SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= b_m
\end{aligned}
$$

Výše uvedená soustava je soustava m lineárních rovnic o n neznámých. Řešením soustavy jsou n reálných čísel, které řeší každou z uvedených rovnic soustavy. Matici, kde jako prvky napíšeme koeficienty soustavy označujeme jako **matici soustavy**. **Rozšířenou matici soustavy** rozumíme matici soustavy ke které přidáme sloupec **pravé strany**, neboli b_1.

POČET ŘEŠENÍ: Máme 3 možnosti b_2

1) Soustava lineárních rovnic (SLR) nemá řešení
2) SLR má právě jedno řešení b_m
3) SLR má nekonečně mnoho řešení

Frobeniova podmínka: **SLR má řešení** právě tehdy když hodnost matice soustavy je rovná hodnosti rozšířené matice soustavy.

Pokud víme, že SLR má řešení, potom je-li hodnost matice soustavy rovna počtu neznámých, tak potom je řešení jenom jedno a je-li hodnost menší, tak potom má SLR nekonečně mnoho řešení.

JAK TO SPOČÍTÁM?

GAUSSOVA ELIMINAČNÍ METODA:

1) Vezmeme koeficienty jednotlivých rovnic a napíšeme je do matice v daném pořadí.
2) K matici přidáme sloupec pravých stran.
3) Matici upravujeme tak, abychom ji převedli do horního trojúhelníkového tvaru (úpravy provádíme i na vektoru pravých stran). DULLEŽITÉ: Nad každým sloupcem si napíšu neznámou, které sloupec odpovídá (Pro náš příklad máme, že nad druhým sloupcem bude napsáno x_2). Při přohazování sloupců prohazujeme i proměnné! Sloupec pravých stran nemůžeme prohazovat.
4) Pokud

   a) máme splněnou Frobeniovu podmínku a zároveň víme, že řešení je jenom jedno, tak z dolního řádku vyrobíme zpátky rovnici, kde prvek na posledním místě hlavní diagonály použijeme jako koeficient u neznámé napsané nad tímto sloupcem a jako pravou stranu použijeme prvek na stejném řádku ve vektoru pravých stran. Dopočítáme tuto neznámou. Proces opakujeme postupně v každém řádku postupně dosazujic již dopočitáné neznámé.

   b) máme splněnou Frobeniovu podmínku a zároveň víme, že řešení je nekonečné mnoho, tak spočítame počet parametrů pomoci formule:
   (počet neznámých) - (hodnost) = (počet parametrů)
   Potom postupně označme tolik neznámých zprava kolik je počet parametrů za různé reálné parametry a následně zopakujeme

postup nahoře a vyjádříme všechny zbylé neznámé pomocí parametrů.

c) nemáme splněnou Frobeniovu podmínku, tak řešení neexistuje.