

Dossier  
**Evaluation des actifs  
financiers**

Ariinui TERIITEHAU

Master 1 EKAP

2019-2020

# **Sommaire**

Introduction -----3

I. Calcul des rendements, statistiques usuelles et performance  
des titres. -----5

Question 1 .....5

Question 2 .....6

Question 3 .....7

Question 4 .....9

Question 5 .....10

Question 6 .....11

Question 7-8.....11

Question 9 .....12

II. Théorie moderne de Portefeuille-----14

A. Portefeuille équipondéré.....14

B. Frontière d'efficience .....16

III. Conclusion -----19

Annexe-----20

# Introduction

Le but de ce projet est d'évaluer 6 fonds indiciels qu'on a extrait du site Yahoo Finance en utilisant le logiciel R.

Ce sont des données du cours à la clôture du 1er décembre 2018 au 30 novembre 2019. Tout d'abord, avant de commencer l'évaluation des actifs, on va définir les 6 fonds indiciels : VBISX, VBLTX, VEIEX, VEURX, VFINX et VPACX.

## **Vanguard Short-term Bond Index Fund Investor Shares (VBISX) :**

- Cette indice représente d'importantes obligations américaines avec une échéance de une à cinq ans. Le fond indicial est investi environ 30% des actifs dans des obligations de société et 70% dans des obligations américaines. La baisse des revenus de fonds dépend des variations du taux d'intérêt. L'objectif principal de ce fond est d'épargner à court-terme en acceptant le mouvement de prix.

## **Vanguard Long-Term Bond Index Fund (VBLTX) :**

- Ici, on a une échéance supérieure à 10 ans, le fonds investit environ 60% de ses actifs dans des obligations de sociétés et 40% dans des obligations du gouvernement américain. On sait que les obligations à long terme sont très sensibles aux variations des taux d'intérêt alors l'un des principaux attentes du Fond est que la hausse des taux d'intérêt peut réduire le prix des obligations en portefeuille, donc une baisse du cours de l'action du fonds.

## **Vanguard Emerging Markets Stock Index Fund Investor Shares (VEIEX) :**

- L'investisseur a la possibilité d'avoir une exposition aux actions sur les marchés émergents ( Brésil, Russie, l'Inde, Taïwan et Chine ). Les actions des sociétés trouvant dans ces pays ont tendance d'être plus volatiles que celle des pays développés, ce qui implique la possibilité de rendements à long terme plus importants. Le fond est accompagné de risques monétaires et politiques dans les pays émergents. Les investisseurs ont la possibilité de diversifier leur portefeuille international en acquérant ce fond.

**Vanguard European Stock Index Fund Investor Shares (VEURX) :**

- L'investisseur a la possibilité d'acquérir des actions à faible coût aux marchés boursiers européens. Possédant 1200 actions dans la région européenne, le risque boursier est plus élevé que les autres fonds internationaux, car l'investissement se trouve uniquement dans les pays européens.

**Vanguard 500 Index Fund Investor Shares ( VFINX )**

- On a la possibilité d'avoir une exposition diversifiée au marché boursier américain sur les 500 des plus grandes sociétés américaines et représentent environ les trois quarts de la valeurs du marché boursier américain. Le fond est largement diversifié sur le marché de la grande capitalisation.

**Vanguard Pacific Stock Index Fund Investor Shares (VPACX)**

- L'investisseur a une exposition à faible coût aux sociétés des pays développés de la région du Pacifique. Le fonds investit dans environ 2 150 actions. Ce fond a un risque pays plus élevé car il investit uniquement dans des actions de pays situés dans la région du Pacifique, en particulier le Japon.

En premier partie, pour réaliser l'étude des 6 fonds indiciels, on va calculer le rendement de chacun des fonds. Puis une étude statistiques usuelles et performance des titres. En seconde partie, on s'intéresse à la théorie du portefeuille en procédant au calcul de la frontière efficient et du portefeuille tangent. Pour terminer, on va faire une courte conclusion de l'étude.

# I. Calcul des rendements, statistiques usuelles et performance des titres.

---

## Question 1

On cherche à étudier l'évolution des prix et le rendement en fonction du temps des six indices. D'après *figure 1 (annexe)* qui indique la variation des prix à la clôture des prix, on remarque que les courbes de prix des indices VFINX, VPACX, VEIEX et VEURX ont la même variation de prix durant l'année 2019, on peut dire que les quatre indices se dépendent mutuellement. Le prix des indices chutent avant janvier 2019, par exemple pour l'indice VFINX qui atteint son minimum d'environ 223 point ( 23 point pour VEIEX, 25.65 pour VEURX et 11.25 pour VPACX). On constate aussi deux autres chutes importantes le 27 mai, le 19 août et au début du mois d'octobre.

De plus, on a la courbe VBISX qui stagne durant l'année 2019 alors que pour l'indice VBLTX augmente progressivement. VBLTX atteint un maximum avec 15.9 point le 26 août puis chute soudainement le 9 septembre avec 14.98 point. De plus, lorsque le groupement des quatre indices de prix diminuent , on a l'indice de prix de VBLTX qui augmente instantanément, cela s'explique que pour la majorité des obligation de VBLTX proviennent de grandes entreprises et l'indice profite des chutes de prix d'autre fond indiciels.

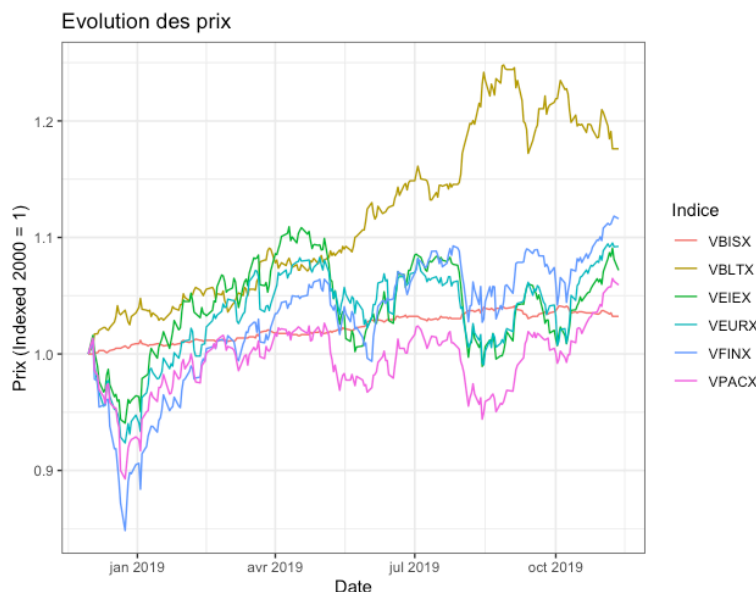
On résume l'évolution du prix des six fonds indiciels dans le graphique (*figure 2*) afin de distinguer les variations des prix en 2019. On voit que les indices VEIEX,VEURX , VPACX et VFINX sont confondus avant le mois d'avril 2019 puis VPACX se détache du groupement d'indice après ce mois ci. Ainsi, l'évolution du prix indiciel VBLTX montre clairement un accroissement du prix en 2019 avec une importante chute en septembre.

Ensuite, on s'intéresse au rendement de chacun des fonds dans la *figure 3*. Les indices VFINX, VPACX, VEIEX et VEURX ont la même tendance comme précédemment, c'est-à-

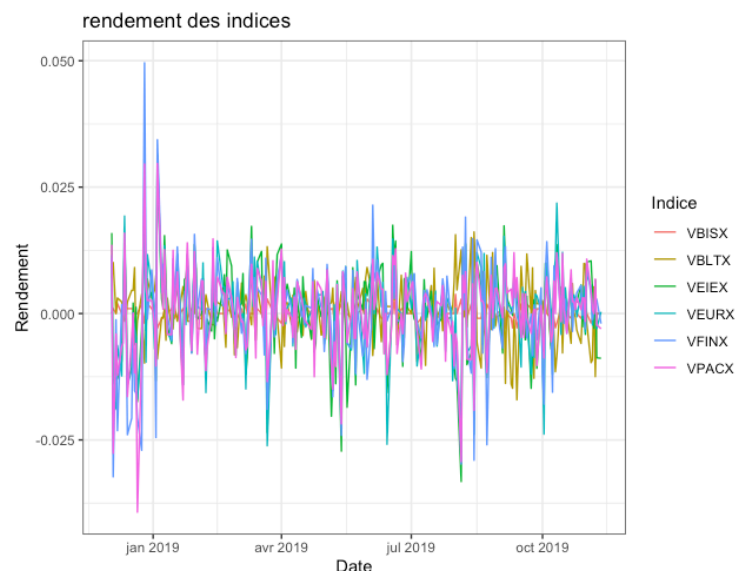
dire qu'elles se suivent entre elles. On peut remarquer des chutes de rendement dans le négatif au date cité au même moment des chutes du prix des fonds indiciels, les chutes se réalisent aussi au début de semaine.

La variation des rendements des indices de VBISX et VBLTX sont différentes des quatre autres indices. En effet, l'indice de VBISX stagne dans les alentours de 0 durant l'année 2019. L'indice VBISX représente les investissement à court-terme. Tandis que, l'indice VBLTX connaît de faible variation entre les rendements positifs et négatifs avant le mois de juillet. Lorsque les quatre fonds indiciels connaissent une importante perte de rendement, on observe un écart important et positive pour l'indice VBLTX.

**Figure 2**



**Figure 3**



## Question 2

On cherche à montrer que le rendement réalise le processus de retour à la moyenne. En effet, ce phénomène se réalise quand le rendement atteint des valeurs extrêmes positives ou négatives et retourne vers la moyenne dont d'après le graphique de rendement (*figure 3*), on peut supposer que la moyenne des rendement avoisine 0. Par exemple, pour l'indice VFINX (*figure 4*, [annexe](#)), on voit bien un retour à la moyenne après chaque valeur extrême positive et négative.

D'après la courbe de l'évolution des prix, on a affaire à des anomalies boursières vu précédemment avant le mois de janvier 2019. On parle alors d'effet de Janvier, c'est-à-dire les cours baisseraient durant le mois de décembre lorsque les investisseurs vendent leurs actifs dans le but de réaliser des plus-values. Ainsi, la hausse des cours durant le mois de janvier, s'expliquent par le retour des investisseurs sur le marché boursier.

De plus, ce phénomène se présente aussi en semaine, on parle alors d'effet lundi, comme on peut voir sur le graphique de rendement (*figure 3*), on constate plusieurs piques lisible pour les six indices. C'est la tendance des cours du marché à clôturer en baisse le lundi par rapport au vendredi d'avant, ainsi chaque pique peut représenter le début ou fin de la semaine.

En outre, ces anomalies peut aussi s'expliquer à l'actualité dans le monde. Comme par exemple, d'après des articles de « Les Echos », au début du mois d'octobre, la crainte du Brexit a fait chuter 38 points pour le FTSE la semaine d'avant. Aggravant l'indice londonien, il a eu des répercussion négative sur le reste du monde étant dépendant entre les marché boursier étranger comme on a pu voir que le prix des fonds indiciels sont liés. Les fluctuations négatives des prix peut s'expliquer aussi par la guerre commerciale sino-américaines lequel les pays mettent en place des barrières commerciales (exemple : taxe) qui aggravent la position du marché internationale, ainsi qui expliquent l'effet de dépendance entre le groupement des quatre indices.

---

### Question 3

*Figure 5* montre les boîtes à moustaches des rendements pour les 6 indices. En premier lieu, on remarque que la moyenne des indices avoisine 0 et plusieurs indices possèdent des valeurs atypique pour tout les indices à l'exception de VBISX, ces valeurs aberrantes représentent les piques des rendements. On s'intéresse à chacun des indices :

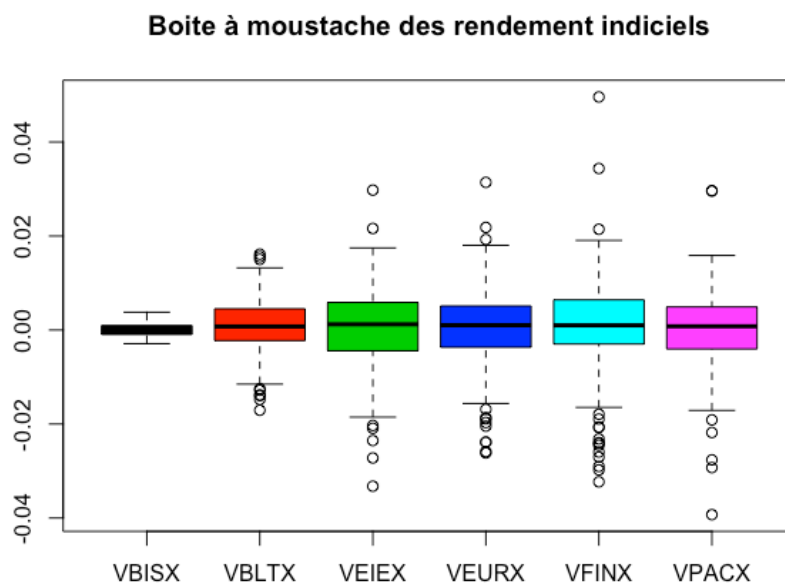
- VBISX : Le premier et troisième quartile sont très proche entre eux et qui avoisinent aussi la valeur 0. Ceci s'explique par la stagnation du prix de l'indice VBISX tout au long de l'année 2019. On sait que cette indice comprend des investissement d'obligation à court terme, ainsi un placement obligataire à court terme assure un

rendement avec un risque très faible. En regardant la forme de la boîte à moustache, on peut dire que la variance est faible, de même pour l'écart-type à cause de la minceur de l'écart inter-quartile, ce qui démontre le risque très faible.

-VBLTX : l'espacement inter-quartile est plus élevé que précédemment, on peut dire que la variance est aussi plus élevée alors le risque augmente aussi. On avait dit que ce fond indicel représente les investissements sur des obligations ( majoritairement américaine ) à long terme.

- L'indide VEIEX, VEURX, VFINX et VPACX : d'après les graphiques, on remarque que l'inter-quartile du groupement indicel est pratiquement la même. Ainsi, les valeurs aberrantes se trouvent essentiellement au-dessous du premier quartile, ces valeurs sont illustrées dans le graphique (*figure 3*) par les piques négatifs. On trouve aussi peu de valeurs aberrante positives qui sont alors des piques positifs.

**Figure 5**





## Question 4

**Tableau 1**

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
<b>Moyenne</b>	0.000135	0.000329	0.000407	0.000510	0.000275	0.000700
<b>Variance</b>	1.3900e-06	7.31880e-05	6.80625e-05	9.36056e-05	6.53025e-05	3.11810e-05
<b>Ecart-type</b>	0.001179	0.008555	0.008250	0.009675	0.008081	0.005584
<b>Kurtosis</b>	3.405877	3.626237	4.242962	4.439181	7.039256	6.753781
<b>Asymétrie</b>	0.05492582	-0.24204741	-0.42258715	-0.38359790	-0.16533220	-0.62504878

D'après les résultats du tableau 1, on constate que la moyenne entre les 6 fonds indiciels se trouve entre 0.000135 et 0.0007, l'espérance de rendement le plus élevé est l'indice VPACX et le plus faible VBISX. L'indice VPACX assure une espérance de rendement meilleur par les cinq autres indices ( 0.0007), alors que VBISX l'espérance de rendement est plus faible dû à l'investissement sur des obligations à court terme (0.0001).

On s'intéresse maintenant à la variance et l'écart-type des six indices, les indicateurs sont liés, car l'écart-type est la racine carré de la variance. En outre, on sait que l'écart-type représente le taux de risque à investir sur le marché financier. L'indice avec un risque très élevé est VEURX pour une valeur de 0.96%, le fonds détient plus de 1200 actions dans la région européenne. On l'avait présenté comme étant un indice avec un degré de risque le plus élevé que les autres fonds internationaux. Le risque le plus faible est bien évidemment VBISX (0.11 %) à cause des investissements à court terme qui sont moins risqués sur le marché, alors VBISX a très peu de déviation à cause de l'écart type étant très faible, on remarque aussi que la moyenne et l'écart type de VBISX sont proches, ce qui explique l'absence de valeurs aberrantes.

Ensuite, on veut montrer l'asymétrie des rendements des indices en utilisant le coefficient dissymétrie, alors si le coefficient positif, la distribution sera décalée à gauche de la médiane sinon à droite dans le cas si le coefficient négatif. D'après le tableau, on remarque que VBISX est le seul indice qui est positif, *figure 7 (annexe)* illustrée bien le décalage à gauche de la médiane qui vaut 0. *Figure 8* montre un exemple quand le coefficient est négatif et un décalage vers la droite.

Maintenant, on s'intéresse à l'indicateur de Kurtosis, il montre l'aplatissement des queues de distribution, ainsi plus l'indicateur est élevé, plus la probabilité d'apparition d'événement extrêmes est élevée. VFINX a un kurtosis qui vaut 7.039 est qui est le plus élevé par les six fonds indiciels. Avec sa boîte de moustache, on avait plusieurs valeurs aberrantes qui peuvent expliquer l'apparition d'événements extrêmes durant l'année 2019. La kurtosis le plus faible est VBISX qui explique que toutes les valeurs se trouve autour de 0.

On peut dire que la série VBISX semblent être la plus distribué normalement, VBISX a la moyenne, l'écart-type et la kurtosis la plus faible parmi les autres série. De plus, *figure 7 (annexe)* illustre bien la distribution normalisé de la série. La série la moins distribuée est la série VFINX, d'après *figure 9 (annexe)*, la courbe de densité en rouge montre une distribution fine de la série (même pour la série VPACX) car la kurtosis est élevé.

## Question 5

**Tableau 2**

	VBISX	VLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
<b>StdDev Sharpe (Rf=0%, p=95%)</b>	0.0849	0.1191	0.0344	0.0451	0.0491	0.0298
<b>VaR Sharpe (Rf=0%, p=95%)</b>	0.0565	0.0758	0.0203	0.0270	0.0316	0.0175
<b>ES Sharpe (Rf=0%, p=95%)</b>	0.0432	0.0550	0.0140	0.0183	0.0192	0.0098

On cherche à calculer le ratio de Sharpe pour chaque fonds indiciels avec un taux mensuel sans risque de 0,0004167, on mesure l'écart entre la rentabilité d'un portefeuille d'actif et le taux de rendement d'un placement sans risque et divisé l'écart-type du taux de rendement du portefeuille considéré. Brièvement, le Ration de Sharpe est un indicateur de la rentabilité (marginale) obtenue par unité de risque.

D'après les résultats de calcul de Ratio de Sharpe, on a tout les valeurs qui sont positives et compris entre 0 et 1 cela signifie que l'excédent de rendement par rapport au taux

sans risque est plus faible que le risque pris. Ainsi, plus le ratio est élevé et plus le portefeuille est performant.

Le ratio de Sharpe nous pousse à dire que l'indice VBLTX est le plus performant parmi les six indices suivi par VBISX, VFINX, VEURX, VEIEX et VPACX.

---

## Question 6

La matrice (tableau 3) permet de quantifier l'écart conjoints de deux variables par rapport à la moyenne. De plus, la covariance permet d'étudier la relation linéaire entre deux variables. La diagonale de la matrice indique la variance des indices.

D'après le tableau 3, on a toutes les valeurs qui sont proches de 0 et on remarque une relation positive entre les indices VBISX et VBLTX à cause des valeurs positives alors que les deux indices ont une relation négative avec le groupement des 4 autres indices. Par contre, le groupement des 4 indices évolue positivement entre eux.

**Tableau 3**

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
VBISX	1e-06	5.0e-06	-4.0e-06	-4.0e-06	-5.0e-06	-3.0e-06
VBLTX	5e-06	3.1e-05	-1.5e-05	-1.4e-05	-2.2e-05	-1.5e-05
VEIEX	-4e-06	-1.5e-05	7.3e-05	5.4e-05	6.1e-05	5.8e-05
VEURX	-4e-06	-1.4e-05	5.4e-05	6.8e-05	6.1e-05	5.3e-05
VFINX	-5e-06	-2.2e-05	6.1e-05	6.1e-05	9.4e-05	6.5e-05
VPACX	-3e-06	-1.5e-05	5.8e-05	5.3e-05	6.5e-05	6.5e-05

---

## Question 7-8

Le coefficient de corrélation mesure l'intensité du lien entre deux variables. La valeur varie entre -1 et 1. Si cette valeur est positive alors il existe une relation positive, c'est-à-dire que les deux variables varient dans le même sens, si la valeur de corrélation est négative, alors les deux variables varient dans le sens inverse. Si cette valeur est nulle, on considère que les deux variables sont indépendantes.

Figure 10 (annexe) montre la matrice de corrélation des six fonds indiciels, on analyse le coefficient de VBISX et VBLTX, on a un coefficient qui vaut 0.77, une corrélation supérieur 0.5 qui nous pousse à dire qu'il y a une dépendance positive entre les indices. Puis, VBISX et VBLTX ont une relation négatives avec les 4 autres indices dont les valeurs de corrélation sont inférieures à -0.5. On a alors une corrélation négative modérée entre eux, par exemple VFINX et VBISX dont la corrélation vaut -0.47. Le groupement de quatre indices sont fortement corrélés avec des coefficients supérieurs à 0.5, cette dépendance a été illustrée lors de la variation de prix des 4 indices, on avait vu qu'elles variaient dans le même sens. De plus, cela peut s'expliquer aussi que l'indice S&P 500 est aussi lié à tout les marchés boursiers au monde, donc on peut dire que l'indice VFINX est le leader parmi les trois autres, si l'indice de prix diminue pour VFINX alors le prix des trois indices diminue aussi.

Ainsi, on se doit aussi d'analyser la diversification des actifs en prenant en compte la diminution du facteur de risque. En effet, la diversification parmi le groupement des quatre actifs (VEIEX, VEURX, VFINX et VPACX) ne va pas réduire le risque, pour réduire ce risque on a intérêt de diversifier des actifs ayant un coefficient de corrélation proche de 0, par exemple, l'actif de VEIEX et VBISX ou VEURX et VBLT pourraient sans doute réduire le risque de portefeuille.

---

## Question 9

Ici, on veut trouver le titre le plus rentable parmi les 6 mesures de performance ajusté au risque : risque de Treynor, Ratio de Sharpe, Alpha de Jensen, Ratio de Sortino, Ratio d'Information et le Ratio de Roy. Dans cette analyse, nous n'utiliserons pas le ratio de Roy car il est utilisé pour trouver un seuil au-dessus lequel les investisseurs considèrent que la performance du portefeuille est positive alors qu'on cherche le portefeuille le plus rentable de même avec le risque de Treynor et le ratio d'information.

- Le Ratio de Sortino mesure la volatilité à la baisse (perte potentielle) d'un actif, c'est-à-dire l'excès de rentabilité d'un portefeuille par rapport à un placement sans risque. En regardant les résultats de calcul du Ratio de Sortino figure 12 (annexe), VBLTX a

le ratio le plus important ( 0.18 ) suivie par VBISX (0.17). Avec le ratio de Sortino comme pour celui de Sharpe, on sélectionne le ratio le plus élevé dont VBLTX. En effet, le ratio de Sharpe et Sortino sont assez similaire dont Sortino améliore la lacune en regardant seulement la volatilité qui pénalise l'investisseur.

- Alpha de Jensen, cette méthode d'évaluation compare un portefeuille à une combinaison d'actif sans risque et d'un portefeuille de marché. Lorsque alpha est supérieur à 0, on dit que le portefeuille est performant, si il est inférieur à 0, on dit que le portefeuille est moins performant que prévu. *Figure 14 (annexe)* montre les différentes combinaison possible entre les actifs, on remarque les actifs qui sont combiné avec elle même, on a un alpha nulle. De plus, l'indice VFINX exprime un alpha négative en se combinant avec les autres indice comme VEIEX, VEURX et VPACX. En revanche, elle est positive avec VBISX et VBLTX. Les résultats montrent que VBISX et VBLTX ont des alphas positives avec tout les autres indices.

D'après les ratios de Sortino, alpha de Jensen et de Sharpe, le titre le plus rentable à investir est l'indice VBLTX, ainsi il faudrait investir sur des obligations à long terme dont la majorité des obligations sont américaine afin d'avoir d'assurer de meilleur rendement.

## II. Théorie moderne de Portefeuille

Dans cette partie, on va parler de la diversification d'un portefeuille équilibré avec les 6 actifs mais aussi de la frontière d'efficience d'un portefeuille composé de trois actifs : VEIEX, VEURX et VFINX.

### A. Portefeuille équilibré

Pour commencer, il faut calculer le rendement d'un portefeuille équilibré, sa moyenne et son écart type et le placer dans un plan moyenne-variance avec 7 séries dont les 6 indices et le nouveau portefeuille. Puis définir les titres inefficients.

La moyenne du portefeuille équilibré est calculé en faisant le rapport de la somme des moyennes des indices et le nombre d'indice.

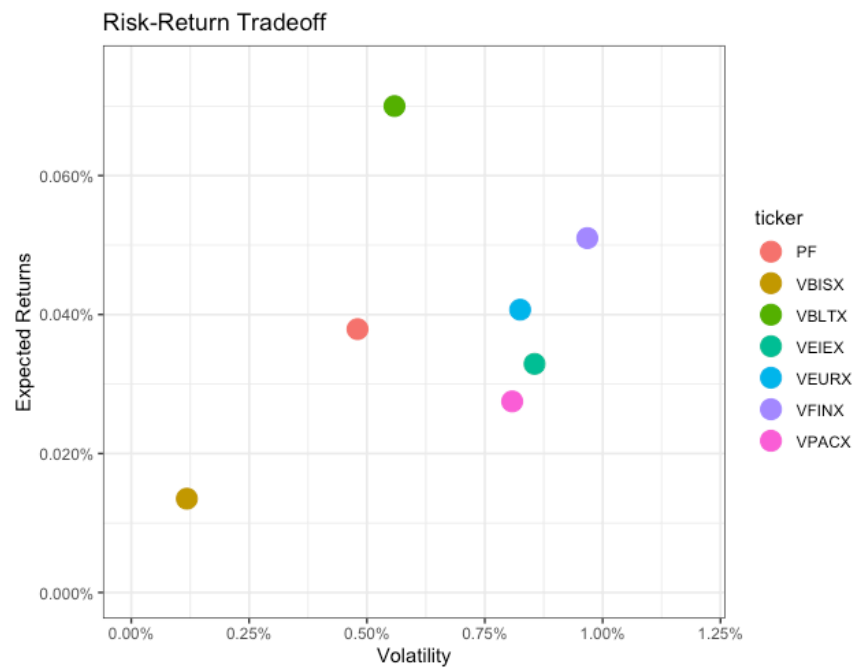
$$\text{Moyenne : } \bar{X}_{pf} = \frac{\sum_{i=1}^6 \bar{X}_i}{6} = 0.000379 ,$$

$$\text{Variance : } V(R_{pf}) = \frac{1}{6} \left( \sum_{i=1}^6 \bar{X}_i^2 \right) - \bar{X}_{pf}^2 = 2.324933e^{-05}$$

$$\text{Ecart-type : } \sigma_{pf} = \sqrt{V(R_{pf})} = 0.0048$$

Figure 15 montre le plan moyenne et écart-type pour avoir un graphique plus explicite sur l'emplacement des séries. Avec l'aide du graphique, il est facile d'identifier les titres inefficients, on voit que l'indices VPACX, VFINX, VEURX et VPACX sont inefficients. En effet, il n'a pas d'intérêt d'investir dans ces titres parce que l'écart-type (taux de risque) est très élevé en comparant le titre VBLTX qui est plus faible pour une espérance de rendement bien plus meilleur. En prenant le portefeuille équilibré comme référence, l'indice VPACX et VEIEX ne sont pas efficient, il serait mieux de diversifier son portefeuille avec les six indices de pondération équivalent.

Figure 15



## B. Frontière d'efficience

Ici, on veut calculer la frontière d'efficience d'un portefeuille composant de trois indices : VEIEX, VEURX et VFINX. Pour calculer cette frontière, on simule aléatoirement plusieurs combinaisons de poids pour les trois actifs entre 0 et 1.

La fonction dans le logiciel R calcule les plusieurs combinaisons jusqu'à tracer la frontière du portefeuille comme montre la *figure 16*. On remarque bien dans le plan moyenne - écart type les trois indices nommer dans le graphique. On a nommé les trois poids :  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ , et  $\omega_z$ , ainsi quand l'un des poids est égale à 0, le portefeuille prend la forme de l'un des indices initiales. Par exemple, si  $\omega_x = 1$ ,  $\omega_y = \omega_z = 0$  alors le portefeuille est équivalent à l'indice VEIEX.

Dans la suite de notre étude, on cherche à déterminer le portefeuille avec une variance minimale et calculer l'écart-type et la moyenne de rendement afin de minimiser les risques de portefeuille. Il faut utiliser des méthodes d'optimisation en posant comme problématique la minimisation de la variance avec sous contrainte que la somme des poids vaut 1 et que tous les poids sont positifs pour éviter d'avoir tel que :

Portefeuille de Variance Minimale :  $Var(R_{pf}) = {}^t\omega V\omega$ ,  $V$  représente la matrice de Variance et  $\omega$ , la matrice des poids.

$$\text{Min } Var(R_{pf})$$

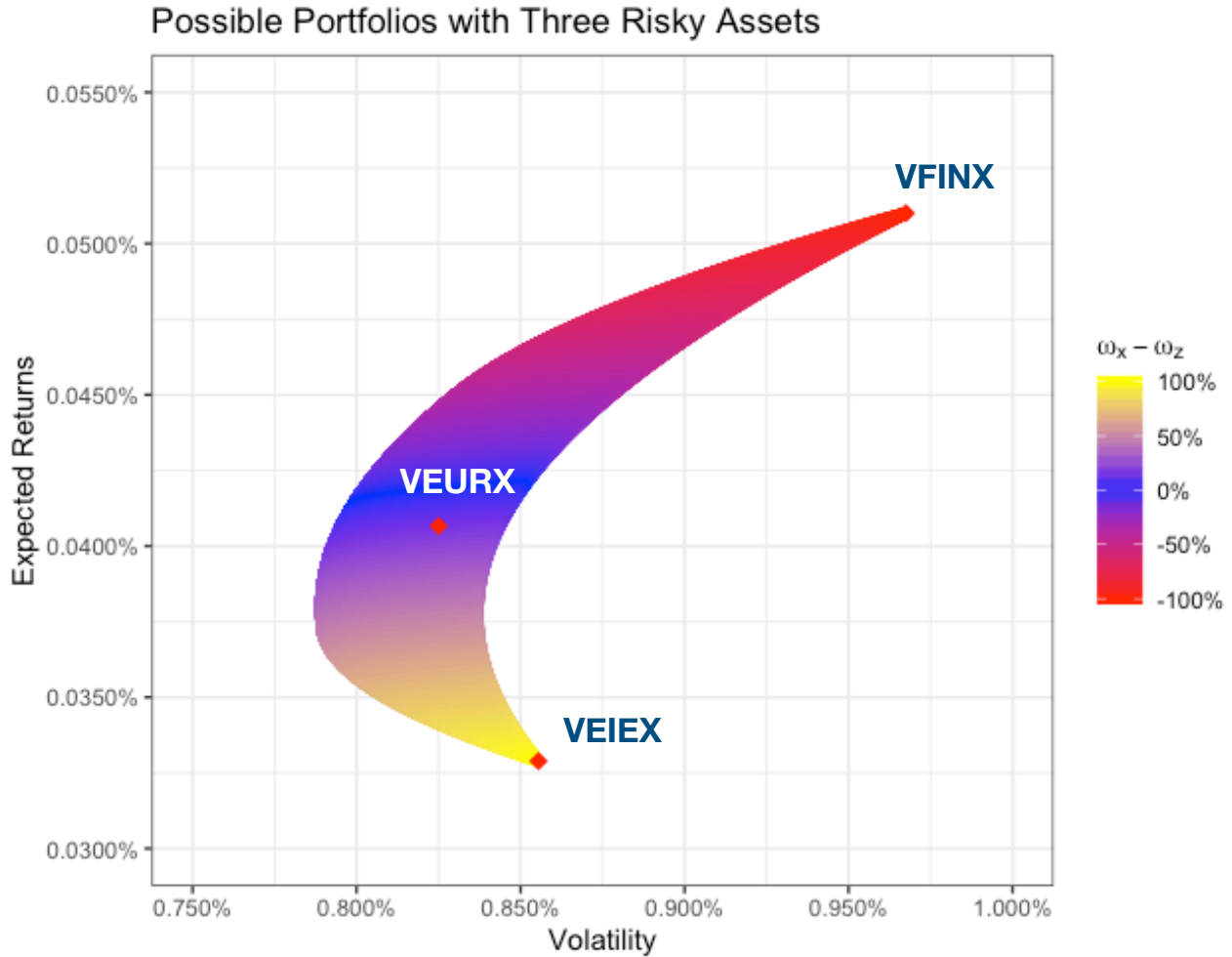
$$s.c : \omega_x + \omega_y + \omega_z = 1$$

$$\omega_k > 0, \forall k \in \{x, y, z\}$$

Grâce en fonction du logiciel R, il sera facile de définir le minimum de la variance du portefeuille, ainsi on trouve une variance qui est égale à **0.000293** soit un écart-type de 1.71% avec une moyenne de **0.0017**. *Figure 17 (annexe)*, indique la frontière efficiente avec le portefeuille à variance minimal indiqué en vert sur le graphique. En effet tous les points qui se trouvent au-dessus du point vert représentent une infinité de portefeuilles efficients.



**Figure 16**



Ici, on cherche **le portefeuille tangent** de sorte que le rendement de l'actif sans risque vaut 2% le quel on va diviser par le nombre de jour dans une année (365 jours). Pour trouver le PF tangent, on doit faire la différence entre l'espérance des rendement et celle du rendement sans risque. Mathématiquement, on procède en calcul matriciel suivant :

$$R = \begin{bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} r_x - r_{rf} \\ r_y - r_{rf} \\ r_z - r_{rf} \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{x,y} & \sigma_{x,z} \\ \sigma_{y,x} & \sigma_y^2 & \sigma_{y,z} \\ \sigma_{z,x} & \sigma_{z,y} & \sigma_z^2 \end{bmatrix}$$

On calcul la matrice Z tel que Z soit le produit de la matrice inverse de variance-covariance M et P (Prime de risques).

$$Z = M^{-1}P$$

Ensuite, on a la matrice S qui se trouve tel que :

$$S = Z'I, \text{ avec } I \text{ qui est le vecteur unitaire dont la diagonale vaut } 1.$$

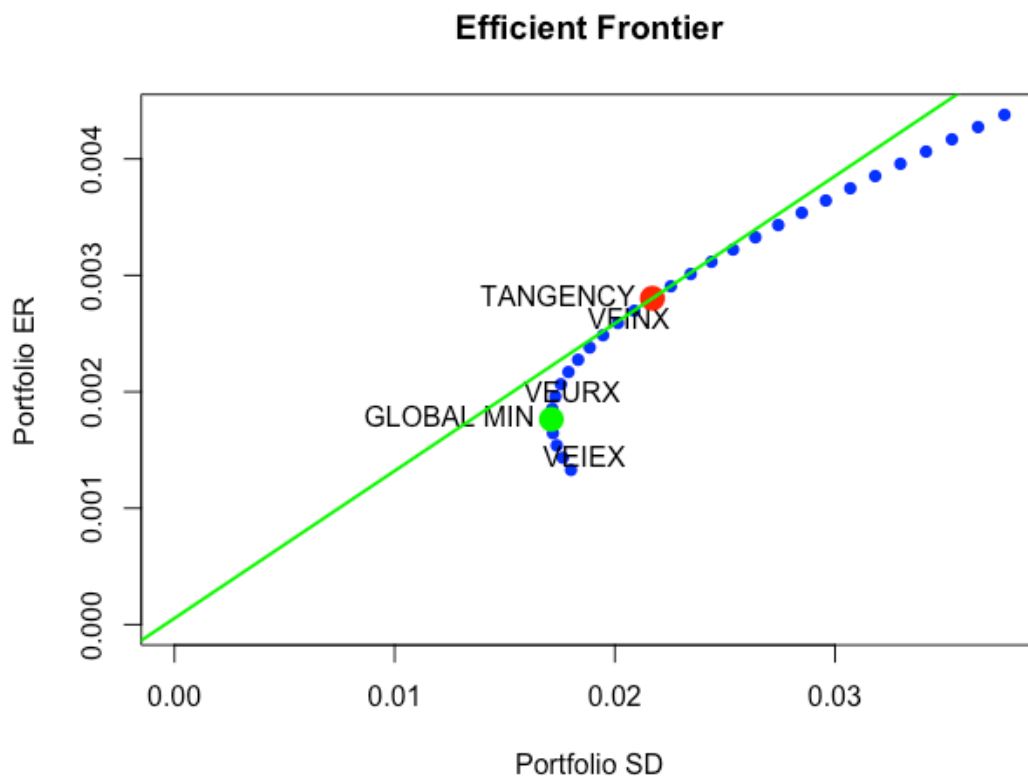
Puis, on a alors : 
$$X = \frac{1}{S}Z,$$

La rentabilité du portefeuille tangent s'obtient :  $r_T = R'X$

La variance du portefeuille tangent :  $\sigma_T^2 = X'MX$

On trouve comme moyenne **0.0028** et un écart-type **0.0217**. Puis on le représente graphiquement la frontière efficient et le portefeuille tangent en point rouge avec la tangente tracer en vert. (figure 18)

**Figure 18**



# III. Conclusion

Le but de cette étude était de s'entraîner à évaluer des actifs financiers avec 6 fonds indiciels boursiers en utilisant le logiciel R. Ainsi, en analysant les indices, on a pu optimiser sa prise de décision de « comment » investir sur le marché financier. En effet, il fallait passer évidemment par une étude statistique des séries et s'intéresser à l'actualité du marché boursier pour comprendre les fluctuations du marché boursier. Puis une analyse des performances par 6 mesures (les différents ratios), on trouve que VBLTX était l'indice le plus performant parmi les 6.

Après cette étude usuelle, on a procédé à une diversification du portefeuille avec les six indices dont en premier lieu avec les 6 indices en pondérant sur un sixième. En deuxième, avec seulement trois indices : VEIEX, VEURX et VFINX. En comparant les résultats du premier portefeuille équipondéré des 6 indices et les trois indices choisis. On remarque que le premier PF, on a une moyenne plus élevée que le deuxième PF (0.000379 contre 0.00029) mais le risque du PF à variance minimale est très bas ( 0.17% contre 0.48% ). Tandis que le portefeuille tangent a un risque de 2.1% et une moyenne 0.0028.

En outre, on pourrait trouver une meilleure diversification de PF avec une étude plus poussée des indices en combinant d'autres méthodes tel que le Machine Learning ou d'autres méthodes algorithmiques. Comme par exemple, les grandes entreprises financières comme JP Morgan investissent beaucoup dans les technologies d'information et de communication pour améliorer les performances de rendement, on parle alors d'innovation financière.

# Annexe

Figure 1

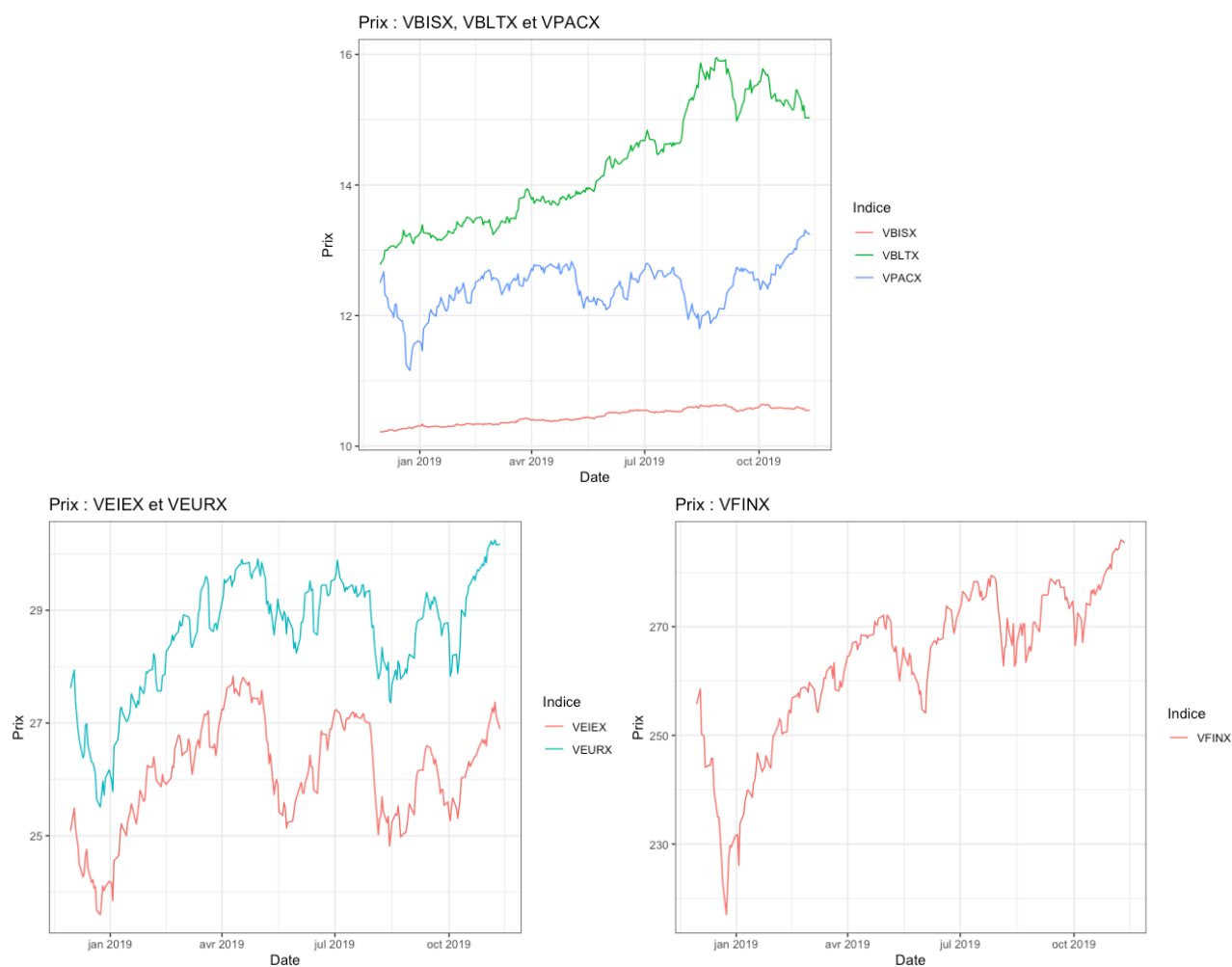


Figure 4

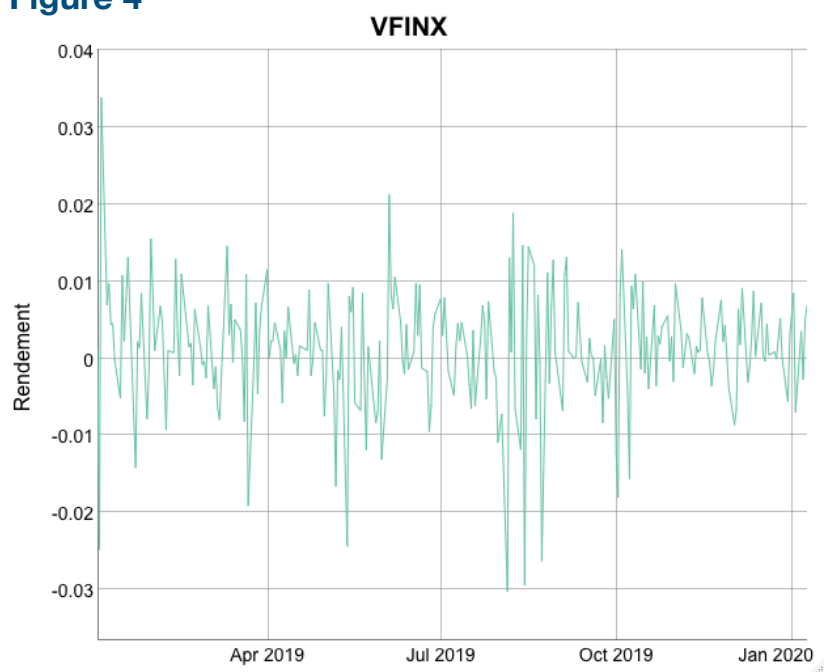


Figure 7

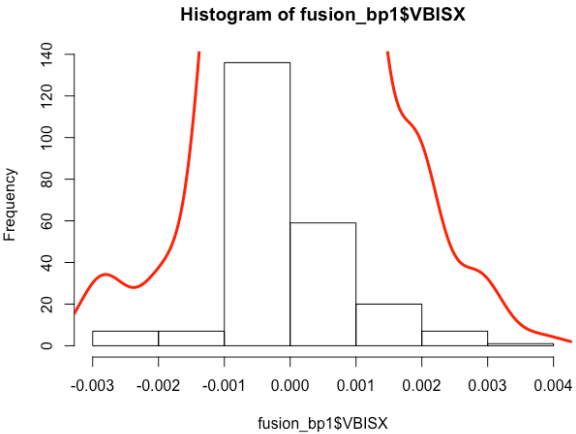


Figure 8

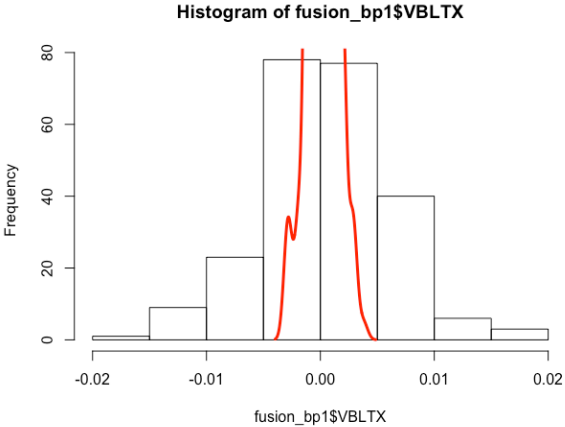


Figure 9

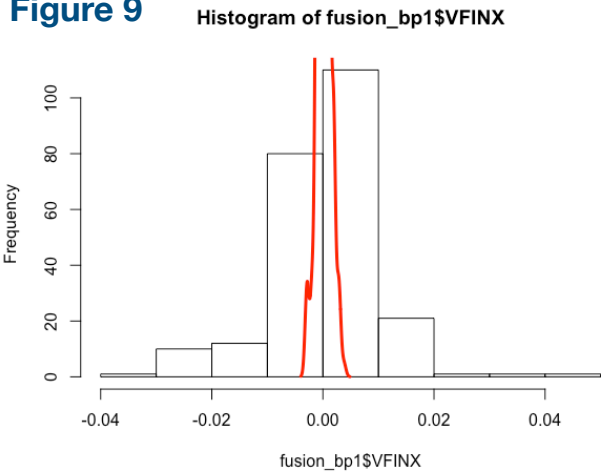


Figure 10

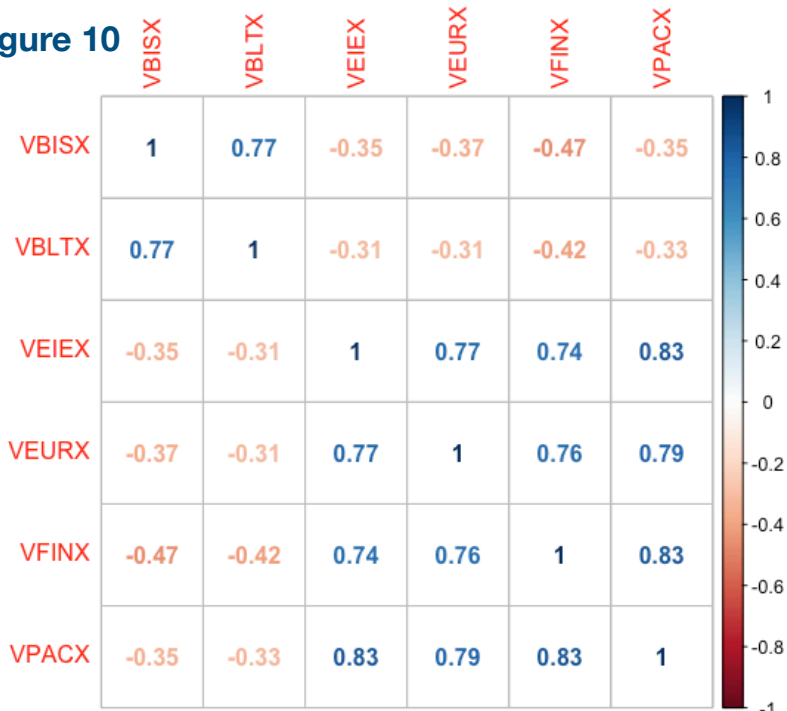


Figure 11

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Treynor Ratio: VBISX	0.02535709	0.04892266	-0.02646971	-0.03435675	-0.02978748	-0.02260732
Treynor Ratio: VBLTX	0.15648520	0.17784379	-0.14077954	-0.19323752	-0.15829769	-0.11348632
Treynor Ratio: VEIEX	-0.52685606	-0.87603027	0.06707535	0.11943247	0.13587124	0.06834271
Treynor Ratio: VEURX	-0.48000723	-0.84404174	0.08383306	0.08887939	0.12818472	0.06960318
Treynor Ratio: VFINX	-0.44598947	-0.74097276	0.10220582	0.13736986	0.11405075	0.07746480
Treynor Ratio: VPACX	-0.50059125	-0.78562344	0.07602974	0.11031322	0.11456387	0.05380246

Figure 12

```
> SortinoRatio(fusion_bp2[,c(1:7)], Rf = 0.0004167/12) #oui
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Sortino Ratio (MAR = 0%)	0.1799556	0.1882069	0.05289014	0.06813554	0.07333456	0.04634926

Figure 13

```
> InformationRatio(fusion_bp2[,c(1:7)], fusion_bp2[,c(1:7)], scale = NA) #oui
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Information Ratio: VBISX	NaN	2.0443383	0.2934454	0.4610663	0.5483707	0.2111172
Information Ratio: VBLTX	-2.0443383	NaN	-0.6078870	-0.4998156	-0.3111678	-0.7020667
Information Ratio: VEIEX	-0.2934454	0.6078870	NaN	0.2436893	0.4503971	-0.1748797
Information Ratio: VEURX	-0.4610663	0.4998156	-0.2436893	NaN	0.2511998	-0.4201873
Information Ratio: VFINX	-0.5483707	0.3111678	-0.4503971	-0.2511998	NaN	-0.7123622
Information Ratio: VPACX	-0.2111172	0.7020667	0.1748797	0.4201873	0.7123622	NaN

Figure 14

```
> SFM.jensenAlpha(merged_returns[-c(218:258),1:6], merged_returns[-c(218:258),1], modified=FALSE)
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Jensen's Alpha (Risk free = 0)	-4.163336e-17	0.0554455	0.1961293	0.2357377	0.355756	0.218356

```
> SFM.jensenAlpha(merged_returns[-c(218:258),1:6], merged_returns[-c(218:258),2], modified=FALSE)
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Jensen's Alpha (Risk free = 0)	0.001412644	-2.775558e-17	0.2029009	0.2391102	0.3636097	0.2264563

```
> SFM.jensenAlpha(merged_returns[-c(218:258),1:6], merged_returns[-c(218:258),3], modified=FALSE)
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Jensen's Alpha (Risk free = 0)	0.03329193	0.182618	5.551115e-17	0.07650283	0.1674516	0.06612497

```
> SFM.jensenAlpha(merged_returns[-c(218:258),1:6], merged_returns[-c(218:258),4], modified=FALSE)
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Jensen's Alpha (Risk free = 0)	0.03643488	0.1941464	-0.002382966	0	0.1250196	0.03977228

```
> SFM.jensenAlpha(merged_returns[-c(218:258),1:6], merged_returns[-c(218:258),5], modified=FALSE)
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Jensen's Alpha (Risk free = 0)	0.0448439	0.2313079	-0.06936584	-0.02932203	1.665335e-16	-0.02618932

```
> SFM.jensenAlpha(merged_returns[-c(218:258),1:6], merged_returns[-c(218:258),6], modified=FALSE)
```

	VBISX	VBLTX	VEIEX	VEURX	VFINX	VPACX
Jensen's Alpha (Risk free = 0)	0.03647824	0.1977326	-0.02725369	0.02866846	0.1117328	2.498002e-16

Figure 17

