

Моделирование гравитационных волн

Черносов Вячеслав

27 октября 2025 г.

1 Описание модели РТА

1.1 Симулированные данные

В качестве внешнего параметра нашей модели положим спектр $H(f)$. Тогда в Фурье-пространстве ход гравитационной волны равен:

$$\tilde{h}(f) = \sqrt{H(f)},$$

а в физическом пространстве:

$$\mathbf{h}(t) = \int e^{i2\pi ft} \cdot \tilde{h}(f) \cdot df.$$

Разность хода волны, принимаемая на Земле будет равна:

$$\Delta \mathbf{h}(t, \hat{\Omega}) = \mathbf{h}(t) - \mathbf{h}(t - L(1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p})).$$

Тогда красное смещение, фиксирующееся на Земле будет равно:

$$\mathbf{Z}(t, \hat{\Omega}) = \Delta \mathbf{h}(t, \hat{\Omega}) \cdot \mathbf{F}^*(\hat{\Omega}),$$

где:

$$\mathbf{F}(\hat{\Omega}) = \frac{1}{2} \frac{\hat{p}^i \hat{p}^j}{1 + \hat{\Omega} \cdot \hat{p}} \cdot \mathbf{e}_{ij}(\hat{\Omega}).$$

Проинтегрируем по сфере:

$$\mathbf{Z}(t) = \int \Delta \mathbf{h}(t, \hat{\Omega}) \cdot \mathbf{F}^*(\hat{\Omega}) \cdot d\hat{\Omega}.$$

Действительная часть сигнала будет равна:

$$Z(t) = \Re [\mathbf{Z}(t)]$$

1.2 Обработка данных

Посчитаем корреляцию сигналов от двух пульсаров:

$$r_{ab}(\tau) = \int Z_a(t) \cdot Z_b(t - \tau) \cdot dt$$

Корреляция для $\tau = 0$ описывается как:

$$r_{ab}(0) \approx 4\pi h^2 \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{F}_a(\hat{\Omega}) \cdot \mathbf{F}_b(\hat{\Omega}) \cdot d\hat{\Omega},$$

где:

$$h^2 = \int H(f) \cdot df.$$

Тогда функция $\mu_{ab}(\gamma)$ из наблюдательных данных получается как:

$$\mu_{ab}(\gamma) = \frac{1}{4\pi h^2} \int Z_a(t) \cdot Z_b(t) \cdot dt$$

1.3 Форма спектра

Рассмотрим две основных формы спектра:

1. Сигнал на одной частоте f_0 будет описываться как:

$$H(f) = A \cdot \delta(f - f_0)$$

2. Сигнал со степенным спектром α будет описываться как:

$$H(f) = A \cdot f^\alpha$$