باسمه تعالی

آزمایشگاه کنترل خطی

مقدمه‌ای بر سیستم‌های خطی

بخش اول) پایداری سیستم‌های دینامیکی خطی

پایداری / ناپایداری

در یک سیستم دینامیکی خطی تغییرناپذیر با زمان، زمانی سیستم پایدار خواهد بود که قطب‌های سیستم در صفحه مختلط s در سمت چپ محور jω قرار داشته باشند. در صورتی که قطب‌های سیستم در سمت راست محور jω قرار داشته باشند، سیستم ناپایدار خواهد بود. قرار گرفتن قطب‌های سیستم روی محور موهومی حالت ویژه پایدار مرزی (حاشیه‌ای) را ایجاد می‌کند که در این شرایط سیستم به ازای برخی ورودی‌های کران‌دار خروجی کران‌دار و به ازای برخی ورودی‌های کران‌دار پاسخ بی‌کران خواهد داشت (پایداری BIBO را نقض می کند).

در ابتدا با استفاده از دستور edit در Command Window نرم افزار MATLAB یک mFile خالی ایجاد کنید و سپس سیستم‌های زیر را پیاده‌سازی کنید. برای هر یک از سیستم‌ها مراحل خواسته شده را انجام دهید.

a) $G_1(s)=\frac{2}{s+4}$ b) $G_2(s)=\frac{2}{s-4}$ c) $G_3(s)=\frac{2}{s^2+16}$

- موقعیت نسبی قطب‌های سیستم را نسبت به محور jω بدست آورید.
- خروجی هر سه سیستم را به ازای ورودی پله واحد ترسیم کنید.
- خروجی هر سه سیستم را به ازای ورودی $3\,sin(5t)$ ترسیم کنید. برای سیستم c پاسخ به ورودی $3\,sin(4t)$ را نیز ترسیم کرده و تحلیل‌های لازم را ارائه کنید.
- هر سیستم کدام یک از خواص پایداری (پایدار/ناپایدار/پایدار حاشیه‌ای) را داراست؟

بخش دوم) اثر موقعیت نسبی صفر و قطب‌های سیستم

2-1- بررسی اثر موقعیت قطب‌های سیستم بر سرعت پاسخ

- پاسخ سیستم‌های زیر را به ورودی پله واحد بدست آورده و آن‌ها را بر روی یک نمودار رسم کنید.

a) $G_4(s)=\frac{2.5}{s+25}$ b) $G_5(s)=\frac{0.25}{s+2.5}$

c) $G_6(s)=\frac{40}{s^2+4s+400}$ d) $G_7(s)=\frac{40}{s^3+42s^2+441s+400}$

- سرعت پاسخ سیستم (رسیدن پاسخ به حالت ماندگار) را با موقعیت نسبی قطب سیستم نسبت به محور jω تطبیق دهید و با ارائه تحلیل مناسب نتیجه گیری کنید.

2-2- بررسی اثر موقعیت صفرهای سیستم بر شکل پاسخ خروجی سیستم

- پاسخ سیستم‌های زیر را به ورودی پله واحد بدست آورده و آن‌ها را بر روی یک نمودار رسم کنید.

a) $G_8(s)=\frac{3}{(s+5)(s+6)}$ b) $G_9(s)=-\frac{(s-3)}{(s+5)(s+6)}$ c) $G_{10}(s)=-\frac{30(s-0.1)}{(s+5)(s+6)}$

- تاثیر تعداد و فاصله نسبی صفرهای قرار گرفته در سمت راست محور jω بر روی دامنه فروجهش سیستم به چه صورت است؟ تحلیل مناسب را برای نتایج خود ارائه دهید.

2-3- بررسی اثر مقدار ζ برروی پاسخ پله سیستم مرتبه دوم

- پاسخ پله سیستم‌های زیر را به ورودی پله واحد بدست آورده و آن‌ها را بر روی یک نمودار رسم کنید.

a) $G_{11}(s) = \frac{4}{s^2+2s+4}$ b) $G_{12}(s) = \frac{4}{s^2+3s+4}$ c) $G_{13}(s) = \frac{4}{s^2+4s+4}$

d) $G_{14}(s) = \frac{4}{s^2+5s+4}$

- با به دست آوردن ζ هر یک از سیستم‌ها تاثیر تغییر مقدار آن را بر روی سرعت و شکل پاسخ خروجی بررسی کنید. تحلیل لازم برای نتیجه‌گیری خود را ارائه کنید.

2-4- بررسی اثر قطب‌های غالب و مغلوب بر ویژگی‌های پاسخ پله سیستم

- پاسخ پله سیستم‌های زیر را به ورودی پله واحد بدست آورده و آن‌ها را بر روی یک نمودار رسم کنید.

a) $G_{15}(s) = \frac{5}{s^2+2s+5}$ b) $G_{16}(s) = \frac{125}{s^3+27s^2+55s+125}$ c) $G_{17}(s) = \frac{2045}{s^4+42s^3+494s^2+1018s+2045}$

- ویژگی‌های پاسخ گذرای هر یک از این سیستم‌ها را از روی نمودار پاسخ پله بدست آورید و آن‌ها را براساس مکان قطب‌های هر یک از سیستم‌ها تحلیل کنید.

2-5- رابطه پاسخ ضربه و پاسخ پله سیستم

- پاسخ پله و پاسخ ضبه سیستم زیر را رسم کنید.

$$G_{18}(s) = \frac{4}{s^2 + 4s + 16}$$

- ویژگی‌های زمانی پاسخ پله و پاسخ ضربه این سیستم را از روی شکل بیابید و سپس مقادیر به دست آمده از پاسخ ضربه سیستم را با ویژگی‌های پاسخ پله مقایسه کنید.

بخش سوم) مقایسه سیستم حلقه باز و حلقه بسته

در ابتدا با استفاده از دستور Simulink در Command Window نرم‌افزار MATLAB کتابخانه SIMULINK را فراخوانی کرده سپس یک Blank Model ایجاد کنید و سیستم‌های زیر را پیاده‌سازی نمایید. برای هر یک از سیستم‌ها مراحل خواسته شده را انجام دهید.

3-1- بررسی سرعت سیستم

سیستم حلقه باز زیر را در نظر بگیرید.

$$G(s) = \frac{100}{\tau s + 1}$$

- با در نظر گرفتن $\tau = 3sec$ در سیستم حلقه باز، پاسخ سیستم حلقه باز به ورودی پله واحد را به دست آورده و ترسیم کنید.

- با در نظر گرفتن $\tau = 3sec$ در سیستم حلقه باز، حلقه فیدبک سیستم را با فیدبک واحد منفی بسته و خروجی سیستم حلقه بسته را ترسیم کنید.
- پاسخ سیستم حلقه باز و سیستم حلقه بسته را از نظر سرعت رسیدن به حالت ماندگار بررسی کنید.

3-2- بررسی قوام سیستم حلقه باز و حلقه بسته در اثر تغییر پارامتر

- حساسیت خروجی سیستم حلقه باز $G(s) = \frac{100}{\tau s+1}$ به تغییرات پارامتر τ را به دست آورید.
- حساسیت خروجی سیستم حلقه بسته با فیدبک منفی واحد و تابع تبدیل مسیر پیشرو $G(s) = \frac{100}{\tau s+1}$ به تغییرات پارامتر τ را به دست آورید.
- سیستم حلقه باز مطرح در ابتدای بخش سوم را در نظر بگیرید، چنانچه مقدار حقیقی τ برابر با 5 ثانیه باشد پاسخ سیستم واقعی و سیستم مدل شده با $\tau = 4sec$ را ترسیم کرده و سرعت رسیدن این پاسخ‌ها به حالت ماندگار را مقایسه کنید.
- اکنون سیستم را با حلقه فیدبک واحد منفی در نظر بگیرید. پاسخ سیستم حلقه بسته به ازای هر دو حالت $\tau = 5sec$ و$\tau = 4sec$ را رسم کرده و اختلاف در سرعت رسیدن به حالت ماندگار در این دو حالت را با یکدیگر مقایسه کنید.
- مقدار تابع حساسیت به دست آمده در مرحله قبل را برای مقادیر $\tau = 5sec$ و$\tau = 4sec$ به دست آورید.
- اثر تغییر در پارامتر τ در کدام حالت (حلقه باز یا حلقه بسته) بیشتر خودنمایی می‌کند؟

3-3- بررسی و مقایسه فیدبک واحد مثبت و منفی

- قسمت 3-1 را مجدد برای سیستم با فیدبک واحد مثبت تکرار کرده و نتایج حاصل را مقایسه کنید.
- قسمت 3-2 را مجدد برای سیستم با فیدبک واحد مثبت تکرار کرده و نتایج حاصل را مقایسه کنید.

بخش چهارم) حذف صفر و قطب

قطب‌های یک سیستم، فرکانس‌های طبیعی سیستم و جزئی لاینفک از مشخصه و ماهیت سیستم هستند. از نظر تئوری می‌توان با حذف یک قطب توسط صفر متناظر آن در تابع تبدیل، کاری کرد که مشخصه متناظر با این قطب در خروجی ظاهر نشود (تابع تبدیل رابطه بین ورودی و خروجی را بیان می‌کند) اما حذف قطب ناپایدار نمی‌تواند اثر آن را از ماهیت سیستم پاک کند و اثر آن همچنان خود را در حالت‌های سیستم (هرچند با حذف یک قطب، اثر آن در خروجی مشاهده نمی‌شود) نشان خواهد داد. هدف این بخش بررسی حذف قطب ناپایدار و تبعات آن است.

توجه: لطفا شبیه سازی‌های این قسمت را به ازای 100 ثانیه انجام دهید!

4-1- بررسی حذف صفر و قطب پایدار

- سیستم حلقه باز $G(s) = \frac{1}{s+0.1}$ را به صورت سری با کنترل‌کننده $C(s) = \frac{s+0.1}{s+7}$ در نظر بگیرید. خروجی سیستم و خروجی کنترل‌کننده را به ازای ورودی پله واحد به سیستم سری ترسیم کنید. حال کنترل‌کننده سری را به $C(s) = \frac{s+0.099}{s+7}$ تغییر دهید و خروجی سیستم را در این حالت نیز ترسیم کنید و مشاهده‌های خود را توجیه نمایید.

4-2- بررسی حذف صفر و قطب ناپایدار

- سیستم حلقه باز $G(s) = \frac{1}{s-0.1}$ را به صورت سری با کنترل‌کننده $C(s) = \frac{s-0.1}{s+7}$ در نظر بگیرید. خروجی سیستم و خروجی کنترل‌کننده را به ازای ورودی پله واحد به سیستم سری ترسیم کنید. آیا این کنترل‌کننده توانسته سیستم سری کلی را پایدار کند؟

- در این مرحله فرض می‌کنیم تابع تبدیل واقعی سیستم به صورت $G(s)=\frac{1}{s-0.1}$ بوده است اما از آنجا که پارامترهای سیستم در اثر فرسایش اجزا تغییر می کنند (یا امکان شناسایی کاملا دقیق پارامترهای یک سیستم عملی وجود ندارد) ما مدل نامی سیستم را به صورت $G(s)=\frac{1}{s-0.099}$ در نظر گرفته و کنترل‌کننده سری را برای این سیستم نامی طراحی کرده ایم. حال کنترل‌کننده طراحی شده $C(s)=\frac{s-0.099}{s+7}$ را به سیستم نامی متصل کنید و شبیه‌سازی را انجام دهید. دقت کنید که سیستم واقعی $G(s)=\frac{1}{s-0.1}$ می‌باشد و برای شبیه‌سازی باید از همین مدل استفاده کنیم نه مدلی که از شناسایی بدست آمده است؛ از مدل به دست آمده از شناسایی، تنها برای طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن این نکات پاسخ خروجی سیستم و خروجی کنترل‌کننده را به ازای ورودی پله واحد به سیستم سری ترسیم کنید. آیا این کنترل‌کننده توانسته سیستم سری کلی را پایدار کند؟