

# 二次元の等電位線

有馬海人

2017 年 12 月 8 日

## 1 実験の目的

導電性のカーボン紙を利用し、電位を直接観測することにより等電位線と電気力線を実際に描く。無限に広い平面上での理論と実験結果を比較することにより、等電位線と電気力線の間にどのような関係があるのか考察する。

## 2 実験の原理

導電性カーボン紙に電極を塗布して、カーボン紙上の等電位点をたどることによって等電位線を描く。実際に観測しているのは、カーボン紙上に生じる定常電流の場合における等電位線と電気力線である。子の等電位線と電流線の 2 つの曲線群は互いに直行する。同様な関係が次の表に示すように、静電場における等電位線と電流線の 2 つの曲線群は互いに直交する。同様な関係が次の表に示すように、静電場における等電位線と電流線、保存力場における等ポテンシャル線と力線、定常的な流れの場合における等速度ポテンシャル線と流線、等々に対しても成り立つ。

いくつかの簡単な場合には定常電流の場合（または静電場）における等電位線と電流線は簡単な式で表される。

無限に広い導電性平面上に、距離  $D$  を隔てて 2 つの円形電極がある場合を考える。電極の一方の電位を 0、他方の電位を  $V_0$  とする。この時電位 0 の電極の中心から距離  $r$ 、電位  $V_0$  の電極の中心から距離  $r'$  の点  $P$  における電位  $V$  は次の式で与えられる。

$$v = \frac{V_0 \log(\frac{R}{D})}{2 \log(\frac{R}{D})} \quad (1)$$

したがって等電位線は  $r'/r = \text{const.}$  を満たす曲線、すなわちアポロニウスの円となる。また、電気力線または電流線は両電極の中心を通る円となる。

次に無限に広い導電性平面状に、距離  $D$  を隔てて 2 つの円形電極がある場合を考える。電極の一方の電位を 0、他方の電位を  $V_0$  とする。この時の電位 0 の電極の中心から距離  $r$ 、電位  $V_0$  の電極の中心から距離  $r'$  の電極の中心から距離  $r$  の点  $P$  における電位  $V$  は次の式で与えられる。

$$v = \frac{V_0}{2} \frac{\log(\frac{Rr'}{Dr})}{\log(\frac{R}{D})} \quad (2)$$

したがって等電位線は  $r'/r = \text{const}$  を満たす曲線、すなわちアポロニウスの円となる。また、電気力線または電流線は両電極の中心を通る円となる。次に無限に広い一様な電場の中に半径  $R$  の導体または絶縁体がある場合を考える。(1) 無限に広い一様な  $y$  方向の電場の中に半径  $R$  の導体の円板がある場合

$$y - \frac{R^2 y}{x^2 + y^2} = \text{const} \quad (3)$$

$$x + \frac{R^2 x}{y^2 + x^2} = \text{const} \quad (4)$$

(2) 無限に広い一様な  $y$  方向の電場の中に半径  $R$  の絶縁体の円板がある場合

$$y + \frac{R^2 y}{x^2 + y^2} = \text{const} \quad (5)$$

$$x - \frac{R^2 x}{y^2 + x^2} = \text{const} \quad (6)$$

(3) 無限に広い一様な  $x$  方向の電場の中に半径  $R$  の導体の円板がある場合

$$x - \frac{R^2 x}{x^2 + y^2} = \text{const} \quad (7)$$

$$y + \frac{R^2 y}{y^2 + x^2} = \text{const} \quad (8)$$

(4) 無限に広い一様な  $y$  方向の電場の中に半径  $R$  の導体の円板がある場合

$$x + \frac{R^2 x}{x^2 + y^2} = \text{const} \quad (9)$$

$$y - \frac{R^2 y}{y^2 + x^2} = \text{const} \quad (10)$$

### 3 実験の方法

#### 3.1 2つの円形電極の周りの等電位線を求める

1. 長方形のカーボン紙を短辺の長さに合わせて正方形にした。
2. 正方形のカーボン紙に原点間が 4cm の半径 4cm の円と半径 3.5cm の円をそれぞれ 2 つずつ書いた。
3. 2 円で構成された 2 つのドーナツ状の部分に銀ペーストを塗布した。
4. 導体のどこに触れても等電位であることを確認した。
5. 1V から 5V まで 1V ずつ等電位線を描いた。

### 3.2 一様な電場の中の円形導体のまわりの等電位線と電気力線を求める。

1. 新しい長方形のカーボン紙の中央に半径 4cm の円と半径 3.5cm の円を書き、その間のドーナツ状の部分に銀ペーストを塗布した。
2. また、長方形の短辺の両端に幅 5mm で導電塗料を塗布した。
3. 導体のどこに触れても等電位であることを確認した。
4. 1V から 5V まで 1V ずつ等電位線を描いた。
5. 中央の円形導電体を切り落とした。
6. 短辺の両端に塗布した導電塗料の部分を両方切り落とした。
7. 切り落とした方でない両端に導電塗料を幅 5mm で塗布した。
8. 3V から 5V まで 1V ずつ等電位線を描いた。

## 4 測定結果と課題

2 式に  $V$  の値を代入して算出した  $r'/r$  の結果は下表のようになった。

表 1 電圧と  $r'/r$  の表

$V/V$	$r'/r$
1	4.00
2	2.00
3	1.00
4	0.50
5	0.25

両電極の中心 A,B の間を  $1 : (r'/r)$  に内分する点 C,D の座標は下表のようになった。

表 2 電圧と点 C と点 D の座標

$V/V$	C /mm	D /mm
1	-3.602213614	-9.99385485
2	-2.00614869	-17.9448314
3	-0.010379898	-3468.242338
4	1.987688443	18.11149033
5	3.588908942	10.03090371

実験 1 のレポート課題 (iii) の結果はレポートの末尾に添付した。

実験 2 レポート課題 (4) の座標を求める際には 3 式を変形した次式を利用した。

$$x = \pm \sqrt{\frac{y(-y^2 + cy + R^2)}{y - c}} \quad (11)$$

実験 2 レポート課題 (5) の座標を求める際には 9 式を変形した次式を用いた。

$$y = \pm \sqrt{\frac{x(x^2 - cx + R^2)}{c - x}} \quad (12)$$

課題 (4)(5) において作成したグラフ及び計算図はレポートの末尾に添付した。

## 5 考察

### 5.1 実験 1 について

等電位線とは直行することが 3 本の等電位線から確認することができた。したがって、実際にカーボン紙の端は絶縁体であることも分かったと考察する。赤の実戦で描いた計算上の図とは線分点 A 点 B では非常に近い値となっている。また、電位差が 1 V、5 V の場合の等電位線は計算上のものと近い外形となっている。以上から、2 円に等電位線が近くなればなるほど計算上の値に近くのとであると考察する。

### 5.2 実験 2 について

作成したグラフより、中心の円から遠ざかるほど計算図と測定図の違いがなくなっている。このことから、円に遠ざかるほど円による影響が小さくなっていくため、計算値と実験値に違いがなくなっていくのと考察する。また、実験値の等電位線と電気力線を見ると、これらは無限に広い平面上だけでなく実際に有限の平面であっても直交している。このことから、等電位線のベクトルと電気力線のベクトルの内積は 0 であると考察する。

### 5.3 実験をスムーズに行うために

今回の実験で私は銀ペーストを塗布した部分を等電位にするのに時間がかかってしまった。このようなことをなくすために次に挙げることを行うと良いと考察する。1 つ目は銀ペーストに含まれている銀の濃度を上げることであると考察する。銀がペーストの内部でまとまってしまう、様々な場所で等電位にするのには重ね塗りが非常に多くの数をする必要が出てしまい、大幅に時間を使用してしまっていた。しかし、これを行うことによってのがすぐに銀成分が全体に行き渡りやすくなるので、電位が安定しやすくなると考察する。2 つ目は銀ペーストの塗り方であると考察する。これをハケとiraない紙などを利用することで満遍なく漏れ無く、導電体を作ることができるからであると考察する。出てはいけない部分を不要な紙で隠すことで安心して銀ペーストを塗布することができる。また、ハケを使うことで先の細い筆で長い時間使わずに効率的に銀ペーストの塗布を行うことができるからであると考察する。そして、3 つ目はドライヤーの最高温度を上げることである。なんども塗り直していたが、気がつけば電位が安定するようになったということが発生していたことから、このようなことが発生していたのには乾燥不足があったのだと考察する。したがって、ドライヤーの最高温度を上げることでこの乾燥不足が起きることが少なくなり、実際の実験以外で時間の効率化を図ることができるかと考察する。

## 参考文献

- [1] 共通教育部自然科学部会（物理）、『基礎科学実験 A（物理学実験）平成 29 年（2017 年）版』