DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

xto sarcior

2023-11-10

DISTRIBUCIONES DISCRETAS

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Mide el número de éxitos en una secuencia de n ensayos de Bernoulli independientes entre sí con una probabilidad p de éxito entre los ensayos.

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Es la probabilidad de tener x éxitos en n ensayos.

EJEMPLO

La probabilidad de que un jugador de baloncesto enceste un triple es del 30 %, es decir, $p = 0.3$. Suponemos que lanza 5 veces, $n = 5$.

a) Si quieremos calcular la probabilidad de que enceste tres tiros ($P(X = 3)$):

```r
dbinom(3, size = 5, prob = 0.3)
```

```
## [1] 0.1323
```

b) Si queremos calcular todas las probabilidades de golpe en forma de tabla:

```r
RBinom <- data.frame(Pr = dbinom(0:5, size = 5, prob = 0.3))
rownames(RBinom) <- 0:5
RBinom
```

```
##        Pr
## 0 0.16807
## 1 0.36015
## 2 0.30870
## 3 0.13230
## 4 0.02835
## 5 0.00243
```

c) La probabilidad de encestar más de 3 triples ($P(X \geq 3)$):

```r
pbinom(3, size = 5, prob = 0.3, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 0.03078
```

d) Si queremos saber todas las probabilidades acumuladas (más de 0, más de 1, . . .), calculamos la cola derecha ($P(X > x)$):

```r
pbinom(0:5, size = 5, prob = 0.3, lower.tail = FALSE)
```

```
## [1] 0.83193 0.47178 0.16308 0.03078 0.00243 0.00000
```

e) Si queremos calcular las colas izquierdas ($P(X \leq x)$), esto es, la probabilidad de encestar menos de 1, menos de 2, ...:

```r
pbinom(0:5, size = 5, prob = 0.3, lower.tail = TRUE)
```

```
## [1] 0.16807 0.52822 0.83692 0.96922 0.99757 1.00000
```

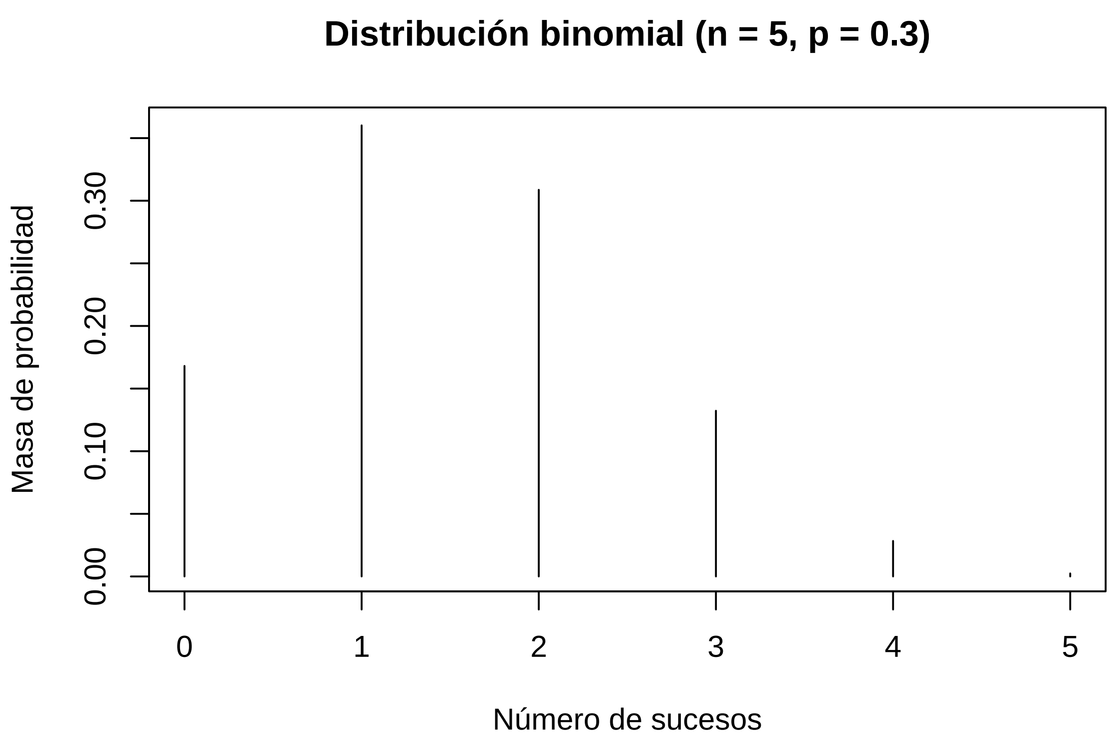
f) La probabilidad de encestar menos de dos tiros ($P(X \leq 1)$):

```r
pbinom(1, size = 5, prob = 0.3, lower.tail = TRUE)
```

```
## [1] 0.52822
```

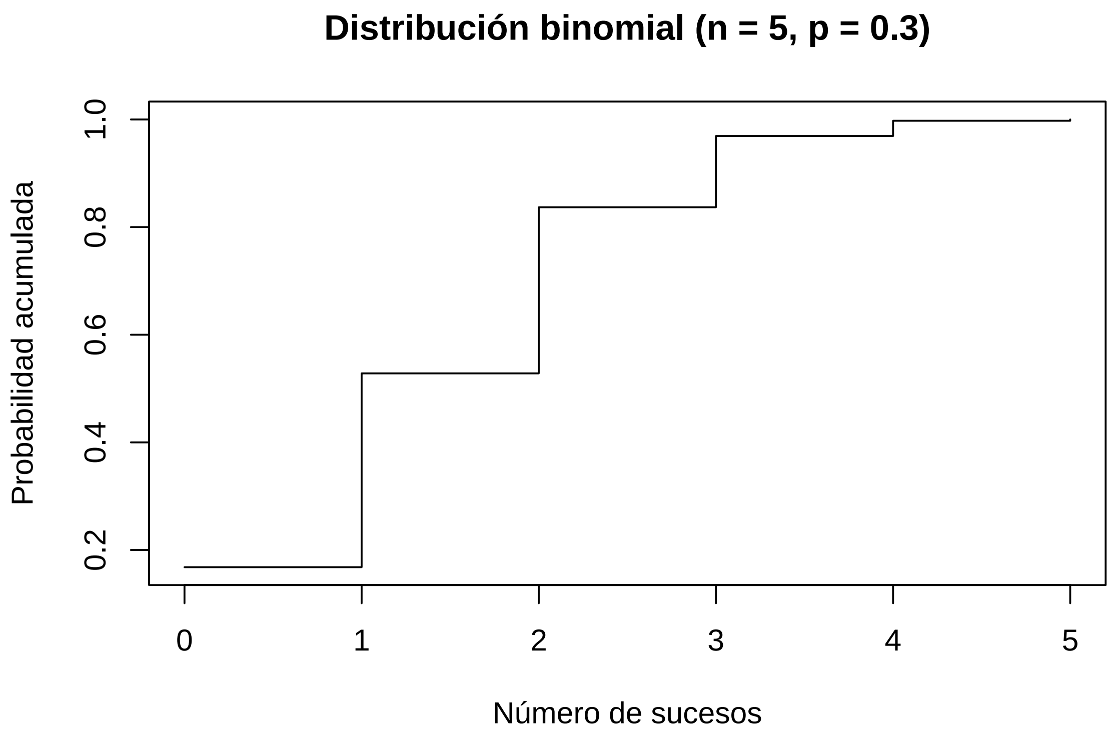
g) Para representar gráficamente la función de probabilidad:

```r
x <- 0:5
Binom_plot <- dbinom(x, size = 5, prob = 0.3)
plot(x, Binom_plot, main = "Distribución binomial (n = 5, p = 0.3)",
     xlab = "Número de sucesos", ylab = "Masa de probabilidad",
     type = "h")
```



h) Para representar gráficamente la función de probabilidad acumulada:

```r
x <- 0:5
Acum <- pbinom(x, size = 5, prob = 0.3)
plot(x, Acum, main = "Distribución binomial (n = 5, p = 0.3)",
     xlab = "Número de sucesos", ylab = "Probabilidad acumulada",
     type = "s")
```



DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA

Describe la probabilidad del número de ensayos de Bernoulli necesarios para obtener un éxito.

$$P(X = x) = (1-p)^{x-1}p$$

$$P(X \leq x) = F(x) = 1 - (1-p)^x$$

En este caso, x es el número de intento en el que el jugador tendrá éxito (encestará el triple) y p es la probabilidad de encestar.

EJEMPLO

Definimos una variable aleatoria X, que será el número del intento en el que el jugador encesta el primer triple, es decir, el número de ensayos necesarios hasta encestar.

a) Si queremos saber la probabilidad de que enceste el primer triple dentro de los 6 primeros intentos con una probabilidad de encestar de $p = 0.3$ ($P(X \leq 6) = F(6)$):

```
pgeom(5, prob = 0.3, lower.tail = TRUE)
```

```
## [1] 0.882351
```

Donde el primer número (5) es el **número de fallos** antes del primer acierto, esto es $x - 1$. Estamos calculando la **cola izquierda** ($P(X \leq x)$).

b) Para hacer la representación gráfica tomando 20 como el número máximo de intentos antes de acertar, definimos primero el vector x que contiene el número de intentos, y el vector y, que contiene la probabilidad de acertar el primer triple en el i-ésimo tiro:

```r
x <- 0:20
y <- dgeom(x, prob = 0.3)
plot(x, y, main = "Distribución geométrica (p = 0.3)",
     xlab = "Número de errores hasta acertar",
     ylab = "Masa de probabilidad", type = "h")
```