UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN CRISTÓBAL DE HUAMANGA

FACULTAD DE INGENIERÍA DE MINAS, GEOLOGÍA Y CIVIL

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

“Trabajo 1: Ejercicios resueltos del libro Estadística, descriptiva e inferencial Manuel Córdova Zamora”

Curso: ES – 244 Estadistica II
Docente: Jackson ROMERO PLASENCIA
Integrantes:
Cárdenas Quispe, Arístides
Jorge Misarayme, Raquel

Ayacucho 2019

4.

Una compañía agroindustrial ha logrado establecer el siguiente modelo de

probabilidad discreta de sueldos (X) en cientos de dólares de su personal: si de esa población de sueldos se toma 30 sueldos al azar:

a) Halle la media y la varianza de la media muestral.

b) Calcule la probabilidad de que la media muestral este entre 260 y 330 dólares.

Solución:

a)

$\mu = 3$

$\sigma^2 =$ 1(0.1) + 4(0.2) + 9(0.4) + 16(0.2) + 25(0.1) - 9

$\sigma^2 =$ 1:2

σ = 1; 0954

Densidad muestral $= \frac{1.0954}{\sqrt{30}} = 0.04$

b)

P(2.606< X 6< 3:30) => P(2.6 – 3/0.199< Z < 3.3- 3/0.199)

P(2.60< X < 3.30) = 0:911

5.

La demanda diaria de un producto puede ser 0, I, 2, 3, 4 con probabilidades

respectivas 0.3, 0.3, 0.2, 0.1, 0.1.

a) Describa la distribución de probabilidades aproximada de la demanda promedio de 36 días.

b) Calcular la probabilidad de que la media de la demanda de 36 días

esté entre 1 y 2 inclusive.

Solución:

X_I	0	1	2	3	4
$f\,(X_I)$	0.3	0.3	0.2	0.1	0.1

a)

$$E\left(X\right)=\sum_{i=1}^{n}X_{I}.f\left(X_{I}\right)$$

= 0(0.3) + 1(0.3) + 2(0.2) + 3(0.1) + 4(0.1)

$= 14 = \mu$

$$Var\left(X\right)=E\left(X^{2}\right)-\mu^{2}$$

= 0(0.3) + 1(0.3) + 4(0.2) + 9(0.1) + 16(0.1) - $(1.9)^2$

$= 1.94 = \sigma^2$

$\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{1.64}{36}$

$\sigma_x = \sqrt{\frac{1.64}{36}} = 0.213$

= N (1.4; 1.64/36)

b) $P\left(1\leq X\leq 2\right)=P\left(\frac{1-\mu_X}{\sigma_X}\leq\frac{X-\mu_X}{\sigma_X}\leq\frac{2-\mu_X}{\sigma_X}\right)$

$= P\left(-1.8770 \leq Z \leq 2.811\right)$

$= 0.9667$

6.

Una empresa comercializadora de café sabe que el consumo mensual de café por casa (en kilos) está normalmente distribuida con media desconocida la y desviación estándar igual a 0.3. Si se registra el consumo de café durante un mes de 36 hogares escogidos al azar, cuál es la probabilidad de que la media del consumo esté entre los valores n. u0.1 y u+ 0.1?

Solución:

$$N\left(\mu,(0,30)^{2}\right),\ n=36$$

$$P\left(\mu-0,1\leq X\leq\mu+0,1\right)=P\left(\frac{\mu-0,1-\mu}{\frac{0,30}{6}}\leq\frac{X-\mu}{\frac{\vartheta}{\sqrt{n}}}\leq\frac{\mu+0,1-\mu}{\frac{0,30}{6}}\right)$$

$$= P\left(-2 \leq Z \leq 2\right) = P\left(Z \leq 2\right) - P\left(Z \leq -2\right) = 0,9544$$

7.

la distribución de las notas del examen final Mat I resulto ser normal N(μ , σ^2) con cuartiles 1 y 3 iguales a 6.99 y 11.01 respectivamente.

a) Determine la media y la varianza de la distribución de las notas

b) Halle el intervalo [a.b] centrado en μ tal que P(a<X<b)= 0.9544. Donde X es la media de la muestra X_1, X_2, X_3, X_4 escogida de esa población.

Solución:

$$P_{25} = Q_1 = 6,99$$

$$P_{75} = Q_3 = 11,01$$

$P_{50} = Q_2 = 6,99$, $\mu = 9$

a)

$$P\left(\frac{X-\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} \leq \frac{6,99-\mu}{\theta}\right) = 0,25$$

$$P\left(Z \leq \frac{6,99-9}{\theta}\right) = 0,25 \text{ ; } Z = 0,67 = \frac{6,99-9}{\theta} \text{ ; } \vartheta = 3$$

b)

$$P\left(a \leq X \leq \delta\right) = 0,9544$$

$$P\left(X \leq \delta\right) - P\left(X \leq a\right) = 0,2544$$

$$P\left(Z \leq \frac{\delta - \mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right) - p\left(z \leq \frac{a - \mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right) = 0,9544$$

$$P\left(Z \leq \frac{\delta - \mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right) - \left(1 - P\left(Z \leq \frac{\delta - \mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right)\right) = 0,9544$$

$$2P\left(Z \leq \frac{\delta - \mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right) - 1 = 0,9544$$

$$P\left(Z \leq \frac{\delta - 9}{\frac{3}{2}}\right) = 0,9772$$

$$\frac{\delta - 9}{\frac{3}{2}} = 2;\ \delta = 12 \qquad \frac{a - 9}{\frac{3}{2}} = 2;\ a = 6$$

8.

La vida útil en miles de horas de una batería es una variable aleatoria X con función de densidad:

$$f\left(x\right) = \begin{cases} 2 - 2x, & \&0 \leq x \leq 1 \\ 0, & enelresto \end{cases}$$

Si X_{36} es la media de la muestra aleatoria $X_1, X_2, X_3 \ldots X_{36}$ escogida de X ¿Con que probabilidad X_{36} es mayor que 420 horas?

Solución:

X: vida útil(100hr); n $>$30

$$f\left(x\right)=2-2x;0\leq X\leq 1$$

$$\int_0^1 f\left(X\right)dx=1$$

$$P\left(X_{36}>420h\right)=P\left(X_{36}>0,42\right)$$

$$\mu=E\left(X\right)=\int_0^1 X\left(2-2X\right)dx=1$$

$$\left[X^2-2\frac{X^2}{3}/_0^1\right]=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

$$\vartheta^2=Var\left(x\right)=x^2-\left(E\left(x\right)\right)^2=\frac{1}{6}-\frac{1}{9}=\frac{1}{18}$$

$$P\left(\frac{X_{36}-\mu}{\frac{\vartheta}{\sqrt{n}}}>\frac{0,42-0,33}{\frac{\sqrt{\frac{1}{18}}}{\sqrt{36}}}\right)\to P\left(Z>a\right)=1-P\left(Z\leq a\right)=1-P\left(Z\leq 2,71\right)$$

$$=1-0,98645=0,0136$$

9.

Sea X_{40} la media de la muestra aleatoria $X_1,X_{2,}X_{3,}\ldots X_{40}$ de tamaño n $=40$ escogida de una población X cuya distribución es geométrica con función de probabilidad:

$$f\left(X\right)=\frac{1}{5}.\frac{4}{5}^{x-1}\;x=1,2,3\ldots$$

Halle la probabilidad de que la media muestral difiera de la media proporcional en a lo más de 10% del valor de la varianza de la población.

Solución:

$f\left(X\right)=\frac{1}{5}.\frac{4}{5}^{x-1}$ f(x) $= p.q^{x-1}$

$$q=\frac{4}{5},p=\frac{1}{5}$$

$$\mu=\frac{1}{p}=5$$

$$\sigma^2=\frac{q}{p^2}=2$$

10% $.\sigma^2=2$

$$P\left(5-2\leq X\leq 5+2\right)=P\left(\left|X-\mu\right|\leq X\leq 2\right)$$

$$P\left(3\leq X\leq 7\right)=\quad P\left(\frac{3-5}{\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{40}}}<\frac{X-\mu}{\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{40}}}<\frac{7-3}{\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{40}}}\right)$$

$$P\left(Z\leq 2.83\right)-P\left(Z\leq -2.83\right)$$

$= 0.9976 - 0.00235$

$= 0.9954$

10.

El tiempo de vida de una batería es una variable aleatoria X con distribución exponencial de parámetro: $\frac{1}{\theta}$ Se escoge una muestra de n baterías.

a) Halle el error estándar de la media muestral X.

b) Si la muestra aleatoria es de tamaño n=64, Con que probabilidad diferirá x del verdadero valor de θ en menos de un error estándar?

c) Que tamaño de muestra mínimo sería necesario para que la media muestral X tenga un error estándar menor a un 5% del valor de la vida real de θ ?.

d) Asumiendo muestra grande, que tamaño de muestra sería necesario para que X difiera de θ menos del 10% de θ con 95% de probabilidad?

Solución:

$$F(X) = \frac{e^{\frac{-x}{\theta}}}{\theta} ; x > 0$$

$$\sqrt{Var(X)} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Var(X) = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\mu = \theta \int_0^{+\infty} \frac{x}{\theta} e^{\frac{-x}{\theta}} dx$$

$$r(2) = (2-1)! = 1$$

$\mu = \theta$

$$\sigma^2 = Var(X) = E(X)^2$$

$$E(X)^2 = \theta^2 \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{\theta^2} e^{\frac{-x}{\theta}} d(x/\theta) = 2\theta^2$$

$$r(3) = (3-1)! = 2$$

$$Var\left(X\right)=2\sigma^2-\sigma^2=\sigma^2$$

$$\sigma_x=\frac{\sqrt{Var\left(X\right)}}{\sqrt{n}}=\frac{\theta}{\sqrt{n}}$$

$$P\left(|X-\theta<\sigma\right)=\frac{\theta}{8}$$

$$P\left(\theta-\sigma<X<+\sigma\right)$$

$$P\left(-1<Z<1\right)$$

$P\left(Z<1\right)$ - $P\left(Z<-1\right)$

$=0.84168-0.15866$

$=0.6826$

11.

La utilidad por la venta de cierto artículo, en miles de soles es una variable aleatoria con distribución normal. En el 5% de las ventas la utilidad ha sido menos que 3.42 mientras que el 1% de las ventas ha sido mayor que 19.32. Si se realizan 16 operaciones de ventas. ¿Cuál es la probabilidad de que el promedio de la utilidad por cada operación esté entre \$ 10.000 y \$ 12.000?

Solución:

$$P\left(X<3,42\right)=0,05$$

$$P\left(X>19,32\right)=0,01$$

$$n = 16$$

$$P\left(Z < \frac{3,42-\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right) = 0,05 \ \rightarrow Z = -1,64 = \frac{3,42-\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}$$

$$P\left(X > 19,32\right) = 0,01 \quad \rightarrow \ 1 - P\left(X \leq 19,32\right) = 0,01 \quad \rightarrow 1 - P\left(\frac{19,32-\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right)$$

$$= 0,01 \ \rightarrow P\left(Z \leq \frac{19,32-\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}\right) = 0,99 \ \rightarrow Z = 2,33 = \frac{19,32-\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}}$$

$$\frac{3,42}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} - \frac{\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} = -1,64 \qquad \frac{19,32}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} - \frac{\mu}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} = 2,33$$

$$\frac{3,42}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} + 1,64 = \frac{19,32}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} - 2,33 \ \rightarrow 3,97 = \frac{19,32-3,42}{\frac{\theta}{\sqrt{n}}} \quad \rightarrow \frac{\theta}{\sqrt{n}} = \frac{15,20}{3,57} \quad \rightarrow 4$$

$$= \theta_X$$

$$\frac{19,32-\mu}{4} = 2,33 \quad \rightarrow \mu = 19,32 - 4\left(2,33\right) \quad \rightarrow \mu_X = 10$$

$$P\left(10000 \leq X \leq 12000\right) \div 1000 \rightarrow P\left(10 \leq X \leq 12\right)$$

$$= P\left(\frac{10-10}{\frac{4}{4}} \leq X \leq \frac{12-10}{\frac{4}{4}}\right) \ \rightarrow P\left(0 \leq 2\right) - P\left(Z \leq 0\right) = 0,47725$$

12.

a) $u = 38000 = E(x)\,,\ \sigma = 3000$

$$y = 0,2X + 100$$

$$E(Y) = 0,2E(X) + E(100) = 0,2(38000) + 100 = 7700$$

$Var(Y) = (0.2)^2 Var(X) + 0 = 0,04(3000)^2 = 360000$

$P(Y > 8900) = 1 - P(Y \leq 8900) = 1 - P\left(Z \leq \dfrac{8200 - 7700}{600}\right) = 1 - P(Z \leq 1) = 0,0228$

b) $P(Y \geq 7591) = 0,996 \quad ; P\left(Z \leq \frac{7541-7700}{\frac{600}{\sqrt{n}}}\right) = 0,249$

$$Z = (2,66)^2 = \left(\frac{(754 - 7700)\sqrt{n}}{600}\right)^2 = \frac{n(25281)}{360000} = 7,0756$$

$$n = 100$$

13.

Un proceso automático llena bolsa de café cuyo peso neto tiene una media de

250 gramos y una desviación estándar de 3 gramos. Para controlar el proceso, cada hora se pesan 36 de tales bolsas de café escogidas al azar. Si el peso neto medio esta entre 249 y 251 gramos se continúa con el proceso aceptando que el peso neto medio real es 250 gramos y en caso contrario, se detiene el proceso para reajustar la máquina.

a) Cuál es la probabilidad de detener el proceso cuando el peso neto medio

realmente es 250?

b) Cuál es la probabilidad de aceptar que el peso neto promedio es 250 cuando

realmente es de 248 gramos?

Solución:

$$\theta = 3; \mu = 250; n = 36$$

a)

$$P\left(X < 249\right) + P\left(X > 251\right)$$

$$P\left(Z < \frac{249-250}{\frac{1}{2}}\right) + \left(1 - P\left(Z \leq \frac{251-252}{\frac{1}{2}}\right)\right) \rightarrow P\left(Z < -2\right) + \left(1 - P\left(Z \leq 2\right)\right)$$

$$= 0,0225 + 0,0228 = 0,0456$$

b)

$$P\left(X < 249\right) \rightarrow P\left(Z < \frac{249-250}{\frac{1}{2}}\right) = P\left(Z < -2\right) = 0,0228$$

14.

La utilidad por la venta de un cierto artículo en miles de soles es una variable aleatoria con distribución normal. Se estima que en el 5% de las ventas las utilidades serían menos de 6.71, mientras que el 1% de las ventas serían mayores que 14.66. Si se realizan 16 operaciones de ventas, ¿cuál es la probabilidad de que el promedio de la utilidad por cada operación esté entre $ 10.000 y $ 11,000?

Solución:

X:" utilidad en miles de soles "

$x \rightarrow$ N (u, σ_x^2) n =16

P ($x < 6.71$) = 0.05

$\left(\frac{6.71-u}{\sigma_x}\right) = 0.05$

$$\frac{6.71-u}{\sigma_x} = -1.645$$

$$\frac{u-6.71}{1.645} = \sigma_x \ldots 1$$

P ($x > 6.71$)=0.01

$$1-\left(\frac{14.66-u}{\sigma_x}\right) = 0.01$$

$$\frac{14.66-u}{\sigma_x} = 2.33$$

$$\frac{14.66-u}{2.33} = \sigma_x \ldots 2$$

$$igualando 1 y 2$$

$$u = 10$$

$$\sigma_x = 2$$

$P\,(10 \leq x \leq 11) = \left(\frac{11-10}{\frac{2}{4}}\right) - \left(\frac{10-10}{\frac{2}{4}}\right) = (2) - (0)$

= 0.9972-0.5

= 0.4772

16.

En cierta población de matrimonios el peso en kilogramos de las esposas y los

esposos se distribuyen normalmente N (80,100) y N (64,69) respectivamente y son independientes. Si se eligen 25 matrimonios al azar de esta población. Calcular la probabilidad de que la media de los pesos sea a lo más 137 kg.

Solución:

Si n = 25

Esposos N (80,100) $\mu_1 = 80, \sigma_1 = 100$

Esposas N (64,69) $\mu_1 = 80, \sigma_2 = 69$

a)

Variable $Y = \frac{X-\mu_2}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$$\mu_3 = \mu_1 + \mu_2 = 144$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \sigma_2$$

b)

P(X<137)

$$Z = \frac{X - \mu_1}{\sigma_1\sqrt{n}}$$

$$p\left(\frac{X-\mu_2}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{137-144}{\frac{13}{5}}\right)$$

P(Z<-2.68)

Z = 0.00368

17.

Una empresa vende bloques de mármol cuyo peso se distribuye normalmente con una media de 200 kilogramos.

a) Calcular la varianza del peso de los bloques, si la probabilidad de que el peso esté entre 165 Kg. y 235 Kg es 0.9876.

b) ¿Qué tan grande debe ser la muestra para que haya una probabilidad de 0?9938 de que el peso medio de la muestra sea inferior a 205 Kg.?

Solución:

X:" peso en kg de mármol"

$x \to \mathrm{N}\ (200,\ \sigma_x^2\ )$

$P\,(165 \leq x \leq 235\ ) = 0.9876$

$0.9876 = \left(\frac{235-200}{\sigma_x}\right) - \left(\frac{165-200}{\sigma_x}\right)$

$0.9876 = \left(\frac{35}{\sigma_x}\right) - \left(\frac{-35}{\sigma_x}\right)$

$0.9876 = 2\left(\frac{35}{\sigma_x}\right) - 1$

$1.9876 = 2\left(\frac{35}{\sigma_x}\right)$

$2.5 = \frac{35}{\sigma_x}$

$\sigma_x = 14$

$P\,(x \leq 205\ ) = 0.9938 = \left(\frac{205-200}{\frac{14}{\sqrt{n}}}\right)$

$$2.5 = \frac{5\sqrt{n}}{14}$$

$$n = 49$$