MÉTODO DE GRADIENTE DESCENDENTE Y ASCENDENTE.

Azucena Castañeda Martínez

Universidad Autónoma De Guerrero
Facultad de Matemáticas
Maestría en Matemáticas Aplicadas

18 de noviembre de 2025

Método de gradiente descendente

El gradiente descendente es un algoritmo de optimización utilizado para minimizar funciones mediante aproximaciones sucesivas. La búsqueda de la solución sigue la dirección del gradiente descendente más pronunciado hasta llegar a su menor valor.
El método funciona con las siguientes suposiciones:

- La función tiene forma convexa al rededor del mínimo.
- La distancia de avance en cada paso es elegido apropiadamente.

Primero se definen algunos conceptos clave. Un vector de n variables reales se representa como:

$$\mathsf{v} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

La función f toma este vector como entrada. El gradiente de f, denotado ∇f, es el vector de derivadas parciales:

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right]$$

El gradiente de f en un punto v, es la dirección de mayor incremento de f en v, esto es

$$\mathsf{c} = \nabla f(\mathsf{v})$$

La magnitud del gradiente, que indica la tasa de aprendizaje máxima de cambio de la función en ese punto, es:

$$\|\mathsf{c}\| = \sqrt{\mathsf{c}^T \mathsf{c}}$$

La dirección de búsqueda se toma como el opuesto del gradiente normalizado, es decir:

$$\mathsf{d} = -\frac{\mathsf{c}}{\|\mathsf{c}\|}$$

El algoritmo comienza con un conteo de iteraciones $k = 0$. Luego se elige un punto inicial $\mathsf{v}^{(k)}$ y se calcula el gradiente correspondiente $\mathsf{c}^{(k)} = \nabla f(\mathsf{v}^{(k)})$. Luego se verifica si la magnitud del gradiente es menor que una tolerancia predeterminada ϵ:

$$\|\mathsf{c}^{(k)}\| < \epsilon$$

Si esta condición se cumple, se considera que se ha alcanzado un mínimo y el algoritmo termina. Si no, se calcula la dirección de búsqueda normalizada:

$$\mathsf{d}^{(k)} = -\frac{\mathsf{c}^{(k)}}{\|\mathsf{c}^{(k)}\|}$$

Después, se determina el tamaño del paso $s^{(k)}$, que es un escalar que indica cuánto moverse en esa dirección. Con esto, se actualiza el punto de búsqueda:

$$\mathrm{v}^{(k+1)} = \mathrm{v}^{(k)} + s^{(k)} \cdot \mathrm{d}^{(k)}$$

Este procedimiento se repite hasta que se alcanza un punto en el cual el gradiente prácticamente no cambia, indicando que se está cerca del mínimo de la función.
Para calcular el tamaño óptimo del paso s, se plantea un problema de optimización unidimensional. Se trata de encontrar el valor de s que minimice $f(\mathrm{v}^{(k)} + s \cdot \mathrm{d}^{(k)})$. Esto se hace resolviendo:

$$\frac{d}{ds} f(\mathrm{v}^{(k)} + s \cdot \mathrm{d}^{(k)}) = 0$$

Método de gradiente ascendente

El método del gradiente ascendente, es muy similar al método descendente pero busca el máximo local en lugar del mínimo de una función. El principio clave es que, en lugar de moverse en la dirección opuesta al gradiente, el algoritmo se mueve en la misma dirección del gradiente, que es donde la función crece más rápidamente.

El método del gradiente ascendente es una técnica iterativa utilizada para encontrar el máximo local de una función varias variables $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. A diferencia del método del gradiente descendente, en este caso se parte de un punto inicial y se busca la solución ascendiendo en la misma dirección del gradiente de la función, es decir, en la dirección de mayor aumento de f. Este método es apropiado cuando se desea maximizar una función diferenciable y, bajo ciertas condiciones de concavidad, garantiza la convergencia hacia un máximo global.
Se calcula la dirección de búsqueda normalizada:

$$\mathsf{d}^{(k)} = \frac{\mathsf{c}^{(k)}}{\|\mathsf{c}^{(k)}\|}$$

Entonces, se actualiza el punto de búsqueda:

$$\mathsf{v}^{(k+1)} = \mathsf{v}^{(k)} + s^{(k)} \cdot \mathsf{d}^{(k)}$$

Referencias

- Ojeda, Luis Rodríguez. "Método del gradiente de máximo descenso."Matemática 14.1 (2016): 60-65.