

第 12 章

光学モデル

重要

- 放射量: 放射束, 放射強度, 放射照度, 放射輝度
- 測光量: 光束, 光度, 照度, 輝度
- 照度の逆 2 乗則, 入射余弦則
- 均等拡散面 (ランバート面)
- 環境光, 拡散反射成分, 鏡面反射成分
- 平行光源, 点光源

12.1 物体の見掛けの色を決める要素

画像合成のための要素としては, 光源位置とその特性, 物体の物理特性やカメラ位置などを考慮する必要がある。

点光源では, 光源からの光線は任意の方向に向かう。光源と物体の距離が近い場合, 光線の方向は物体の表面の位置に依存し, 光源と物体の距離が遠い場合, 平行光線とみなすことができる。光線の方向は, 物体表面の明るさの分布や鏡面反射 (specular reflection) の現れ方に影響を及ぼす。また, 物体の反射光は, 波長ごとのエネルギー強度で決まる光源の色に依存する。

図 12.1(a) に示すように, 不透明物体では光線は物体表面で反射する。その場合, 物体表面あらゆる方向に光線が反射する拡散反射 (Diffuse reflection) や一方向に強く反射する鏡面反射 (Specular reflection) が生じ, 物体表面の材質感が異なる画像が生成できる。透明物体では, 物体の屈折率 (refractive), 反射率 (reflectance) や透過率 (transmittance) に依存して光線が屈折したり透過することで生成画像の見かけが変化する。

カメラ位置と物体表面の法線方向に依存して, カメラへ向かう反射光の強度が異なり, 物体表面の明るさが変化する。また, 現実の世界では, 図 12.1(b) に示すように, 大気中の水蒸気粒子や塵などで大気減衰が生じるため, 物体とカメラとの距離に応じで反射光が減衰する。

12.2 光量

12.2.1 光

光は, 図 12.2 に示すような様々な波長を持つ電磁波の集合である。人間はおよそ $380nm \sim 780nm$ の波長を知覚することが可能で, 異なる波長でことなる色を知覚する。この範囲の電磁波を可視光 (visible light) とよんでいる。およそ $380nm$ よりもやや短い電磁波を紫外線 (ultraviolet wave), およそ $780nm$ よりもやや長い電磁波を赤外線 (infrared wave) という。

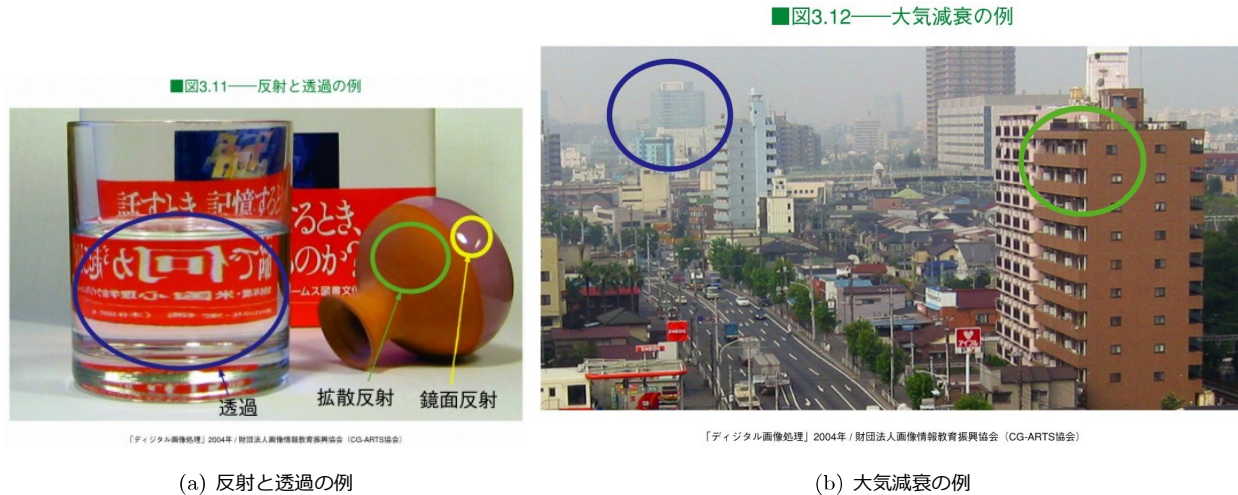


図 12.1 物体の見掛け

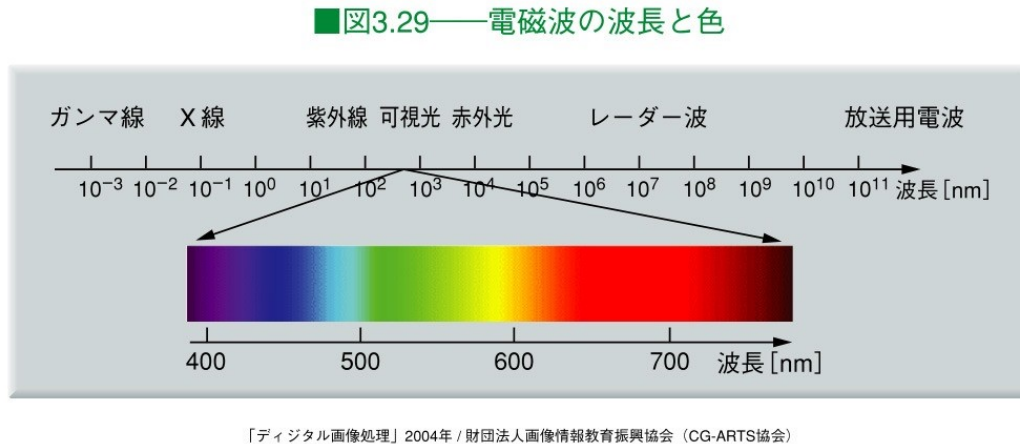


図 12.2 電磁波の波長と色

12.2.2 放射量と測光量

各波長に対するエネルギー分布をもった光の物理的エネルギーを表す量として放射量 (Radiometry) がある。一方、照明工学の分野で多く用いられている人間が光を観測したときに感じる人間の色知覚量を表す測光量 (Photometry) がある。表 12.1 に放射量と測光量の対応を示す。

12.2.3 放射量

放射束 (Radiant Flux) $\Phi_e [W]$ は、単位時間にある面を通過する放射エネルギーを表す。波長 λ に対する放射束 $\Phi_e(\lambda)$ を分光放射束とよぶ。

放射強度 (Radiant Intensity) $I_e [W/sr]$ は、単位立体角 $d\omega$ 当たりの放射束を表す。波長 λ に対する放射強度 $I_e(\lambda)$ を分光放射強度とよび、次式で与えられる。

$$I_e(\lambda) = \frac{d\Phi_e(\lambda)}{d\omega} \quad (12.1)$$

表 12.1 放射量と測光量

| 放射量 | 単位 | 測光量 | 単位 |
|--------------------------------|--------------------------|-----------------------------|------------------------|
| 放射束 (Radiant Flux) Φ_e | W | 光束 (Luminous Flux) Φ | lm (ルーメン) |
| 放射強度 (Radiant Intensity) I_e | $\frac{W}{sr}$ | 光度 (Luminous Intensity) I | cd (カンデラ) |
| 放射照度 (Irradiance) E_e | $\frac{W}{m^2}$ | 照度 (Illuminance) E | lx (ルクス) |
| 放射輝度 (Radiance) L_e | $\frac{W}{sr \cdot m^2}$ | 輝度 (Luminance) L | $\frac{cd}{m^2}$ (ニット) |

立体角 (solid angle) $\omega[sr]$ は, 半径 r の球面上の面積 S の部分に対して球の中心から張る角度である.

$$\omega = \frac{S}{r^2} \quad (12.2)$$

放射照度 (Irradiance) $E_e[W/m^2]$ は, 単位面積当たりの放射束を表す. 波長 λ に対する放射照度 $E_e(\lambda)$ を分光放射照度とよび, 次式で計算される.

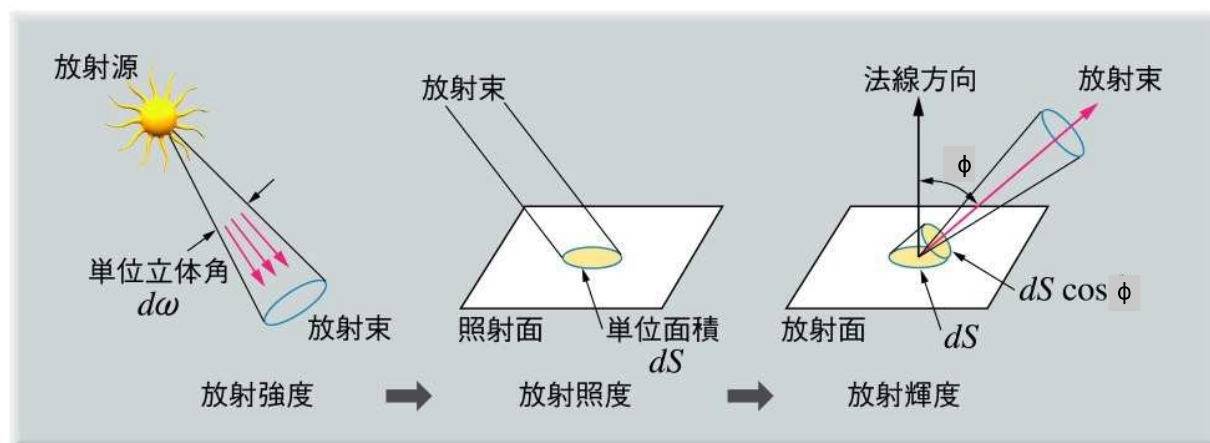
$$E_e(\lambda) = \frac{d\Phi_e(\lambda)}{dS} \quad (12.3)$$

放射輝度 (Radiance) $L_e[W/sr/m^2]$ は, 物体表面の法線方向から ϕ だけ傾いた観測方向から見た単位面積あたりの放射強度である. 波長 λ に対する放射輝度 $L_e(\lambda)$ を分光放射輝度といい, 次式で与えられる.

$$L_e(\lambda) = \frac{dI_e(\lambda)}{dS \cos \phi} = \frac{d^2\Phi_e(\lambda)}{d\omega dS \cos \phi} \quad (12.4)$$

図 12.3 に各放射量の関係を示す.

■図3.15——放射強度, 放射照度, 放射輝度



「デジタル画像処理」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

図 12.3 放射量の関係

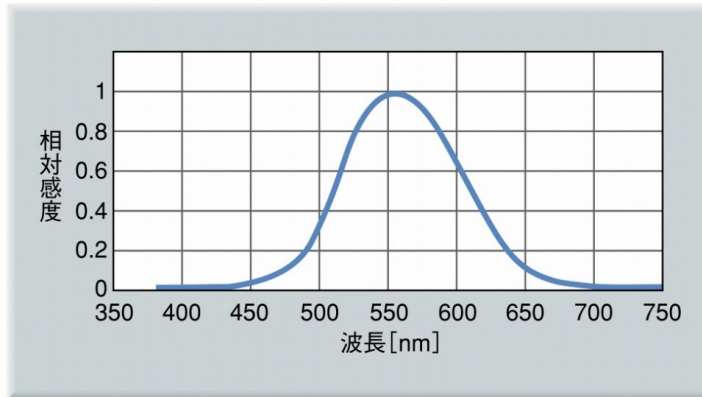
12.2.4 測光量

光束 (Luminous flux) $\Phi[lm]$ (ルーメン) は, 放射束 $\Phi_e[W]$ に対応する測光量であり, 次式で定義される.

$$\Phi = K_m \int_{380}^{780} \Phi_e(\lambda) V(\lambda) d\lambda \quad (12.5)$$

$K_m = 683[lm/W]$ は単位変換をするための定数であり, CIE(International Commission on Illumination; Commission Internationale de l'Eclairage; 国際照明委員会) で決められている. $V(\lambda)$ は標準比視感度を表している. 標準比視感度とは, 入射する光エネルギーに対する波長ごとの感度特性を最大値が 1 になるように正規化したものである. 図 12.4 に錐体 (cone) の比視感度を示す. 人間の眼球は図 12.5 に示す構造をしている. 光は網膜 (retina) 上の視細胞あるいは光感細胞 (photoreceptor) とよばれる細胞で電気信号に変換される. 視細胞には, 錐体と桿体 (rod) の形状と性質が異なる 2 種類の細胞が存在する. 錐体は 6,000,000 ~ 7,000,000 個ほど中心窩 (foveal centralis) 付近に存在する. RGB の各波長の色に感度を持つ LMS(Long, middle, short wavelength) 錐体とよばれる 3 種類の細胞から構成されている. 錐体の感度は低く, 明所視 (photopic vision) とよばれる明るい環境で働く性質を持っている. 桿体は, およそ 120,000,000 個存在し, 明るさに感度を持つ. 光量への感度が高く, 暗所視 (scotopic vision) とよばれる暗い環境でも働く性質を持っている.

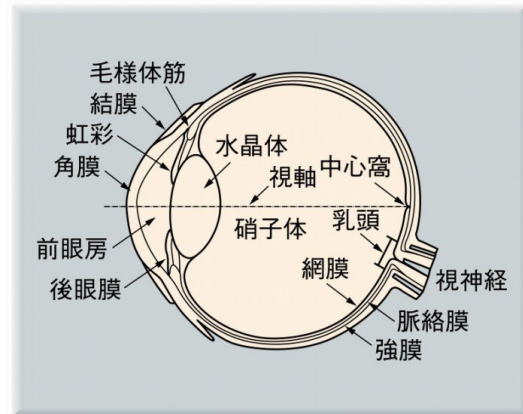
■図3.9——標準比視感度



「デジタル画像処理」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

図 12.4 標準比視感度

■図3.8——眼球の構造



「デジタル画像処理」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

図 12.5 眼球の構造

光度 (Luminous Intensity) $I[cd]$ (カンデラ) は, 単位立体角 $d\omega$ 当たりの光束であり, 次式で与えられる.

$$I = \frac{d\Phi}{d\omega} \quad (12.6)$$

照度 (Illuminance) $E[lx]$ (ルクス) は単位面積当たりの光束である.

$$E = \frac{d\Phi}{dS} \quad (12.7)$$

輝度 (Luminance) $L[cd/m^2]$ は次式で与えられる.

$$L = \frac{dI}{dS \cos \phi} = \frac{d^2\Phi}{d\omega dS \cos \phi} \quad (12.8)$$

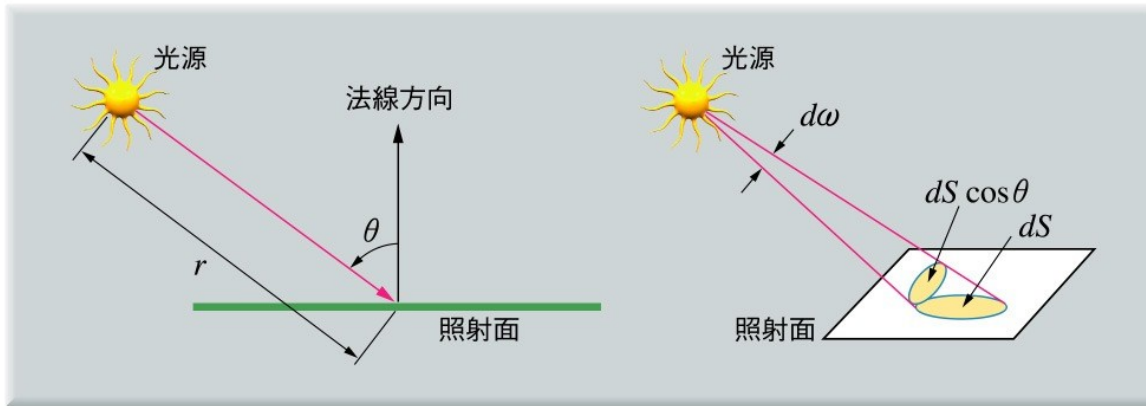
12.2.5 光量の基本法則

図 12.6 に示すように、物体表面の法線と角度 θ の方向から距離 r 離れた位置にある点光源から物体表面上の微小面 dS が照射された時、放射照度 E_e と放射強度 I_e の関係は次式ようになる。

$$\begin{aligned}
 E_e &= \frac{d\Phi_e}{dS} && \text{式 (12.3)} \\
 &= I_e \frac{d\omega}{dS} && \text{式 (12.1) を代入} \\
 &= I_e \frac{\cos \theta}{r^2} && \text{式 (12.2) から } d\omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2} \text{ を代入} \quad (12.9)
 \end{aligned}$$

上式から放射照度は放射強度の距離の 2 乗 r^2 に反比例するとともに $\cos \theta$ に比例しているの、それぞれ照度の逆 2 乗則 (Inverse Square Law of Illumination) と照度の入射角余弦則 (Cosine Law of Illumination) という。これらの性質を図 12.7 に示す。

■図3.16——光源と物体表面



「デジタル画像処理」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

図 12.6 光源と物体表面

均等拡散面 (uniform diffuser) あるいはランバート面 (Lambertian surface) では、微小面 dS の法線方向への放射強度 $I_e(\lambda, 0)$ と法線から ϕ 傾いた方向の放射強度 $I_e(\lambda, \phi)$ には次式に示す関係があり、ランバートの余弦則 (Lambert's cosine law) とよぶ。

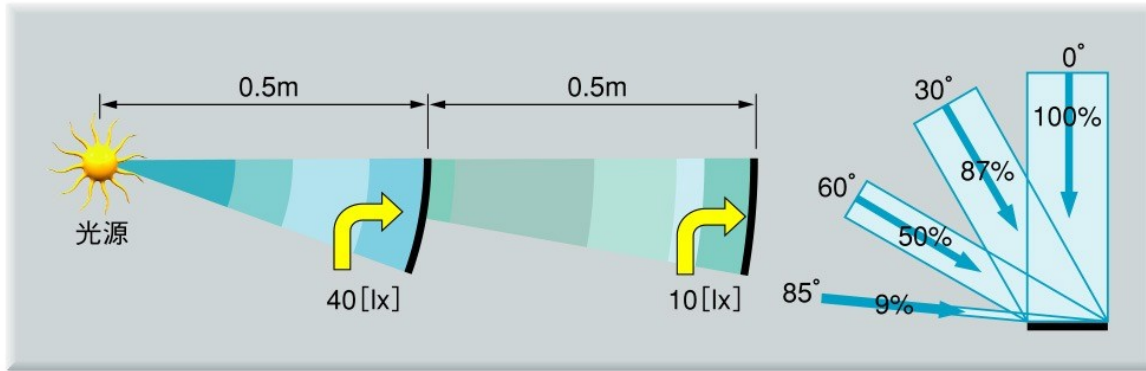
$$I_e(\lambda, \phi) = I_e(\lambda, 0) \cos \phi \quad (12.10)$$

ここで、微小面 dS を法線方向から角度 ϕ 傾いた方向から見た時の放射輝度を $L_e(\lambda, \phi)$ とすると次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 L_e(\lambda, \phi) &= \frac{dI_e(\lambda, \phi)}{dS \cos \phi} && \text{式 (12.4)} \\
 &= \frac{dI_e(\lambda, 0) \cos \phi}{dS \cos \phi} && \text{式 (12.10) を代入} \\
 &= \frac{dI_e(\lambda, 0)}{dS} && (12.11)
 \end{aligned}$$

この式は、均等拡散面では、表面を見る方向 ϕ に依存せず放射輝度 L_e が一定になることを示している。

■図3.17——照度の逆2乗則と入射角余弦則



「デジタル画像処理」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

図 12.7 照度の逆 2 乗則・入射角余弦則

12.3 物体表面の反射モデル

光源から放射された光は、物体表面で反射し観測者の視覚で知覚される。この光源で照らされた物体を表示するための計算モデルをシェーディングモデル (shading model)、照明モデル (illumination model)、ライティングモデル (lighting model) とよんでいる。シェーディングモデルは、光源から物体表面へ直接到達する直接光の物理モデルに基づく局所照明モデル (local illumination model) と物体表面で反射した間接光も考慮した大域照明モデル (global illumination model) に大別できる。

物体表面の反射光 (reflected light) は、拡散反射成分 (diffuse reflection) と鏡面反射成分 (specular reflection) に大別して扱うことができる。しかしながら、局所照明モデルでは直接光しか考慮しないため、光源で照らされない表面が生じてしまう。そこで、直接光が当たらない面でも表示が可能なように環境光 (ambient light) を考慮する必要がある。

12.3.1 環境光

環境光は周囲からの一様な光としてモデル化される。環境光がないと直接光が当たらない表面が真っ暗になるため、直接光が当たらない部分も光が当たるような効果を得ることができる。

$$I = k_a I_a \quad (12.12)$$

I : 物体面の反射光の強さ, k_a : 環境光に対する反射率, I_a : 環境光の強さ

例題 12.1 マウスポインタの x 座標に応じて環境光の明るさを変化させよ。 (ambientLight.pde)

```

1 float theta = .0;
2 void setup(){
3     size(400, 300, P3D);
4     noStroke();
5     fill(192);
6 }
7
8 void draw(){
9     background(32);
10    int m = int(map(mouseX, 0, width, 0, 255));

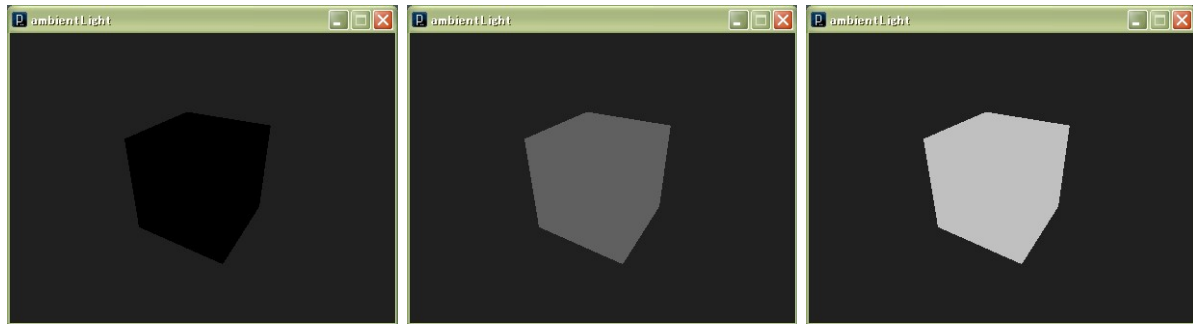
```



```
11 ambientLight(m, m, m); // 環境光の設定
12
13 theta += .01;
14 pushMatrix();
15     translate(width / 2, height / 2, 0);
16     rotateX(-PI / 6);
17     rotateY(theta);
18     box(100);
19 popMatrix();
20 }
```

環境光の設定

`ambientLight(r, g, b);` // 環境光に (r, g, b) の色を設定



(a) 明るさ 0

(b) 明るさ 128

(c) 明るさ 255

図 12.8 環境光

12.3.2 拡散反射

拡散反射は、どの方向から見ても物体表面の輝度が一定となる反射である。拡散反射は、物質内の浅い部分で多重散乱した後、表面から放射された光である。拡散反射をする物体面の輝度は、光源の位置、方向、面の向き、反射率に依存する。特に鏡面反射成分が 0 の表面を均等拡散面、あるいは、完全拡散面とよぶ。

12.3.3 鏡面反射

鏡面反射は、物体表面での直接反射で、物体表面で光が光源の入射角と等しい反射角となる正反射方向に強く反射される。

12.4 光源

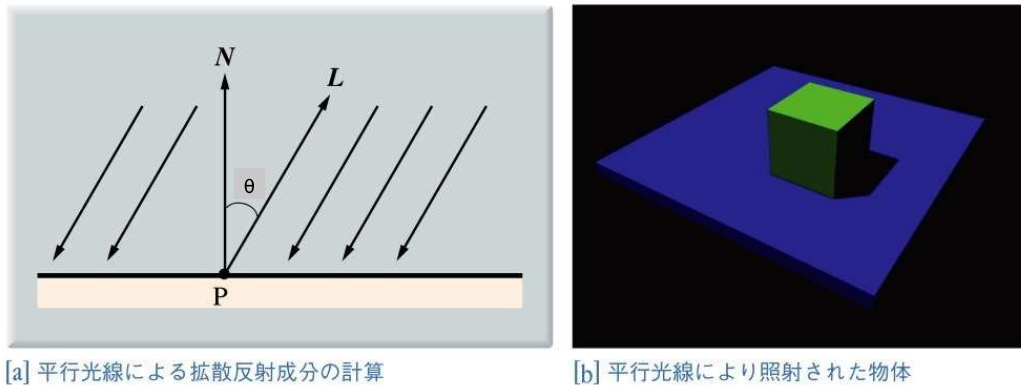
12.4.1 平行光線による拡散反射

図 12.9 に示すように平行光線が入射角 θ で平面を照射すると、式 (12.9) の照度の入射余弦則から面に入射する照度は $\cos \theta$ に比例する。また、均等拡散面では式 (12.10) のランバートの余弦則から ϕ 方向に反射した光度は面法線方向の光度の $\cos \phi$ に比例し、輝度は一定となる。したがって、面の輝度は、視線方向に依存せず、平行光線の入射角の余弦 $\cos \theta$ に比例して変化する。

$$I = k_d I_i \cos \theta = k_d I_i (N \cdot L) \quad (12.13)$$

I : 拡散反射光の強さ I_i : 入射光の強さ L : 光線方向を示すベクトル
 k_d : 拡散反射率 N : 法線ベクトル θ : 入射角 (N と L のなす角)

■図4.32——平行光線による拡散反射



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

図 12.9 平行光線

例題 12.2 マウスポインタの位置に応じて平行光線の変化させよ. (directionalLight.pde)

```

1 void setup(){
2   size(400, 300, P3D);
3   noStroke();
4   fill(192);
5 }
6
7 void draw(){
8   background(32);
9   directionalLight(255, 255, 255, map(mouseX, 0, width, 1, -1), map(mouseY, 0, height,
10     1, -1), -1);
11   translate(100, 150, 0);
12   sphere(60);
13   translate(200, 0, 0);
14   sphere(60);
15 }
```

平行光線の設定

`directionalLight(r, g, b, nx, ny, nz);` // (r, g, b) の色で (nx, ny, nz) の平行光線を設定

例題 12.3 デフォルト光源 (lights.pde)

```

1 float theta = .0;
2 void setup(){
3   size(400, 300, P3D);
4   noStroke();
5   fill(192);
6 }
```




(a) 例 1

(b) 例 2

(c) 例 3

図 12.10 平行光線

```

7
8 void draw(){
9     background(32);
10    lights();
11
12    theta += .01;
13    pushMatrix();
14        translate(width / 2, height / 2, 0);
15        rotateX(-PI / 6);
16        rotateY(theta);
17        box(100);
18    popMatrix();
19 }

```

デフォルトの光源: lights()

```

ambientLight(128, 128, 128); // この光源を設定
directionalLight(128, 128, 128, 0, 0, -1);

```

12.4.2 点光源による拡散反射

点光源では光が光源から放射状に広がる。式 (12.9) に示す逆 2 乗の法則から照度は点光源の光度 I の入射角の余弦に比例し距離 r の 2 乗に反比例する。

$$I = \frac{k_d I_q}{r^2} \cos \theta = \frac{k_d I_q}{r^2} (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) \quad (12.14)$$

I : 拡散反射光の強さ θ : 入射角 (\mathbf{N} と \mathbf{L} のなす角) \mathbf{L} : 光線方向を示すベクトル

k_d : 拡散反射率 r : 光源から反射面上の点までの距離

I_q : 点光源の光度 \mathbf{N} : 法線ベクトル

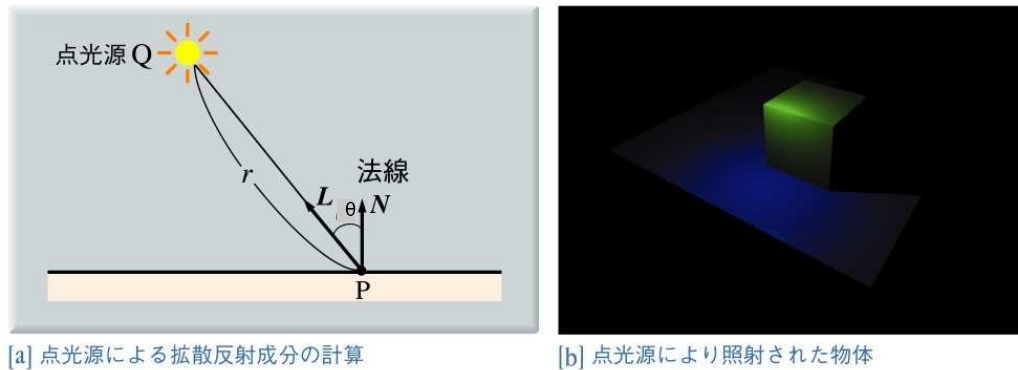
例題 12.4 マウスポインタの位置に応じて点光源の位置を変化させよ。(pointLight.pde)

```

1 void setup(){
2     size(400, 300, P3D);
3     noStroke();
4     fill(192);

```

■図4.34——点光源による拡散反射



「コンピュータグラフィックス」2004年 / 財団法人画像情報教育振興協会 (CG-ARTS協会)

図 12.11 点光源

```

5 }
6
7 void draw(){
8     background(32);
9     float theta = map(mouseY, 0, height, -PI / 2, PI / 2);
10    float phi = map(mouseX, 0, width, -PI / 2, PI / 2);
11
12    float x = 500 * sin(phi);
13    float y = 500 * sin(theta);
14    float z = 500 * cos(phi) * cos(theta);
15
16    pushMatrix();
17    translate(width / 2, height / 2, 0);
18    pointLight(255, 255, 255, x, y, z);
19    sphere(80);
20    popMatrix();
21 }

```

点光源の設定

```
pointLight(r, g, b, x, y, z); // (r, g, b) の色で (x, y, z) の位置に点光源を設定
```

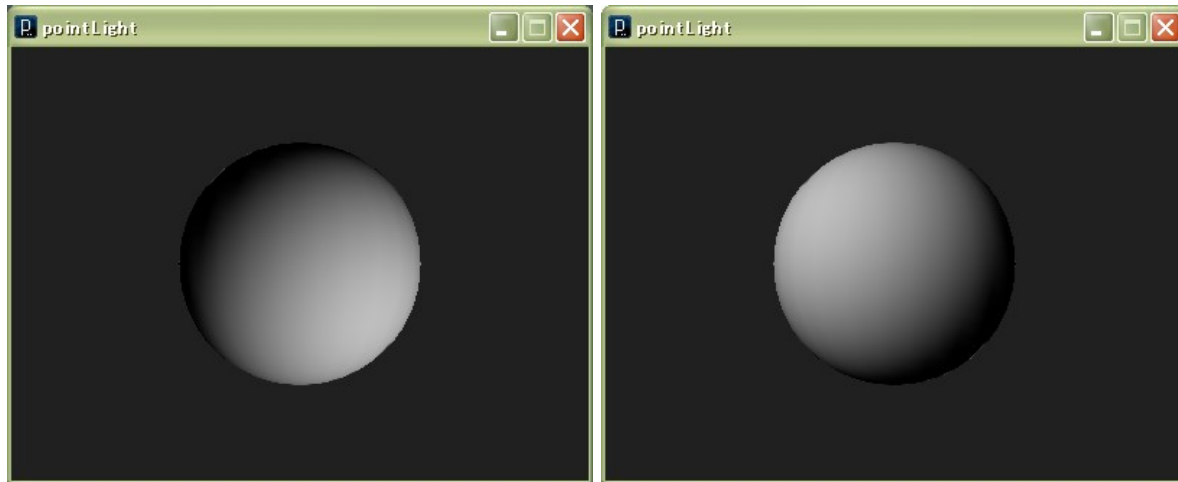
12.4.3 スポットライト

例題 12.5 マウスポインタの位置に応じてスポットライトの位置を変化させよ。(spotLight.pde)

```

1 void setup(){
2     size(400, 300, P3D);
3     noStroke();
4     fill(192);
5 }
6
7 void draw(){
8     background(32);
9     float theta = map(mouseY, 0, height, -PI / 2, PI / 2);

```



(a) 例 1

(b) 例 2

図 12.12 点光源

```

10  float phi = map(mouseX, 0, width, -PI / 2, PI / 2);
11
12  float x = 500 * sin(phi);
13  float y = 500 * sin(theta);
14  float z = 500 * cos(phi) * cos(theta);
15
16  pushMatrix();
17    translate(width / 2, height / 2, 0);
18    spotLight(255, 255, 255, x, y, z, -x, -y, -z, PI / 2, 500);
19    sphere(80);
20  popMatrix();
21 }

```

スポットライトの設定

```

spotLight(r, g, b, x, y, z, nx, ny, nz, angle, concentration);
// (x, y, z) の位置に (r, g, b) の色で (nx, ny, nz) を向くスポットライトを設定
// angle: スポットライトの円錐の角度, concentration: 光の集中度

```

例題 12.6 床にスポットライトを当てよ. (spotLightonFloor.pde)

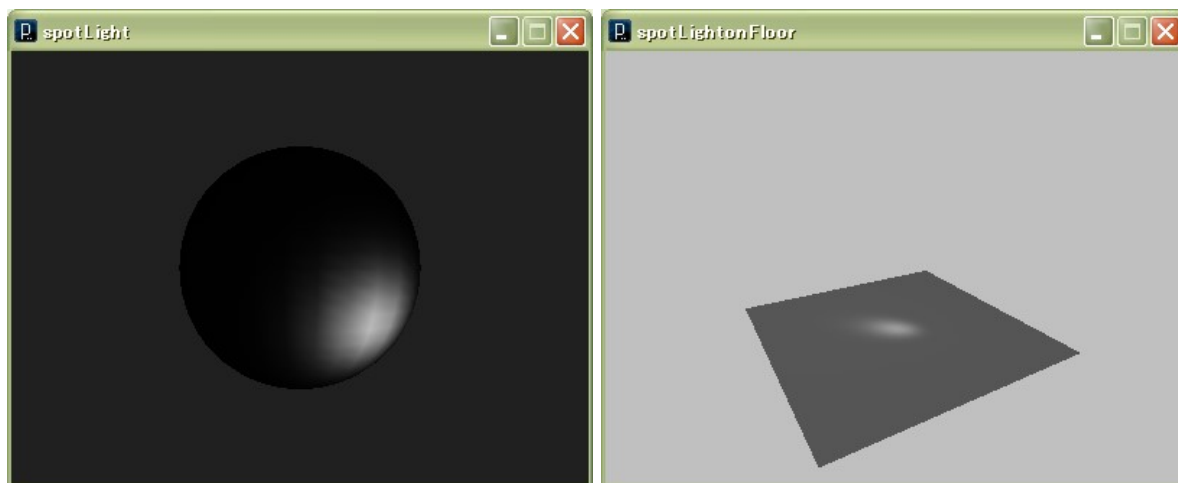
```

1  void setup(){
2    size(400, 300, P3D);
3    noStroke();
4  }
5
6  void drawFloor(){
7    fill(128);
8    int s = 5;
9    for(int z = -100; z < 100; z += s){
10     for(int x = -100; x < 100; x += s){
11       beginShape(QUADS);
12       vertex(x, 0, z); vertex(x, 0, z + s);
13       vertex(x + s, 0, z + s); vertex(x + s, 0, z);

```

```
14     endShape();  
15     }  
16 }  
17 }  
18  
19 void draw(){  
20     background(192);  
21     lights();  
22     translate(200, 200, -50);  
23     rotateX(radians(160));  
24     rotateY(radians(-30));  
25     spotLight(255, 255, 255, 50, 50, -50, -1, -1, 1, PI / 2, 100);  
26     drawFloor();  
27 }
```

スポットライトを当てる場合、ポリゴン単位で面の色を計算するため、1 枚のポリゴンで面を作成するのではなく、多数のポリゴンの集合として面を作成する。



(a) 球

(b) 床

図 12.13 スポットライト

12.5 練習問題

問題 12.1 赤, 青, 緑のスポットライトを回転させながら床面に当てよ。

問題 12.2 面白い照明効果を表現せよ。

問題 12.3 マウスポインタの位置によって点光源の色 (r, g, b) を変化させよ。

問題 12.4 問題 11.4 で作成したシーンに照明効果を付加せよ。