

アルゴリズム特論 第1回（10月）課題レポート

学籍番号:1710021

氏名:有馬海人

[練習問題 2-1]

問題を解くにあたって次のような表を作成した。

表1 式変形をまとめた表

割り算	かけ算の式に直す	さらに式変形する
$27182818/10000000 = 2\text{あまり}7182818$	$27182818 = 2 \times 10000000 + 7182818$	$7182818 = 27182818 - 2 \times 10000000$
$10000000/7182818 = 1\text{あまり}2817182$	$10000000 = 1 \times 7182818 + 2817182$	$2817182 = 10000000 - 1 \times 7182818$
$7182818/2817182 = 2\text{あまり}1548454$	$7182818 = 2 \times 2817182 + 1548454$	$1548454 = 7182818 - 2 \times 2817182$
$2817182/1548454 = 1\text{あまり}1268728$	$2817182 = 1 \times 1548454 + 1268728$	$1268728 = 2817182 - 1 \times 1548454$
$1548454/1268728 = 1\text{あまり}279726$	$1548454 = 1 \times 1268728 + 279726$	$279726 = 1548454 - 1 \times 1268728$
$1268728/279726 = 4\text{あまり}149824$	$1268728 = 4 \times 279726 + 149824$	$149824 = 1268728 - 4 \times 279726$
$279726/149824 = 1\text{あまり}129902$	$279726 = 1 \times 149824 + 129902$	$129902 = 279726 - 1 \times 149824$
$149824/129902 = 1\text{あまり}19922$	$149824 = 1 \times 129902 + 19922$	$19922 = 149824 - 1 \times 129902$
$129902/19922 = 6\text{あまり}10370$	$129902 = 6 \times 19922 + 10370$	$10370 = 129902 - 6 \times 19922$
$19922/10370 = 1\text{あまり}9552$	$19922 = 1 \times 10370 + 9552$	$9552 = 19922 - 1 \times 10370$
$10370/9552 = 1\text{あまり}818$	$10370 = 1 \times 9552 + 818$	$818 = 10370 - 1 \times 9552$
$9552/818 = 11\text{あまり}554$	$9552 = 11 \times 818 + 554$	$554 = 9552 - 11 \times 818$
$818/554 = 1\text{あまり}264$	$818 = 1 \times 554 + 264$	$264 = 818 - 1 \times 554$

割り算	かけ算の式に直す	さらに式変形する
$554/264 = 2$ あまり26	$554 = 2 \times 264 + 26$	$26 = 554 - 2 \times 264$
$264/26 = 10$ あまり4	$264 = 10 \times 26 + 4$	$4 = 264 - 10 \times 26$
$26/4 = 6$ あまり2	$26 = 6 \times 4 + 2$	$2 = 26 - 6 \times 4$
$4/2 = 2$ あまり0	$4 = 2 \times 2 + 0$	$0 = 4 - 2 \times 2$

この表を基に $2 = 26 - 6 \times 4$ を次のように変換を繰り返した。

$$2 = 26 - 6 \times 4$$

$4 = 264 - 10 \times 26$ を代入。

$$2 = 61 \times 26 - 6 \times 264$$

$26 = 554 - 2 \times 264$ を代入。

$$2 = 61 \times 554 - 128 \times 264$$

$264 = 818 - 1 \times 554$ を代入。

$$2 = 189 \times 553 - 128 \times 818$$

$554 = 9552 - 11 \times 818$ を代入。

$$2 = 189 \times 9552 - 2207 \times 818$$

$818 = 10370 - 1 \times 9552$ を代入。

$$2 = 2396 \times 9552 - 2207 \times 10370$$

$9552 = 19922 - 10370$ を代入。

$$2 = 2396 \times 19922 - 4603 \times 10370$$

$10370 = 129902 - 6 \times 19922$ を代入。

$$2 = 30014 \times 19922 - 4603 \times 129902$$

$19922 = 149824 - 1 \times 129902$ を代入。

$$2 = 30014 \times 149824 - 34617 \times 129902$$

$129902 = 279726 - 1 \times 149824$ を代入。

$$2 = 64631 \times 149824 - 34617 \times 279726$$

$149824 = 1268728 - 4 \times 279726$ を代入。

$$2 = 64631 \times 1268728 - 293141 \times 279726$$

$279726 = 154454 - 1 \times 1268728$ を代入。

$$2 = 357772 \times 1268728 - 293141 \times 1548454$$

1268728 = 2817182 − 1 × 1548454 を代入。

$$2 = 357772 \times 2817182 - 650913 \times 1548454$$

1548454 = 7182818 − 2 × 2817182 を代入。

$$2 = 1659598 \times 2817182 - 650913 \times 7182818$$

2817182 = 10000000 − 1 × 7182818 を代入。

$$2 = -2310511 \times 7182818 + 1659598 \times 10000000$$

7182818 = 27182818 − 2 × 10000000 を代入。

$$2 = 6280620 \times 10000000 - 2310511 \times 27182818$$

以上より

$X = 27182818, Y = 10000000$ のとき、次式を満たす a, b の組み合わせは

$$aX + bY = gcd(X, Y)$$

$a = -2310511, b = 6280620$ である。

[練習問題 2-2]

第 3 回講義資料7ページにあるような表を作成した。次のようになった。また、 \hat{a}_i' の値と \hat{a}_i'' の値が異なってしまった場合は、続きの行をその行の1行上の値と2行上の値で計算しなおした。

表2 第 3 回講義資料7ページにある表を題意に合わせて作成しなおした表

q_i'	\hat{a}_i'	a_i	\hat{a}_i''	q_i''	(γ_i, δ_i)
0	9069	906987930030	9070	0	[1, 0]
1	8606	860577930030	8605	1	[0, 1]
18	463	46410000000	465	18	[1, -1]
1	272	25197930030	235	1	[-18, 19]
1	191	21212069970	230	1	[19, -20]
2	81	3985860060	5	46	[-37, 39]
1	2519	25197930030	2520	1	[-18, 19]
1	2121	21212069970	2122	1	[19, -20]
5	398	3985860060	398	5	[-37, 39]
3	131	1282769670	132	3	[204, -215]
26	5	137551050	2	66	[-649, 684]
5	3985	3985860060	3986	5	[-37, 39]

q'_i	\hat{a}'_i	a_i	\hat{a}''_i	q''_i	(γ_i, δ_i)
3	1282	1282769670	1283	3	[204, -215]
9	139	137551050	137	9	[-649, 684]
4	31	44810220	50	2	[6045, -6371]
3	1282	1282769670	1283	3	[204, -215]
9	1375	137551050	1376	9	[-649, 684]
1	1282	44810220	1283	1	[6045, -6371]
13	93	3120390	93	13	[-6694, 7055]
1	73	1124760	74	1	[93067, -98086]
3	20	870870	19	3	[-99761, 105141]
1	13	253890	17	1	[392350, -413509]
1	7	109200	2	8	[-492111, 518650]
3	8708	870870	8709	3	[-99761, 105141]
1	2538	253890	2539	1	[392350, -413509]
2	1094	109200	1092	2	[-492111, 518650]
3	350	35490	355	3	[1376572, -1450809]
7	44	2730	27	13	[-4621827, 4871077]
2	1092	109200	1093	2	[-492111, 518650]
3	3549	35490	3550	3	[1376572, -1450809]
3	1092	2730	1093	3	[-4621827, 4871077]
4	273	0	271	4	[15242053, -16064040]

この表より、 906987930030 と 860577930030 の最大公約数は 2730 であるとわかった。

[練習問題 2-3]

第 3 回講義資料11ページにあるアルゴリズムを $B_1 = 915, B_2 = 555$ として実行した。

初期値 $B_1 = 915, B_2 = 555$

B_1, B_2 のどちらかが奇数になるまで両方を2で割る
 その結果、 $B_1 = 915, B_2 = 555$ となった

$w = B_1 - B_2$ より $w = 360$

w が奇数になるまで2で割る。

$w = 2^s t$ とすると $t = 45$ となった。

$t > 0$ なので B_1 に 45 を代入する。

$$w = B_1 - B_2 \text{ より } w = -510$$

w が奇数になるまで 2 で割る。

$$w = 2^s t \text{ とすると } t = -255 \text{ となった。}$$

$t \leq 0$ なので B_2 に -255 を代入する。

$$w = B_1 - B_2 \text{ より } w = -210$$

w が奇数になるまで 2 で割る。

$$w = 2^s t \text{ とすると } t = -105 \text{ となった。}$$

$t \leq 0$ なので B_2 に -105 を代入する。

$$w = B_1 - B_2 \text{ より } w = -60$$

w が奇数になるまで 2 で割る。

$$w = 2^s t \text{ とすると } t = -15 \text{ となった。}$$

$t \leq 0$ なので B_2 に -15 を代入する。

$$w = B_1 - B_2 \text{ より } w = 30$$

w が奇数になるまで 2 で割る。

$$w = 2^s t \text{ とすると } t = 15 \text{ となった。}$$

$t > 0$ なので B_1 に 15 を代入する。

$$w = B_1 - B_2 \text{ より } w = 0$$

$w == 0$ なのでループは終了。

以上より、 $X = 915, Y = 555$ のとき、 $GCD(X, Y) = 15$ となった。