



**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

ФАКУЛЬТЕТ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 7 ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТИПЫ И СТРУКТУРЫ ДАННЫХ»

Двоичные деревья и хеш-таблицы

Вариант № 5

Студент: **Бондарева В. А.**

Группа: **ИУ7-34Б**

Преподаватель: **Барышникова М. Ю.**

2025 г.

Условие задачи

Построить хеш-таблицу и AVL-дерево по указанным данным. Сравнить эффективность поиска в сбалансированном двоичном дереве, в двоичном дереве поиска и в хеш-таблице (используя открытую и закрытую адресацию). Вывести на экран деревья и хеш-таблицы. Подсчитать среднее количество сравнений для поиска данных в указанных структурах. Произвести реструктуризацию хеш-таблицы, если количество сравнений при поиске/добавлении больше указанного. Оценить эффективность использования этих структур (по времени и по памяти) для поставленной задачи. Оценить эффективность поиска в хеш-таблице при различном количестве коллизий и при различных методах их разрешения.

Описание ТЗ

Исходные данные

Исходными данными программы являются:

1. Строка, содержащая единственное целое положительное число, являющееся пунктом меню.

Пользователю предоставляются следующие опции меню:

- 0. Выход
 - 1. Считать дерево из файла (bst и avl)
 - 2. Распечатать bst дерево в виде дерева
 - 3. Распечатать avl дерево в виде дерева
 - 4. Распечатать bst дерево в виде картинки
 - 5. Распечатать avl дерево в виде картинки
 - 6. Добавить слово в дерево
 - 7. Удалить слово из дерева
 - 8. Найти слово в дереве
 - 9. Считать хэш-таблицу из файла
 - 10. Распечатать chaining таблицу
 - 11. Распечатать таблицу с открытой адресацией
 - 12. Показать картинку chaining таблицы
 - 13. Показать картинку open таблицы
 - 14. Добавить слово в таблицы
 - 15. Удалить слово из таблиц
 - 16. Найти слово в таблицах
 - 17. Провести оценку эффективности поиска

Листинг 1. Опции меню.

2. Строка, содержащая имя файла, над которым необходимо произвести какие-либо операции.
3. Строка, содержащее число.

Результат

Результатом выполнения программы являются:

1. Вывод меню для выбора опции.

2. Графическое отображение бинарного дерева поиска, avl-дерева, хеш-таблицы.
3. Отображение бинарного дерева поиска, avl-дерева, хеш-таблицы в консоли.
4. Таблица оценки эффективности.

Способ обращения к программе

Пользователь обращается к программе при помощи исполняемого файла app.exe.

Возможные аварийные ситуации и ошибки пользователя

Все возможные аварийные ситуации об ошибке пользователя описаны типом `status_t`, включающим в себя коды возврата программы:

1. `INPUT_ERR_CODE`: ошибка ввода.
2. `INVALID_PTR_CODE`: ошибка работы с указателем.
3. `MEMORY_ERR_CODE`: ошибка работы с памятью.
4. `FILE_OPEN_ERR_CODE`: ошибка открытия файла.
5. `FILE_READ_ERR_CODE`: ошибка чтения файла.
6. `NOTHING_TO_DELETE_CODE`: ошибка удаления элемента из пустой структуры.
7. `EMPTY_TREE_CODE`: ошибка работы с пустым деревом.
8. `NOT_FOUND_CODE`: не найден необходимый элемент.

Описание внутренних структур данных

```
struct bst_node
{
    char *word;
    int count;
    bst_node_t *left;
    bst_node_t *right;
};

typedef struct avl_node_t
{
    char *word;
    int count;
    int height;
    struct avl_node_t *left;
    struct avl_node_t *right;
} avl_node_t;

typedef struct hash_node_t
{
    char *word;
    int count;
    struct hash_node_t *next;
    bool is_deleted;
```

```

} hash_node_t;

typedef struct
{
    hash_node_t **table;
    int size;
    int count;
    int collisions;
    int total_comparisons;
    int searches_count;
} hst_chaining_t;

typedef struct
{
    char **keys;
    int *counts;
    bool *occupied;
    bool *deleted;
    int size;
    int count;
    int collisions;
    int total_comparisons;
    int searches_count;
} hst_open_t;

```

Листинг 2. Внутренние структуры данных.

В данной лабораторной работе используются несколько необходимых структур данных.

Структура `bst_node` представляет собой узел двоичного дерева поиска, где `word` – это слово «частотного словаря», `count` – количество его «повторений», то есть то, насколько данное слово часто встречается, а `left` и `right` – указатели на «потомков» узла.

Структура `avl_node_t` – это узел `avl`-дерева. По аналогии с `bst_node` `word` и `count` – это слово и соответствующая этому слово частота его находжений, а `left` и `right` – указатели на потомков. Поле `height` – высота узла.

Структура `hash_node_t` – узел для хеш-таблицы. Данная структура является универсальной для любой реализации хеш-таблицы. Поле `next` — указатель на следующую ноду списка, `is_deleted` — флаг, показывающий, была ли эта нода удалена из таблицы. Остальные поля структуры аналогичны по функционалу полям структур `avl_node_t` и `bst_node`.

Структура `hst_chaining_t` представляет собой хеш-таблицу с цепочками. Поле `table` — указатель на указатель на голову списка с узлами таблицы, `size` — размер таблицы, `count` — количество элементов в таблице, `collisions` — количество коллизий в таблице, `total_comparisons` — количество сравнений при поиске в таблице, `searches_count` — количество выполненных операций поиска.

Структура `hst_open_t` является хеш-таблицей с открытой адресацией, где `keys` — массив целых чисел, `occupied` — массив для проверки, занята ли ячейка таблицы, `deleted` — массив для проверки, была ли ячейка удалена, `size` — размер таблицы, `count` — количество элементов в таблице, `collisions` — количество коллизий в таблице, `total_comparisons` — количество сравнений при поиске в таблице, `searches_count` — количество выполненных операций поиска.

В листинге №3 представлены сигнатуры основных функций.

```
hst_chaining_t *create_hash_table_chaining(int size);
void free_hash_table_chaining(hst_chaining_t *ht);
unsigned int hash_function(const char *word, int table_size);
void hash_table_insert_chaining(hst_chaining_t *ht, const char *word);
hash_node_t *hash_table_search_chaining(hst_chaining_t *ht, const char *word, int *comparisons);
void hash_table_delete_chaining(hst_chaining_t *ht, const char *word);
void display_hash_table_chaining(hst_chaining_t *ht);
void hash_table_statistics_chaining(hst_chaining_t *ht);
void rehash_chaining(hst_chaining_t *ht);

hst_open_t *create_hash_table_open(int size);
void free_hash_table_open(hst_open_t *ht);
void hash_table_insert_open(hst_open_t *ht, const char *word);
int hash_table_search_open(hst_open_t *ht, const char *word, int *comparisons);
void hash_table_delete_open(hst_open_t *ht, const char *word);
void display_hash_table_open(hst_open_t *ht);
void hash_table_statistics_open(hst_open_t *ht);
void rehash_open(hst_open_t *ht);

status_t make_bst_from_file(bst_node_t **root, const char *filename);
status_t insert_bst_node(bst_node_t **root, const char *word);
status_t delete_bst_node(bst_node_t **root, const char *word, bool *to_del_found);
status_t find_word_in_bst(bst_node_t **root, const char *word, bool flag, int *comparisons);
status_t define_nodes_quantity_on_each_level(bst_node_t **root);
status_t balance_tree(bst_node_t **root);

status_t make_avl_from_file(avl_node_t **root, const char *filename);
size_t avl_height(avl_node_t *root);
status_t insert_avl_node(avl_node_t **root, const char *word);
status_t delete_avl_node(avl_node_t **root, const char *word, bool *to_del_found);
status_t find_word_in_avl(avl_node_t **root, const char *word, bool flag, int *comparisons);
size_t count_nodes_avl(avl_node_t *root);
```

Листинг 3. Сигнатуры основных функций.

Алгоритм

1. Циклически (пока не будет обнаружена ошибка ввода опции) выводится меню и предлагается выбрать один из пунктов.
2. Пользователь вводит номер необходимой опции (согласно нумерации в самом меню).
3. Происходит обработка ввода опции меню, если ввод корректен, согласно указанному пункту, выполняются конкретные операции.

4. В случае успешного завершения обработки выводится результат выполнения операций (если вывод результата предполагается данной опцией меню). Если в процессе выполнения возникла ошибка, соответствующее сообщение выводится в консоль.
5. Когда цикл завершается, программа возвращает код своего завершения.

Листинг 4. Общий алгоритм работы программы.

В программе используются две хеш-функции. Первая — использует умножение на «константу Кнута», вторая использует метод умножения с дробной частью.

```
// djb2
unsigned int hash_function1(const char *word, int table_size)
{
    unsigned long hash = 5381;
    int c;

    while ((c = (unsigned char)*word++))
        hash = ((hash << 5) + hash) + c;

    return (unsigned int)(hash % table_size);
}

// sdbm
unsigned int hash_function2(const char *word, int table_size)
{
    unsigned long hash = 0;
    int c;

    while ((c = (unsigned char)*word++))
        hash = c + (hash << 6) + (hash << 16) - hash;

    return (unsigned int)(hash % table_size);
}
```

Листинг 5. Хеш-функции, используемые в программе.

Если для поиска элемента в таблице требуется больше 4х сравнений, то хеш-функция меняется и таблица перестраивается. Изначально размер хеш-таблицы составляет 10 ячеек, если в ходе выполнения программы загрузка таблицы превышает 70%, то она перестраивается. При каждом перестроении размер таблицы увеличивается в 1.3 раза.

1. Если узел пуст – создание нового узла
2. Если символ меньше – рекурсивная вставка в левое поддерево
3. Если символ больше – рекурсивная вставка в правое поддерево
4. Если символ равен – увеличить счетчик
5. Вернуть указатель на корень поддерева

Листинг 6. Алгоритм вставки в BST.

1. Если узел пуст – создание нового узла
2. Если символ меньше – рекурсивная вставка в левое поддерево
3. Если символ больше – рекурсивная вставка в правое поддерево
4. Если символ равен – увеличить счетчик
5. Вернуть указатель на корень поддерева

Листинг 7. Алгоритм вставки в AVL.

1. Если баланс узла становится больше единицы (левое поддерево глубже) и новый элемент вставлен влево от левого потомка, выполняется правый поворот вокруг текущего узла.
2. Если баланс узла становится меньше минус единицы (правое поддерево глубже) и новый элемент вставлен вправо от правого потомка, выполняется левый поворот вокруг текущего узла.
3. Если баланс узла больше единицы и новый элемент вставлен вправо от левого потомка, сначала выполняется левый поворот для левого потомка, а затем правый поворот для текущего узла.
4. Если баланс узла меньше минус единицы и новый символ вставлен влево от правого потомка, выполняется симметричный двойной поворот: правый поворот для правого потомка, левый поворот для текущего узла.
5. Возвращается обновленный указатель на текущий узел (корень поддерева после балансировки).
6. Шаги 1-5 рекурсивно применяются для каждого элемента дерева.
7. В результате работы алгоритма возвращается корень построенного AVL.

Листинг 8. Алгоритм построения AVL (балансировки BST).

Тесты

Позитивные тесты

Номер теста	Описание	Ожидаемый результат
1	Корректный ввод пункта меню.	
2	Ввод существующего файла.	
3	Вывод avl-дерева.	

4	Вывод двоичного дерева поиска.	<div>17 - провести оценку эффективности</div> <div>Выберите пункт меню: 2</div> <div>* mama (1)</div> <div>├─ misal (1)</div> <div>│ └─ v (2)</div> <div>│ ├── rame (2)</div> <div>│ │ └─ ochen (2)</div> <div>└─ bolshoy (1)</div> <div>Успех!</div>						
5	Исходная хеш-таблица с открытой адресацией.	<div>Выберите пункт меню: 10</div> <div>Хэш-таблица (цепочки)</div> <table><tr><td>Размер:</td><td>17</td><td>Элементов:</td><td>11</td><td>Загруженность:</td><td>64.7%</td></tr></table> <div><div>0</div><div>xo (1)</div><div>2</div><div>kd (1)</div><div>7</div><div>om (1)</div><div>8</div><div>zy (1)</div><div>9</div><div>mm (2) -> oo (1) -> pp (1)</div><div>10</div><div>ab (1) -> kl (1) -> cd (1)</div><div>13</div><div>pt (1)</div></div> <div>Успех!</div>	Размер:	17	Элементов:	11	Загруженность:	64.7%
Размер:	17	Элементов:	11	Загруженность:	64.7%			
6	Хеш-таблица с открытой адресацией после реструктуризации (добавлен элемент oj).	<div>Выберите пункт меню: 10</div> <div>Хэш-таблица (цепочки)</div> <table><tr><td>Размер:</td><td>23</td><td>Элементов:</td><td>12</td><td>Загруженность:</td><td>52.2%</td></tr></table> <div><div>1</div><div>cd (1)</div><div>2</div><div>ab (1)</div><div>5</div><div>pp (1)</div><div>9</div><div>pt (1)</div><div>12</div><div>oj (1) -> kd (1)</div><div>15</div><div>om (1) -> xo (1)</div><div>17</div><div>oo (1)</div><div>18</div><div>mm (2)</div><div>20</div><div>kl (1)</div><div>22</div><div>zy (1)</div></div> <div>Успех!</div>	Размер:	23	Элементов:	12	Загруженность:	52.2%
Размер:	23	Элементов:	12	Загруженность:	52.2%			
7	Исходная хеш-таблица с цепочками.	<div>Выберите пункт меню: 11</div> <div>Хэш-таблица (открытая адресация)</div> <table><tr><td>Размер:</td><td>17</td><td>Элементов:</td><td>11</td><td>Загруженность:</td><td>64.7%</td></tr></table> <div><div>0</div><div> xo (1)</div><div>1</div><div> <empty></div><div>2</div><div> kd (1)</div><div>3</div><div> <empty></div><div>4</div><div> <empty></div><div>5</div><div> <empty></div><div>6</div><div> <empty></div><div>7</div><div> om (1)</div><div>8</div><div> zy (1)</div><div>9</div><div> pp (1)</div><div>10</div><div> cd (1)</div><div>11</div><div> kl (1)</div><div>12</div><div> ab (1)</div><div>13</div><div> pt (1)</div><div>14</div><div> oo (1)</div><div>15</div><div> mm (2)</div><div>16</div><div> <empty></div></div> <div>Успех!</div>	Размер:	17	Элементов:	11	Загруженность:	64.7%
Размер:	17	Элементов:	11	Загруженность:	64.7%			

8

Хеш-таблица с цепочками после реструктуризации (добавлен элемент oj).

Хеш-таблица (открытая адресация)			
Размер:	23	Элементов:	12
		Загруженность:	52.2%

0 | <empty>

1 | cd (1)

2 | ab (1)

3 | <empty>

4 | <empty>

5 | pp (1)

6 | <empty>

7 | <empty>

8 | <empty>

9 | pt (1)

10 | <empty>

11 | <empty>

12 | kd (1)

13 | oj (1)

14 | <empty>

15 | xo (1)

16 | om (1)

17 | oo (1)

18 | mm (2)

19 | <empty>

20 | kl (1)

21 | <empty>

22 | zy (1)

Таблица 1. Позитивные тесты.

Негативные тесты

Номер теста	Описание	Ожидаемый результат
1	Некорректный ввод пункта меню.	<div> <div>ЭФФЕКТИВНОСТЬ</div> <div>17 - Провести оценку эффективности поиска</div> <div>Выберите пункт меню: поставьте_пожалуйста_зачет</div> <div>Ошибка ввода!</div> </div>
2	Ввод несуществующего файла.	<div> <div>17 - Провести оценку эффективности поиска</div> <div>Выберите пункт меню: 1</div> <div>Введите имя файла: file_not_found</div> <div>Ошибка при открытии файла!</div> <div>МЕНЮ</div> </div>
3	Удаление несуществующего элемента.	<div> <div>17 - Провести оценку эффективности поиска</div> <div>Выберите пункт меню: 15</div> <div>Введите слово: zachet</div> <div>Таблица пуста, нечего удалять.</div> </div>
4	Поиск в пустом дереве.	<div> <div>17 - Провести оценку эффективности поиска</div> <div>Выберите пункт меню: 8</div> <div>Введите слово: slovo</div> <div>Слово не было найдено!</div> </div>

Таблица 2. Негативные тесты.

Оценка эффективности

Выберите пункт меню: 17

СРАВНЕНИЕ СТРУКТУР ДАННЫХ				
Параметр	BST	AVL	Hash(Цеп)	Hash(Откр)
Время поиска (мкс)	0.07	0.09	0.05	0.05
Ср. сравнений на поиск	5	5	1	1
Исп. память (байт)	2520	2520	6552	7560
Высота/Загруженность	6	6	12.6%	12.6%

Успех!

Рис. 1. Сравнение эффективности поиска слов в зависимости от структуры данных (63 слова, сбалансированное дерево).

Выберите пункт меню: 17

СРАВНЕНИЕ СТРУКТУР ДАННЫХ				
Параметр	BST	AVL	Hash(Цеп)	Hash(Откр)
Время поиска (мкс)	0.47	0.09	0.04	0.05
Ср. сравнений на поиск	31	5	1	1
Исп. память (байт)	2330	2330	6362	7370
Высота/Загруженность	63	6	12.6%	12.6%

Успех!

Рис. 2. Сравнение эффективности поиска слов в зависимости от структуры данных (63 слова, вырожденное дерево).

Выберите пункт меню: 17

СРАВНЕНИЕ СТРУКТУР ДАННЫХ				
Параметр	BST	AVL	Hash(Цеп)	Hash(Откр)
Время поиска (мкс)	0.08	0.07	0.05	0.05
Ср. сравнений на поиск	6	5	1	1
Исп. память (байт)	2565	2565	6597	7605
Высота/Загруженность	10	7	12.6%	12.6%

Успех!

Рис. 3. Сравнение эффективности поиска слов в зависимости от структуры данных (63 слова, случайные слова).

Для каждой структуры поиск осуществлялся 1000 раз, после чего вычислялось среднее арифметическое время поиска. В трех файлах с разным содержанием было 63 слова (сбалансированное дерево, вырожденное и случайное).

Из данных рисунков 1, 2 и 3 очевидно, что поиск элемента в хеш-таблицах работает быстрее, чем поиск элемента в деревьях. Причем хеш-таблица с открытой адресацией и хеш-таблица с цепочками одинаково эффективны по времени поиска. AVL дерево работает быстрее чем BST, уступая ему только в том случае, когда дерево является сбалансированным. Если дерево вырожденное, BST уступает AVL дереву значительно (примерно в 5.2 раза медленнее).

В результате сравнения эффективности данных структур по памяти AVL и BST всегда показывают одинаковые результаты, что закономерно, так как они имеют равное количество листьев. В случае с хеш-таблицами очевидно, что хеш-таблица с открытой адресацией занимает больше памяти, чем хеш-таблица с цепочками ввиду больших накладных расходов при небольшой выборке данных (63 элемента).

Вывод

Выбор хеш-таблиц для решения задач, связанных с хранением и поиском элементов в структуре, оправдан в случае высоких требований к скорости поиска, отсутствия строгих ограничений на потребляемую память, а также большого объема обрабатываемых данных, так как использование алгоритмов хеширования, расширения хеш-таблиц, разрешения коллизий не являются целесообразным для небольших наборов данных или в условиях, где важнее предсказуемость времени выполнения и простота реализации.

В свою очередь, выбор деревьев (особенно AVL) обоснован, когда стабильность времени выполнения операций важна даже в худшем случае, данные динамически изменяются и объем данных относительно невелик.

Контрольные вопросы

1. Чем отличается идеально сбалансированное дерево от AVL дерева?

В идеально сбалансированном дереве (Perfectly Balanced Tree) каждый уровень дерева полностью заполнен узлами, и высота дерева минимальна. Такие деревья обеспечивают оптимальное время выполнения операций, но в практике редко встречаются из-за ограничений на количество элементов в дереве. AVL-дерево - это форма сбалансированного дерева двоичного поиска, в котором разница в высоте между левым и правым поддеревьями для каждого узла ограничена (высота различается не более чем на 1). Это обеспечивает быстрое выполнение операций вставки, удаления и поиска.

2. Чем отличается поиск в AVL-дереве от поиска в дереве двоичного поиска?

В AVL-дереве поиск выполняется так же, как и в обычном дереве двоичного поиска. Разница заключается в том, что AVL-дерево поддерживает балансировку после каждой операции вставки или удаления, чтобы сохранять свою структуру сбалансированной.

3. *Что такое хеш-таблица, каков принцип ее построения?*

Хеш-таблица - это структура данных, позволяющая эффективно выполнять операции вставки, удаления и поиска. Она использует хеш-функцию для преобразования ключа в индекс массива, где хранятся значения. Принцип построения: Выбор хеш-функции. Выделение массива определенного размера. Разрешение коллизий (в случае, если два ключа хешируются в один и тот же индекс).

4. *Что такое коллизии? Каковы методы их устранения.*

Коллизии возникают, когда два различных ключа хешируются в один и тот же индекс. Методы разрешения коллизий включают:

- Цепочки: каждый индекс массива представляет собой связанный список.
- Открытое хеширование: при коллизии производится поиск следующего свободного слота в массиве.
- Двойное хеширование: используются две хеш-функции для определения следующего индекса при коллизии.

5. *В каком случае поиск в хеш-таблицах становится неэффективен?*

Поиск в хеш-таблицах становится неэффективным при большом количестве коллизий, что может привести к увеличению длины цепочек или увеличению размера открытого адреса.

6. *Эффективность поиска в AVL деревьях, в дереве двоичного поиска, в хеш-таблицах и в файле.*

- В AVL-деревьях и деревьях двоичного поиска поиск выполняется за время, пропорциональное логарифму числа элементов в дереве.
- В хеш-таблицах, при эффективном хешировании, поиск может быть выполнен за постоянное время $O(1)$.