

MODUL PRAKTIKUM 1

MATA KULIAH ANALISIS
ALGORITMA D10G.4205 &
D10K.0400601



PENGAJAR : (1) MIRA SURYANI, S.Pd., M.Kom
(2) INO SURYANA, Drs., M.Kom
(3) R. SUDRAJAT, Drs., M.Si
FAKULTAS : MIPA
SEMESTER : IV dan VI

PROGRAM STUDI S-1 TEKNIK INFORMATIKA
DEPARTEMEN ILMU KOMPUTER
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS PADJADJARAN
FEBRUARI 2019

Pendahuluan

Stable Matching Problem (SMP) adalah problem algoritmik yang memberikan ilustrasi mengenai berbagai tema yang dipelajari di analisis algoritma ini. Algoritma ini muncul dari beberapa problem praktis. Oleh karena itu supaya problemnya jelas dan penyelesaian tepat perlu dilakukan 3 langkah berikut:

- ✓ Mencermati problem
- ✓ Memformulasikan problem
- ✓ Mendesain algoritma

Stable Matching Problem berasal, sebagian, pada tahun 1962, ketika David Gale dan Lloyd Shapley, dua matematika ekonom, mengajukan pertanyaan:

Bisakah seseorang merancang sebuah perguruan tinggi proses penerimaan, atau proses perekrutan pekerjaan, itu mandiri (otomatis)?

Inti dari proses aplikasi adalah interaksi antara dua jenis pihak yang berbeda: perusahaan dan pelamar.

Setiap pelamar memiliki daftar preferensi perusahaan yang ingin dimasuki, dan setiap perusahaan-setelah aplikasi masuk-membentuk daftar preferensi akan pelamarnya. Berdasarkan preferensi ini, perusahaan memberikan penawaran kepada beberapa pelamar mereka, pelamar memilih penawaran mana yang akan mereka terima.

Bagaimana jika tidak dilakukan secara otomatis? Kemungkinan resiko kecurangan tinggi.

Jadi inilah pertanyaan yang diajukan Gale dan Shapley: Diberikan seperangkat preferensi di antara pemberi kerja dan pelamar, dapatkah kami menetapkan pelamar untuk pemberi kerja sehingga untuk setiap pemberi kerja E , dan setiap pelamar A yang tidak dijadwalkan bekerja untuk E , setidaknya satu dari dua hal berikut ini yang terjadi?

- (i) E lebih memilih setiap satu dari daftar pelamar yang diterima(A); atau
- (ii) A lebih suka situasinya saat ini daripada bekerja untuk pemberi kerja E

Jika ini berlaku, hasilnya stabil: kepentingan pribadi individu akan mencegah kesepakatan pemohon/pemberi kerja dibuat dibalik layar. Gale dan Shapley mengembangkan solusi algoritmik yang tajam untuk problem ini, yang akan kita pelajari.

Studi Kasus

SMP ini dapat dilihat juga sebagai problem menyusun sistem dimana setiap pria dan wanita akhirnya bisa berpasangan.

Jadi pertimbangkan satu set $M = \{m_1, \dots, m_n\}$ dari pria, dan satu set $W = \{w_1, \dots, w_n\}$ dari wanita. Produk kartesius $M \times W$ menunjukkan set dari semua pasangan bentuk yang mungkin dipasangkan (m_i, w_j) , di mana $m_i \in M$ dan $w_j \in W$.

Matching adalah seperangkat pasangan yang dipasangkan, masing-masing dari M dan W , dengan properti yang masing-masing anggota M dan setiap anggota W muncul di paling banyak satu pasangan di M .

Dipandu oleh motivasi awal kita dalam hal pemberi kerja dan pelamar, kita harus khawatir tentang situasi berikut: Ada dua pasangan (m_i, w_j) dan (m_k, w_l) dalam M (seperti yang digambarkan pada Gambar 1.1) dengan properti bahwa m_i lebih suka w_l daripada w_j , dan w_l lebih suka m_k ke m_i . Dalam hal ini, tidak ada yang bisa menghentikan m_i dan w_l meninggalkan pasangan mereka saat ini dan

pergi bersama; set pernikahan menjadi tidak self-enforcing.

Tujuan kita adalah mengembalikan serangkaian pasangan tanpa ketidakstabilan (harus stabil).

Kita akan mengatakan bahwa S stabil jika

- (1) Perfect (1 laki-laki tepat berhubungan dengan satu perempuan), dan
- (2) tidak ada ketidakstabilan sehubungan dengan S

Syarat:

- Perfect Match: semua orang dicocokkan secara monogami.
 - (1) Setiap pria mendapatkan satu wanita.
 - (2) Setiap wanita mendapatkan satu pria.
- Stable Matching: pencocokan sempurna tanpa pasangan tidak stabil.

Stable Matching Problemnya:

Dengan daftar preferensi pria dan wanita, temukan sebuah stable matching jika ada.

Contoh 1

- Pertanyaan: Jika dipasangkan X-C, Y-B, dan Z-A, apakah stabil?

| | | | | | | | |
|--------------------------|---------------|--------|---------------------|----------------------------|---------------|--------|---------------------|
| | favorite ↓ | | least favorite ↓ | | favorite ↓ | | least favorite ↓ |
| | 1st | 2nd | 3rd | | 1st | 2nd | 3rd |
| Xavier | Amy | Bertha | Clare | Amy | Yancey | Xavier | Zeus |
| Yancey | Bertha | Amy | Clare | Bertha | Xavier | Yancey | Zeus |
| Zeus | Amy | Bertha | Clare | Clare | Xavier | Yancey | Zeus |
| Men's Preference Profile | | | | Women's Preference Profile | | | |

- Jawaban: Tidak. Bertha & Xavier akan putus

Contoh 2

- Pertanyaan: Jika dipasangkan X-A, Y-B, dan Z-C, apakah stabil?

| | | | | | | | |
|--------------------------|---------------|--------|---------------------|----------------------------|---------------|--------|---------------------|
| | favorite ↓ | | least favorite ↓ | | favorite ↓ | | least favorite ↓ |
| | 1st | 2nd | 3rd | | 1st | 2nd | 3rd |
| Xavier | Amy | Bertha | Clare | Amy | Yancey | Xavier | Zeus |
| Yancey | Bertha | Amy | Clare | Bertha | Xavier | Yancey | Zeus |
| Zeus | Amy | Bertha | Clare | Clare | Xavier | Yancey | Zeus |
| Men's Preference Profile | | | | Women's Preference Profile | | | |

- Jawaban: Ya

Worksheet 01

Jika Anda belum mengerjakan worksheet 01 di kelas, maka Anda dapat mengerjakannya di awal praktikum. Anda diberikan waktu 30 menit untuk menyelesaikan persoalan pada worksheet 01. Bagi Anda yang sudah mengerjakan, Anda dapat langsung mengerjakan tugas praktikum dan mencocokkan hasil worksheet 01 Anda dengan tugas praktikum.

Worksheet 01

Dengan Algoritma Gale-Shapley, cari himpunan stable-matching yang sesuai dengan preference-lists berikut ini. Gunakan processor terhebat yang Anda miliki (otak) untuk mengikuti algoritma G-S dan output tidak perlu diuraikan per-looping tetapi Anda harus memahami hasil setiap looping.

| Men's Preferences Profile | | | | | |
|---------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 0 th | 1 st | 2 nd | 3 rd | 4 th |
| Victor | Bertha | Amy | Diane | Erika | Clare |
| Wyatt | Diane | Bertha | Amy | Clare | Erika |
| Xavier | Bertha | Erika | Clare | Diane | Amy |
| Yancey | Amy | Diane | Clare | Bertha | Erika |
| Zeus | Bertha | Diane | Amy | Erika | Clare |

| Women's Preferences Profile | | | | | |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | 0 th | 1 st | 2 nd | 3 rd | 4 th |
| Amy | Zeus | Victor | Wyatt | Yancey | Xavier |
| Bertha | Xavier | Wyatt | Yancey | Victor | Zeus |
| Clare | Wyatt | Xavier | Yancey | Zeus | Victor |
| Diane | Victor | Zeus | Yancey | Xavier | Wyatt |
| Erika | Yancey | Wyatt | Zeus | Xavier | Victor |

```
Initially all  $m \in M$  and  $w \in W$  are free
While there is a man  $m$  who is free and hasn't proposed to
every woman
    Choose such a man  $m$ 
    Let  $w$  be the highest-ranked woman in  $m$ 's preference list
      to whom  $m$  has not yet proposed
    If  $w$  is free then
      ( $m, w$ ) become engaged
    Else  $w$  is currently engaged to  $m'$ 
      If  $w$  prefers  $m'$  to  $m$  then
         $m$  remains free
      Else  $w$  prefers  $m$  to  $m'$ 
        ( $m, w$ ) become engaged
         $m'$  becomes free
      Endif
    Endif
  Endwhile
Return the set  $S$  of engaged pairs
```

Tugas Praktikum

- ✓ Ubahlah pseudocode algoritma G-S pada worksheet 01 ke dalam program menggunakan bahasa C++
- ✓ Gunakan table pria sebagai table acuan untuk memudahkan Anda menentukan pasangannya.
- ✓ Cocokkan jawaban Anda pada worksheet 01 dengan hasil program yang Anda buat
- ✓ Jika ada yang berbeda tuliskan bagian mana yang berbeda dan analisislah (Poin ini disampaikan pada bagian Analisis Algoritma) yang sudah disiapkan.

Analisis Algoritma

Jawablah pertanyaan berikut:

1. Apakah jawaban Anda di Worksheet 01 dan Program sama persis? Jika Tidak? Kenapa?

Iya

Anda diminta untuk membuktikan algoritma G-S benar dengan menjawab pertanyaan berikut:

Fakta (1.1):

Seorang wanita tetap bertunangan dari titik di mana dia menerima proposal pertamanya; dan urutan mitra yang bertunangan dengannya menjadi lebih baik dan lebih baik lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi wanita). → tidak perlu dipertanyakan

Fakta (1.2):

Urutan wanita yang dilamar pria lebih buruk dan lebih buruk lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi pria). → tidak perlu dipertanyakan

Teorema (1.3):

Algoritma G-S berakhir setelah paling banyak n^2 iterasi menggunakan While Loop.

Buktikan!

Di setiap iterasi while – loop, seorang pria lajang yang melamar wanita dalam daftar pilihan berikutnya, seseorang yang tidak pernah dia lamar sebelumnya. Dikarenakan ada n laki – laki dan setiap daftar pilihan memiliki panjang n , ada n^2 lamaran yang dapat terjadi paling banyak.

Teorema (1.4):

Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan.

Buktikan!

Bukti menggunakan Kontradiksi, Misalkan ada waktu tertentu dalam eksekusi algoritma ketika seorang pria lajang, namun telah melamar setiap wanita. Ini berarti bahwa pada waktu tersebut, setiap wanita telah dilamar setidaknya satu kali

Teorema (1.5):

Himpunan S yang dikembalikan saat terminasi adalah perfect matching

Buktikan!

Kita telah menunjukkan bahwa pencocokan mengembalikan nilai dengan pencocokan yang sempurna. Dengan Pembuktian dengan Kontradiksi, misalkan tidak ada yang cocok, maka ada seorang pria yang masih lajang di akhir algoritma.

Teorema (1.6):

Sebuah eksekusi algoritma G-S mengembalikan satu set pasangan S . Set S adalah pasangan yang stabil.

Buktikan!

Dengan menggunakan Pembuktian dengan Kontradiksi, misal ada pria m dan m' dan wanita w dan w' sedemikian sehingga (m,w) dan (m',w') berada di himpunan S , tetapi m lebih suka w' daripada w dan w' lebih suka m daripada m' . Dengan Algoritma G – S, w adalah wanita terakhir yang m lamar. Karena m lebih menyukai w' daripada w , m harus melamar w' sebelum melamar w . Pada saat itu, atau nanti, w' sudah bertunangan dengan seorang pria, katakanlah seorang pria itu adalah m' , yang dia sukai lebih dari m . Pada akhirnya, w' bertunangan dengan m'