به نام خدا

دانشگاه تهران

دانشکدگان فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آزمایشگاه سیستمهای کنترل خطی

پیش گزارش شماره 5

عارف نیک رفتار -- 810199507

کوثر اسدمسجدی -- 810199373

محمد تقی زاده -- 810198373

گروه 1

نیمسال دوم 03-1402

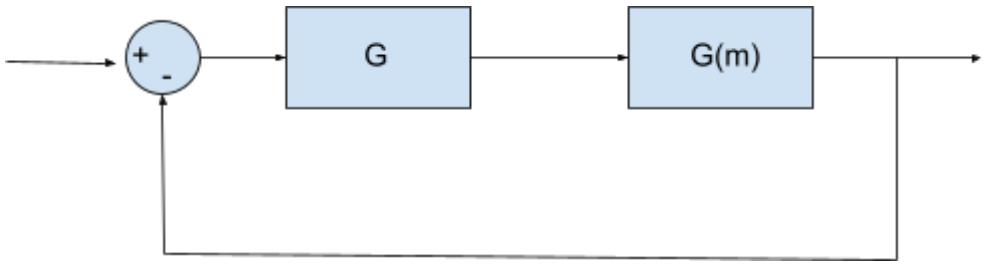
فهرست

عنوان	شماره صفحه
چکیده	3
بخش 1	4
بخش 2	6
بخش 3	8
بخش 4	11
بخش 5	13
بخش 6	15

چکیده

در این قسمت به صورت خلاصه هدف از این سری آزمایشها را بنویسید (اینکه در این آزمایش چه مبحثی را بررسی کردید، چه کارهایی انجام دادید و به چه نتایجی رسیدید) این توضیحات در حد 150 کلمه باشد.

بخش 1 : کنترل کننده تناسبی (K)



شکل 1 سیستم حلقه بسته با کنترلر G برای موتور

$$G(s) = \frac{Km}{1+Tms} = \frac{1.32}{1+0.17s} \rightarrow$$ تابع تبدیل بدست آمده در حوزه فرکانس

$$G(s) = \frac{Km}{1+Tms} = \frac{1.25}{1+0.16s} \rightarrow$$ تابع تبدیل بدست آمده در حوزه زمان

ابتدا خطای حالت ماندگار به ورودی پله را همانطور که در درس سیستم های کنترل خطی یاد گرفتیم محاسبه میکنیم:

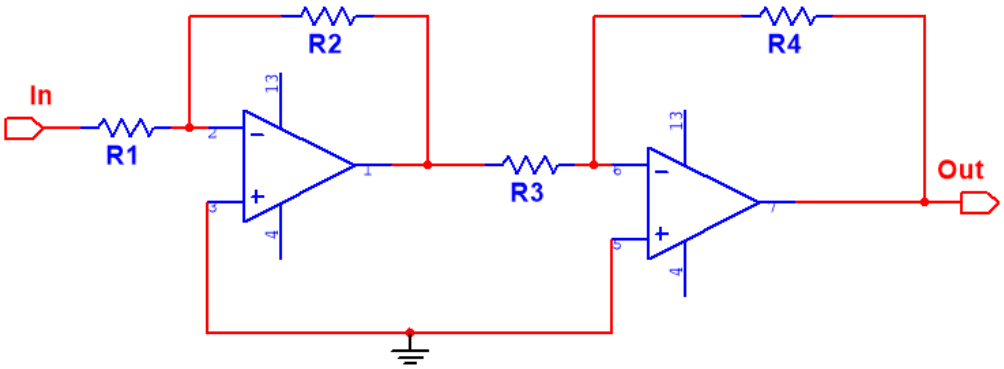
$$Ess = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sR(s)\frac{E(s)}{R(s)}$$

$$Ess = \lim_{s \to 0} s\frac{1}{s}\frac{Ts+1}{Ts+1+K_pK} \rightarrow s = 0 \rightarrow Ess = \frac{1}{1+KpK},\ K = 1.32\ or\ K = 1.25$$

طبق رابطه بدست آمده خطای حالت ماندگار با بهره کنترلر رابطه عکس دارد لذا هر چقدر این بهره بیشتر شود خطای حالت ماندگار سیستم کمتر می شود.

- **یک تحقق اکتیو ساده برای کنترل کننده تناسبی:**

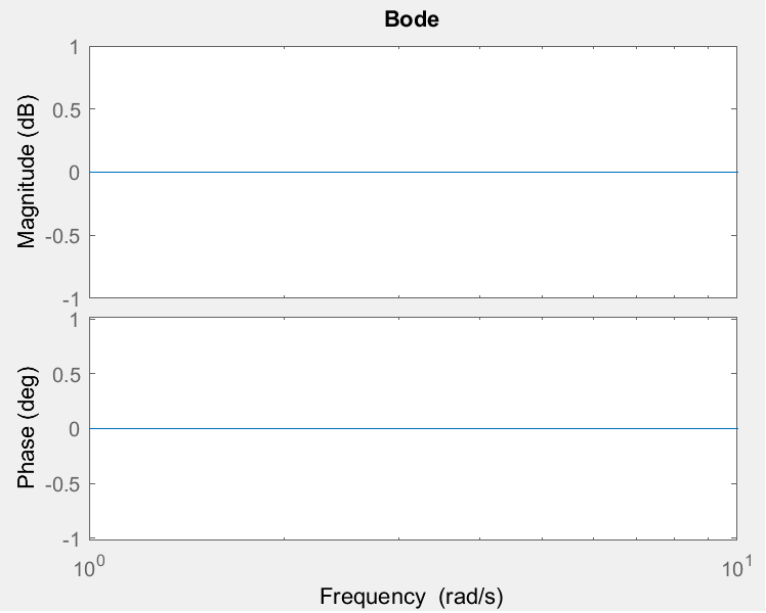
این کنترل کننده را میتوان به صورت مدار آپ امپی ساده نشان داد که از چند مقاومت تشکیل شده:



شکل 2 تحقق اکتیو کنترلر تناسبی

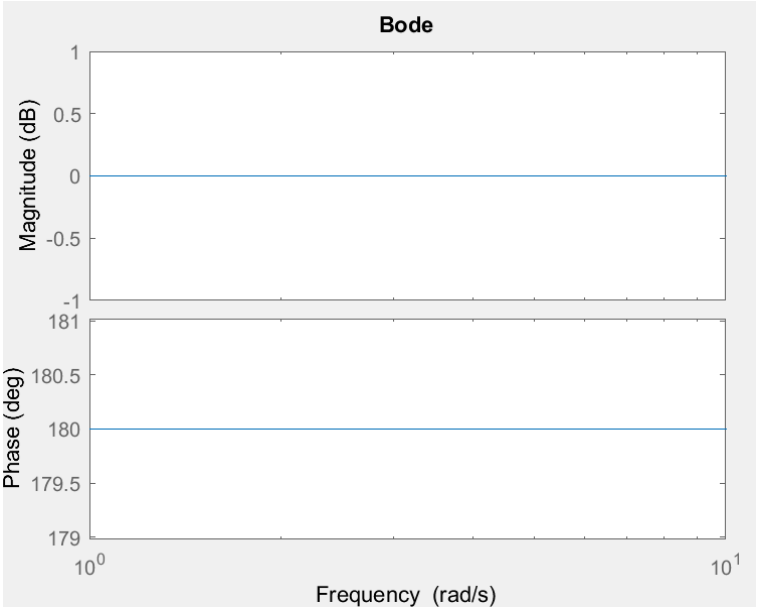
- رسم نمودار بُد: با استفاده از نرم افزار متلب نمودار بُد این کنترلر را رسم نموده ایم:

حالت k مثبت (k=1)



شکل 3 نمودار بُد کنترلر تناسبی با k مثبت

حالت k منفی: (k=-1)



شکل 4 نمودار بُد کنترلر تناسبی با k منفی

همانطور که انتظار می رفت این کنترلر تغییراتی در دامنه و فاز ایجاد نمیکند، تنها در صورت منفی کردن بهره در صورت عبارت زاویه فاز را 180 درجه تغییر می دهد.

بخش 2: کنترل کننده تناسبی - مشتق گیر (PD)

$$G_c = K_p + K_D s$$

در این بخش کنترل کننده بصورت مشتق گیر در می آید و خطای حالت ماندگار به صورت زیر حاصل می شود:

$$Ess = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sR(s)\frac{E(s)}{R(s)}$$

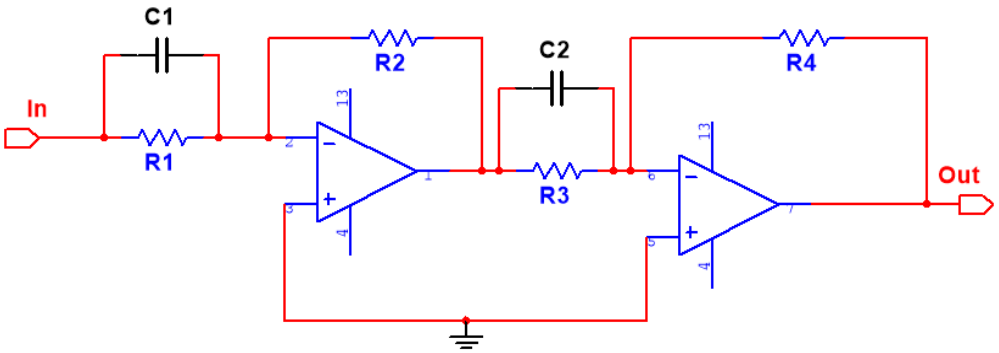
$$Ess = \lim_{s \to 0} s\frac{1}{s}\frac{Ts+1}{Ts+1+K_p K(1+T_D s)} \to s = 0 \to Ess = \frac{1}{1+K_p K}$$

در خطای حالت ماندگار این قسمت یک فاکتور ثابت زمانی مشتق گیری در رابطه ایجاد میشود اما در خطای حالت ماندگار بی تاثیر است.

- برای اینکه متوجه شویم این کنترلر چه عملکردی دارد میتوانیم از عبارت ورودی ضرب در تابع تبدیل لاپلاس معکوس بگیریم و ببینیم که تاثیر ضریب Kd در حالت گذرای سیستم چگونه است که همانطور که انتظار داریم این ضریب در مخرج پاسخ زمانی در حوزه زمان موثر خواهد بود و هر چه Kd یا همان ثابت زمانی مشتق گیر بیشتر شود میرایی پاسخ گذرا کمتر میشود و زود تر به حالت ماندگار می رسیم.

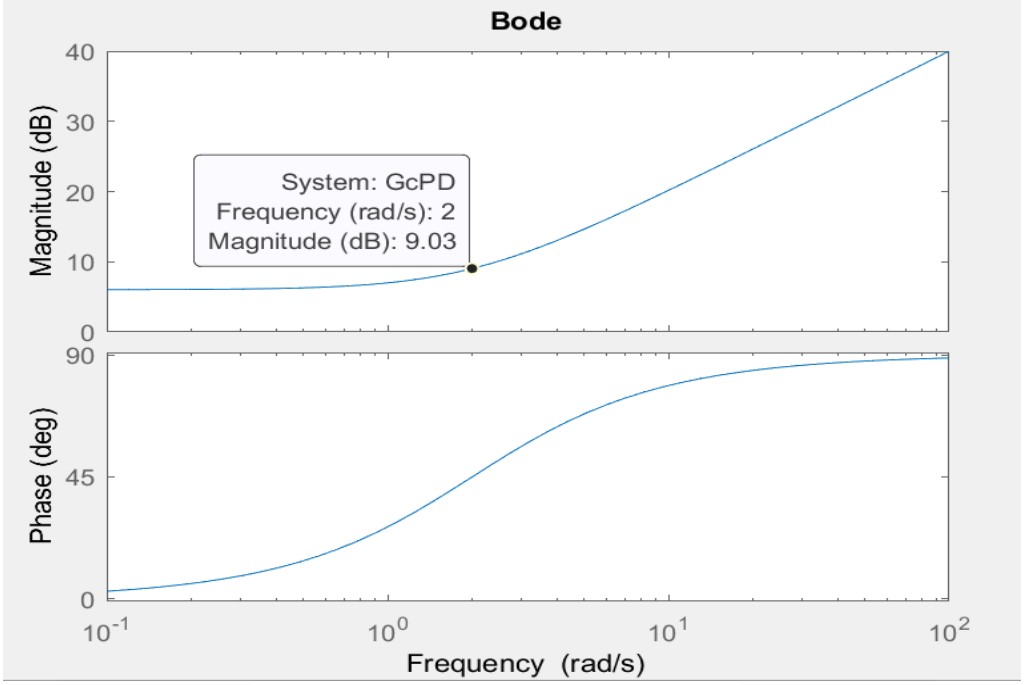
- یک تحقق اکتیو ساده برای کنترل کننده تناسبی-مشتق گیر

این حالت نیز همانند کنترلر تناسبی با تعدادی مقاومت و آپ امپ و همچنین برای مشتق گیر بودن به خازن نیاز دارد:



شکل 5 تحقق اکتیو کنترلر تناسبی - مشتق گیر

- نمودار بُد: مشاهده می شود که در قسمت پاسخ گذرای سیستم تغییرات ایجاد شده و TD در نظر گرفته شده برابر 2 می باشد لذا در این نقطه افزایش زاویه فاز و افزایش اندازه داریم. (Kp=1, Kd=2)



شکل 6 نمودار بُد کنترلر تناسبی - مشتق گیر

بخش 3: کنترل کننده تناسبی - انتگرال گیر (PI)

برای تابع تبدیل کنترل کننده تناسبی انتگرالی داریم:

$$Gc(s) = Kp + \frac{Ki}{s}$$

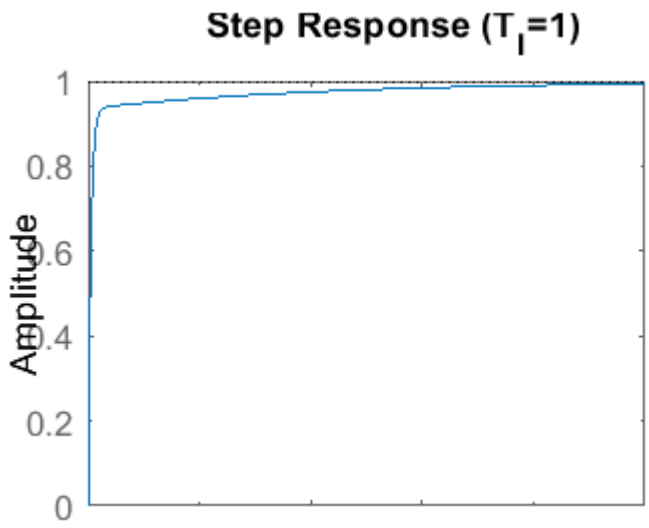
برای محاسبه خطای حالت ماندگار داریم:

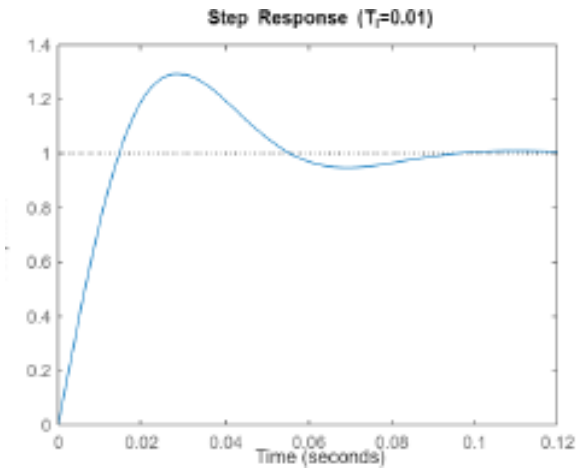
$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+GcH} = \frac{Ts+1}{Ts+1+K_pK(1+T_Is)}$$

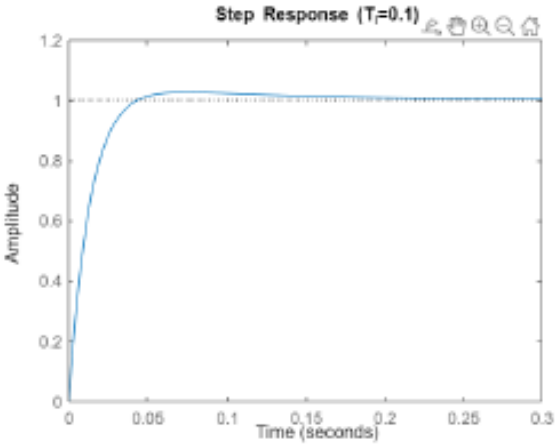
$$Ess = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{Ts+1}{Ts+1+K_pK(1+T_Is)} \to \lim_{s\to 0}\frac{s}{(1+K_pK)s+\frac{K_pK}{T_I}} = \lim_{s\to 0}\frac{T_I}{K_pK}s = 0$$

از محاسبات بالا میتوان دریافت بجز حالتی که $K_I = 0$ باشد، خطای حالت ماندگار صفر می‌شود.

با بررسی چند پاسخ زمانی در ازای ثابت زمانی های مختلف انتگرال‌گیر، تاثیر این کنترلر را بررسی میکنیم:







شکل 7- پاسخ پله برای ثابت زمانی های انتگرال‌گیر های مختلف

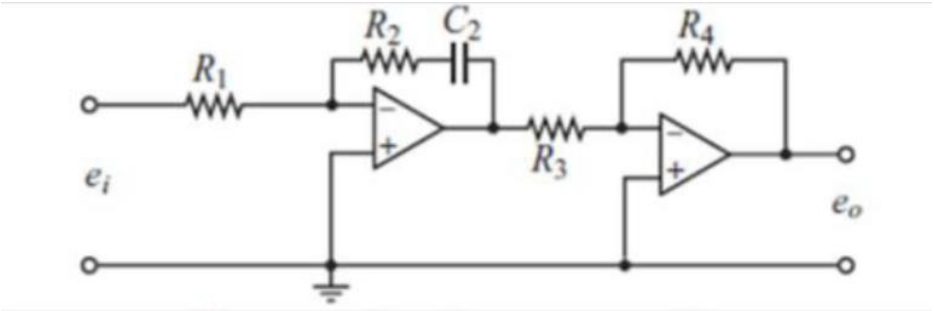
افزایش ثابت زمانی انتگرال گیر موجب دیرتر رسیدن پاسخ زمانی به مقدار مطلوب می‌شود.

تحقیق اکتیو

با استفاده از تعدادی مقاومت، یک خازن و 2 آپ امپ می‌توان این سیستم را پیاده سازی کرد.

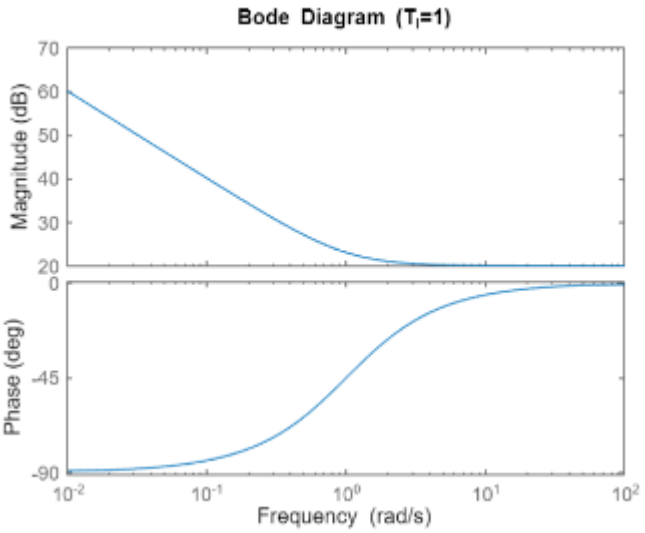
که تابع تبدیل سیستم معادل آن به صورت زیر خواهد بود:

$$Gc(s) = Kp = \frac{R4}{R3}\frac{R2}{R1}\frac{R2C2s+1}{R2C2s}$$



شکل8- تحقیق اکتیو برای کنترلر تناسبی-انتگرال‌گیر

نمودار Bode



شکل9- نمودار بُد برای کنترلر تناسبی-انتگرال‌گیر

در این نمودار دیده می‌شود که در اطراف نقطه شکست Ti=1 افزایش زاویه داریم و همچنین اندازه نیز تا این نقطه کاهش می‌یابد.

بخش 4: کنترل کننده تناسبی - انتگرال گیر- مشتق گیر (PID)

برای تابع تبدیل کنترل کننده تناسبی انتگرالی داریم:

$$Gc(s) = Kp + \frac{Ki}{s} + Kds$$

برای محاسبه خطای حالت ماندگار داریم:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+GcH} = \frac{Ts+1}{Ts+1+K_pK(1+\frac{1}{T_Is}+T_Ds)}$$

$$Ess = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}\frac{Ts+1}{Ts+1+K_pK(1+\frac{1}{T_Is}+T_Ds)} \to \lim_{s\to 0}\frac{s}{T_Ds^2+(1+K_pK)s+\frac{K_pK}{T_I}} = \lim_{s\to 0}\frac{T_I}{K_pK}s = 0$$

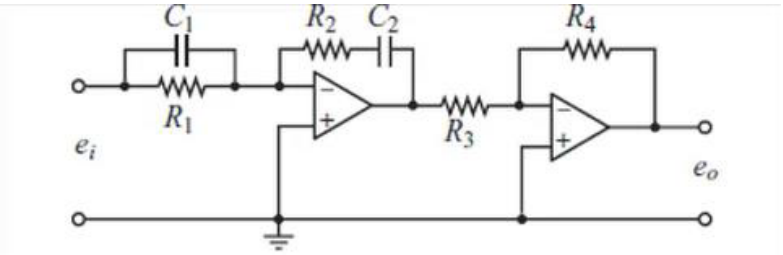
همانطور که مشاهده می‌شود خطای حالت ماندگار در این کنترل کننده نیز صفر است.

تحقیق اکتیو

با استفاده از تعدادی مقاومت، 2 خازن و 2 آپ امپ می‌توان این سیستم را پیاده سازی کرد.

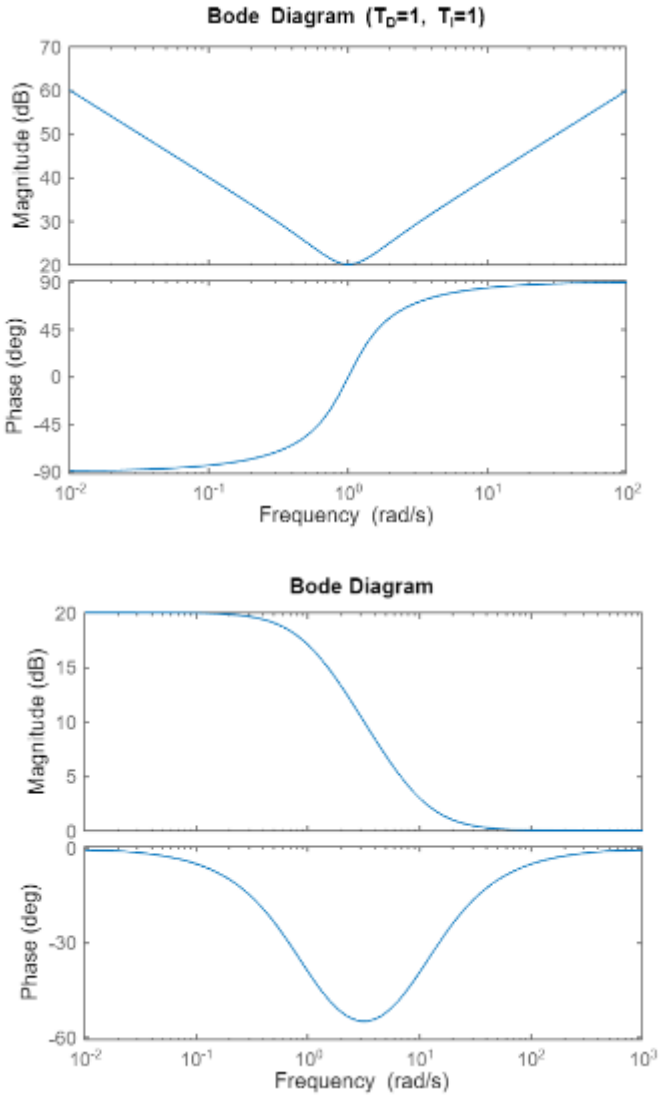
که تابع تبدیل سیستم معادل آن با نوشتن روابط به صورت زیر خواهد بود:

$$Gc(s) = Kp = \frac{R4}{R3}\frac{R2}{R1}\frac{R2C2s+1}{R2C2s}$$



شکل10- تحقیق اکتیو برای کنترلر تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر

نمودار Bode



شکل11- نمودار بُد برای کنترلر تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر

بخش 5: کنترل کننده پس فاز (lag)

پاسخ کلی سینوسی:

$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$$

$$\measuredangle G_c = \measuredangle(j\omega + z) - \measuredangle(j\omega + p) = tan^{-1}\frac{\omega}{z} - tan^{-1}\frac{\omega}{p}$$

$$if\ |z| > |p| \ \rightarrow\ \measuredangle G_c < 0$$

درنتیجه فاز این کنترل کننده منفی است و باعث ایجاد تاخیر می شود. به همین دلیل به این کنترل کننده پس فاز (Lag) می گویند.

خطای حالت ماندگار:

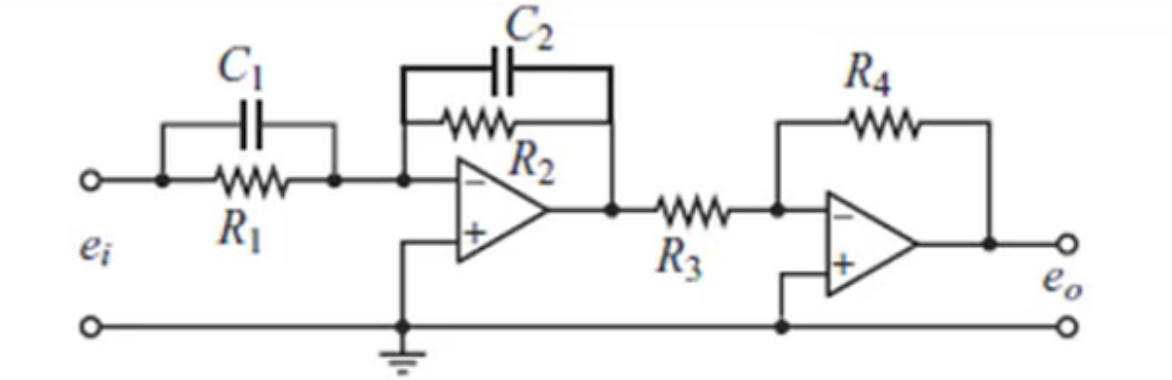
$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$$

$$E_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{Ts+1}{Ts+1+KG_c} = \frac{1}{1+K\frac{z}{p}}$$

درنتیجه هر چه نسبت $\frac{z}{p}$ بزرگتر باشد، خطای حالت ماندگار کمتر خواهد بود. که این به این معناست که هر چه صفر کنترل کننده از مبدأ دورتر و قطب کنترل کننده به مبدأ نزدیک تر باشد، خطای حالت ماندگار کمتر می شود.

تحقیق اکتیو:

با استفاده از تعدادی مقاومت، 2 خازن و 2 آپ امپ، می توان این کنترل کننده را پیاده سازی کرد:



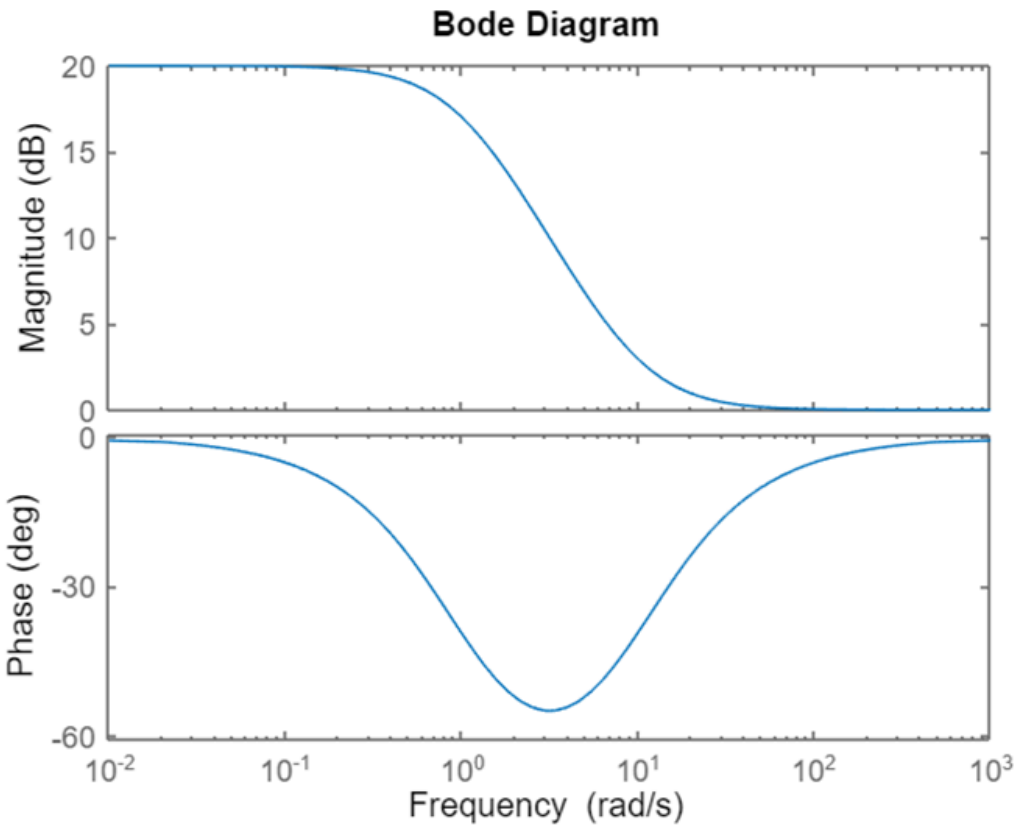
تحقق اکتیو کنترل کننده پس فاز

که با نوشتن روابط، تابع تبدیل سیستم معادل آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{R_1C_1s+1}{R_2C_2s+1}$$

چنانچه در این رابطه $R_1C_1 < R_2C_2$ باشد، کنترل کننده، پس فاز خواهد بود.

نمودار بُد:



نمودار بُد کنترل کننده پس فاز

بخش 6: کنترل کننده پیش فاز (lead)

پاسخ کلی سینوسی:

$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$$

$$\measuredangle G_c = \measuredangle(j\omega + z) - \measuredangle(j\omega + p) = tan^{-1}\frac{\omega}{z} - tan^{-1}\frac{\omega}{p}$$

$$if\ |z| < |p| \ \rightarrow\ \measuredangle G_c > 0$$

درنتیجه فاز این کنترل کننده مثبت است و باعث ایجاد اختلاف فاز می شود. به همین دلیل به این کنترل کننده پیش فاز (Lead) می گویند.

خطای حالت ماندگار:

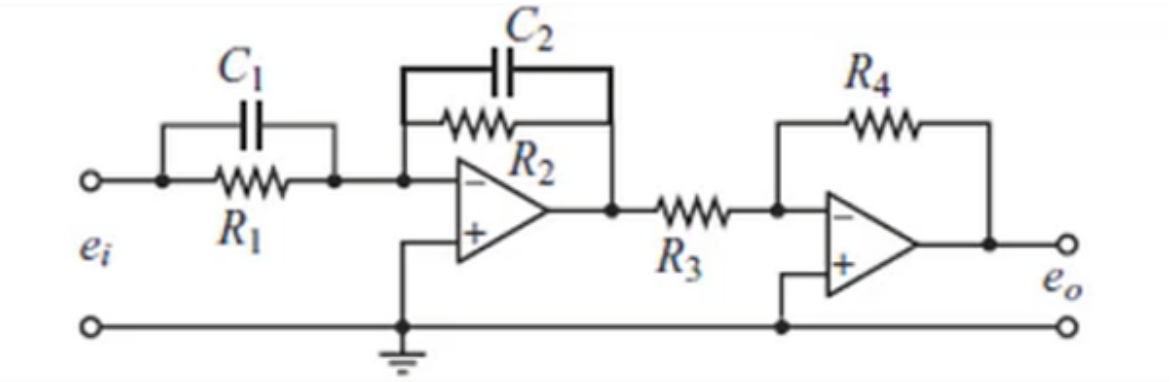
$$G_c(s) = \frac{s+z}{s+p}$$

$$E_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} \frac{Ts+1}{Ts+1+KG_c} = \frac{1}{1+K\frac{z}{p}}$$

درنتیجه هر چه نسبت $\frac{z}{p}$ بزرگتر باشد، خطای حالت ماندگار کمتر خواهد بود. که این به این معناست که هر چه صفر کنترل کننده از مبدأ دورتر و قطب کنترل کننده به مبدأ نزدیک تر باشد، خطای حالت ماندگار کمتر می شود. از جایی که در این کنترل کننده $|z| < |p|$، باید در نظر داشته باشیم که این نسبت نباید خیلی کوچک شود یا اگر کوچک شد، آن را با یک بهره جبران کنیم. چون در این صورت، خطا به مقدار بیشینه خود خواهد رسید.

تحقیق اکتیو:

با استفاده از تعدادی مقاومت، 2 خازن و 2 آپ امپ، می توان این کنترل کننده را پیاده سازی کرد:



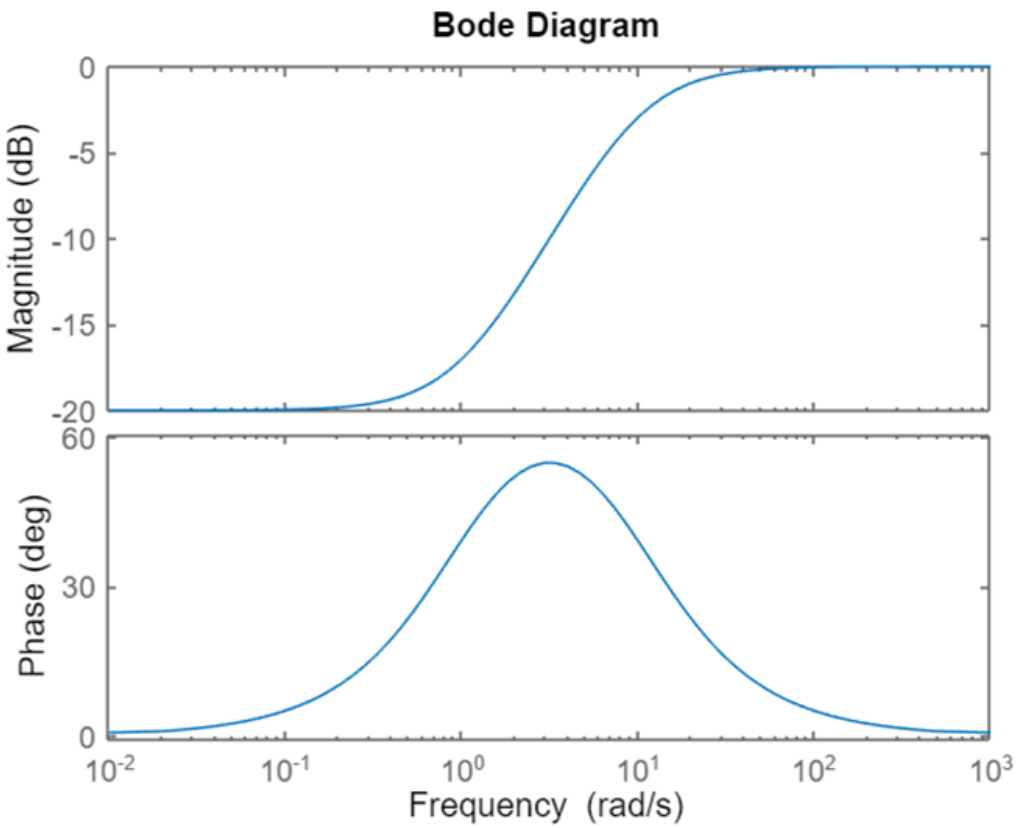
تحقق اکتیو کنترل کننده پیش فاز

که با نوشتن روابط، تابع تبدیل سیستم معادل آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{R_4}{R_3}\frac{R_2}{R_1}\frac{R_1C_1s+1}{R_2C_2s+1}$$

چنانچه در این رابطه $R_1C_1 > R_2C_2$ باشد، کنترل کننده، پیش فاز خواهد بود.

نمودار بُد:



نمودار بُد کنترل کننده پیش فاز