



הפקולטה למדעי החברה החוג למדעי המחשב אוניברסיטת חיפה

#### מתמטיקה דיסקרטית, סמסטר א' תשס"ח – מבחן סופי מועד א'

מרצה: אמיר רובינשטיין	תאריך: 25/01/2008

מספר הקורס: 203.1850 מתרגל: עידו ניסנבוים

#### הנחיות:

- 1. יש לרשום את מספר תעודת הזהות במקום המיועד בעמוד זה.
  - 2. משך הבחינה שלוש שעות.
- 3. בטופס הבחינה 10 עמודים (כולל עמוד זה) וודאו כי כולם ברשותכם.
- 4. יש לכתוב את התשובות על גבי טופס הבחינה, במקומות המיועדים לכך בלבד.
  - 5. שימו לב: תשובות לא מסודרות או בכתב יד לא ברור לא תיבדקנה.
    - .A4 חומר העזר היחיד המותר הוא דף עזר אישי בגודל
- 7. 20% מהניקוד בכל סעיף יינתנו אם התשובה <u>היחידה</u> בסעיף תהיה "לא יודע/ת".
- 8. מותר להשתמש בכל טענה או משפט שלמדתם בהרצאות או בתרגולים (אך לא בתרגילי בית או מקורות אחרים) מבלי להוכיח אותם, בתנאי שמצטטים אותם באופן מדוייק וברור.

#### בהצלחה!!!



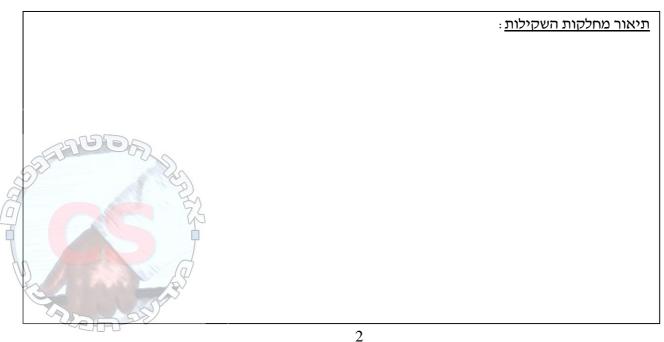
ניקוד	ערד	שאלה
	30	1
	35	2
	20	3
	15	4
	5	בונוס
	105	סה״כ

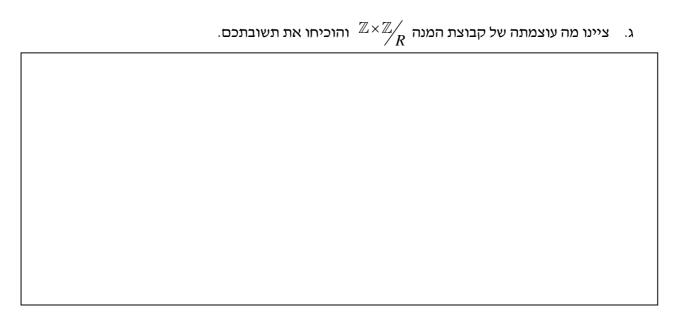
# שאלה 1 (30 נקודות)

.(הערה:  $\mathbb{Z}$  היא קבוצת השלמים)  $R = \{((a,b),(c,d)) \mid a=c\}: R \subseteq (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$  נתון היחס הבא א. הוכיחו כי R הוא יחס שקילות.

: הוכחה

ב. מהן מחלקות השקילות שמשרה היחס R על  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  י הסבירו.





.  $S=\{((a,b),(c,d))\,|\,a=c \ \lor \ b=d\}: S\subseteq (\mathbb{Z}\times\mathbb{Z})\times (\mathbb{Z}\times\mathbb{Z})$  ד. נתון היחס  $S^*$ , הסגור הטרנזיטיבי של S, והוכיחו תשובתכם.

 $S^2$  מהו: מהו

: <u>הוכחה</u>

S \* =



# שאלה 2 (35 נקודות)

 $\Sigma = \{1,2,3,4\}$  נתונה הקבוצה

נסמן ב- $\Sigma$  את קבוצת המחרוזות באורך המורכבות מספרות החרוזות באורך המחרוזות באורך המחרוזות באורך המורכבות החרוזות המורכבות מהספרות 1, 2, 3 ו- 4).

ענו על כל אחד מהסעיפים הבאים במקומות המיועדים, ותנו הסבר <u>קצר</u> לפתרון שלכם. מותר להשאיר

.(
$$\sum$$
 ), אולם אסור להשאיר סימני סכימה ( $\sum_{y}^{x}$ ), אולם אסור להשאיר סימני סכימה בפתרון בפתרון מקדמי בינום (ביטויים מהצורה

... בכל הסעיפים בשאלה זו נדרש פתרון מפורש ולא רקורסיבי, למעט סעיף די.

?	$\sum_{n}$	ב-	ית	777	זמחו	ספר ו	ה מ	ו. מו	X

: <u>הסבר</u>

י (פעמים 2 פעמים 2 -  $\frac{n}{2}$  פעמים 1 ב- מה מספר המחרוזות ב-  $\Sigma_n$  שמכילות בדיוק ביוק



: הסבר:

. מה מספר המחרוזות ב- $\Sigma_n$ שמכילות בדיוק פעמיים 1 ושבע פעמים 3 ( $n{\geq}9$ ) י
הסבר:
$lpha(n)$ - נסמן ב $lpha(n)$ את מספר המחרוזות ב $\Sigma_n$ שלא מכילות את הרצף 11. תנו נוסחה $lpha(n)$ - נ
$\alpha(n)$ אונ מטפו דומוון דאוונב- $\alpha(n)$ שלא מכילוונ אונדוו בן דו. וגנו נוטוווז ו קוו טיביונ לי $\alpha(n)$ .
<u>הסבר</u> :
ה. מה מספר המחרוזות ב- $\Sigma_n$ שהן מונוטוניות עולות ? (מחרוזת היא מונוטונית עולה אם כל איבר
בה גדול או שווה לקודמו. למשל 222334 היא מונוטונית עולה, אבל 233434 לא).
הסבר:

י ( $n {\ge} 4$ ) פעם אחת פעם צר $\Sigma$ -ב	מה מספר המחרוזות ב- $\Sigma_n$ שמכילות את כל אחת מהספרות שו $\Sigma_n$ .
	<u>הסבר</u> :
ל וונג וונגר על פוננס גי בפוננס גב	$\mathbb{C} = \{1, 2, 3,, k\}$ - כעת נכליל את סעיף ו $k$ : נתון $k$ טבעי כלשהו, ו $k$ .
ב. ענו סוב על סעין די בסעין די ב	בעונ נבליל אונ סעיף די ממן $\lambda$ סבעי בלסווו, די $\{x, 2, 3,, N\}$ ב $\sum$ מותר להשאיר סימני סכימה ( $\sum$ ) בפתרון.
	מוונו לוושאיו סימני סכימוול ביונוון.
	<u>הסבר</u> :
	. <u>12077</u>
72	

# שאלה 3 (20 נקודות)

. בכל הסעיפים בשאלה זו G הוא גרף פשוט ולא מכוון.

תזכורת שני גרפים פשוטים ולא מכוונים  $G_1$ =( $V_1$ , $E_1$ ) ו-  $G_1$ =( $V_1$ , $E_1$ ) נקראים איזומורפיים אם קיימת . $G_2$ =( $G_1$ ) שכנים ב-  $G_1$  ו-  $G_2$ =( $G_1$ ) ו-  $G_2$ =( $G_1$ ) ו-  $G_2$ =( $G_1$ ) אם  $G_1$  ו-  $G_2$ =( $G_1$ ) אם  $G_1$ -( $G_2$ ) פונקציה כזאת נקראת איזומורפיזם מ-  $G_1$  ל-  $G_2$ =( $G_1$ ) ו-  $G_2$ -( $G_1$ ) איזומורפיזם מ-  $G_2$ -( $G_1$ ) ו-  $G_2$ -( $G_1$ - $G_2$ -( $G_1$ - $G_2$ - $G_2$ - $G_2$ -( $G_1$ - $G_2$ - $G_2$ - $G_2$ - $G_2$ -( $G_1$ - $G_2$ 

בכל אחד מהסעיפים הבאים ענו על השאלה : כמה פונקציות שהן איזומורפיזם קיימות מגרף G לעצמו! תנו הסבר קצר לתשובתכם.

#### שתי דוגמאות להבהרה:

- . כאשר G הוא מעגל בגודל 4, קיימות 8 פונקציות שהן איזומורפיזם מ- G לעצמו G
- (גרף G הוא גרף מלא בעל n צמתים, קיימות n! פונקציות שהן איזומורפיזם מ-G לעצמו (גרף מלא הוא גרף פשוט עם קשת בין כל שני צמתים שונים).

(לשתי דוגמאות אלה לא יינתן הסבר במהלך המבחן – עליכם להבין אותן לבד).

ם זרים, אחד בגודל 3 והשני	כאשר $G$ הוא גרף המכיל בסהייכ 7 צמתים המסודרים בשני מעגלינ
	בגודל 4 (מעגלים זרים הם מעגלים שאין להם אף צומת משותף).
	: <u>זסבר</u>
2	
ם זרים, כל אחד בגודל 3.	כאשר $G$ הוא גרף המכיל בסהייכ 6 צמתים המסודרים בשני מעגלינ $G$
2000	
	<u></u>
	. 1201
57	
T	
1()1	

צמתים שמחקו ממנו קשת אחת כלשהי.	n כאשר $G$ הוא גרף מלא בעל.
	<u>הסבר</u> :
צמתים שמחקו ממנו שתי קשתות סמוכות (קשתות הן סמוכות אם	$n$ ד. כאשר $G$ הוא גרף $\underline{ady}$ בעל
	יש להן צומת משותף).
	<u>הסבר</u> :

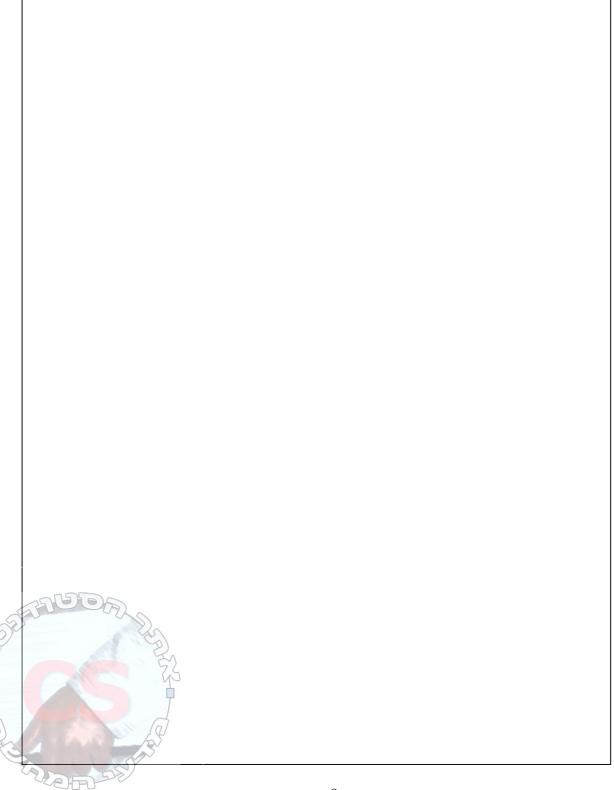


# שאלה 4 (15 נקודות)

שימו לב: אין קשר בין שני סעיפי השאלה.

הטענה נכונה / אינה נכונה (הקיפו בעיגול)

א.  $\frac{}{}$  הוכיחו או הפריכו את הטענה הבאה: קבוצת כל הסדרות האינסופיות של אותיות מתוך הקבוצה או.  $\frac{}{}$  ליכם להקיף בעיגול את תשובתכם ולהוכיח אותה במדוייק.



- $A = \{ P(\varnothing) \times P(\{1,2,5\}) \} \{ (\varnothing,\varnothing), (\varnothing,1), (\varnothing,\{1\}), (\varnothing,\{1\}) \} \}$ ב. תהי A הקבוצה הבאה באים, בדיוק אחד הוא נכון. הקיפו בעיגול סעיף זה. אין צורך להוכיח.
  - |A| = 4 .I
  - |A| = 6 .II
  - |A| = 10 .III
  - |A| = 12 .IV

### שאלת בונוס (5 נקודות)

הקשר בין יחס הזהב וסדרת פיבונאציי הוא (הקיפו בעיגול את התשובה היחידה הנכונה):

- 1. תוצאת החלוקה של שני איברים עוקבים בסדרת פיבונאציי שואפת ליחס הזהב.
  - 2. יחס הזהב מופיע בביטוי המפורש לאיבר הכללי בסדרת פיבונאציי.
    - .3 תשובות 1 ו- 2 נכונות.
- 4. פיבונאציי זוכה כיום ליחס של הערכה רבה מצד מתמטיקאים בעולם, ויחס זה מכונה יחס הזהב.

# בהצלחה!!

