# VEKTORY A MATICE

**VEKTOR** je uspořádaná n-tice čísel zapsaná do řádku, složky vektoru jmenujeme souřadnice

**MATICE** je uspořádaná tabulka čísel s m řádky a n sloupci, řádky matice můžeme vnímat jako n složkové vektory

## OPERACE S VEKTORY:

nulový vektor $= 0 = \vec{0} =$ vektor všech nul

„součet" vektorů $a = (a_1, \dots, a_n)$ a $b = (b_1, \dots, b_n)$ stejné velikosti je vektor stejné velikosti $a + b = (a_1 + b_1, \dots, a_n + b_n)$

„násobení reálným číslem" c vektoru $a = (a_1, \dots, a_n)$ je vektor stejné velikosti $ca = (ca_1, \dots, ca_n)$

„skalární součin a a b" je číslo $ab = a_1 b_1 + \dots + a_n b_n$

dva vektory stejné velikosti a, b jsou si rovny pokud se rovnají v každé souřadnici

**VEKTORY** $x_1, x_2, \dots x_k$ **jsou LZ (lineární závislé)**, pokud existuji $c_1, \dots, c_k \in \mathbb{R}$ takové, že $\vec{0} = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_k x_k$ a zároveň alespoň jedno $c_i \neq 0$.

## OPERACE S MATICEMI:

Matice typu $m \times n$ je rovna matici typu $m \times n$, pokud se rovnají v každé složce.

Dvě matice stejného typu sčítáme tak, že výsledek je matice téhož typu, kde na místě ij je součet prvků $a_{ij}$ z první matice a prvku $b_{ij}$ z druhé matice.

Násobení matice reálným číslem provádíme tak, že vynásobíme každý prvek matice

násobení matic mezi sebou - PŘÍŠTĚ

**HODNOST** matice je maximální počet lineárně nezávislých řádku

HODNOST (HORNÍ) TROJÚHELNÍKOVÉ MATICE = počet nenulových řádků

## DRUHY MATIC:

nulová matice = matice všech nul

trojúhelníková matice = matice, kde $a_{ij} = 0$ pro $\forall$ $i > j$. Neboli matice, kde pod hlavní diagonálou jsou nuly

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & a_{mn} \end{pmatrix}$$

diagonální matice = matice, kde $a_{ij} = 0$ pro každé $i \neq j$

transponovaná matice k matici $A = A'$, která vznikne z A tak, že zaměníme řádky za sloupce

# JAK TO SPOČÍTÁM?

## CHCI ZJISTIT HODNOST MATICE:

Převedu matici do trojúhelníkového tvaru pomocí úprav následujícího typu:

1) Prohodím řádky matice
2) Vynásobím řádek matice reálným nenulovým číslem
3) Přečtu k řádku matice reálný násobek jiného řádku matice

Ve výsledku chci dostat matici ve tvaru, kde pod hlavní diagonálu budou všechny prvky nulové. Potom hodnost této matice je rovna hodnosti původní matice a zároveň je rovna počtu nenulových řádku nově vzniklé matice.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & -7 & 1 \\ 7 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & -7 & 1 \\ 0 & -34 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 0 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & 20/7 \end{pmatrix} = A^{\Delta}$$

$h(A) = h(A^{\Delta})$ a zároveň $h(A^{\Delta})$ = počet nenulových řádku $A^{\Delta} = 3$

$\Rightarrow h(A) = 3$

## CHCI ZJISTIT, ŽE JSOU VEKTORY LN/LZ:

1) Pokud jsou vektory stejně dlouhé, tak je napíšu pod sebou jako řádky matice. Spočítám hodnost této matice. Pokud je hodnost matice menší, než počet vektorů, tak jsou LZ.
2) Pokud jsou vektory stejně dlouhé a pokud je vektorů víc, než je jejich délka, tak jsou vektory vždy LZ.
3) Pokud jsou vektory různé délky, tak jejich (ne)závislost nemůžeme posuzovat.