MATEMÁTICAS 6

Índice general

Trimestre 1

Capítulo 1

Conjuntos de números

1.1. El sistema de numeración decimal

El sistema numérico que más solemos utilizar es el **sistema de numeración decimal** o simplemente **sistema decimal**. Éste es un sistema **posicional**.

1.1.1. ¿Qué significa decimal?

Pues que toma como base el número 10, esto quiere decir que representamos las cantidades tomando como base aritmética el número diez y sus potencias (profundizaremos en las potencias más adelante). Para representar cualquier número tenemos disponibles diez dígitos: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Ejemplo 1.1.1: Descomposición en potencias de 10

$5 = 5 \cdot 10^0$
$28 = 2 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$
$136 = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$
$\vdots$

Los órdenes de unidades cambian en el décimo elemento, si estamos en la unidades, cuando llegamos al 9, pasamos a las decenas. Si estamos en las decenas, cuando llegamos al 90, pasamos a las centenas, la novena centena es 900, después tenemos las unidades de millar y así sucesivamente.

1.1.2. ¿Qué significa que es posicional?

Significa que las cifras tienen un valor diferente dependiendo de en qué posición estén en el número. Si n es una cifra cualquiera y está en la posición de las unidades vale $n \cdot 10^0 = n \cdot 1 = n$; si está en la posición de las decenas vale $n \cdot 10^1 = n \cdot 10 = n0$; si está en la posición de las centenas, su valor será $n \cdot 10^2 = n \cdot 100 = n00$ y así sucesivamente.

Ejemplo 1.1.2: El valor de las cifras en un número

En el número 33333, la cifra 3 se repite cinco veces, sin embargo, cada una tiene un valor diferente:
$33333 = 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 = 30000 + 3000 + 300 + 30 + 3$
Visto de otra forma:
$33333 = 3DM + 3UM + 3C + 3D + 3U = 30000 + 3000 + 300 + 30 + 3$

1.1.3. ¿Cómo comparamos números?

Para **comparar dos números** podemos encontrarnos con las siguientes situaciones:

- **Los dos números tienen diferente cantidad de cifras.** En este caso será mayor el número que tenga mayor cantidad de cifras.
- **Los dos números tienen la misma cantidad de cifras.** En este otro caso, lo que tenemos que hacer es ir comparando cifra por cifra **de mayor orden de unidades a menor orden de unidades** hasta encontrar que en un mismo orden de unidades tenemos una diferencia. El número mayor será el que tenga la primera cifra diferente mayor.

Ejemplo 1.1.3: Cómo comparar dos números

- **Primer caso**. ¿Cuál es mayor, 2354 ó 12001?

  Como 12001 tiene 5 cifras y 2354 tiene 4, el número mayor es 12001.

- **Segundo caso**. ¿Cuál es mayor, 12001 ó 12011?

  Ahora tenemos dos números con 5 cifras, así que comparamos el orden de unidades mayor, que en este caso son las decenas de millar; como en ambos casos, tenemos una decena de millar, comparamos las unidades de millar que también coinciden, 2 en ambos casos. Seguimos comparando las centenas, que es 0 en los dos números, pero en las decenas encontramos una diferencia: el primer número tiene 0 decenas y el segundo tiene 1 decena, así que concluuimos que 12011 es mayor que 12001.

1.1.4. ¿Qué símbolos utilizamos para comparar números?

Utilizamos unos símbolos a los que llamamos ***relacionales***. Éstos son:

$>$	Mayor que	$<$	Menor que	$=$	Igual a
$\geq$	Mayor o igual que	$\leq$	Menor o igual que	$\neq$	Distinto a

1.2. El conjunto de los números naturales

1.2.1. ¿Qué son los números naturales

Los números naturales son los que utilizamos para contar u ordenar y pertenecen al conjunto de números enteros positivos.

El conjunto de los números naturales se representa por $\mathbb{N}$ y está formado por $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$

Algunos autores piensan que el 0 es un número natural y otros piensan que no lo es, pero nosotros, vamos a considerar que sí lo es.

Los números naturales no tienen decimal, unidad imaginaria, o bien no son fracciones.

Los números naturales son **ilimitados**, si a un número natural le sumamos 1, obtenemos otro número natural.

1.2.2. Cardinales y ordinales

Si utilizamos los números naturales para contar, los llamamos **cardinales**, pero si los usamos para ordenar, los llamamos **ordinales**. Éstos últimos nos sirven para indicar orden o posición. Algunos números ordinales son:

$1°$ → Primero	$9°$ → Noveno	$30°$ → Trigésimo
$2°$ → Segundo	$10°$ → Décimo	$40°$ → Cuadragésimo
$3°$ → Tercero	$11°$ → Undécimo	$50°$ → Quincuagésimo
$4°$ → Cuarto	$12°$ → Duodécimo	$60°$ → Sexagésimo
$5°$ → Quinto	$13°$ → Decimotercero	$70°$ → Septuagésimo
$6°$ → Sexto	$20°$ → Vigésimo	$80°$ → Octogésimo
$7°$ → Séptimo	$21°$ → Vigésimo primero	$90°$ → Nonagésimo
$8°$ → Octavo	$22°$ → Vigésimo segundo	$100°$ → Centésimo

1.2.3. Redondeo

Redondear es aproximar un número a un determinado orden de unidades. Para redondear un número a un determinado orden de unidades, se sustituyen por ceros las cifras a la derecha de ese orden de unidades. Si la primera cifra sustituida es 5 o mayor que 5, se suma 1 a la cifra anterior.

Ejemplo 1.2.1: Redondeo de números

- Queremos redondear 53356678 a las decenas de millón $\rightarrow 50000000$
- Queremos redondear 53356678 a las unidades de millar $\rightarrow 53357000$

1.2.4. Propiedades

Propiedad conmutativa de la suma

En una suma podemos ordenar los **sumandos** como queramos porque el resultado o **suma** no cambiará.

Ejemplo 1.2.2: Propiedad conmutativa de la suma

$$3 + 2 = 2 + 3 = 5$$

Relación entre la suma y la resta

En una resta tenemos tres términos: **minuendo**, **sustraendo** y **diferencia**.

$$\begin{array}{rl} 5 & \rightarrow \text{Minuendo} \\ -\ 2 & \rightarrow \text{Sustraendo} \\ \hline 3 & \rightarrow \text{Diferencia} \end{array}$$

Si sumamos el sustraendo y la diferencia, obtendremos el minuendo:

$$M = S + D$$

Si conocemos dos de los términos de la resta, podemos conocer el valor del término que nos falta aislándolo en la ecuación anterior:

$$D = M - S$$

$$S = M - D$$

Ejemplo 1.2.3: Relación entre la suma y la resta

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{r} 5 \\ -\ 2 \\ \hline 3 \end{array} & \begin{array}{r} 2 \\ +\ 3 \\ \hline 5 \end{array} & \begin{array}{r} 5 \\ -\ 3 \\ \hline 2 \end{array} \\ D = M - S & M = S + D & S = M - D \end{array}$$

Propiedad asociativa de la suma

Si queremos sumar tres o más números podemos agruparlos como queramos que el resultado o suma no cambiará.

Ejemplo 1.2.4: Propiedad asociativa de la suma

$$3 + 5 + 7 = (3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7) = 15$$

Propiedad distributiva de la suma o de la resta respecto del producto

Si multiplicamos el resultado de una suma (o resta) por un número, obtenemos el mismo resultado que si multiplicamos cada término de la suma (o resta) por ese número y luego los sumamos o los restamos.

Ejemplo 1.2.5: Propiedad distributiva respecto de la suma y de la resta

$$(5+2)\cdot 3 = 3\cdot 5 + 3\cdot 2 = 21$$
$$(5+2)\cdot 3 = 7\cdot 3 = 21$$
$$3\cdot 5 + 3\cdot 2 = 15 + 6 = 21$$

$$(5-2)\cdot 3 = 3\cdot 5 - 3\cdot 2 = 9$$
$$(5-2)\cdot 3 = 3\cdot 3 = 9$$
$$3\cdot 5 - 3\cdot 2 = 15 - 6 = 9$$

Cuando hay varias sumas, restas o sumas y restas con un término común, se pueden convertir esas sumas y restas en un producto. Es el proceso inverso de la propiedad distributiva y lo llamamos **sacar factor común**.

Ejemplo 1.2.6: Sacar factor común

$$5\cdot 2 + 7\cdot 2 - 3\cdot 2 = 2\cdot(5+7-3) = 18$$
$$5\cdot 2 + 7\cdot 2 - 3\cdot 2 = 10 + 14 - 6 = 18$$
$$2\cdot(5+7-3) = 2\cdot 9 = 18$$

1.2.5. Operaciones combinadas

En ocasiones nos encontraremos con operaciones diferentes en la misma expresión. Cuando esto sucede, tenemos que tener muy claro cuál será el orden en el que iremos resolviendo dichas operaciones para que el resultado sea correcto. Ese orden es el siguiente:

1. Resolvemos las operaciones que están entre paréntesis.

2. Resolvemos los productos y las divisiones.

3. Resolvemos las sumas y las restas.

4. En el caso en el que haya varias operaciones del mismo orden (por ejemplo, varias sumas y restas seguidas), resolveremos de izquierda a derecha.

Ejemplo 1.2.7: Operaciones combinadas

$$38 - 72 : 24 + 7 - (2 - 1)$$
$$38 - 72 : 24 + 7 - 1$$
$$38 - 3 + 7 - 1$$
$$35 + 7 - 1$$
$$42 - 1$$
$$41$$

1.3. Números enteros

1.3.1. ¿Qué son los números enteros?

El conjunto de los números enteros está formado por los números naturales, sus opuestos (negativos) y el cero. Lo representamos con $\mathbb{Z}$ y está formado por $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Los número enteros se dividen en tres partes:

- Enteros positivos o naturales.
- Enteros negativos.
- Cero.

Dado que los enteros contienen los enteros positivos, se considera a los números naturales como un subconjunto de los enteros.

¿Para qué sirven los números enteros?

Se pueden utilizar, entre muchas otras cosas, para representar el dinero que se debe, la profundidad con respecto al nivel del mar, las temperaturas sobre y bajo cero o las plantas de un edificio (por encima y por debajo del nivel de la calle).

1.3.2. ¿Cómo ordenamos los números enteros?

Al comparar números enteros tendremos en cuenta lo siguiente:

1. Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.

$$+8 > -5$$
$$+5 > -7$$

2. Cualquier número situado a la derecha de otro en la recta numérica es mayor que este.

$$-2 > -5$$

1.4. Números racionales

1.5. Números reales

Trimestre 2

Capítulo 2

Potencias y raíz cuadrada

Las **potencias** son multiplicaciones de un número por él mismo cero o más veces. Tienen la forma n^m, donde a n le llamamos **base** y a m le llamamos **exponente**. La base n es el número que tenemos que multiplicar y el exponente n, son las veces que tenemos que multiplicarlo.

- En el caso especial en el que **elevamos un número a cero**, el resultado siempre es 1.
- En el caso especial en el que **elevamos un número a uno**, el resultado siempre es el número que tenemos como base.

En el ejemplo siguiente puedes ver algunas potencias sencillas:

Ejemplo 2.0.1: Algunas potencias sencillas

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$
$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
$\vdots$

Capítulo 3

Divisibilidad

Capítulo 4

Proporcionalidad y porcentajes

Capítulo 5

Estadística y probabilidad

Trimestre 3

Capítulo 6

Sistema métrico decimal

Capítulo 7

Figuras planas y cuerpos geométricos

Capítulo 8

Sistema sexagesimal