmanenco και (γ) huffmandeco που παρέχει το

MATLAB. Επισημαίνεται πως δεν επιτρέπεται η χρήση των έτοιμων συναρτήσεων για το ερώτημα αυτό.

2. Εκτιμήσατε τις πιθανότητες των συμβόλων της πηγής A χρησιμοποιώντας το κείμενο που σας δίνεται. Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις που αναπτύξατε στο προηγούμενο ερώτημα να κωδικοποιήσετε την πηγή A και: (α) Να επιβεβαιώσετε τη σωστή αποκωδικοποίηση. (β) Να υπολογίσετε την εντροπία της κωδικοποίησης σας, το μέσο μήκος κώδικα και την αποδοτικότητα του κώδικα σας. Σχολιάστε συνοπτικά τα αποτελέσματά σας.
3. Να κωδικοποιήσετε την πηγή A, χρησιμοποιώντας αυτή τη φορά τις πιθανότητες των συμβόλων της Αγγλικής γλώσσας[1]. Σχολιάστε το μήκος της κωδικοποίησης που προκύπτει αυτή τη φορά και εξηγήστε συνοπτικά την διαφορά που παρατηρείτε σε σχέση με το ερώτημα 2.
4. Να θεωρήσετε τη δεύτερης τάξης επέκταση της πηγής A, να υπολογίσετε τις πιθανότητες εμφάνισης κάθε ζεύγους από χαρακτήρες και να κωδικοποιήσετε την πηγή A (σε ζεύγη χαρακτήρων). Να υπολογίσετε το μέσο μήκος κώδικα και την αποδοτικότητα της κωδικοποίησης σας. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα σας με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του ερωτήματος 2.
5. Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις του ερωτήματος 1 κωδικοποιήστε την πηγή B. Επιθυμούμε τώρα να μεταδώσουμε την κωδικοποιημένη ακολουθία που προέκυψε μέσα από ένα Δυαδικό Συμμετρικό Κανάλι για το οποίο δεν γνωρίζουμε την πιθανότητα p σωστής μετάβασης. Πιο συγκεκριμένα, θεωρούμε την συνάρτηση «y = bsc(x)» η οποία μοντελοποιεί το κανάλι και λαμβάνει ως είσοδο το διάνυσμα του κώδικα σε bit (x) και παράγει την αντίστοιχη ακολουθία από bits που παρατηρεί ο δέκτης (y). Χρησιμοποιώντας τις δύο παραπάνω ακολουθίες bits (x,y) να εκτιμήσετε την παράμετρο p (σε ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων) και να υπολογίσετε την χωρητικότητα του καναλιού. Υπολογίστε την αμοιβαία πληροφορία ανάμεσα στην είσοδο και την έξοδο του καναλιού.

Ερώτημα 2 - Κωδικοποίηση PCM

Η PCM είναι μια μέθοδος κωδικοποίησης κυματομορφής, η οποία μετατρέπει ένα αναλογικό σήμα σε ψηφιακά δεδομένα. Τυπικά, η μέθοδος PCM αποτελείται από τρία βασικά τμήματα: έναν δειγματολήπτη, έναν κβαντιστή, και έναν κωδικοποιητή. Η έξοδος του κωδικοποιητή είναι μια ακολουθία από κωδικές λέξεις (σύμβολα) σταθερού μήκους N bits.

Στην άσκηση αυτή, ο βασικός στόχος είναι η εξοικείωση με τη λειτουργία του κβαντιστή. Συγκεκριμένα, καλούμαστε να υλοποιήσουμε έναν μη ομοιόμορφο βαθμωτό και έναν μη ομοιόμορφο διανυσματικό κβαντιστή N bits, δηλαδή 2^N επιπέδων. Οι κβαντιστές πρέπει να υλοποιηθούν ως συναρτήσεις MATLAB:

Μη Ομοιόμορφος Βαθμωτός Κβαντιστής:

Για τη μη ομοιόμορφη κβάντιση του διανύσματος εισόδου θα χρησιμοποιηθεί ο αλγόριθμος Lloyd-Max ο οποίος επιτρέπει την σχεδίαση βέλτιστου κβαντιστή για

[1] Δίνονται στο αρχείο frequencies.txt

οποιοδήποτε αριθμό επιπέδων. Καλείστε να υλοποιήσετε σε MATLAB την παρακάτω συνάρτηση:

[xq, centers, D] = Lloyd_Max(x, N, min_value, max_value);

- x: το σήμα εισόδου υπό μορφή διανύσματος
- N: ο αριθμός των bits που θα χρησιμοποιηθούν
- max_value: η μέγιστη αποδεκτή τιμή του σήματος εισόδου
- min_value: η ελάχιστη αποδεκτή τιμή του σήματος εισόδου
- xq: το διάνυσμα του σήματος εξόδου κωδικοποιημένο ως εξής: τα επίπεδα κβάντισης αναπαρίστανται με τους ακεραίους 1,2,...,2^N, όπου το μεγαλύτερο θετικό επίπεδο κβάντισης αντιστοιχεί στον ακέραιο 1. Οι ακέραιοι αυτοί μπορούν να αναπαρασταθούν δυαδικά με N bits.
- centers: τα κέντρα των περιοχών κβάντισης.
- D: Διάνυσμα που περιέχει τις τιμές [D_1:D_{kmax}] όπου D_i αντιστοιχεί στην μέση παραμόρφωση στην επανάληψη i του αλγορίθμου.

Παρακάτω δίνεται μια σύντομη περιγραφή του αλγορίθμου:

Αρχικά επιλέγετε ένα τυχαίο σύνολο επιπέδων κβαντισμού:

$$\left\{ \tilde{x}_1^{(0)}, \tilde{x}_2^{(0)}, \ldots, \tilde{x}_M^{(0)} \right\}$$

Σε κάθε επανάληψη *i* του Αλγόριθμου Lloyd-Max:

1. Υπολογίζετε τα όρια των ζωνών κβαντισμού, που πρέπει να είναι στο μέσον των επιπέδων κβαντισμού, δηλαδή:

$$\mathrm{T}_k = (\tilde{x}_k^{(i)} + \tilde{x}_{k+1}^{(i)})/2, \quad 1 \le k \le M-1$$

Σε κάθε επανάληψη εκτός της τελευταίας, στο διάνυσμα των κέντρων οφείλετε να συμπεριλαμβάνετε ως κέντρα τα min_value και max_value. Δηλαδή, σε κάθε επανάληψη το εύρος του σήματος να είναι το [min_value, max_value].

2. Υπολογίστε το κβαντισμένο σήμα με βάση τις περιοχές αυτές και μετρήστε την μέση παραμόρφωση Di με βάση το δοθέν σήμα

3. Τα νέα επίπεδα κβαντισμού είναι τα κεντροειδή των ζωνών:

$$\tilde{x}_k^{(i+1)} = \mathrm{E}\left[x \middle| \mathrm{T}_{k-1} < x < \mathrm{T}_k \right]$$

4. Επαναλαμβάνουμε τα 3 τελευταία βήματα μέχρις ότου:

$$\left| D_i - D_{i-1} \right| < \varepsilon$$

Η τιμή του ε καθορίζει και τον αριθμό των Kmax επαναλήψεων. Τα κέντρα μετά από κάθε επανάληψη θα είναι ίδια σε πλήθος. Αυτό που αλλάζει είναι η θέση τους, καθώς οι περιοχές κβάντισης θα ορίζονται ως:
[min_value, {centers(1)+centers(2)}/2], [{centers(1)+centers(2)}/2, {centers(2)+ centers(3)}/2] , ..., [{centers(end-1)+centers(end)}/2, max_value]. Στην περίπτωση που εντοπίσετε κάποιο NaN κατά την εκτέλεση κάποιου κβαντιστή, το πρόβλημα ενδέχεται να βρίσκεται στην είσοδο και να χρειαστεί κάποια κανονικοποίηση στα δεδομένα εισόδου.

Μη Ομοιόμορφος Διανυσματικός Κβαντιστής:

Ο παραπάνω αλγόριθμος (Lloyd) μπορεί να γενικευτεί και στην περίπτωση που τα δεδομένα εισόδου (x) είναι διανύσματα. Ωστόσο, σε αυτήν άσκηση θα χρησιμοποιήσουμε μία πιο απλοποιημένη εκδοχή για τον διανυσματικό κβαντιστή. Πιο συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο k-means.
Η διαδικασία διανυσματικής κβάντισης με χρήση του k-means είναι η εξής:
Δεδομένου ενός συνόλου διανυσμάτων εισόδου $(x_1, \dots, x_n)$, όπου $x_i \in R^L$, στόχος του αλγορίθμου k-means είναι να χωρίσει τα δεδομένα εισόδου σε k ομάδες ή περιοχές κβάντισης $Q = \{Q_1, \dots, Q_k\}$ με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε διάνυσμα να ανήκει σε μια συγκεκριμένη περιοχή κβάντισης όταν είναι εγγύτερα στο κεντροειδές της. Η συνάρτηση κόστους που ελαχιστοποιεί ο συγκεκριμένος αλγόριθμος είναι η παρακάτω (within-cluster sum of squares).

$$\sum_{i=1}^{N} \min_{\mu_j \in Q} \left\| x_i - \mu_j \right\|_2^2$$

Ο αλγόριθμος αποτελείται από τα εξής βήματα

1. *Αρχικοποίηση: Αρχικά επίλεξε k τυχαία διανύσματα $\mu_1, \dots, \mu_k$ ως τα κεντροειδή των αντίστοιχων περιοχών κβάντισης.*
2. *Ανέθεσε το κάθε διάνυσμα εισόδου x_i στο επίπεδο κβάντισης εκείνο απ' το οποίο απέχει την ελάχιστη απόσταση από το κεντροειδές του.*
3. *Βάση των αναθέσεων που έγιναν στο προηγούμενο βήμα επαναπροσδιόρισε το κεντροειδές κάθε επιπέδου κβάντισης ως:*

$$\mu_i^{(t+1)} = \frac{1}{|Q_i|} \sum_{x_j \in Q_i^{(t)}} x_j$$

4. *Επανέλαβε τα βήματα 2-3 μέχρι ο παραπάνω αλγόριθμος να συγκλίνει σε κάποιο τοπικό ελάχιστο.*

Για τις ανάγκες της άσκησης μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την υλοποίηση της MATLAB για τον αλγόριθμο k-means ως εξής

>> [idx,C] = kmeans(X,k);

Όπου

- X: μία μήτρα, οι γραμμές της οποίας, περιέχουν τα διανύσματα εισόδου.
- k: ο αριθμός των περιοχών κβάντισης.

Ο k-means επιστρέφει μία μήτρα C οι γραμμές της οποίας περιέχουν τα κεντροειδή των περιοχών κβάντισης που υπολόγισε και ένα διάνυσμα idx του οποίου το i-οστό στοιχείο δείχνει σε ποια περιοχή κβάντισης ανήκει το κάθε διάνυσμα x_i.

Για να κβαντίσετε ένα διάνυσμα x_i αφού έχετε τρέξει τον k-means απλά αντικαταστήστε το διάνυσμα με κεντροειδές της περιοχής κβάντισης στην οποία ανήκει.

Σημείωση: Για να είναι δίκαιες οι συγκρίσεις του βαθμωτού με τον διανυσματικό κβαντιστή, καλό είναι να συγκρίνετε την απόδοση τους κρατώντας σταθερό το πλήθος των bits/δείγμα. Π.χ. αν ο βαθμωτός κβαντιστής χρησιμοποιεί 4 bits/δείγμα τότε ο διανυσματικός κβαντιστής δύο διαστάσεων θα χρησιμοποιεί 8 bits ανά δυάδα δειγμάτων).

Πηγές για το ερώτημα 2:

Στο ερώτημα αυτό, θα κωδικοποιήσουμε δύο πηγές, A και B.

Πηγή A: H έξοδος της πρώτης πηγής είναι μια τυχαία διαδικασία, που ακολουθεί την κανονική κατανομή $N(0,1)$. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κανονικής κατανομής δίνεται παρακάτω:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Για να παράγετε M δείγματα μιας τέτοιας τυχαίας διαδικασίας στο MATLAB, μπορείτε να ακολουθήσετε την ακόλουθη διαδικασία:

```
>> t = randn(M,1);
```

Για τις ανάγκες της άσκησης, M=10000. Μέχρι την τελική συγγραφή της άσκησης όμως, μπορείτε να πειραματιστείτε με λιγότερα δείγματα για να αποφύγετε τους μεγάλους χρόνους εκτέλεσης των κβαντιστών.

Πηγή B: H έξοδος της δεύτερης πηγής είναι μία AR(L) (Auto Regressive) τυχαία διαδικασία τάξης L η οποία περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση διαφορών:

$$y(n) = a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) + \cdots + a_L y(n-L).$$

Για να δημιουργήσετε μία AR τυχαία διαδικασία θεωρήστε μία τυχαία διαδικασία λευκού θορύβου η οποία περνάει μέσα από ένα φίλτρο το οποίο περιγράφεται από την παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς (all-pole filter).

$$H(z) = \frac{b}{1 + \sum_{l=1}^{L} a_l z^l}$$

Προκειμένου να έχει νόημα η παραπάνω επεξεργασία πρέπει το εν λόγω σύστημα να είναι ευσταθές. Στην περίπτωση μας η ευστάθεια ικανοποιείται, αρκεί οι ρίζες του πολυωνύμου $1 + \sum_{l=1}^{L} a_l z^l$ (ή οι πόλοι του συστήματος) να βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου στο πεδίο Z.

Στο MATLAB μπορούμε να προσεγγίζουμε AR διαδικασίες ως εξής:

1) Αρχικά θα χρειαστεί να δημιουργήσουμε (προσεγγιστικά) μία διαδικασία λευκού θορύβου:

```
>> x = randn(M,1);
```

2) Στην συνέχεια πρέπει να ορίσουμε ένα ευσταθές φίλτρο επιλέγοντας τους κατάλληλους συντελεστές $b, a = [a_1 \dots a_L]^T$ για την συνάρτηση μεταφοράς. Για τις ανάγκες της άσκησης επιλέξτε

```
>> b = 1;
>> a = [1  1/2   1/3  1/4  1/5  1/6 ];
```

3) Τέλος, μπορούμε να δημιουργήσουμε μία AR(5) διαδικασία ως εξής:

```
>> y = filter(b,a,x);
```

Ερωτήσεις – Ζητούμενα για το ερώτημα 2:

Για τις ανάγκες της άσκησης θεωρείστε πως ο διανυσματικός κβαντιστής λειτουργεί με διανύσματα $x \in R^2$.

1. Χρησιμοποιώντας τον βαθμωτό και τον διανυσματικό κβαντιστή που υλοποιήσατε, κωδικοποιήστε την πηγή Α, για N= 2,3 και 4 bits.
    a. Υπολογίστε το SQNR (dB) στην έξοδο του βαθμωτού κβαντιστή. Επαναλάβετε τον παραπάνω υπολογισμό για τον διανυσματικό κβαντιστή. Συγκρίνετε τη μέση παραμόρφωση που μετράτε για α) για τον βαθμωτό και β) για τον διανυσματικό κβαντιστή.

    b. Σχολιάστε την αποδοτικότητα της κωδικοποίησης βασισμένοι στο MSE (ανάμεσα στο αρχικό και το κβαντισμένο σήμα).

2. Χρησιμοποιώντας τον βαθμωτό κβαντιστή και τον διανυσματικό κβαντιστή, κωδικοποιείστε την πηγή Β για N = 2,3 και 4 bits.
    a. Για τον βαθμωτό κβνατιστή σχεδιάστε το πώς μεταβάλλεται το SQNR (dB) σε σχέση με τον αριθμό των επαναλήψεων του αλγορίθμου Kmax (χρησιμοποιήστε οποιαδήποτε τιμή ε = $[10^{-16}, 10^{-6}]$).

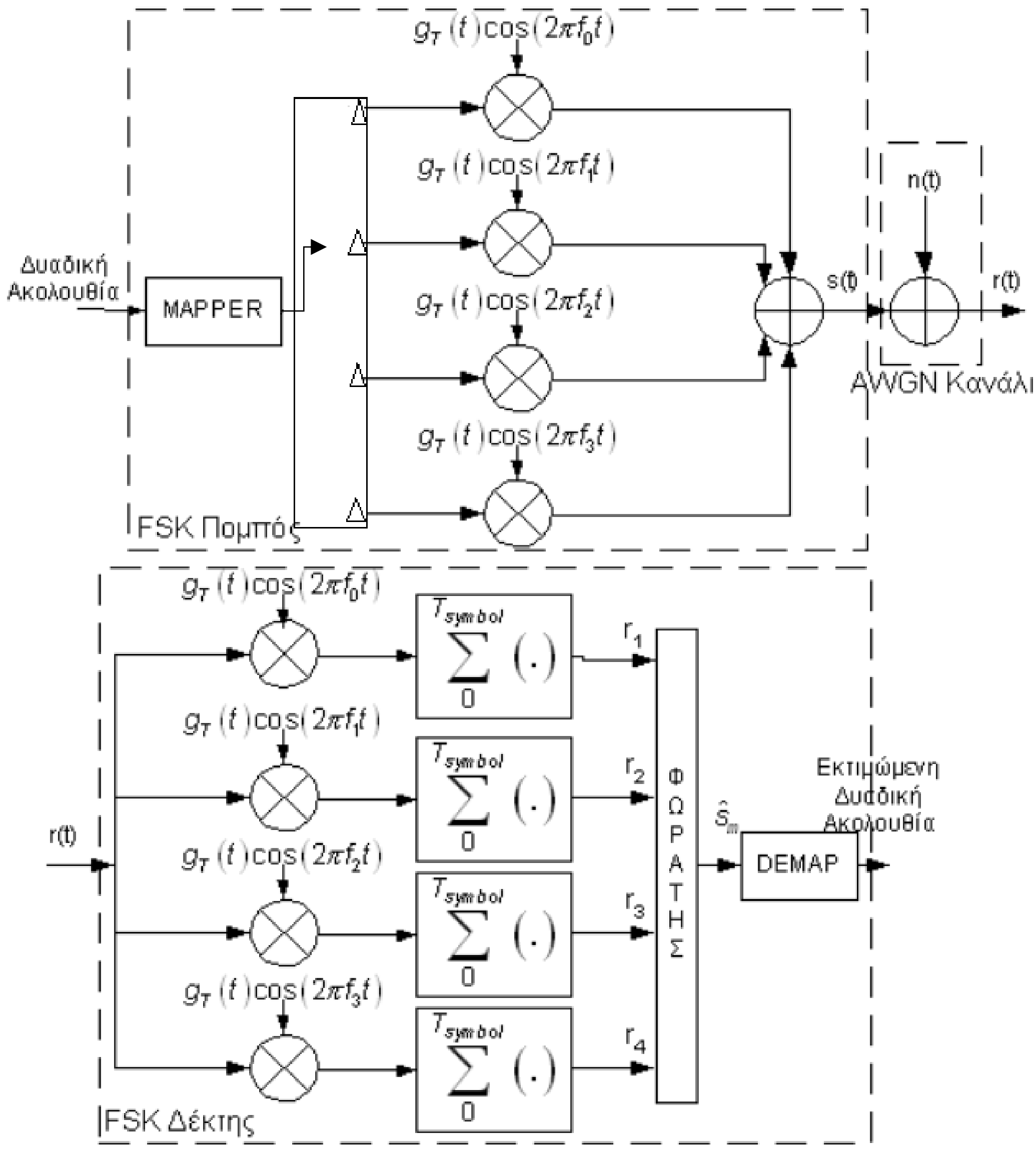
    b. Συγκρίνετε τη τιμή του SQNR για τους δύο κβαντιστές. Υπολογίστε και σχολιάστε την απόδοση των δύο κβαντιστών. (Για τον αλγόριθμο Lloyd-Max χρησιμοποιήστε μία αρκετά μεγάλη τιμή για την παράμετρο Kmax).

    c. Σχολιάστε την αποδοτικότητα της κωδικοποίησης βασισμένοι στο MSE.

Υποσημείωση: Το τελικό SQNR που υπολογίζετε να δίνεται σε dB, δηλαδή στη μορφή $10\log_{10}(.)$.

Ερώτημα 3-Μελέτη Απόδοσης Ομόδυνου Ζωνοπερατού Συστήματος M-FSK

Στην άσκηση αυτή καλείστε να συγκρίνετε την απόδοση της διαμόρφωσης M-FSK για M= 2, 4, 8 και 16 αντίστοιχα . Η σύγκριση αυτή θα βασιστεί σε μετρήσεις πιθανότητας σφάλματος bit (Bit Error Rate, BER) και συμβόλου (Symbol Error Rate, SER), που θα πραγματοποιηθούν σε ομόδυνο ζωνοπερατό σύστημα με ορθογώνιο παλμό.



Εικόνα 1. Αναπαράσταση του συστήματος του πομπού και του δέκτη για την διαμόρφωση 4-FSK. Σημείωση: Στον πομπό, στην αρχή του κάθε κλάδου υπάρχει ένα Δ (διακόπτης) για να υποδηλώσει ότι ένας από τους 4 κλάδους ενεργοποιείται κάθε φορά που αποστέλλεται ένα σύμβολο.

Ομόδυνο M-PAM

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 1 ο πομπός του συστήματος M-FSK δέχεται ως είσοδο μια δυαδική ακολουθία, τη μετατρέπει σε σύμβολα, την πολλαπλασιάζει με τον ορθογώνιο παλμό, και κατόπιν το σήμα μεταφέρεται στη ζώνη μετάδοσης μέσω του διαμορφωτή. Το σήμα που στάλθηκε αφού περάσει μέσα από το κανάλι μολύνεται με θόρυβο AWGN και φθάνει στο δέκτη του κάθε συστήματος. Εκεί αποδιαμορφώνεται και προκύπτει ένα M-διάστατο διάνυσμα. Στη συνέχεια, το διάνυσμα που προκύπτει εισάγεται στο φωρατή όπου και αποφασίζεται ποιο σύμβολο στάλθηκε. Τέλος, ο demapper κάνει την αντίστροφη αντιστοίχιση από σύμβολα σε bits. Το σύστημα περιγράφεται στη συνέχεια.

Δυαδική Ακολουθία Εισόδου

Η είσοδος του συστήματος είναι μια ακολουθία bits, όπου οι τιμές 0 και 1 εμφανίζονται ισοπίθανα. Μια τέτοια ακολουθία μπορεί να παραχθεί αν χρησιμοποιήσετε κατάλληλα κάποια από τις συναρτήσεις randsrc, rand ή randn. Το πλήθος των bits που πρέπει να στείλετε θα πρέπει να είναι της τάξης των $L_b = 10^4 - 10^5$ bits.

Αντιστοιχία Bits - Συμβόλων

Ο mapper στην ουσία μετατρέπει τα bits σε σύμβολα. Κάθε σύμβολο αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη ακολουθία $\log_2(M)$ δυαδικών ψηφίων. Επομένως, ο mapper θα πρέπει για κάθε $\log_2(M)$ δυαδικά ψηφία να εξάγει και ένα από τα σύμβολα της διαμόρφωσης. Αντίστοιχα, ο demapper δέχεται ως είσοδο το σύμβολο που έχει ανιχνεύσει ο φωρατής (decision device) του δέκτη και παράγει την αντίστοιχη ακολουθία των $log2(M)$ δυαδικών ψηφίων.

Ορθογώνιος Παλμός

Το σύστημα M-FSK που καλείστε να προσομοιώσετε χρησιμοποιούν ορθογώνιο παλμό για τη μετάδοση των συμβόλων. Ο ορθογώνιος παλμός ορίζεται ως:

$$g_T(t) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2E_s}{T_{symbol}}} = \sqrt{\dfrac{2}{T_{symbol}}}, 0 \leq t \leq T_{symbol} \\ 0, \qquad αλλού \end{cases}$$

όπου E_S είναι η ενέργεια ανά σύμβολο, την οποία κανονικοποιούμε ως $E_s = 1$, και T_{symbol} είναι η περίοδος συμβόλου.

Διαμόρφωση M-FSK

Το σύστημα M-FSK που καλείστε να προσομοιώσετε, χρησιμοποιεί τα εξής M σήματα για να αναπαραστήσει τα συνολικά M σύμβολα.

$$s_m(t) = g_T(t)\cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi m}{T_{symbol}} t\right) =$$

$$g_T(t)\cos\left(2\pi\left(f_c + \frac{m}{T_{symbol}}\right)t\right), \qquad m = 0, \dots, M-1$$

οπότε και οι M φέρουσες διαφέρουν κατά $1/T_{symbol}$ μεταξύ τους. Για την διαδικασία της διαμόρφωσης το κάθε σύμβολο αντιστοιχίζεται σε μία κυματομορφή συγκεκριμένης συχνότητας.

Χρονικές Μονάδες Προσομοίωσης

Τα συστήματα που θέλουμε να προσομοιώσουμε μεταδίδουν σύμβολα με ρυθμό $\mathrm{R}_{symbol} = 250\ \mathrm{Ksymbols/sec}$. Άρα η περίοδος συμβόλου είναι $T_{symbol} = 4\ \mu sec$. Στη ζώνη μετάδοσης, χρησιμοποιείται η φέρουσα συχνότητα $f_c = 2.5\ MHz$, οπότε η περίοδος της φέρουσας είναι $T_c = 0.4\ \mu sec$. Στο πλαίσιο της προσομοίωσης, για να έχουμε μια ικανοποιητική αναπαράσταση των ζωνοπερατών σημάτων, πραγματοποιείται δειγματοληψία 2 φορές μεγαλύτερη του ορίου του Nyquist, δηλαδή παίρνουμε 4 δείγματα ανά περίοδο φέρουσας και άρα η περίοδος δειγματοληψίας είναι $T_{sample} = 0.1\ \mu sec$.

Κανάλι AWGN

Το ζωνοπερατό σήμα που εκπέμπει ο πομπός του συστήματος διέρχεται μέσα από ένα ιδανικό κανάλι προσθετικού θορύβου. Ο θόρυβος είναι λευκός και ακολουθεί Gaussian κατανομή μηδενικής μέσης τιμής και διασποράς $\sigma^2 = N_0$. Ο θόρυβος μπορεί να παραχθεί με χρήση της συνάρτησης $randn$ ως εξής:

>>$noise = sqrt(\sigma^2) * randn\left(\frac{L_b}{\log_2(M)} * 40,\ 1\right)$

Η διασπορά του θορύβου καθορίζεται κάθε φορά από το $\frac{SNR}{bit}$ που θέλουμε να έχουμε στο δέκτη του συστήματος. Υπενθυμίζεται ότι λόγω των κανονικοποιήσεων που έχουμε κάνει, η ενέργεια ανά σύμβολο είναι $E_s = 1$, οπότε η ενέργεια ανά bit είναι $E_b = \frac{E_s}{\log_2(M)}$ ή $E_b = \frac{1}{\log_2(M)}$. Ο υπολογισμός της διασποράς του θορύβου βασίζεται στη σχέση για το $SNR\ (dB)$, δηλαδή $SNR = 10\log_{10}\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{E_b}{2\sigma^2}\right)$. Άρα, $\sigma^2 = \frac{E_b}{2} * 10^{-\frac{SNR}{10}} = \frac{1}{2\log_2(M)} * 10^{-\frac{SNR}{10}}$.

Αποδιαμορφωτής M-FSK

Ο αποδιαμορφωτής του συστήματος M-FSK συσχετίζει (δηλαδή πολλαπλασιάζει και ολοκληρώνει-αθροίζει) το ληφθέν σήμα με τη φέρουσα και τον ορθογώνιο παλμό. Η συσχέτιση γίνεται στα χρονικά πλαίσια μιας περιόδου συμβόλου. Κατά την προσομοίωση υποθέτουμε ότι τόσο το M-FSK είναι ομόδυνο (coherent). Αυτό σημαίνει ότι ο δέκτης γνωρίζει τη φάση της φέρουσας και τα χρονικά πλαίσια κάθε συμβόλου, δηλαδή είναι πλήρως συγχρονισμένος με τον πομπό. Ο αποδιαμορφωτής συσχετίζει το ληφθέν σήμα με τις M συνιστώσες της φέρουσας, οπότε προκύπτουν M τιμές, δηλαδή ένα διάνυσμα r.

Φωρατής 4-FSK

Καθένας από τους M κλάδους συσχέτισης του δέκτη παράγει μια τιμή r_i. Αυτές δίνονται στο φωρατή και επιλέγεται το σύμβολο στο οποίο αντιστοιχεί η μεγαλύτερη τιμή.

Μετρήσεις BER-SER

Για να μετρήσετε το BER (Bit Error Rate), δηλαδή την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος bit, θα πρέπει να συγκρίνετε την τιμή bit που λάβατε με αυτήν που στείλατε. Για να πραγματοποιήσετε αξιόπιστες μετρήσεις BER, θα πρέπει αυτές να προέρχονται από έναν αρκετά μεγάλο αριθμό δεδομένων. Ένας πρακτικός κανόνας είναι ότι για να μετρήσετε μια τιμή BER της τάξης του 10^{-2} χρειάζεστε 10^4 bits δεδομένων, για BER της τάξης του 10^{-3}χρειάζεστε 10^5 bits δεδομένων, κ.ο.κ.

Οι καμπύλες BER συνήθως σχεδιάζονται σε λογαριθμική κλίμακα ως προς τον άξονα y, δηλαδή ως προς την πιθανότητα σφάλματος. Για να μετρήσετε το SER (Symbol Error Rate), δηλαδή την πιθανότητα εμφάνισης σφάλματος σε σύμβολο, θα πρέπει να συγκρίνετε την τιμή συμβόλου που λάβατε με αυτό που στείλατε. Χρησιμοποιείστε τον ίδιο αριθμό δεδομένων που χρησιμοποιήσατε για τον υπολογισμό του BER.

Ερωτήσεις-Ζητούμενα για το ερώτημα 3

1. Με βάση τις παραπάνω υποδείξεις, υλοποιήστε το σύστημα M-PAM και αναφερθείτε στα βασικά του σημεία.
2. Σε σύστημα διαμόρφωσης M-FSK έχει νόημα να χρησιμοποιήσουμε κωδικοποίηση Gray; Αιτιολογήστε σύντομα την απάντηση σας.
3. Μετρήστε την πιθανότητα σφάλματος bit και σχεδιάστε την καμπύλη BER για M = 2, 4, 8, 16 για απλή κωδικοποίηση για τιμές του SNR=0:5:40dB.
4. Μετρήστε την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου και σχεδιάστε την καμπύλη SER για M = 4, 8, 16 για απλή κωδικοποίηση για τιμές του SNR=0: 5: 40dB. Οι καμπύλες θα πρέπει και πάλι να σχεδιαστούν όλες στο ίδιο γράφημα.

Διαδικαστικά:

- Η αναφορά παραδίδεται μόνο ηλεκτρονικά μέσω e-class (ενότητα "Εργασίες"). Στο τέλος της αναφοράς παραθέστε τον κώδικα που υλοποιήσατε. Το αρχείο τη αναφοράς θα πρέπει να είναι σε μορφή pdf και να έχει ως όνομα τον αριθμό μητρώου σας. Για παράδειγμα αν η άσκηση έχει γίνει από τον φοιτητή με ΑΜ 1234 θα πρέπει το αρχείο να έχει όνομα 1234.pdf.
- Για να ανεβάσετε μια άσκηση θα πρέπει πρώτα να έχετε εγγραφεί στο μάθημα. Αν δεν είστε εγγεγραμμένοι στο μάθημα το σύστημα δεν θα σας αφήσει να ανεβάσετε την άσκηση. Η εγγραφή γίνεται από τις επιλογές που διατίθενται στο e-class.
- Φροντίστε να διαπιστώσετε ότι η άσκησή σας έχει υποβληθεί σωστά στο e-class. Δεν θα γίνουν δεκτές ασκήσεις αργότερα με τη δικαιολογία ότι την έχετε υποβάλει αλλά για κάποιο λόγο η άσκηση δεν υπάρχει στο e-class.
- Η άσκηση είναι ατομική και θα γίνει προφορική εξέταση σε αυτή (δειγματοληπτικά) στο τέλος του εξαμήνου.
- Η παράδοση της άσκησης μπορεί να γίνει μέχρι την Παρασκευή 14/01/2022.
- Τυχόν απορίες σχετικές με την άσκηση θα λύνονται είτε σε ώρες ηλεκτρονικού γραφείου που θα αφορά τις εργαστηριακές ασκήσεις του μαθήματος και θα ανακοινωθούν προσεχώς, είτε μέσω της ενότητας «Συζητήσεις» στο e-class.