

Propagación libre de ondas de ultrasonido

Rodriguez Arianna, Cardoso Magalí Alejandra, Martínez Agustín Pablo

arinnarodri2004@gmail.com, magali4076@gmail.com, fontamartinex@gmail.com

*Laboratorio 2C, 2°C. 2023
Departamento de Física, FCEyN, UBA*

El objetivo de este trabajo es realizar la caracterización de un sistema de dos transductores piezoelectrómicos, midiendo la respuesta del sistema a los factores que lo afectan: frecuencia, amplitud y distancia entre emisor y receptor. Luego, añadiendo un emisor, recrear el experimento de interferencia de Young para ondas acústicas, con el fin de corroborar y determinar bajo qué condiciones los conocimientos teóricos son capaces de explicar lo observado. Con el primer sistema se obtuvieron: longitudes de onda (más confiables que con el segundo sistema), velocidad de propagación $v = (347.49 \pm 2.42)$ con diferencia significativa con la tabulada $v = (343.2 \pm 0.1)$ m/s y el tipo de onda: esférica. Por otro lado, con el experimento de Young fue posible corroborar el principio de superposición de las ondas, mas no fue posible determinar qué aproximaciones valen para el cálculo de diferencia de camino entre fuentes 

1. Introducción

Se define onda a la propagación de una perturbación, con transporte de energía pero sin transporte de materia. En un sistema continuo unidimensional (es decir, unidimensional en cartesianas, no en esféricas) puede expresarse como:

$$\psi(x, t) = A_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

donde ψ es el desplazamiento del equilibrio, A_0 es la amplitud de la perturbación, k es el número de onda o frecuencia espacial, ω es la frecuencia angular, t es el tiempo y φ_0 es la fase inicial. Este desplazamiento del equilibrio corresponde a alguna propiedad física del sistema, por ejemplo la perturbación forzada de la presión en un gas producida por una onda sonora (o ultrasonido) puede escribirse como:

$$p(x, t) = p_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0), \quad (2)$$

donde p_0 es la amplitud de la perturbación.

La ~~ecuación~~ (1) es una de las soluciones de la ecuación de ondas:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}, \quad (3)$$

compuesta por la derivada segunda temporal de ψ a la izquierda del igual, y el producto de la derivada segunda espacial de ψ y la velocidad de propagación v al otro lado. A partir de esta expresión, válida para medios no dispersivos, se llega a la relación de dispersión:

$$f \lambda = v, \quad (4)$$

en la que f es la frecuencia temporal y λ la longitud de la onda, que puede calcularse como la relación entre la distancia Δx entre 2 planos que están en la misma fase, y la cantidad de períodos p completados dentro de Δx :

$$\lambda = \frac{\Delta x}{p} . \quad (5)$$

Al usar determinadas condiciones iniciales para perturbar un sistema a partir de la posición de equilibrio, para las que todas las partes móviles del sistema se mueven con la misma frecuencia y pasan por la posición de equilibrio simultáneamente, se hallan los modos normales del sistema. En particular, la frecuencia en la que se maximiza la amplitud del movimiento, se llama frecuencia de resonancia.

Otra manera de hallar los modos se basa en forzar al sistema con una fuerza impulsora externa armónica de frecuencia ω hasta que el sistema se mueva siguiéndola. Debido al fenómeno de resonancia, este movimiento es notablemente apreciable cuando la frecuencia de la fuerza impulsora toma un conjunto de valores que son justamente los de las frecuencia de los modos normales. Luego, si a un sistema con frecuencia de resonancia ω_0 se lo fuerza con frecuencia ω , la respuesta $A(\omega)$ del sistema será:

$$|A(\omega)| = A_0 \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + (\omega\gamma)^2} , \quad (6)$$

donde A_0 es la amplitud del forzado y γ es el factor de amortiguamiento.

Como se mencionó, la relación de dispersión aplica en un medio no dispersivo justamente, es decir, aquel en el que la frecuencia temporal y la espacial tienen una relación lineal. Una perturbación en dicho medio, puede propagarse sin sufrir modificaciones a menos que el sistema en el que viaja presente una discontinuidad, que podría dividir la onda propagante en una reflejada y en una transmitida, que viajarían una en sentido contrario y la otra a favor de la onda transmitida respectivamente.

Se dio atención a las ondas planas armónicas porque las soluciones de la forma de la ec. (1) forman base, es decir cualquier solución de la ec. (3) se puede escribir como superposición conveniente de estas ondas. En un medio 3D, si las condiciones iniciales o las fuentes impulsoras o forzantes tienen simetría esférica, es conveniente utilizar coordenadas esféricas. Si para este tipo de onda se quiere estudiar la variación de la amplitud A en función del radio r en un forzado con amplitud A_0 , la ecuación es:

$$A(r) = \frac{A_0}{r} . \quad (7)$$

Mientras que, si las condiciones iniciales o las fuentes impulsoras o forzantes tienen simetría cilíndrica, es conveniente utilizar coordenadas cilíndricas, y la amplitud se expresa como:

$$A(r) = \frac{A_0}{r^{1/2}} . \quad (8)$$

Luego, para facilitar el estudio de $A(r)$, es conveniente analizar las dos ecuaciones anteriores en escala logarítmica, de manera que las ~~ecuaciones~~ (7) y (8) se expresan como:

$$\ln(A(r)) = \alpha \ln(r) + \ln(A_0) \quad (9)$$

donde α es la potencia de r .

Se observa que la ecuación de ondas clásica (3) es lineal, entonces vale el principio de superposición. Esto quiere decir que si en el punto D de la Fig. 1 se observa la perturbación producida por dos fuentes A y B, la perturbación medida tiene que ser igual a la suma de la perturbación producida cuando la fuente A estaba encendida y la fuente B apagada, más la perturbación producida cuando la fuente B estaba encendida y la fuente A apagada. La superposición de dos o más ondas en una región del espacio da lugar a una onda resultante que es la suma de las perturbaciones individuales. Cuando esto sucede se dice que hay interferencia.

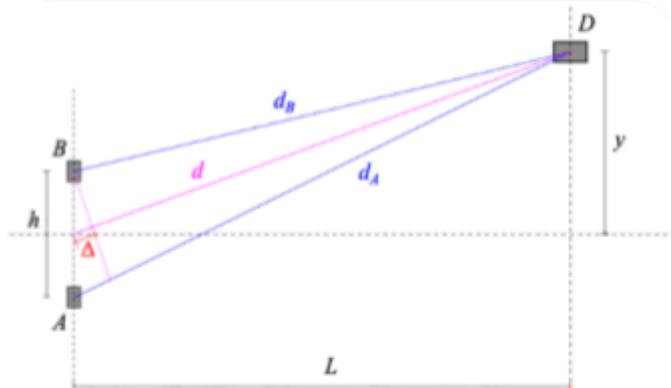


Fig. 1 Esquema del experimento de Young con A y B las fuentes, con distancia h entre sí. Desde el plano de estos orificios, a una distancia L se ubica la pantalla sobre la que se observa la interferencia. Las fuentes A y B y el punto medio entre ellas, distan d_A , d_B y d respectivamente de un punto D en la pantalla, por lo que Δ es la diferencia de camino óptico entre d_B y d . Finalmente, se establece a y como la distancia normal del punto D al eje horizontal que pasa por $h/2$ [2].

Uno de los experimentos en los que puede verse y estudiarse la interferencia es el de Young realizado con luz (Fig. 1). En este sistema se tiene una fuente S equidistante de dos orificios A y B, con distancia h entre sí, que pasarán a ser las fuentes secundarias. Desde el plano de estos orificios, a una distancia L se ubica la pantalla sobre la que se observa la interferencia. Las fuentes A y B y el punto medio entre ellas (que se fija como el 0 del eje horizontal), distan d_A , d_B y d respectivamente de un punto D en la pantalla, por lo que Δ es la diferencia



de camino óptico entre d_B y d . Finalmente, se establece a y como la distancia normal del punto D al eje horizontal que pasa por $h/2$.

Para simplificar el análisis del experimento de Young, se suele suponer que la distancia L es grande comparada con la distancia h, por ejemplo un orden mayor. En este caso, la diferencia de camino de A y B hasta D satisface aproximadamente la relación:

$$\Delta \approx \frac{y h}{L}, \quad (10)$$

de la que se deduce la ubicación de los máximos del patrón de interferencia:

$$y_{MAX} \approx \frac{m\lambda L}{h}, \quad (11)$$

con m un número entero.

Volviendo a tomar como ejemplo la perturbación de la presión en un gas, pero ahora con 2 fuentes interfiriendo, para la ubicación de los máximos se cumple que:

$$y_{MAX} = \frac{\lambda}{2} m. \quad (12)$$

Por otro lado, dado que vale el principio de superposición se obtiene el módulo de la presión en el punto D, es decir:

$$|P_D| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos(\varphi_B - \varphi_A)}, \quad (13)$$

donde φ_A y φ_B son la diferencia de fase entre la perturbación recibida en D y la emitida en sus respectivas fuentes. También se puede expresar $|P_D|$ como:

$$|P_D| = 2A |\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta)|, \quad (14)$$

donde Δ es la mitad de la diferencia entre d_A y d_B , que puede expresarse de 3 maneras:

la más exacta:

$$\Delta = \frac{1}{2} \left(\sqrt{L^2 + (y + \frac{h}{2})^2} - \sqrt{L^2 + (y - \frac{h}{2})^2} \right), \quad (15)$$

luego si $L \gg h$:

$$\Delta = \frac{h}{2} \frac{y}{\sqrt{L^2 + y^2}}, \quad (16)$$

y finalmente si además $y \ll L$:

$$\Delta = \frac{hy}{2L}. \quad (17)$$

A continuación se estudiará a través de piezoelectrinos la propagación en aire de ondas de ultrasonido. De estos dispositivos se hará la caracterización de la respuesta en tensión y en frecuencia para poder luego estudiar la perturbación transmitida con la frecuencia de resonancia, utilizando valores de voltaje dentro del rango de respuesta lineal entre emisor y receptor. Luego se hará foco en la señal, midiendo su longitud de onda, la



velocidad de propagación y el decaimiento de la amplitud con la distancia entre E-R. De ésto último se extraerá el factor de decaimiento para determinar el tipo de onda enviada.

Posteriormente, se replicará el experimento de Young de interferencia con el que se analizará si en la experiencia puede comprobarse el principio de superposición utilizado para la ec. (13) y el cálculo de la diferencia de caminos en la ecuación (14).

Con los datos obtenidos, se analizará en qué rangos las predicciones teóricas explican lo observado y en qué rangos dejan de funcionar.

2. Desarrollo experimental

Para estudiar la propagación en aire de ondas de ultrasonido se utilizó:

1. Generador de funciones, **precisión**
2. Osciloscopio, precisión: **relación entre la escala y 6**. La escala del instrumento se ajustó en cada caso necesario para que el gráfico de la señal pueda verse lo más definido posible sin quedar fuera de la pantalla (ya que los valores y la precisión que el instrumento ofrece, los lee de este gráfico)
3. Piezoeléctrico emisor A
4. Piezoeléctrico receptor
5. 2 rieles milimetrados, precisión 1mm
6. Piezoeléctrico emisor B
7. Mesa óptica
8. Cinta métrica, precisión 1mm
9. 4 cables BNC y 2 de alimentación

2.1 Experimento 1: Caracterización del sistema

Como se muestra en la Fig.2, a la izquierda se colocó el generador de funciones, que se conectó desde el Canal 1 al piezoeléctrico emisor (en su Canal 2) y al osciloscopio. Enfrentado al emisor, se colocó a una distancia $D = 50\text{mm} \pm 1\text{mm}$ al piezoeléctrico receptor, ambos montados con torretas al riel. El receptor se conectó al osciloscopio en el Canal 1. De esta manera el Generador de funciones (GF de acá en adelante) enviaba una señal que por un mismo canal se transmitía al emisor y al osciloscopio. En el primer caso, viajaba por aire hasta ser recibida por el receptor, que la transmitía luego al osciloscopio por el Canal 2. En el segundo caso, la señal llegaba directamente al osciloscopio por la conexión cableada al Canal 1. Así podía verse por el Canal 1 la señal “ limpia”, es decir, exactamente lo que el generador estaba enviando; luego, por el Canal 2 podía verse la señal que el receptor recibía. El Canal 1 se mantuvo apagado para mediciones en las que esta señal no fue necesaria.

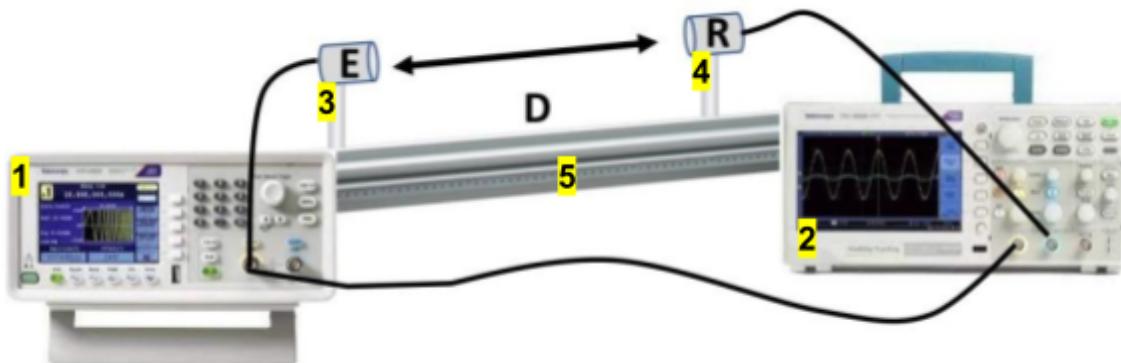


Fig. 2 Esquema del sistema compuesto por generador de funciones (1), que desde un mismo canal se conecta a un osciloscopio (2) y a un piezoelectrico emisor (3) fijado sobre un riel milimétrado (5). El osciloscopio se conecta, a su vez, en su Canal 1, con otro piezoelectrico receptor (4) montado en el riel, enfrentado con el emisor. En el espacio entre piezoelectricos de largo D, viaja la onda de sonido desde E hasta R. Este espacio debe mantenerse despejado para que la señal pueda transmitirse sin perturbaciones. Conectar osciloscopio y emisor en un mismo canal en el generador de funciones garantiza que tendrán la misma fase inicial, pero también pueden conectarse en canales distintos.

Una observación que es válida mencionar es desde dónde se midió D: específicamente se consideró la distancia entre los bordes internos de las torretas, que es distinta a la distancia entre los piezoelectricos que, como se ve en la Fig.3, no puede medirse directamente ya que se desconoce la ubicación exacta del cristal dentro de la carcasa metálica.

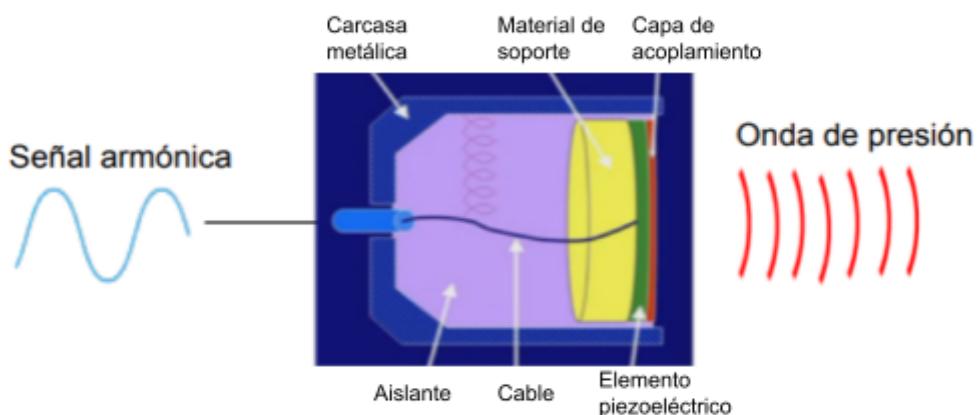


Fig. 3 Esquema del interior de un piezoelectrico con sus partes señaladas. Este ejemplo tiene forma de disco y está funcionando como emisor. Por el extremo izquierdo recibe una señal armónica eléctrica que luego es transmitida por el extremo derecho en forma de ondas de presión gracias a la deformación del cristal.

Los transductores son dispositivos que convierten un tipo de energía en otra. En este experimento se utilizaron piezoelectricos: cristales que al aplicarles una tensión eléctrica, pueden contraerse o dilatarse, por lo que se los puede hacer oscilar y transformar una señal de

origen eléctrico en una onda de ultrasonido, para funcionar así como parlante (emisor) y, a la inversa, como micrófono (receptor) al transformar la energía mecánica en eléctrica. Al trabajar con estos elementos, conviene buscar y utilizar la frecuencia de resonancia propia de los mismos.

2.1.1) Caracterización de la respuesta en tensión: fijando los valores de frecuencia y distancia entre emisor y receptor, se realizó una relevación de la respuesta del sistema en función de la tensión con el objetivo de determinar, mediante un ajuste del voltaje recibido vs el voltaje emitido, el rango de respuesta lineal entre GF y receptor. Para esto se buscó una frecuencia en la que el osciloscopio diera respuesta enviando una señal sinusoidal, se dejó este valor fijo y se fue aumentando el voltaje desde 1 Vpp hasta 20 Vpp cada 0.5Vpp (Voltios pico a pico).

2.1.2) Caracterización de la respuesta en frecuencia: para hallar la frecuencia de resonancia del sistema, se observó la relación entre la tensión recibida y la frecuencia emitida. Para esto, se envió una señal sinusoidal con el GF en la que se fijó el valor de tensión en 4Vpp, y se inició con frecuencia $f = 37,8$ kHz. A partir de ésta, aumentando su valor a razón de 0,1 kHz, se midió la tensión captada por el receptor para cada frecuencia.

2.1.3) Medición de la longitud de onda y velocidad de propagación: para medir la longitud de onda, con el GF se envió una señal sinusoidal con 4Vpp y la frecuencia de resonancia, y se aumentó la distancia entre emisor y receptor midiendo la diferencia de fase entre la señal emitida (conectada directamente al osciloscopio) y la señal captada por el receptor hasta que se cumplieran 12 períodos. Este procedimiento se repitió para 4 frecuencias distintas (40.2 kHz, 40.3 kHz, 40.4 kHz, 40.5 kHz), con el objetivo de obtener distintos valores para la velocidad del sonido utilizando la ecuación de dispersión (3) y realizando un promedio entre los datos obtenidos.

2.1.4) Decaimiento con la distancia de la amplitud: con el GF se envió una señal sinusoidal con 4 Vpp y con la frecuencia de resonancia, ambos valores fijos. Sin mover al emisor, se trasladó al receptor y se registró la amplitud percibida por el receptor cada 2 mm y luego. A partir de los 100mm (en el rango lejano), en donde la variación de amplitud comenzó a disminuir entre un punto y el siguiente, se registraron datos cada 5 mm.

2.2) Experimento 2: Interferencia de Young

Para recrear el experimento de interferencia de Young, se montó un sistema como se muestra en la Fig. 4, en el que se consideró $h/2$ como el origen del eje y . El generador de funciones se conecta desde un mismo canal al osciloscopio y a dos emisores (A y B, separados una distancia h entre sí), para garantizar fuentes coherentes. Los emisores se fijan a

un riel milimetrado paralelo al eje y , y frente a ellos, a una distancia $L \gg h$, se enfrenta sobre otro riel milimetrado al detector, que está conectado al osciloscopio en un canal distinto al que se conecta el GF. Los 3 piezoeléctricos apuntan en dirección paralela al eje x .

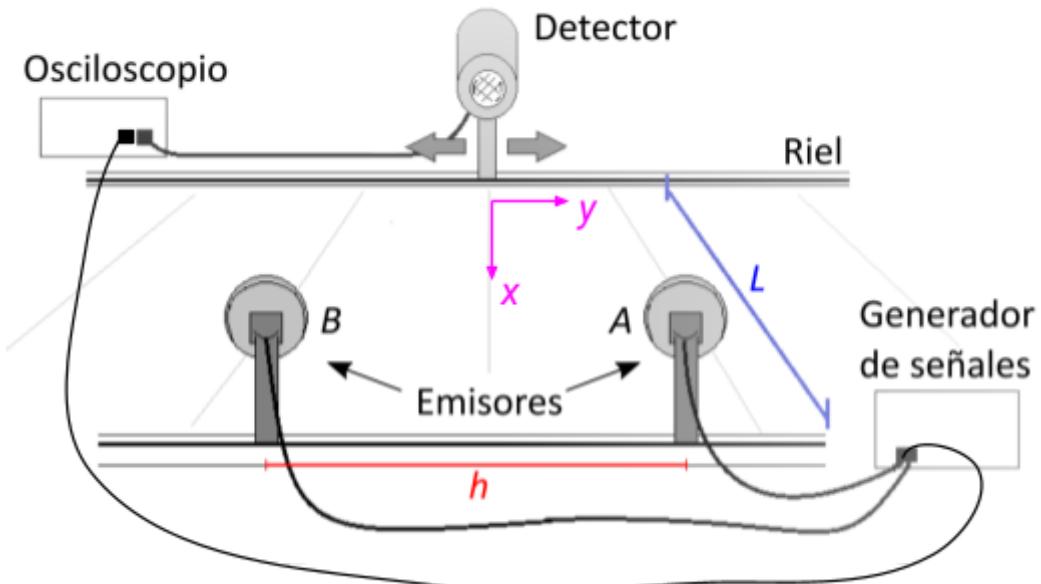


Fig. 4 Esquema de un sistema que recrea la experiencia de Young. El generador de funciones se conecta desde un mismo canal al osciloscopio y a dos emisores (A y B, separados una distancia h entre sí), para garantizar fuentes coherentes. Los emisores se fijan a un riel milimetrado paralelo al eje y , y frente a ellos, a una distancia $L \gg h$, se enfrenta sobre otro riel milimetrado al detector, que está conectado al osciloscopio en un canal distinto al que se conecta el GF. Los 3 piezoeléctricos apuntan en dirección paralela al eje x .

Para determinar h y L , se consideró una relación aproximada a la necesaria entre los mismos para lograr el experimento de Young. Se utilizó $h = 45 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ medido con el riel desde y hasta los bordes internos de cada torreta, y $L = 380 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ medido con cinta métrica desde y hasta los bordes internos de cada riel, ambos fijos durante todo el experimento.

Luego se buscó la frecuencia de resonancia para cada emisor. Para esto, se conectó el emisor A, se desconectó el emisor B, y se trasladó al receptor sobre el eje y hasta estar frente a A (perpendicular al eje x). Luego se procedió de la misma manera que antes para hallar la frecuencia natural, pero en este caso solo se avanzó hasta el decimal, ya que fue más difícil ser más preciso que cuando se tenía emisor y receptor a distancia D, dado que $D < L$. Una vez obtenido el dato, se repitió el proceso para el emisor B. Luego se utilizó una frecuencia promedio entre ambas (40.1 kHz) y se emitieron las señales a 4 Vpp de amplitud.

Una vez establecidas la frecuencia de resonancia del sistema y la amplitud de emisión, enviando una señal sinusoidal se fue variando la posición del receptor a lo largo del eje y midiendo el valor de la amplitud captada por el receptor en tres casos: sólo la fuente A activa, sólo la fuente B activa, y ambos emisores activos; y midiendo también cada diferencia de fase

entre la señal conectada directamente al osciloscopio y la señal captada por el receptor en los primeros 2 casos. La recolección de estos datos comenzó en $h/2$, es decir en el origen y finalizó al encontrar el cuarto mínimo.

3. Resultados y Discusión

3.1. Caracterización del sistema:

3.1.1. Caracterización de la respuesta en tensión:

A partir de los datos obtenidos en el experimento 2.1.1 se realizó el ajuste de la tensión captada vs la tensión emitida con los residuos correspondientes (Fig. 5).

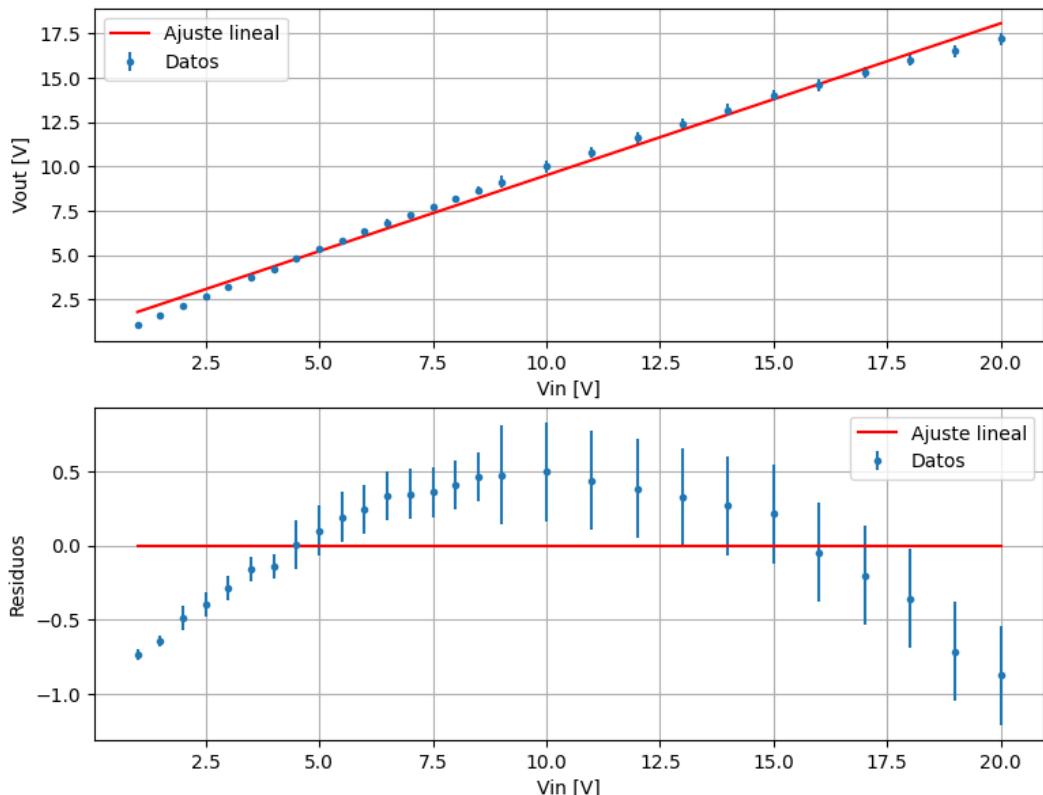


Fig. 5 En el gráfico superior se representa la amplitud captada (V_{out}) en función de la amplitud emitida (V_{in}). En puntos azules los datos registrados con sus respectivos errores, y en rojo el ajuste lineal realizado. En el gráfico inferior los residuos del ajuste. No se observa ninguna dependencia lineal entre las variables ya que se evidencia un patrón en los residuos.

Claramente no se ve una dependencia lineal entre el voltaje emitido y el recibido en este rango de voltajes, pero al recortar los datos, se obtiene el siguiente gráfico:

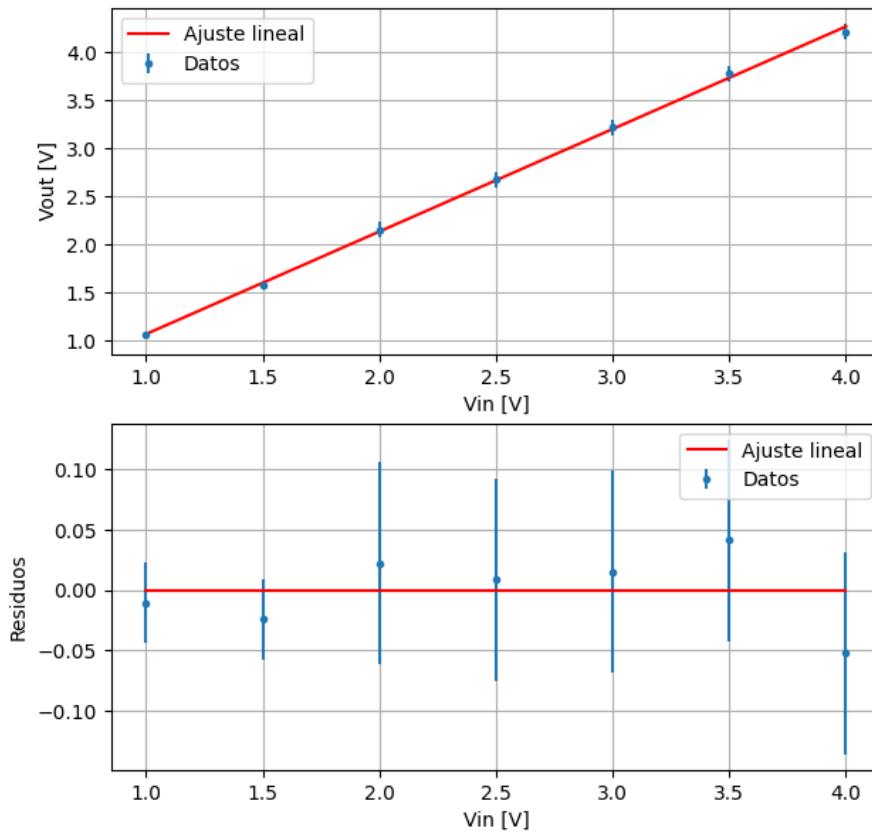


Fig. 6 En el gráfico superior se muestra la tensión pico a pico captada (V_{out}) en función de la tensión pico a pico emitida (V_{in}). En azul los datos registrados con sus respectivos errores y en rojo el ajuste lineal realizado. En el gráfico inferior, los residuos del ajuste realizado. No se observa patrón evidente en los residuos, lo que podría indicar una buena calidad de ajuste.

Con el rango acotado de 1 a 4 Vpp sí se ve una dependencia lineal entre lo emitido y lo recibido. Para garantizar la calidad del ajuste, se calcularon 3 métricas de bondad: X^2 ponderado = 1.386, R^2 = 1.006, coef. de correlación de Pearson = 1.000.

Notar que X^2 ponderado > 1 pero con otro rango de datos, se alejaba aún más de 1 y viendo que las otras 2 métricas dan muy cercanas a 1, lo que indica que un buen ajuste, se decidió conservar este rango y considerar que el ajuste es bueno.

De esta manera, se recomienda que el resto de las mediciones deben mantenerse dentro de 1 a 4 Vpp. De lo contrario, fuera del rango de linealidad, ante cualquier variación de la amplitud captada, sería difícil identificar la causa.

3.1.2. Caracterización de la respuesta en frecuencia:

A partir del barrido de frecuencias obtenido en el experimento 2.1.2, se realizó un ajuste de los datos utilizando la ee. (6) (Fig.7).

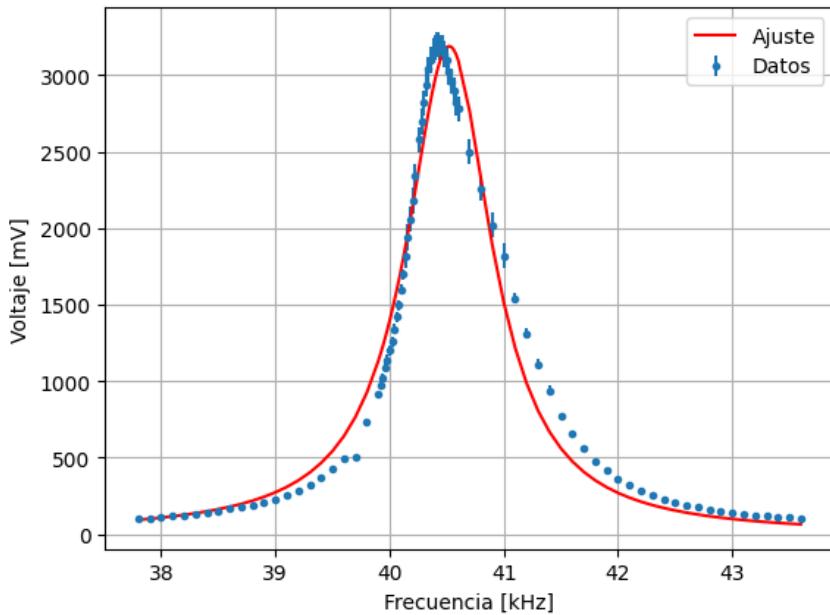


Fig. 7 Voltaje captado en función de la frecuencia de una señal sinusoidal forzada con voltaje fijo, con emisor y receptor a una distancia fija. En azul, los datos obtenidos con sus respectivos errores; en rojo el ajuste realizado utilizando la ec. (6). Sin necesidad de un gráfico de residuos se evidencia que la función no es capaz de ajustarse bien.

No fue posible ajustar correctamente los datos a la ec. (6). En un principio se puede notar que los datos obtenidos no son simétricos con respecto al máximo, mientras que la ecuación sí lo es, por lo que sería imposible encontrar parámetros que se ajusten correctamente.

A raíz de esto, se resolvió determinar la frecuencia de resonancia como el valor medio del ancho de campana a media altura, como se muestra en la Fig. 8.

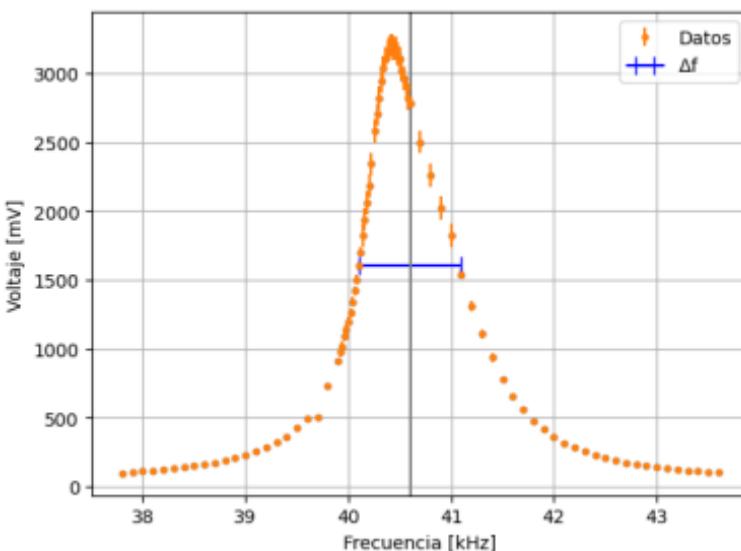


Fig. 8 Respuesta del sistema en función de la frecuencia, determinando la frecuencia de resonancia como el valor medio (marcado en gris) del ancho de campana a media altura (marcado en azul). El resultado obtenido fue $f: (40.6 \pm 0.5)$ kHz.

De esta manera se obtuvo que la frecuencia de resonancia del sistema es: $f = (40.6 \pm 0.5)$ kHz. Es conveniente trabajar dentro de este rango de frecuencias en las mediciones, ya que se maximiza la respuesta del sistema en estudio.

3.1.3. Medición de la longitud de onda y velocidad de propagación:

A partir de la medición 2.1.3, para cada frecuencia se obtuvieron 4 longitudes de ondas distintas sin diferencias significativas entre sí, como se muestra en la Fig. 9.

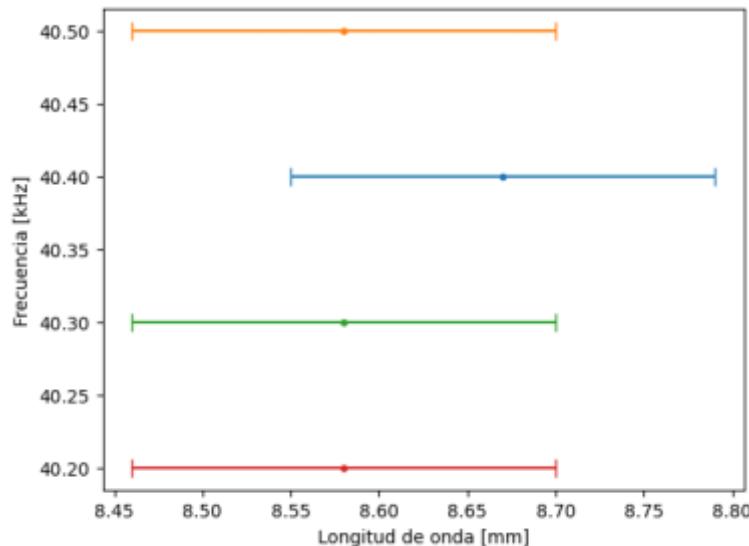


Fig. 9 Longitud de onda obtenida para cada 4 frecuencias distintas con sus respectivos errores, con la distancia emisor-receptor y el voltaje fijos. No se aprecian diferencias significativas en los resultados.

Era esperable que, para un cambio en la frecuencia menor a un 0,75% no se encuentren diferencias significativas entre los resultados. A partir de cada una de las longitudes de onda, se calcularon 4 valores de la velocidad de propagación utilizando la ec. (4) y se sacó un promedio teniendo en cuenta los errores de cada uno (Apéndice 6.1).

El valor obtenido de la velocidad de propagación de ondas de presión en el aire fue $v = (347.49 \pm 2.42)$ m/s que presenta diferencia significativa con el tabulado $v = (343.2 \pm 0.1)$ m/s. Para lograr un mejor resultado, se plantea que se podrían tomar al menos 10 medidas de λ para frecuencias con una diferencia entre sí mayor a 1kHz como mínimo; con los datos, según la ec.(4) graficar f vs $1/\lambda$ para realizar un ajuste lineal cuya pendiente podría dar un valor más exacto de la velocidad de propagación.

3.1.4. Decaimiento con la distancia:

A partir de las mediciones de la experiencia 2.1.4, se obtuvieron los gráficos mostrados en la Fig. 10.

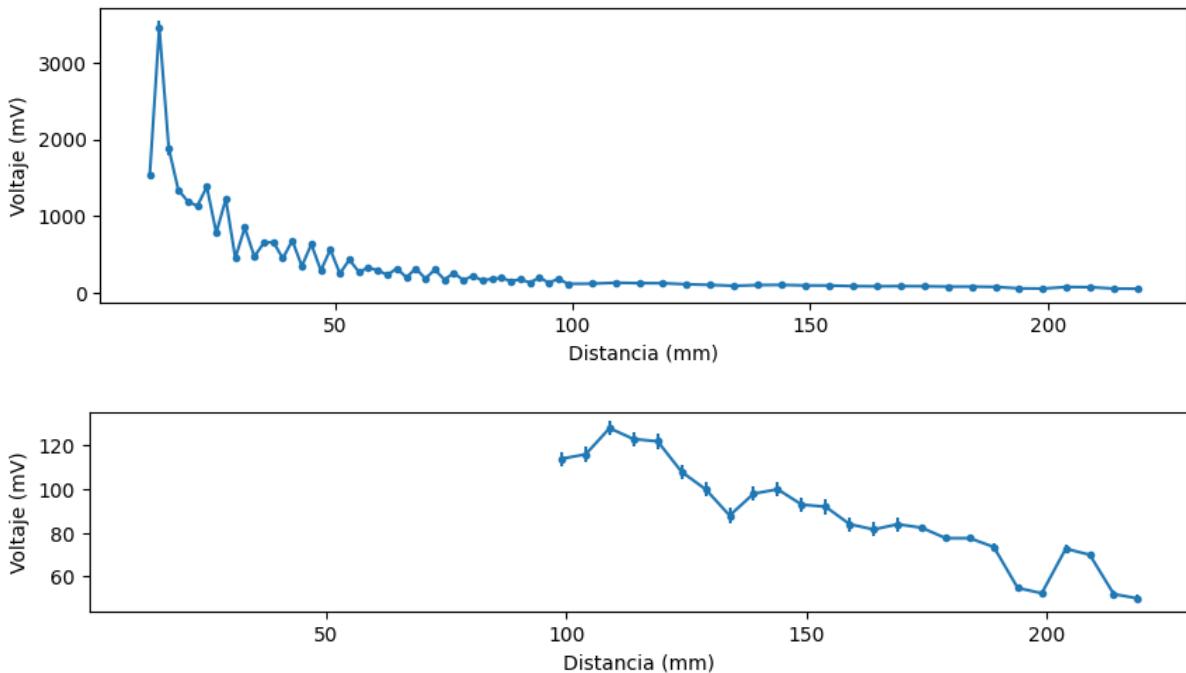


Fig. 10 Voltaje captado por el receptor en función de la distancia entre emisor y receptor. En el gráfico superior en el que se muestran todos los datos, se observan grandes oscilaciones en el rango cercano (entre 0 y 100 mm) y luego un mayor amortiguamiento de las mismas. En el gráfico inferior se acotó la información desde el dato 45, es decir, se muestra el rango lejano desde los 100mm.

Las oscilaciones observadas en el rango cercano de 0 a 100 mm se estima que se deben a la superposición de ondas reflejadas entre el emisor y el receptor. Dicho fenómeno es mucho menos significativo a partir de los 100 mm, donde domina el decaimiento de la amplitud de la onda. Es por eso que los datos del rango lejano (a partir de 100mm) brindarán más información sobre el factor de decaimiento de la onda que los datos del rango cercano, que tienen más fluctuaciones.

Otro fenómeno a destacar observado en la Fig. 10 es la forma de barridos que tienen las fluctuaciones en el rango cercano. Eso no se debe más que por haber tomado datos de forma equidistante en lugar de haber tomado datos cada máximo o mínimo de oscilación.

Si se quiere encontrar el factor de decaimiento de la onda, es conveniente pasar los datos a escala logarítmica, con el objetivo de linealizar y optimizar el ajuste utilizando la ec. (9) como se muestra en la Fig. 11, donde se utilizaron los datos correspondientes al rango lejano, considerado a partir de los 100 mm (Fig. 10).

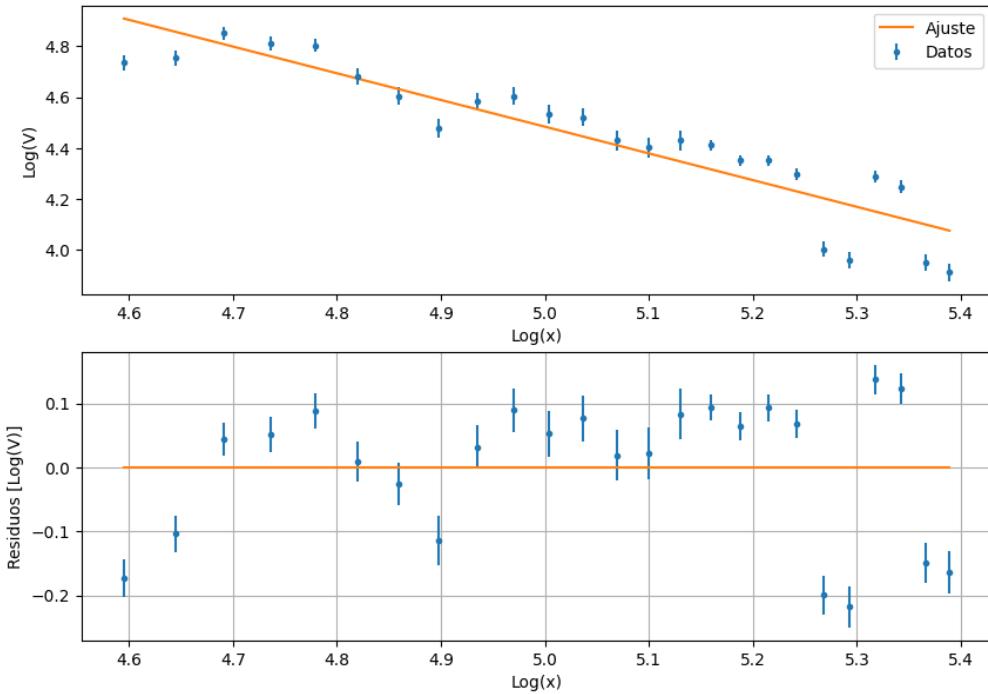


Fig. 11 En el gráfico superior se representa en escala logarítmica el decaimiento de la amplitud de la señal captada por el receptor en función de su distancia con el emisor a partir de los 100mm. En azul, los datos obtenidos con sus respectivos errores (propagados) y en naranja, el ajuste lineal realizado a partir de la ec. (9). En el gráfico inferior se representan los residuos del ajuste realizado.

A partir de los parámetros obtenidos en el ajuste por la ec. (9), se obtuvo que el factor de decaimiento de la onda (la pendiente de la recta) es: (-1.05 ± 0.10) , obteniendo así un factor de decaimiento correspondiente a una onda esférica. Lo cual tiene sentido, porque, dentro de las dimensiones características del sistema, se podría considerar al emisor como una fuente puntual, emitiendo ondas esféricas (Apéndice 6.1.4).

3.2. Interferencia de Young:

3.2.1 Corroboration de la ec. (13):

A partir de los datos obtenidos en el ítem 2.2 (amplitud y diferencia de fase) medidos para las fuentes prendidas por separado, se utilizó la ec. (13) para calcular el patrón de interferencia esperado y se lo comparó con el patrón de interferencia medido directamente con ambas fuentes prendidas, mostrado en la Fig. 12.

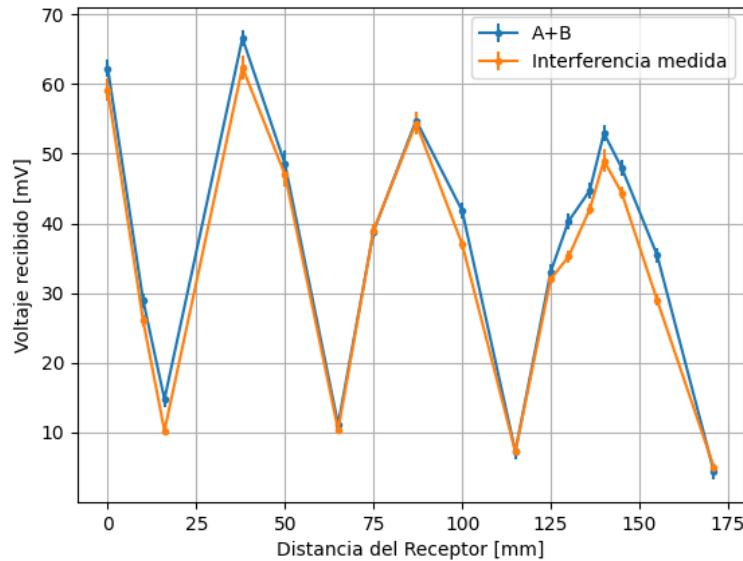


Fig. 12 Amplitud captada por el receptor en función de la distancia del receptor al origen definido en la Fig. 4. En naranja se representa el patrón de interferencia medido directamente con ambas fuentes prendidas y en Azul el patrón de interferencia esperado a partir de la ee-(13) usando la medición de las fuentes por separado.

A partir de la similitud que se observa en la Fig. 12 entre la interferencia predicha por la ee-(13) y la medida directamente, se corrobora el cumplimiento de dicha ecuación, basada en el principio de superposición de ondas.

3.2.2. Diferencia de camino:

El objetivo de este cálculo es corroborar la ee-(14) utilizando las distintas expresiones de delta (ees-(15, 16, 17)) y determinar bajo qué condiciones son válidas cada una de las aproximaciones.

Primero, en la Fig. 13, se graficaron los delta en función del número de máximos. (el máximo en el cero no se considera por falta de datos en el lado izquierdo del patrón)

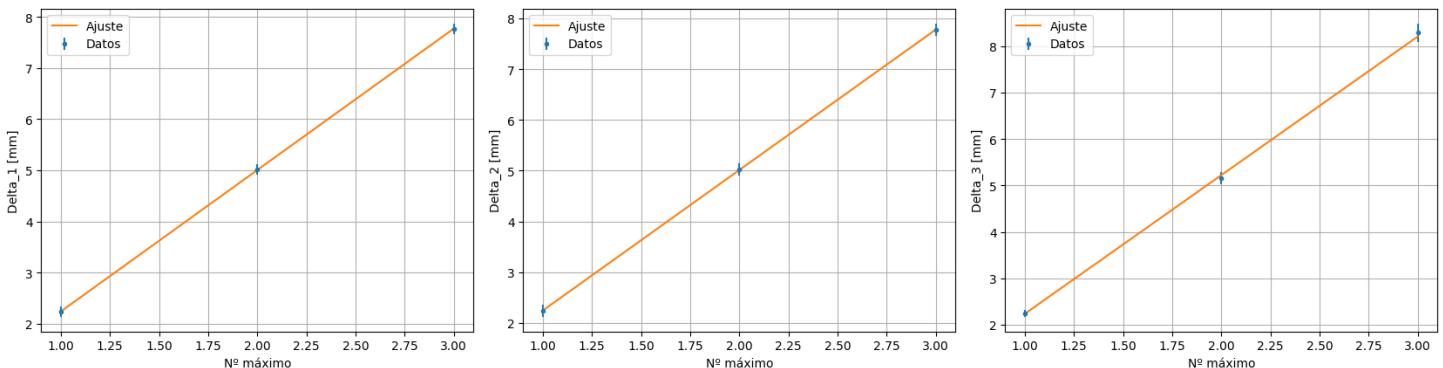


Fig. 13 De izquierda a derecha, los gráficos de cada delta (ee-(15), ee-(16), ee-(17)) respectivamente vs nº de máximo de interferencia medido. En azul, los datos medidos con su respectivo error, y en naranja el ajuste lineal con respecto a la ee-(14).

Los valores de la longitud de onda obtenidos para cada delta fueron:

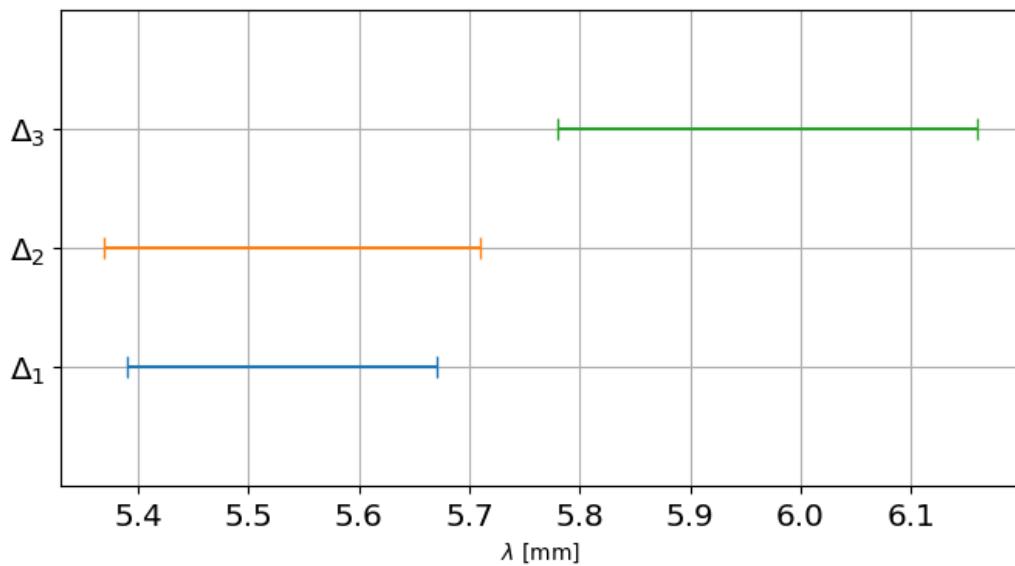


Fig.14 Gráfico comparativo de los valores obtenidos de λ utilizando los distintos Δ correspondientes a las ecs.(15, 16 y 17) de inferior a superior. se observan diferencias significativas entre los primeros 2 con el tercer valor de longitud de onda.

Estos valores presentan diferencias significativas con la longitud de onda medida en 3.1.3, que es más confiable por tratarse de una medición más directa por lo que no se podrían corroborar ninguna de las 3 ecuaciones planteadas para la diferencia de camino. Sin embargo, graficando el patrón esperado para el delta_1 utilizando la ec.⁽¹⁵⁾ en la Fig. 14, se observa un corrimiento entre el patrón esperado y el patrón medido, causado probablemente por una diferencia de fase inicial que no se tuvo en cuenta, y bien podría ser el causante de que el modelo presentado no se ajuste correctamente a lo medido.

Se cree que dicha diferencia de fase inicial, que provocó este corrimiento en el patrón, surge a partir de un emisor mal fijado en su posición, con su eje rotado. En ese caso, sería conveniente medir a ambos lados del cero del eje y , y poder detectar cualquier desfasaje en etapas más tempranas del desarrollo del experimento.

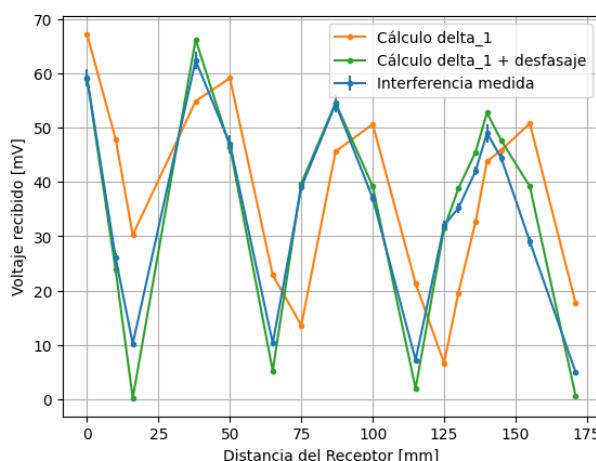


Fig. 15 En azul, la interferencia medida, en naranja el patrón esperado por la ec.(14) utilizando delta_1 de la ec.(15), se observa un desfasaje. En verde, el mismo patrón esperado, con una corrección del desfasaje.

A pesar de que el valor de la longitud de onda obtenida con este método no coincide con el valor obtenido en 3.1.3, de todas formas se puede comparar la exactitud de cada una de las expresiones analizando los gráficos de la Fig. 16, donde se compara el patrón medido con el patrón esperado para cada valor de Δ .

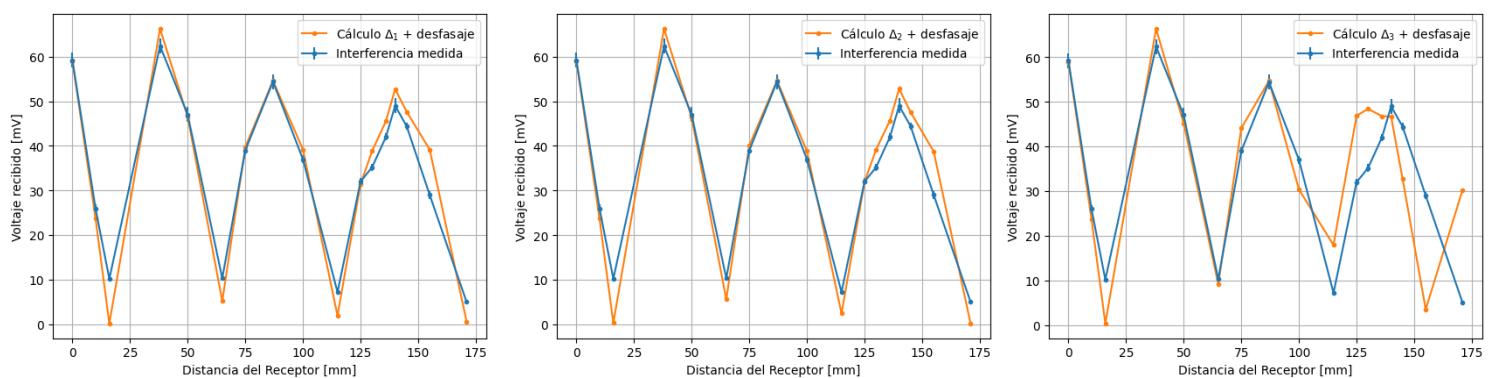


Fig. 16 De izquierda a derecha, gráfico comparativo entre la interferencia medida (en azul) y la interferencia esperada por la ee. (14) utilizando, cada uno de los valores de Δ de las ees. (15, 16 y 17) respectivamente. No se observan diferencias significativas en los primeros dos gráficos, y se observan diferencias para valores de y mayores a 100 mm en el tercero.

Analizando los gráficos de la Fig. 16, se puede concluir que las ees. (15 y 16) son buenas aproximaciones para los parámetros L y h utilizados en el experimento, donde $h \approx 0.12 L$, y se cumple $h \ll L$. Sin embargo, en el tercer gráfico, correspondiente al Δ de la ec. (17), se observa que para valores de y menores a 100 mm el patrón se ajusta bien, donde se cumple $y \ll L$, pero para valores de y mayores a 100 mm los patrones dejan de coincidir, donde ya no valdría dicha aproximación. Por lo tanto, para este experimento se recomienda para Δ usar las ecs. (15 y 16).

4. Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha podido caracterizar el sistema de transductores piezoelectricos, con un rango de linealidad de 0 a 4 Voltios pico a pico, una frecuencia de resonancia de (40.6 ± 0.5) kHz correspondiente a una longitud de onda de (8.58 ± 0.12) mm (hallado con el primer sistema que se consideró más confiable) y con un decaimiento a razón de $r^{-1.05 \pm 0.10}$ correspondiente a una onda esférica.

Es importante, antes de comenzar cualquier experimento, realizar la caracterización del sistema con el que se trabaja. Saber cómo se comporta ante la variación de distintos factores permite encontrar las condiciones óptimas para el estudio que se quiera realizar.

A partir de los datos obtenidos se pudo calcular la velocidad del sonido: (347.49 ± 2.42) m/s, se pudo corroborar el modelo de interferencia de la ec.(13), y por razones inciertas, no se pudo corroborar el modelo de la ec. (14). Sin embargo, fue posible detectar un error en las mediciones al comprobar un desfasaje en el patrón estudiado, y se pudo determinar qué aproximaciones de Δ valían para este sistema en particular. Esto sugiere que más allá de un resultado esperado o no, es posible extraer información ya sea sobre errores a evitar en próximas experiencias o rangos específicos donde la teoría utilizada no explica lo observado.

5. Bibliografía

[1]: “F2: Ondas”, Ricardo A. Depine, [link](#)

[2]: “Ondas: es física”, O. E. Martínez [link](#)

6. Apéndice

6.1. Velocidad de propagación:

A partir de estos datos voy a calcular la velocidad del sonido y su error despreciando el error de la frecuencia (mucho menor al error de las lambdas)

frecuencia [kHz]	d0 [mm] +/- 1 mm	d1 [mm] +/- 1 mm	cant de lambdas	lambda [mm] +/- 0,12mm
40,405	9	113	12	8.67
40,505	9	112	12	8.58
40,305	11	114	12	8.58
40,205	11	114	12	8.58

$$\lambda = (d_0 - d_1) / 12$$

$$\Delta_\lambda^{**2} = (\Delta_{d_0}/12)^{**2} + (\Delta_{d_1}/12)^{**2}$$



$$\Delta_\lambda^{**2} = 2/144$$

$$\Delta_\lambda = 0,12 \text{ (mas o menos)}$$

La velocidad del sonido será: $v = \lambda * f$

$$v_1 = 8.67 * 40400 \text{ mm/s} = 8.67 * 40.4 \text{ m/s} = 350.268 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 8.58 * 40500 \text{ mm/s} = 8.58 * 40.5 \text{ m/s} = 347.49 \text{ m/s}$$

$$v_3 = 8.58 * 40.3 \text{ m/s} = 345.774 \text{ m/s}$$

$$v_4 = 8.58 * 40.2 \text{ m/s} = 344.916 \text{ m/s}$$

$$v = (v_1 + v_2 + v_3 + v_4)/4 = 347.112 \text{ m/s}$$

$$\Delta_v = f * \Delta_\lambda$$

$$\Delta_v = \sqrt{\frac{1}{4} (\Delta_{v_1}^{**2} + \Delta_{v_2}^{**2} + \Delta_{v_3}^{**2} + \Delta_{v_4}^{**2})} = \sqrt{\frac{1}{4} (2.42100929366...)^2} = 2.42100929366... \text{ m/s}$$

$$\Delta_v = 2.42100929366... \text{ m/s}$$

La velocidad del sonido es (347.49 +/- 2.42) m/s

6.1.4. Decaimiento con la distancia:

No se tuvieron en cuenta todos los datos debido a que en el rango cercano la fluctuación es demasiado brusca y puede llevar resultados no deseados, Fig. 6.1:

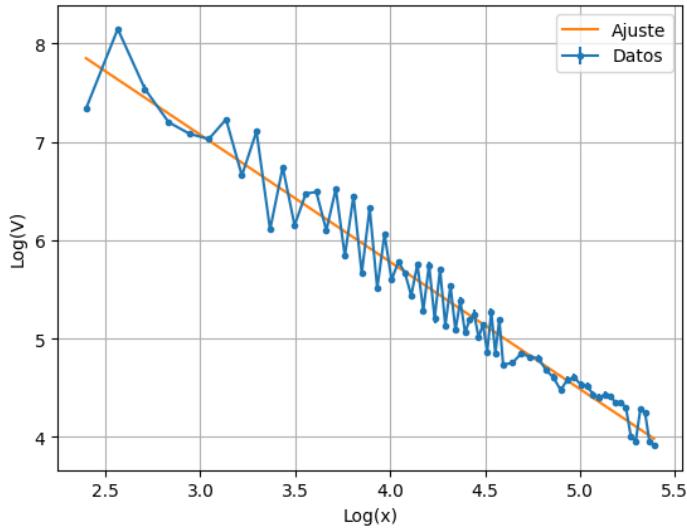


Fig 6.1 En el gráfico se representa el decaimiento de la amplitud de la señal captada por el receptor en función de la distancia entre emisor y receptor en escala logarítmica. En azul, los datos obtenidos con sus respectivos errores (propagados) y en naranja, el ajuste lineal realizado a partir de la ec. ().

Tomando todos los datos se obtiene un factor de decaimiento: (-1.29 +/- 0.04), lo cual no corresponde a ningún modelo presentado en este informe.