



モデリング

- パラメトリック曲面 (Parametric surface)
 - 双3次クーンズ曲面 (Bicubic coons surface)
 - ベジエ曲面 (Bezier surface)
- ポリゴン曲面
 - 細分割曲面 (Subdivision surface)
 - 詳細度制御 (LOD; Level of Detail)
 - 境界表現 (B-reps; Boundary representation)
- ソリッドモデル (Solid model)
 - CSG(Constructive Solid Geometry) 表現
 - スイープ表現 (Sweep representation)
- その他
 - ボクセル (Voxel)
 - 八分木 (Octree)
 - メタボール (Meta Ball)
 - パーティクル (Particle)

ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

本日の要点



パラメトリック曲面 (parametric surface)

- 各座標がパラメータの陽関数形式 ($S = f(u, v)$) で表現された曲面

- 多项式曲面 (polynomial surface)
 - 有理式曲面, 有理曲面 (rational surface)

- u に関して n 次, v に関して m 次のとき $n \times m$ 次曲面
 - $n = m$ のとき双 n 次曲面

- ### ■ 複合曲面 (composite surface)

- 複数のパッチ (patch) を合わせた曲面



パラメトリック曲面 (parametric surface)

- 双3次クーンズ曲面 (Bicubic coons surface)
 - ベジエ曲面 (Bezier surface)
 - Bスプライン曲面 (B-spline surface)
 - 有理ベジエ曲面 (Rational Bezier surface)
 - NURBS 曲面 (非一様有理 Bスプライン曲線; Non-Uniform Rational B-Spline surface)



双3次クーンズ曲面 (Bicubic coons surface)

- 四辺形パッチの四隅における 16 のベクトルで定義
 - 位置ベクトル (S), 接ベクトル (S_u, S_v), ねじれベクトル (S_{uv})
- 3次の多項式曲面 \Rightarrow 16 ベクトルを補間





双3次クーンズ曲面 (Bicubic coons surface)

$$S(u, v) = \begin{pmatrix} H_0^3(u) \\ H_1^3(u) \\ H_2^3(u) \\ H_3^3(u) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} S(0, 0) & S_v(0, 0) & S_v(0, 1) & S(0, 1) \\ S_u(0, 0) & S_{uv}(0, 0) & S_{uv}(0, 1) & S_u(0, 1) \\ S_u(1, 0) & S_{uv}(1, 0) & S_{uv}(1, 1) & S_u(1, 1) \\ S(1, 0) & S_v(1, 0) & S_v(1, 1) & S(1, 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_0^3(v) \\ H_1^3(v) \\ H_2^3(v) \\ H_3^3(v) \end{pmatrix} \quad (14.1)$$

$$S_u(u, v) = \frac{\partial}{\partial u} S(u, v), \quad S_v(u, v) = \frac{\partial}{\partial v} S(u, v) \quad (14.2)$$

$$S_{uv}(u, v) = \frac{\partial}{\partial u \partial v} S(u, v) \quad (14.3)$$

- H : 3次エルミート関数
- $S(u, v)$: 位置ベクトル
- $S_u(u, v), S_v(u, v)$: u, v 方向の接ベクトル
- $S_{uv}(u, v)$: ねじれベクトル



3次エルミート(Hermite)関数

$$H_0^3(t) = (2t+1)(1-t)^2$$

$$H_1^3(t) = t(1-t)^2$$

$$H_2^3(t) = -t^2(1-t)$$

$$H_3^3(t) = t^2(3 - 2t)$$



ベジェ曲面

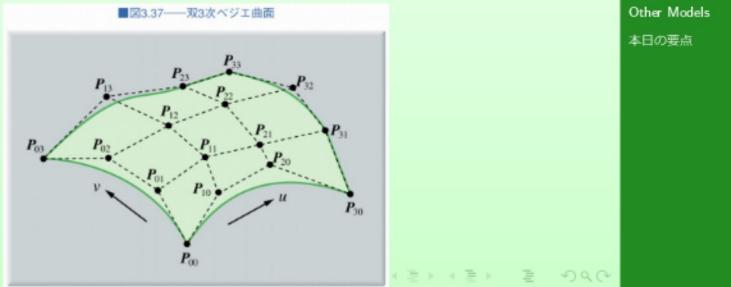
■ $n \times m$ 次ベジエ曲面

- $(n+1) \times (m+1)$ 個の制御点 P_{ij}
- $P_{00}, P_{n0}, P_{0m}, P_{nm}$ が四隅の位置を指定

■ 双3次ベジエ曲面

- 16個の制御点
- 四辺は3次ベジエ曲線

■ 全て制御点で扱えるので coons 曲面よりも扱い易い



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Bicubic Coons Surface

Bezier Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

本日の要点



ベジエ曲面

■ ベジエ曲面

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{ij} B_i^n(u) B_j^m(v) \quad (14.4)$$

■ バースタイン基底関数 (Bernstein basic function) $B_i^n(u), B_j^m(v)$

$$\begin{aligned} B_i^n(u) &= \binom{n}{i} u^i (1-u)^{n-i} \\ &= \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \end{aligned} \quad (14.5)$$

$$\begin{aligned} B_j^m(v) &= \binom{m}{j} v^j (1-v)^{m-j} \\ &= \frac{m!}{j!(m-j)!} v^j (1-v)^{m-j} \end{aligned} \quad (14.6)$$

ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Bicubic Coons Surface

Bezier Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

本日の要点

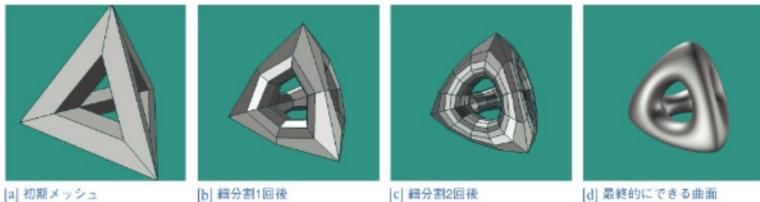
細分割曲面 (Subdivision Surface)



細分割曲面

- 図(d)をパラメトリック曲面で表現すると?
 - 複数の曲面パッチを繋ぎ合わせる
 - 接続部分に工夫が必要
 - 細分割曲面では?
 - 図(a)の初期メッシュを再帰的に分割

■図3.38—细分割曲面の生成



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Subdivision Surface

Smoothing Techniques

Level of Detail

Representatives

Other Mode

本日の要点

1

1

1

1

1

細分割曲面 (Subdivision Surface)



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Subdivision Surface

Smoothing

Level of Detail

Solid Representation

Other Models

本日の要点

細分割曲面

- パラメトリック曲面
 - 1995年「トイ・ストーリー」
- 細分割曲面
 - 1998年「Geri's Game」
 - 1999年「バグズ・ライフ」

■図3.39——細分割曲面で作られたキャラクタ 3ds maxによる制作例





細分割曲面

■ 定義

- 分割操作を無限回適用した極限
- 極限曲面

■ 実用上

- ポリゴンが 1 画素相当になるまで
- 数回の分割で充分な近似が得られる ⇒ 最後はスムーズシェーディング

■ 手続き

- **分割 (splitting)**
 - 頂点の追加
- **平滑化 (smoothing)**
 - 頂点の座標の修正

平滑化 (Smoothing)



平滑化

- 3次元ディジタイザ
 - 計測器による誤差



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface Subdivision

Subdivision Surface

Smoothing Level of Det:

Solid
E

Representation

Other Models

本章の要点

1

1

1

平滑化 (Smoothing)



平滑化

- 3次元ディジタイザ
 - 計測器による誤差



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Polygon Surface Subdivision Surface

Smoothing

Level of Detail

Solid
Representation

Other Models

本日の要点

1

1

1

1

1



詳細度制御 (LOD; Level of Detail)



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Subdivision Surface

Smoothing

Level of Detail

Solid Representation

Other Models

本日の要点

詳細度制御

- ポリゴン曲面 ⇒ 膨大なメッシュ
- 視点から遠いメッシュ ⇒ 1画素以下
- **簡単化 (simplification)**
 - ポリゴン数の削減
- 詳細度制御 (LOD; Level of Detail)
 - 奥行きに応じたモデルの詳細度の調整 ⇒ VR(Virtual Reality)

■図3.45——詳細度制御の例



[a] 69,451個の三角形からなるオリジナルのポリゴン曲面 [b] およそ1,000個の三角形からなる簡単化したポリゴン曲面 [c] およそ100個の三角形からなる簡単化したポリゴン曲面

(Michael and P. S. Heckbert, Proceedings of ACM SIGGRAPH 1997 p.215 ©1997 ACM, Inc. Reprinted by permission.)

「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人新進情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

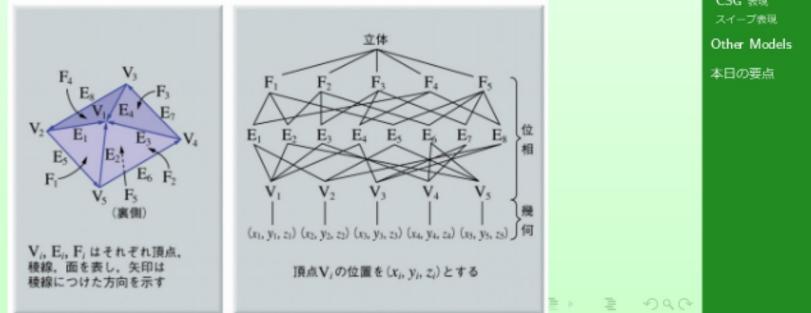
境界表現



境界表現

- B-reps(Boundary representation)
- 基本要素: 頂点 (vertex), 積線 (edge), 面 (face)
- 基本要素の接続関係をグラフで保持
 - 位相 (topology): 要素の接続関係
 - 幾何 (geometry): 頂点の座標値

■図3.5——四角錐の境界表現



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

境界表現

CSG 表現

スイーフ表現

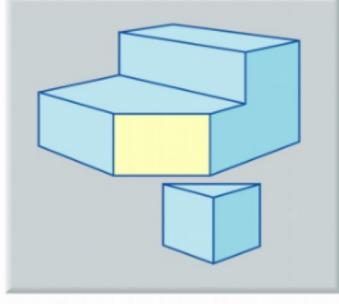
Other Models

本日の要点



- 物体の内外を区別する情報を持つ
 - ブール演算、体積の計算などが可能

■図3.4——ソリッドモデルの概念図(内部が空洞ではなく詰まった状態なので、切ると断面が生じる)



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 / CG-ARTS協会

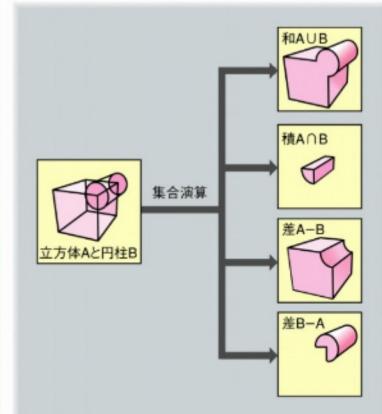
CSG(Constructive Solid Geometry)表現



CSG 表現

- 集合演算で立体を表現
 - プリミティブ: 基本立体
 - 直方体
 - 円柱
 - 多面体
 - 錐体
 - 球など
 - 集合演算
 - 和 (union)
 - 積 (intersection)
 - 差 (difference)

■図3.6—集合演算の例



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会（CG-ARTS協会）

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid
Representation
块体表示

CSG 表現

Other Modes

スイープ表現 (Sweep representation)

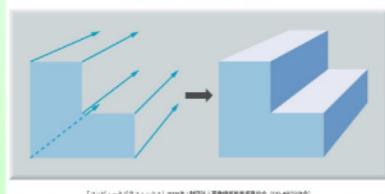


スイープ表現

■ スイープ表現 (Sweep representation)

- 立体の断面を表す 2 次元図形 \Rightarrow 軌跡に沿って移動 \Rightarrow 2 次元図形の軌跡として形状を表現
 - 平行移動スイープ: 軌跡が直線
 - 回転移動スイープ: ある軸に関して回転

■図3.9—平行移動スイープ



■図3.10—回転移動スイープ



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid
Representatio
境界表現

CSG 表現

Other Model

本日の要点

1

1

1

1

1

1



ボクセル

- 3次元の格子上の小立方体の集合

■図3.48——ロブスターを内包するティーポットのボクセル表現
(内部のロブスターを見るようにするために、外側のティーポットの表面ボクセルの一部を半透明でレンダリングしている)



(データ: <http://www.vchis.org>, 演像制作: お茶の水女子大学 総合研究室 竹島由里子 「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Voxel

Octree
Module

Particle

本日の要点

1

1

1

1

1



ボクセル

■ 問題点

- データ量が膨大
 - 低精度
 - 立体の表示、移動、回転などに手間がかかる

■ 利点

- データ構造が簡単
 - 集合演算が容易
 - 内部構造の表現が可能 ⇒ **ボリュームデータ (Volume Data)**
 - CT(Computer Tomography)
 - MRI(Magnetic Resonance Imaging)

■ レンダリング方法

- ポリゴンに変換 \Leftarrow マーチングキューブ法
 - 直接レンダリング \Leftarrow ボリュームレンダリング

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

Octree

Metadata
Particle

本日の要点

1

1

八分木 (Octree)



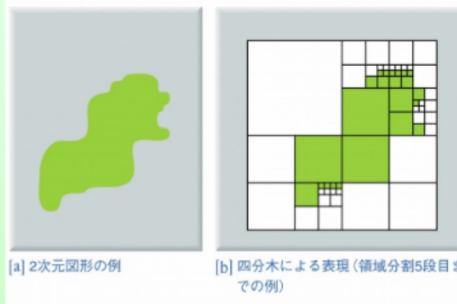
四分木 (quadtree)

■ 平面を4分割

- 対象を含む領域
- 対象を含まない領域
 - ⇒ 再帰的に分割

■ データ量が少ない

■図3.49——2次元図形の四分木による表現



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

Voxel

Octree

Metaball

Particle

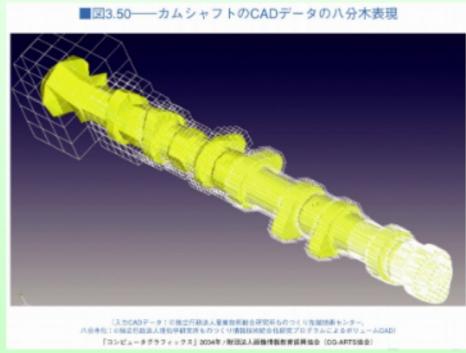
本日の要点

八分木 (Octree)



八分木 (octree)

- 空間を 8分割
 - 対象を含む領域
 - 対象を含まない領域
 - ⇒ 再帰的に分割
- 異なる階層 (ボクセルの大きさ) の指定が可能



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

Voxel

Octree

Metaball

Particle

本日の要点

メタボール (Metaball)

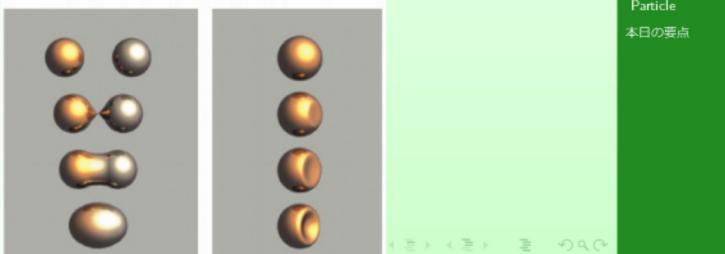
メタボール

- 濃度分布を持つ球
- メタボールの集合 ⇒ 濃度の等値面で曲面を表現
- 正規分布に基づく分布関数

$$D(r) = D_0 \exp(-ar^2) \quad (14.7)$$

- D_0 : メタボールの中心における濃度
- a : 濃度値の減衰定数
- r : メタボールの中心からの距離

図3.61——メタボールによる形状生成の例



ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

Voxel

Octree

Metaball

Particle

本日の要点

メタボール(Metaball)



メタボール

- レイトレーシングでのレンダリング ... 計算時間がかかる
- 濃度分布 ⇒ ボクセル ⇒ マーチングキューブ法で等値面のポリゴン作成 ⇒ Zバッファ法

■図3.62——メタボールで表現した雲



(出典：東京大学 面計算実習1996)
「コンピュータグラフィックス」2004年 / HITEK人蔵情報機器資源連携会 (CG-ARTS協会)

ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

Voxel

Octree

Metaball

Particle

本日の要点

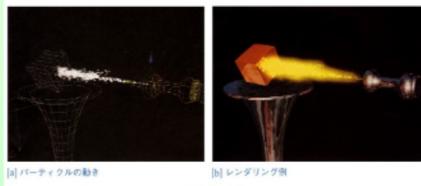
パーティクル(Particle)



パーティクル

- 微粒子の集合として表現
 - 形が不定、明確な表面が存在しない対象
 - 炎、水滴、雲など
 - パーティクル
 - 色、位置などの属性
 - 生成、消滅規則を定める

■図3.63—噴出火炎の表現



[b] レンダリング例

(總數：Disroot 市)

■図3.64——パーティクルによる雲の表現



(總務) 田中大學・生産研究室

ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Voxel

Octree
Metaball

Particle

本日の要点

1

1

1

1

1

本日の要点



モデリング

- パラメトリック曲面 (Parametric surface)
 - 双3次クーンズ曲面 (Bicubic coons surface)
 - ベジエ曲面 (Bezier surface)
- ポリゴン曲面
 - 細分割曲面 (Subdivision surface)
 - 詳細度制御 (LOD; Level of Detail)
 - 境界表現 (B-reps; Boundary representation)
- ソリッドモデル (Solid model)
 - CSG(Constructive Solid Geometry) 表現
 - スイープ表現 (Sweep representation)
- その他
 - ボクセル (Voxel)
 - 八分木 (Octree)
 - メタボール (Meta Ball)
 - パーティクル (Particle)

ビジュアル情報処理 (14)

Hiroki Takahashi
rocky@inf.uec.ac.jp

本日の要点

Parametric Surface

Polygon Surface

Solid Representation

Other Models

本日の要点