

EMT untuk Perhitungan Aljabar

Pada notebook ini akan dibahas penggunaan software EMT untuk menyelesaikan masalah-masalah Aljabar, diantaranya sebagai berikut:

1. Melakukan operasi bentuk-bentuk aljabar (menjabarkan, menyederhanakan, memfaktorkan, dll.)
2. Melakukan perhitungan dengan berbagai operasi dan fungsi matematika
3. Melakukan perhitungan menggunakan bilangan kompleks
4. Melakukan perhitungan menggunakan fungsi-fungsi buatan sendiri
5. Menyelesaikan persamaan dan sistem persamaan
6. Menyelesaikan pertidaksamaan dan sistem pertidaksamaan
7. Melakukan manipulasi dan perhitungan menggunakan matriks dan vektor
8. Menggunakan aljabar untuk menyelesaikan masalah sehari-hari atau dalam matematika dan bidang lain.

1. Melakukan operasi bentuk-bentuk aljabar

1) Menyederhanakan bentuk aljabar:

$$6x^{-3}y^5 \times -7x^2y^{-9}$$

```
>$ 6*x^(-3)*y^5*-7*x^2*y^(-9)
```

$$-\frac{42}{x y^4}$$

2) Menjabarkan bentuk-bentuk aljabar

Menjabarkan:

$$(6x^{-3} + y^5)(-7x^2 - y^{-9})$$

```
>$&showev('expand((6*x^(-3)+y^5)*(-7*x^2-y^(-9))))
```

$$\text{expand}\left(\left(-\frac{1}{y^9} - 7x^2\right)\left(y^5 + \frac{6}{x^3}\right)\right) = -7x^2y^5 - \frac{1}{y^4} - \frac{6}{x^3y^9} - \frac{42}{x}$$

Menjabarkan:

$$(a + b)^5$$

```
>$ (a+b)^5=expand((a+b)^5)
```

$$(b + a)^5 = b^5 + 5ab^4 + 10a^2b^3 + 10a^3b^2 + 5a^4b + a^5$$

Penulisan dalam maxima, jika ada polynomial:

$$x^2 + y^2$$

Maka maxima akan menampilkan:

$$y^2 + x^2$$

Hal ini karena cara penulisan dalam maxima akan ditampilkan kebawah, artinya penulisannya dari huruf z ke a. Sehingga, dalam polynomial di atas variabel y akan ditampilkan terlebih dahulu dibandingkan dengan variabel x.

Berikut cara agar agar tampilan dapat sesuai dengan yang seharusnya:

(Sumber <https://stackoverflow.com/questions/46767957/order-of-variables-in-maxima-x2y2-becomes-y2x2>)

a. Dengan powerdisp

Syntax:

```
>powerdisp:true
```

Kelemahan dari powerdisp adalah jika ada

$$x^3 + x^2$$

akan ditampilkan sebagai:

$$x^2 + x^3$$

b. Dengan form mplus symbols

Bisa didownload dari:

```
https://github.com/robert-dodier/maxima-mplus-symbols-reversed
```

```
>load("form-mplus-symbols-reversed.lisp")
```

```
>$reverse_symbols_order:true
```

Untuk mereset form mplus symbols dengan perintah:

```
>$reset(reverse_symbols_order)
```

Lihat perbedaannya pada contoh di bawah ini:

```
>load("form-mplus-symbols-reversed.lisp")
```

```
form-mplus-symbols-reversed.lisp
```

```
>$reverse_symbols_order:true
```

```
true
```

```
>$ (a+b) ^5=expand ( (a+b) ^5)
```

$$(a+b)^5 = a^5 + b^5 + 5ab^4 + 10a^2b^3 + 10a^3b^2 + 5a^4b$$

3) Memfaktorkan bentuk-bentuk aljabar

Memfaktorkan:

$$x^2 + 5x + 6$$

```
> $&factor(x^2+5*x+6)
```

$$(x+2)(x+3)$$

```
>$&solve(4*x^2+8*x+9,x)
```

$$\left[x = \frac{-\sqrt{5}i - 2}{2}, x = \frac{\sqrt{5}i - 2}{2} \right]$$

2. Perhitungan dengan berbagai operasi dan fungsi matematika

Contoh.

1. Diketahui

$$f(x) = 2x^2 + 2x + 4$$

Tentukan nilai $f(2)$!

Penyelesaian:

```
>function f(x):=x^2+2x+4;  
>f(2)
```

12

2. Tentukan nilai dari $34!$

Penyelesaian:

```
>$&34!
```

295232799039604140847618609643520000000

3. Tentukan

$$C(44, 10)$$

Penyelesaian:

$$C(44, 10) = \frac{44!}{34! \cdot 10!}$$

```
>$44! / (34!*10!)
```

2481256778

4. Tentukan akar akar dari persamaan:

$$x^2 + x = 4$$

Penyelesaian:

```
>$solve(x^2+x=4,x)
```

$$\left[x = \frac{-\sqrt{17}-1}{2}, x = \frac{\sqrt{17}-1}{2} \right]$$

3. Perhitungan dengan Bilangan Kompleks

Contoh:

1. Tentukan nilai dari:

$$(2 - 5i)/(1 - 6i)$$

Penyelesaian:

```
>$ (2-5i) / (1-6i) ;
```

```
Maxima said:  
incorrect syntax: i is not an infix operator  
(2-5i)  
^
```

```
Error in:  
$ (2-5i) / (1-6i) ; ...  
^
```

4. Melakukan perhitungan menggunakan fungsi-fungsi

Contoh.

```
>2
```

5. Menyelesaikan persamaan dan sistem persamaan

```
>5
```

5

6. Menyelesaikan pertidaksamaan dan sistem pertidaksamaan

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan, EMT tidak akan dapat melakukannya, melainkan dengan bantuan Maxima, artinya secara eksak (simbolik). Perintah Maxima yang digunakan adalah `fourier_elim()`, yang harus dipanggil dengan perintah "`load(fourier_elim)`" terlebih dahulu.

```
>&load(fourier_elim)
```

```
C:/Program Files/Euler x64/maxima/share/maxima/5.35.1/share/fo\
urier_elim/fourier_elim.lisp
```

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1>0],[x]) // x^2-1 > 0
```

$$[1 < x] \vee [x < -1]$$

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1<0],[x]) // x^2-1 < 0
```

$$[-1 < x, x < 1]$$

```
>$&fourier_elim([x^2 - 1 # 0],[x]) // x^2-1 <> 0
```

$$[-1 < x, x < 1] \vee [1 < x] \vee [x < -1]$$

```
>$&fourier_elim([x # 6],[x])
```

$$[x < 6] \vee [6 < x]$$

```
>$&fourier_elim([x < 1, x > 1],[x]) // tidak memiliki penyelesaian
```

emptyset

```
>$fourier_elim([minf < x, x < inf],[x]) // solusinya R
```

universalset

```
>$fourier_elim([x^3 - 1 > 0],[x])
```

$$[1 < x, x^2 + x + 1 > 0] \vee [x < 1, -x^2 - x - 1 > 0]$$

```
>$fourier_elim([cos(x) < 1/2],[x]) // ??? gagal
```

$$[1 - 2 \cos x > 0]$$

```
>$fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[x,y]) // sistem pertidaksamaan
```

$$[y - 5 < x, x < y + 7, 10 < y]$$

```
>$fourier_elim([y-x < 5, x - y < 7, 10 < y],[y,x])
```

$$[\max(10, x - 7) < y, y < x + 5, 5 < x]$$

```
>$fourier_elim((x + y < 5) and (x - y > 8),[x,y])
```

$$\left[y + 8 < x, x < 5 - y, y < -\frac{3}{2} \right]$$

```
>$fourier_elim(((x + y < 5) and x < 1) or (x - y > 8),[x,y])
```

$$[y + 8 < x] \vee [x < \min(1, 5 - y)]$$

```
>fourier_elim([max(x,y) > 6, x # 8, abs(y-1) > 12],[x,y])
```

$$\begin{aligned} & [6 < x, x < 8, y < -11] \text{ or } [8 < x, y < -11] \\ \text{or } & [x < 8, 13 < y] \text{ or } [x = y, 13 < y] \text{ or } [8 < x, x < y, 13 < y] \\ \text{or } & [y < x, 13 < y] \end{aligned}$$

```
>$fourier_elim([(x+6)/(x-9) <= 6],[x])
```

$$[x = 12] \vee [12 < x] \vee [x < 9]$$

7. Matriks dan vektor

Vektor dan matriks dimasukkan dengan tanda kurung siku, elemen dipisahkan dengan koma, baris dipisahkan dengan titik koma.

Hasil kali matriks dilambangkan dengan titik.

Berikut beberapa melakukan manipulasi dan perhitungan menggunakan matriks dan vektor

```
>A=[1,2;3,4]
```

```
1      2
3      4
```

```
>b=[3;4]
```

```
3
4
```

```
>b' // transpose dari b
```

```
[3, 4]
```

```
>inv(A) // invers dari A
```

```
-2      1
1.5    -0.5
```

```
>A.b //perkalian matriks
```

```
11
25
```

```
>A.inv(A)
```

```
1      0
0      1
```

Catatan:

Poin utama dari bahasa matriks adalah semua fungsi dan operator bekerja elemen demi elemen.

```
>A^2 //perpangkatan elemen-elemen A
```

1	4
9	16

```
>A.A
```

7	10
15	22

```
>A.A.A
```

37	54
81	118

```
>power(A,3) //perpangkatan matriks
```

37	54
81	118

```
>A/A //pembagian elemen-elemen matriks yang seletak
```

1	1
1	1

8. Aplikasi Aljabar

Berikut beberapa penggunaan aljabar untuk menyelesaikan masalah sehari-hari atau dalam matematika dan bidang lain.

Contoh.