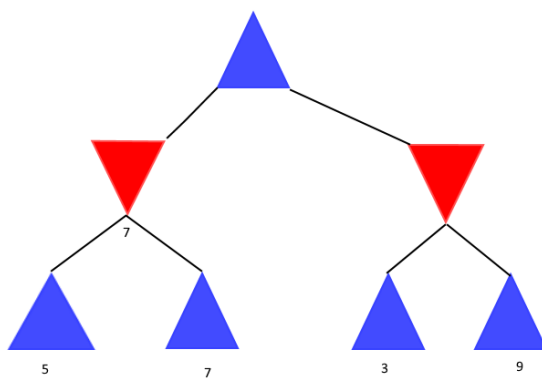


AM: 1115201800036

Ον/νυμο: Άρης Γρηγορόπουλος

Πρόβλημα 1.

Έστω ένας MIN κόμβος που τα παιδιά του είναι terminal nodes. Αν ο MIN είναι μη βέλτιστος, τότε η χρησιμότητα του κόμβου είναι μεγαλύτερη ή ίση από την χρησιμότητα που θα είχε αν ο MIN ήταν βέλτιστος. Επομένως, η χρησιμότητα του MAX node που είναι ο πατέρας του MIN node μπορεί μόνο να μεγαλώσει. Η λογική αυτή μπορεί να συνεχιστεί μέχρι τη ρίζα, επομένως αποδεικνύουμε ότι αν η MIN είναι μη βέλτιστη η χρησιμότητα του MAX θα είναι μεγαλύτερη ή ίση, και άρα ποτέ μικρότερη από το αν έπαιζε με βέλτιστο MIN



Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, αν ο MAX παίκτης γνωρίζει πως ο MIN είναι μη βέλτιστος, θα διαλέξει τον δεξιό κόμβο αφού αυτός θα έχει μεγαλύτερη χρησιμότητα ($7 < 9$). Αν ο MIN ήταν βέλτιστος τότε ο βέλτιστος MAX θα διάλεγε τον αριστερό κόμβο που θα του έδινε χρησιμότητα 5 (αφού $3 < 5$).

Πρόβλημα 2.

A)

Για τρίτη σειρά κόμβων πηγαίνοντας από αριστερά προς τα δεξιά:

8, 9, 2, 9, 8, 6, 7

Για δεύτερη σειρά κόμβων πηγαίνοντας από αριστερά προς τα δεξιά:

8, 2, 6

Για πρώτη σειρά κόμβων:

8

B)

Με βάση το ερώτημα Α) η minimax απόφαση της ρίζας είναι 8

Γ)

Βήμα-βήμα πηγαίνοντας από κάτω αριστερά προς κάτω δεξιά:

Αρχικά θα είναι $a = 8$, $b = \text{άπειρο}$ (αφού $8 > 4$) και η τιμή του κάτω αριστερά MAX κόμβου είναι 8

Για τον MIN έχουμε $a = -\text{άπειρο}$ και $b = 8$, για τώρα παίρνει τιμή 8

Αφού ο επόμενος MAX θα έχει τιμή τουλάχιστον 9, δεν έχει νόημα να τον ελέγξουμε παραπάνω και άρα κλαδεύουμε τον MIN κόμβο με τιμή 3 ($a = 9$, $b = 8$). Άρα ο MIN κόμβος στη σειρά 2 θα έχει τιμή 8 και αυτή θα είναι για τώρα και η τιμή της ρίζας. Άρα η MAX στη ρίζα θα έχει τιμή τουλάχιστον 8.

Το 3^ο MAX node στην 3^η σειρά θα έχει τιμή 2, οπότε το 2^ο MIN node της 2^{ης} σειράς, θα έχει τιμή το λιγότερο 2, που είναι μικρότερο από 8, άρα δε χρειάζεται να το κοιτάξουμε παραπάνω, οπότε κλαδεύουμε τον 4^ο και 5^ο κόμβο της 3^{ης} σειράς, και μαζί τους κλαδεύονται και οι κομβοί 7,8,9,10 της 4^{ης} σειράς. ($a = 8$, $b = 2$).

Ο 6^{ος} κόμβος της 3^{ης} σειράς θα πάρει τιμή 6 και άρα ο 3^{ος} κόμβος της 2^{ης} σειράς θα έχει τιμή το λιγότερο 6, άρα όπως και πριν δε χρειάζεται να το ελέγξουμε παραπάνω αφού $6 < 8$. Έτσι, κλαδεύομαι τον πιο δεξιά κόμβο της 3^{ης} σειράς και τα παιδιά του.

Άρα οι κόμβοι της 2^{ης} σειράς είναι: 8, 2, 6 και άρα ο κόμβος της ρίζας είναι 8.

Στην όλη διαδικασία κλαδεύτηκαν οι εξής κόμβοι:

Από 3^η σειρά:

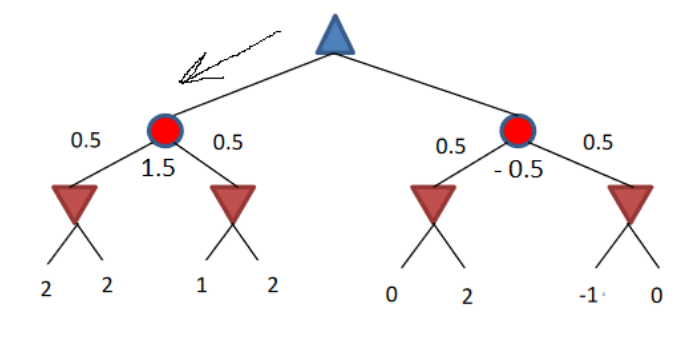
4, 5, 7

Από 4^η σειρά:

4, 7, 8, 9, 10, 14, 15

Πρόβλημα 3.

A)



Υπολογισμός εσωτερικών κόμβων:

Αριστερά: $(2 + 1) / 2 = 1.5$

Δεξιά: $(0 + (-1)) / 2 = -0.5$

B)

1^η περίπτωση (ξέρουμε τα 6 πρώτα φύλλα):

Θα έχουμε ότι η τιμή του αριστερού κόμβου είναι 1.5. Θα πρέπει να συνεχίσουμε τον έλεγχο, αφού αν και το 7^ο και το 8^ο φύλλο είναι μεγαλύτερο από 3, τότε η τιμή του δεξιού κόμβου θα είναι μεγαλύτερη από 1.5, και άρα θα διαλέξουμε αυτόν.

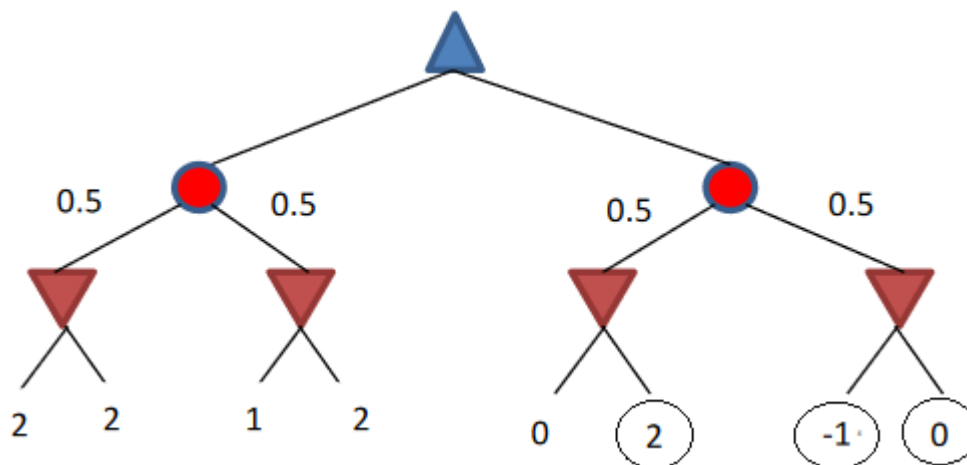
2^η περίπτωση (ξέρουμε τα 7 πρώτα φύλλα):

Γνωρίζοντας τον 7^ο κόμβο που είναι -1, ξέρουμε ότι ο δεξιός κόμβος θα έχει τιμή, τουλάχιστον -0.5 (αφού $(0 - 1)/2 = -0.5$). Αφού $-0.5 < 1.5$, δε χρειάζεται να ελέγξουμε το 8^ο φύλλο για να ξέρουμε ότι πρέπει να διαλέξουμε τον αριστερό κόμβο.

Γ)

Ο αριστερός MIN κόμβος θα έχει τιμή 2. Ο δεξιός MIN κόμβος θα έχει το λιγότερο τιμή -2 (αν έστω 1 φύλλο του έχουν τιμή -1) ή τιμή 2 (αν και τα 2 φύλλα του έχουν τιμή 2). Άρα οι δυνατές τιμές του αριστερού κόμβου τύχης είναι από 0 έως 2. $(2 + (-2))/2 = 0$ και $(2 + 2)/2 = 2$

Δ)



Όπως δείξαμε και πριν ο αριστερός κόμβος τύχης θα είναι 1.5. Αφού διαβάσουμε ότι το 5^ο φύλλο είναι 0, δεν έχει νόημα να ελέγξουμε τα υπόλοιπα, αφού ακόμα και αν ήταν όλα μέγιστα (δηλαδή ίσα με 2), τότε η τιμή του δεξιού κόμβου τύχης θα είναι $(0 + 2)/2 = 1$, που είναι μικρότερο του 1.5.