چکیده

به نام خدا

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آزمایشگاه سیستم های کنترل خطی

گزارش آزمایش 1

گروه01

عارف نیک رفتار -- 810199507

کوثر اسدمسجدی-- 810199373

محمد تقی زاده -- 810198373

نیمسال دوم 1402-03

فهرست

چکیده

در این گزارش با با مفاهیم اولیه کنترل خطی آشنا می شویم. در بخش اول به بررسی پایداری و ناپایداری سیستم ها میپردازیم و اثر آنها بر پاسخ پله و ورودی های مختلف را بررسی میکنیم. در بخش دوم به تأثیر موقعیت صفر و قطب و فاصله آنها از محور موهومی بر سرعت رسیدن به حالت ماندگار و undershoot می پردازیم و نتیجه میگیریم هرچه قطب به محور موهومی نزدیک تر باشد ، سرعت ماندگار شدن کمتر است و هرچه صفر به محور موهومی نزدیک تر باشد، undershoot بیشتر است.در بخش سوم مقایسه ای کلی بر رفتار سیستم های حلقه باز و سیستم های حلقه بسته و تاثیر اضافه شدن فیدبک به سیستم را مشاهده میکنیم که سیستم حلقه بسته چه مزیت هایی نسبت به سیستم حلقه باز دارد . در نهایت و در بخش چهارم نیز ، تاثیر اضافه شدن کنترل کننده سری به سیستم های پایدار و ناپایدار و اثر حذف صفر و قطب ها را بررسی خواهیم کرد. مشاهده میشود که با استفاده از کنترل کننده تقریبی سری میتوان قطب پایدار را از بین برد اما نمیتوان قطب ناپایدار را حذف کرد.

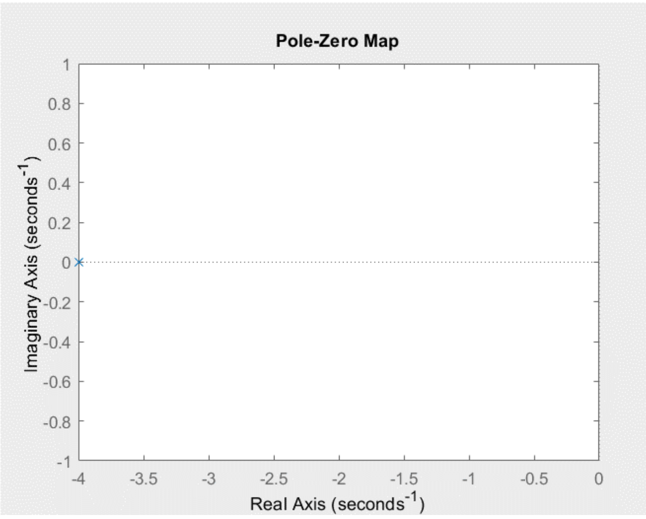
چکیده

بخش 1: پایداری سیستم های دینامیکی خطی

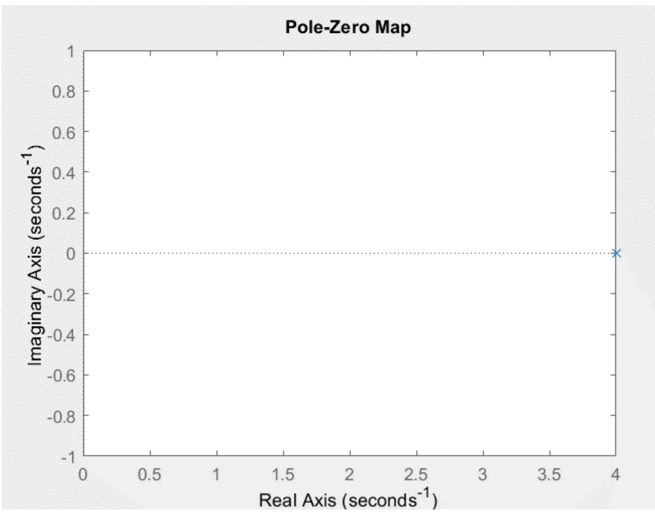
موقعیت نسبی قطب های سیستم نسبت به محور jw

```
%% part1.1
G1 = tf ([2], [1,4])
pzplot (G1)
G2 = tf ([2], [1,-4])
figure
pzplot (G2)
G3 = tf ([2], [1,0,16])
figure
pzplot (G3)
```

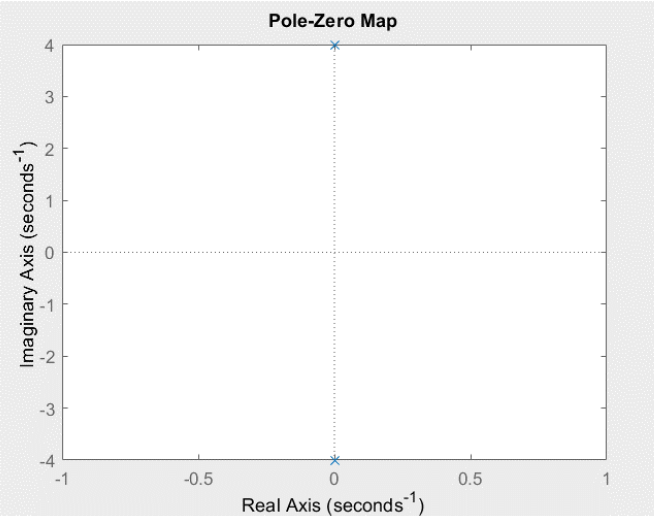
شکل1_1: کد برای نمایش موقعیت قطب سیستم



شکل1_2: موقعیت قطب سیستم G1



شکل 1_3: موقعیت قطب سیستم G2



شکل 1_4: موقعیت قطب سیستم G3

در ابتدا با توجه به خواسته سوال، موقعیت نسبی سیستم های داده شده را نسبت به محور jw با دستور pz plot رسم کردیم.

$$G1(s) = \frac{2}{s+4}$$

$$G2(s) = \frac{2}{s-4}$$

$$G3(s) = \frac{2}{s^2+16}$$

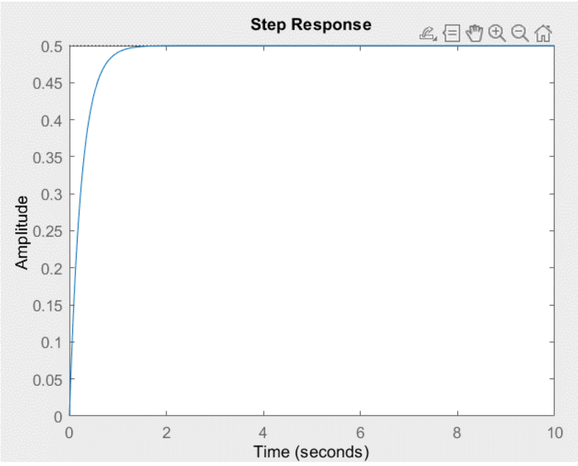
همانگونه که در شکل دیده میشود، واضح است که قطب G1، برابر -4، قطب G2 برابر 4 و قطب های G3 برابر $4j\ \pm$ میباشد.

خروجی هر سیستم به ازای ورودی پله واحد:

```
%% part 1.2
step(G1,10)
figure
step(G2,10)
figure
step(G3,10)
```

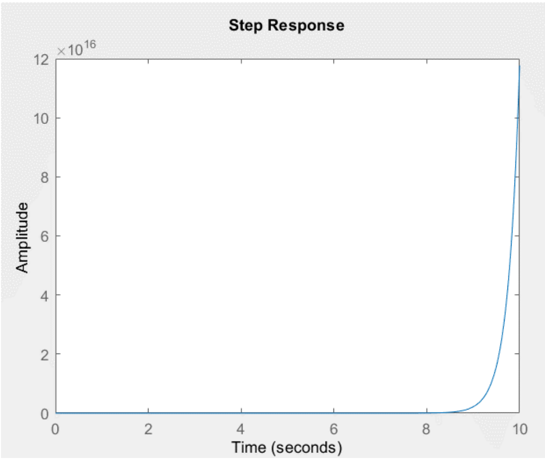
شکل 1_5 : کد برای نمایش خروجی سیستم ها به ازای ورودی پاه

چکیده



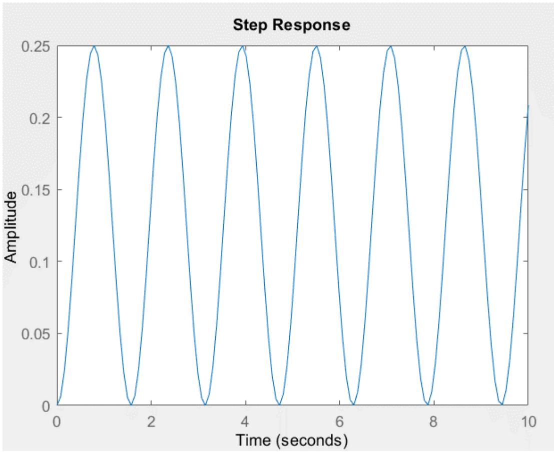
شکل 1_6: پاسخ سیستم G1 به ورودی پله

همانطور که انتظار می رفت، پاسخ سیستم G1 به ورودی پله، پایدار شد چرا که قطب آن سمت چپ محور jw قرار دارد.



شکل 1_7: پاسخ سیستم G2 به ورودی پله

حال دیده میشود که پاسخ سیستم به ورودی پله، ناپایدار می شود، چون قطب آن در سمت محور موهومی قرار دارد.



شکل 1_8: پاسخ سیستم G3 به ورودی پله

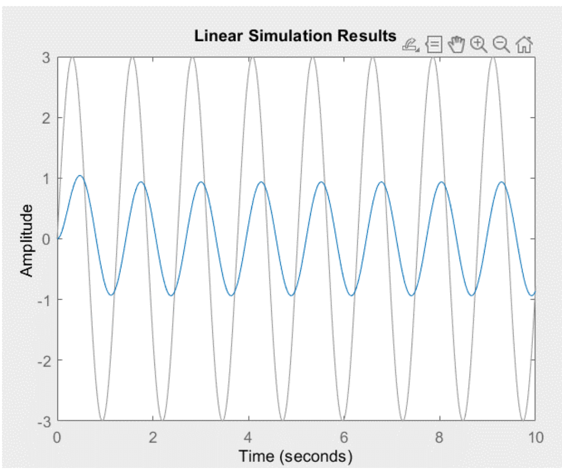
از آنجایی که دو قطب این سیستم روی محور موهومی است، سیستم میتواند به ازای برخی ورودی ها کراندار، به ازای برخی دیگر بی کران باشد. و در اینجا خروجی به صورت نوسانی کراندار شده است.

خروجی هر سه سیستم به ازای ورودی $3\sin(5t)$:

```
%% 1.3
t=0:0.01:10;
u=3*sin(5*t);
lsim(G1,u,t)
figure
lsim(G2,u,t)
figure
lsim(G3,u,t)
u1=3*sin(4*t);
figure
lsim(G3,u1,t)
```

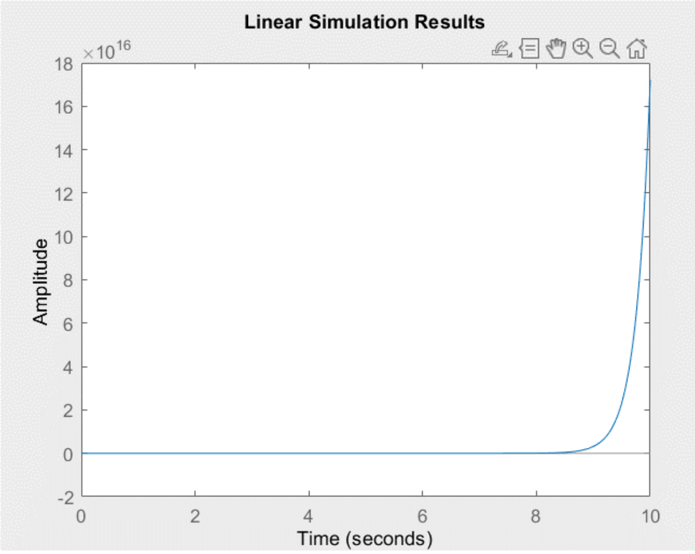
شکل 1_9: کد برای نمایش خروجی سیستم ها به ازای ورودی های متناوب

$$Y(s) = \frac{15}{s2 + 25} \times \frac{2}{s^2+4} \longrightarrow y(t) = \frac{5}{7}\sin(2t) - \frac{2}{7}\sin(2t)$$



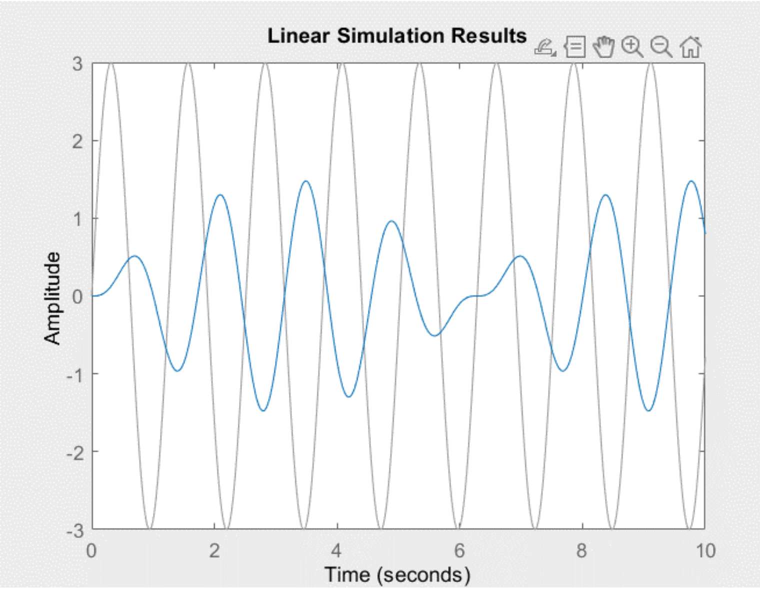
شکل1_10: خروجی سیستم G1به ازای ورودی(3sin(5t

$$Y(s) = \frac{15}{s2+25} \times \frac{2}{s^2-4} \longrightarrow y(t) = \frac{15}{58} e^{2t} - \frac{15}{58} e^{-2t} - \frac{6}{29} \sin(5t)$$



شکل1_11: خروجی سیستم G2به ازای ورودی(3sin(5t

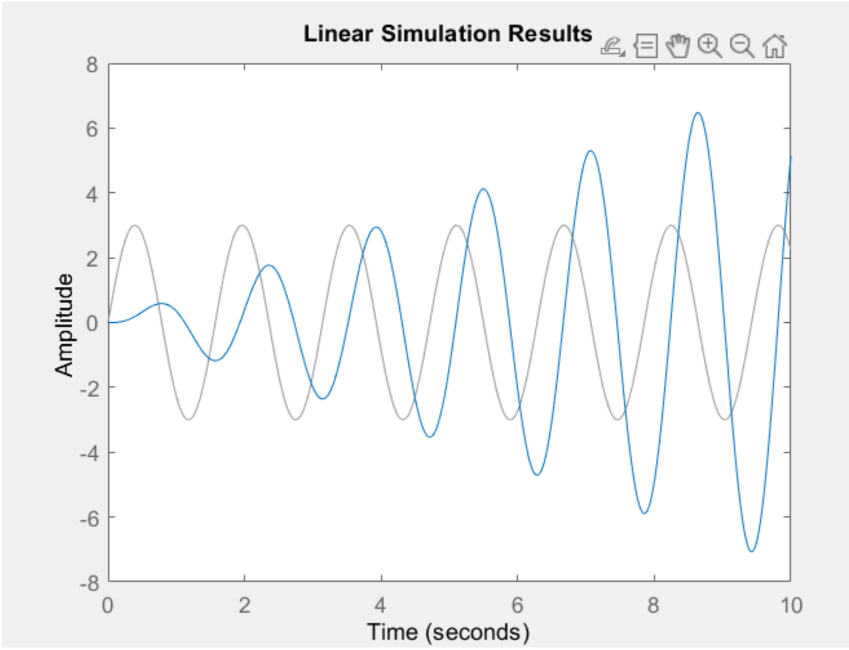
$$Y(s) = \frac{15}{s2+25} \times \frac{2}{s^2+16} \longrightarrow y(t) = y(t) = \frac{5}{6} \sin(4t) - \frac{2}{3} \sin(5t)$$



شکل1_12: خروجی سیستم G3به ازای ورودی(3sin(5t

خروجی سیستم c در پاسخ به ورودی$3\sin(4t)$:

$$Y(s) = \frac{12}{s2 + 16} \times \frac{2}{s^2+16} \longrightarrow y(t) = \frac{3}{16}(\sin(4t) - 4\cos(4t))$$



شکل 1_13: خروجی سیستم G3به ازای ورودی(3sin(4t

به صورت خلاصه برای سیستم سوم داریم:
هنگامی که میخواهیم برای ورودی اول، خروجی را بدست بیاوریم با محاسبه ریاضی که در زیر آورده شده است میبینیم که در خروجی 3sin(4t) ظاهر میشود که دلیل ناپایداری خروجی میباشد(تشدید):

$$G(s) = \frac{2}{s2+16}$$

$$u1(t) = 3\sin(5t) \rightarrow laplace\ transform \rightarrow u1\ (s) = \frac{15}{s2+25}$$

$$u2(t) = 3\sin(4t) \rightarrow laplace\ transform \rightarrow u2\ (s) = \frac{12}{s2+16}$$

$$y1(s) = u1(s)*G(s) \rightarrow laplace\ \text{inverse} \rightarrow y(t) = y(t) = \frac{5}{6}\sin(4t) - \frac{2}{3}\sin(5t)$$

$$y2(s) = u2(s)*G(s) \rightarrow laplace\ \text{inverse} \rightarrow y2(t) = \frac{3}{16}(\sin(4t) - 4\cos(4t))$$

چکیده

بررسی خواص پایداری:

با توجه به توضیحاتی که در ابتدای بخش داده شد با توجه به اینکه سیستم اول قطب سمت چپ دارد در نتیجه پایدار است. در شکل خروجی به ورودی پله نیز مشاهده میشود که بعد از گذشت زمان پایدار می شود.

سیستم دوم قطب سمت چپ دارد و همان طور که در خروجی به پاسخ پله مشاهده میکنیم ناپایدار است.

سیستم سوم پایداری حاشیه ای است و قطب های موهومی دارد که خروجی آن به پاسخ پله نوسانی است.

چکیده

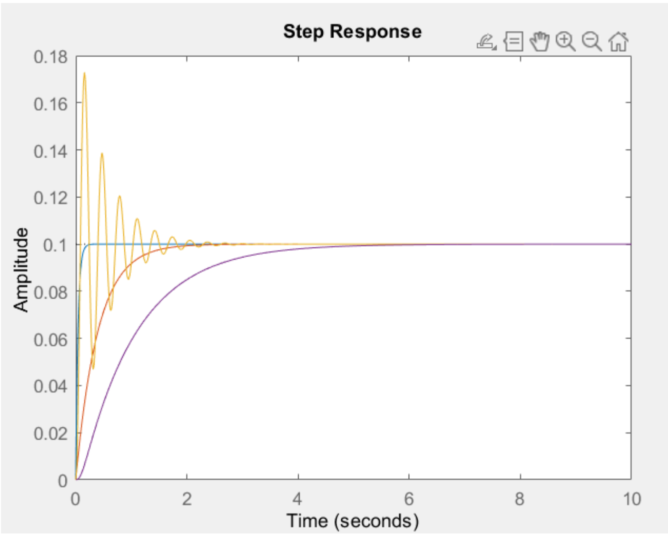
بخش 2: اثر موقعیت نسبی صفر و قطب بر سرعت پاسخ

بررسی اثر موقعیت قطبهای سیستم بر سرعت پاسخ

می دانیم که هرچه سیستم ما قطب منفی دورتر از محور موهومی داشته باشد، پایدارتر است پس سرعت پاسخ سیستم (رسیدن به حالت ماندگار) آن بیشتر است و در زمان کمتری به حالت ماندگار می رسد با توجه به نتایج شبیه سازی نیز خواهیم داشت:

```
%% part 2.1
hold on
G4 = tf ([2.5], [1,25])
step(G4,10)

G5 = tf ([0.25], [1,2.5])
step(G5,10)

G6= tf ([40], [1,4,400])
step(G6,10)


G7= tf ([40], [1,42,441,400])
step(G7,10)
```

شکل 2_1: کد برای خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله



شکل 2_2:شکل موج خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله

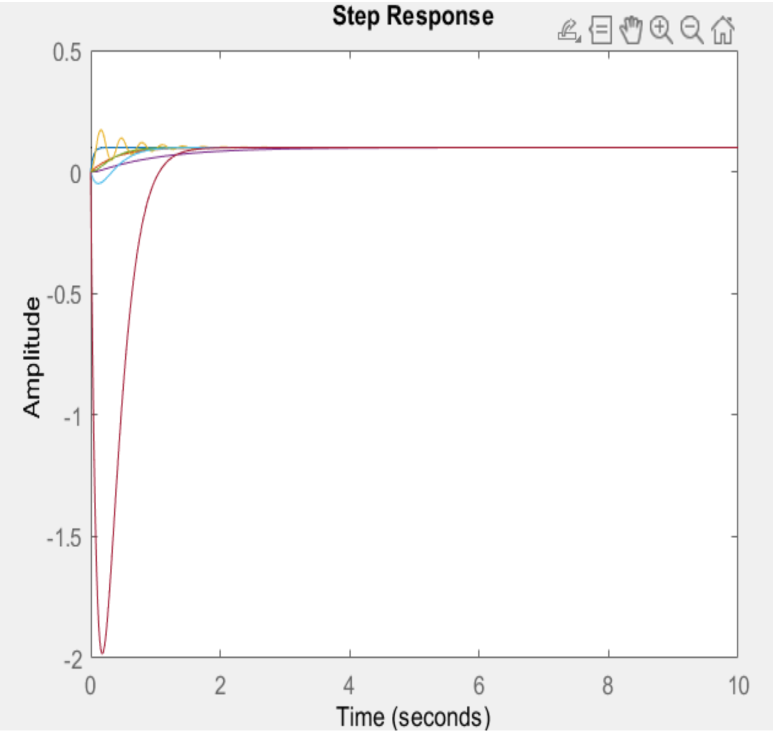
همانطور که مشاهده می شود در سیستم اول نسبت به سیستم دوم یک قطب حقیقی دورتر داریم که به دلیل پایدارتر بودن سرعت رسیدن آن به حالت ماندگار نیز بیشتر است. در سیستم سوم دو قطب مزدوج مختلط داریم که باعث می شوند سیستم میرای ضعیف باشد و سرعت رسیدن آن به پاسخ حالت ماندگار بستگی به ζ و ωnدارد. در سیستم سوم سه قطب داریم که قطب نزدیک به مبدا قطب غالب بوده و پاسخ پله با توجه به آن بدست آمده است.

بررسی اثر موقعیت صفرهای سیستم بر شکل پاسخ خروجی سیستم

می دانیم که صفر سمت راست باعث ایجاد یک ترم منفی مشتق در سیستم می شود و با جمع شدن این ترم با ترم اصلی سیستم، پاسخ پله در ابتدا دچار یک فروجهش می شود. با توجه به این نکته در شبیه سازی نیز داریم:

```
%% part 2.2
hold on
G8 = tf ([3], [1,11,30])
step(G8,10)

G9 = tf ([-1,3], [1,11,30])
step(G9,10)

G10= tf ([-30,3], [1,11,30])
step(G10,10)
```

شکل 2_3: کد برای خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله



شکل 2_4:شکل موج خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله

در سیستم اول چون صفر نداریم سیستم به حالت عادی به حالت ماندگار می رسد. در سیستم

چکیده

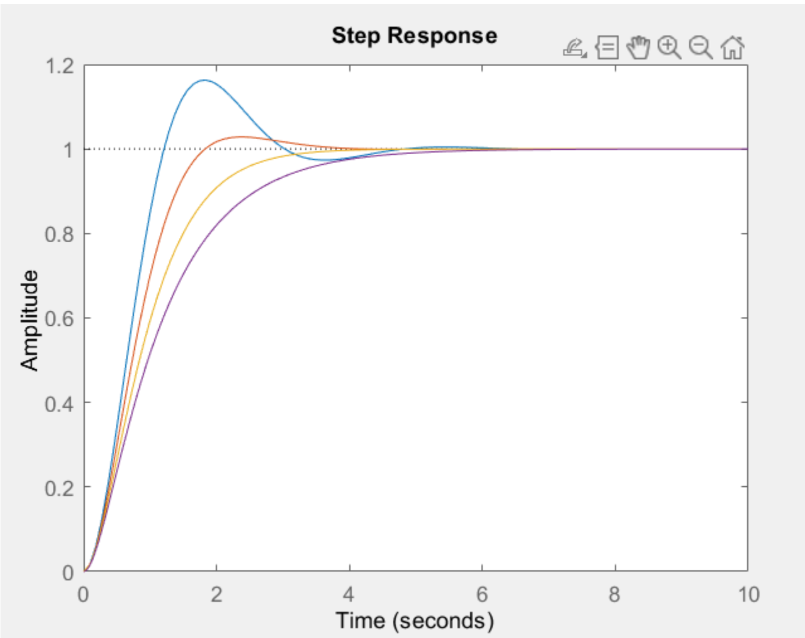
دوم ترم منفی مشتق باعث فروجهش شده است. در سیستم سوم نیز مانند سیستم دوم ترم منفی مشتق باعث فروجهش شده و به دلیل اینکه ثابت زمانی آن بسیار بالاست سیستم فروجهش زیادی دارد و مثبت نمی شود.

بررسی اثر موقعیت صفر های سیستم بر شکل پاسخ خروجی سیستم

می دانیم سیستم مرتبه به فرم $\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$ است و زمان نشست آن $T_s=\frac{4}{\zeta\omega n}$ است که هرچه زمان نشست کمتر باشد، سرعت رسیدن آن به پاسخ حالت ماندگار بیشتر است.

```
%% part 2.3
hold on
G11 = tf ([4], [1,2,4])
step(G11,10)

G12 = tf ([4], [1,3,4])
step(G12,10)

G13= tf ([4], [1,4,4])
step(G13,10)


G14= tf ([4], [1,5,4])
step(G14,10)
```

شکل 2_5:کد برای خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله



شکل 2_6:شکل موج خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله

همانطور که دیده میشود G11 از همه سریعتر است و ζ آن از همه کوچکتر است.

$$G11 \rightarrow \zeta_{11} = \frac{2}{w_n \times 2} = 0.5$$

$$G12 \rightarrow \zeta_{12} = \frac{3}{w_n \times 2} = 0.75$$

$$G13 \rightarrow \zeta_{13} = \frac{4}{w_n \times 2} = 1 \rightarrow \text{میرای بحرانی}$$

$$G14 \rightarrow \zeta_{14} = \frac{5}{w_n \times 2} = 1.25 > 1 \rightarrow \text{فوق میرا}$$

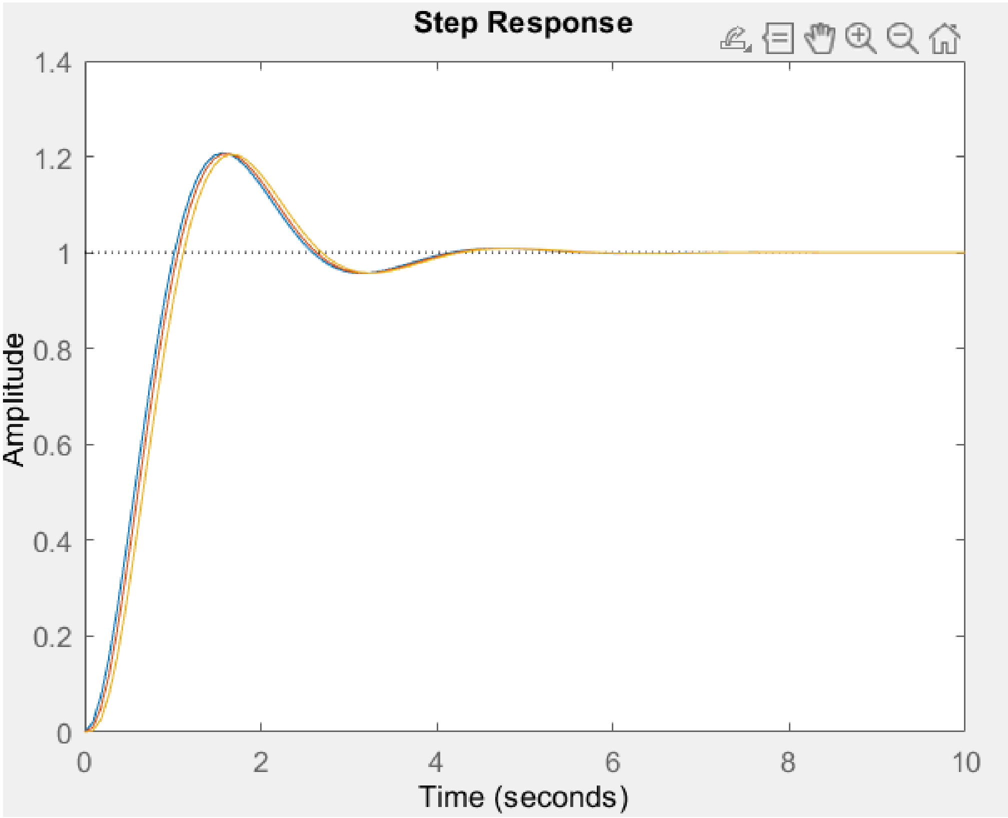
بررسی اثر قطبهای غالب و مغلوب بر ویژگیهای پاسخ پله سیستم

در سیستم های این بخش تعداد قطب ها افزایش یافته و ζ و w_n آن ها تغییری نکرده.

```
%% 2.4
hold on
G15 = tf ([5], [1,2,5])
step(G15,10)

G16 = tf ([125], [1,27,55,125])
step(G16,10)

G17= tf ([2045], [1,42,494,1018,2045])
step(G17,10)
```

شکل 2_7:کد برای خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله

چکیده



شکل 2_8:شکل موج خروجی سیستم ها به ازای ورودی پله

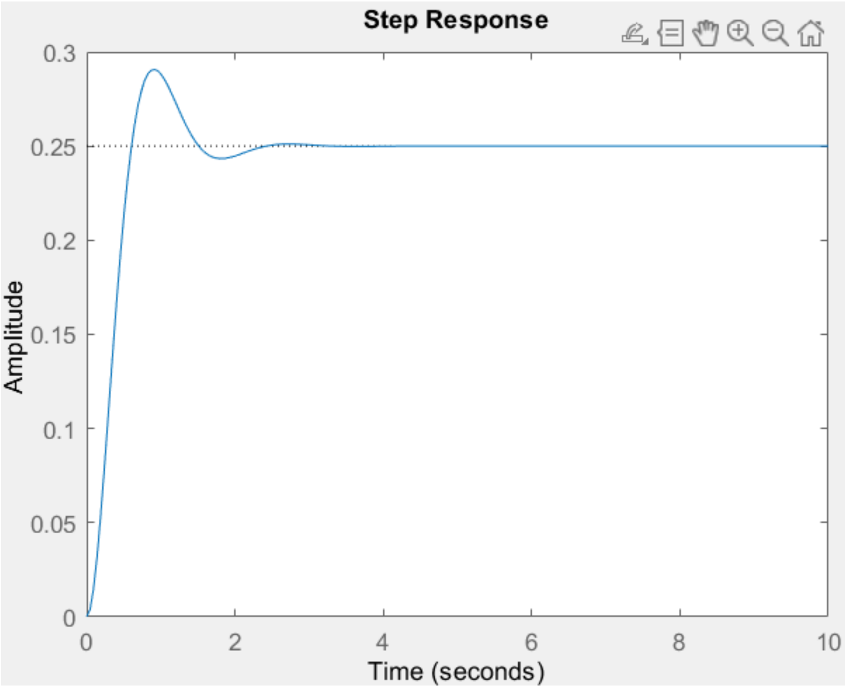
در این بخش متوجه شدیم هرچه قطب به مبدأ نزدیک تر باشد ثابت زمانی بیشتر و سیستم کندتر خواهد بود.

رابطه پاسخ ضربه و پاسخ پله سیستم

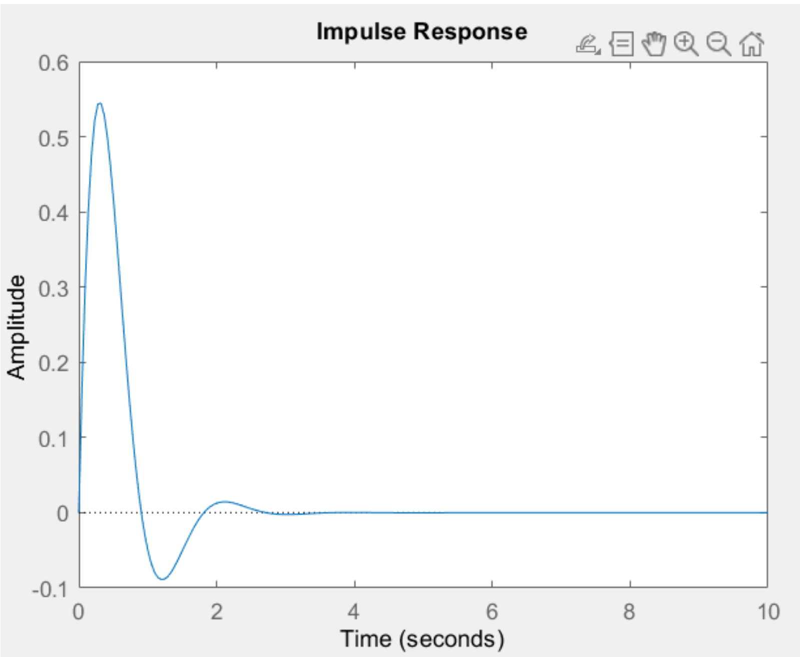
```
%% 2.5

G18 = tf ([4], [1,4,16])
step(G18,10)
figure
impulse(G18,10)
```

شکل 2_7: کد برای پاسخ سیستم به ازای ورودی پله و ضربه

چکیده



شکل 2_8:پاسخ خروجی سیستم به ازای ورودی پله



شکل 2_9:پاسخ خروجی سیستم به ازای ورودی ضربه

ویژگی های زمانی پاسخ پله و پاسخ ضربه این سیستم را از روی شکل بیابید و سپس مقادیر به دست آمده از پاسخ ضربه سیستم را با ویژگیهای پاسخ پله مقایسه کنید؟

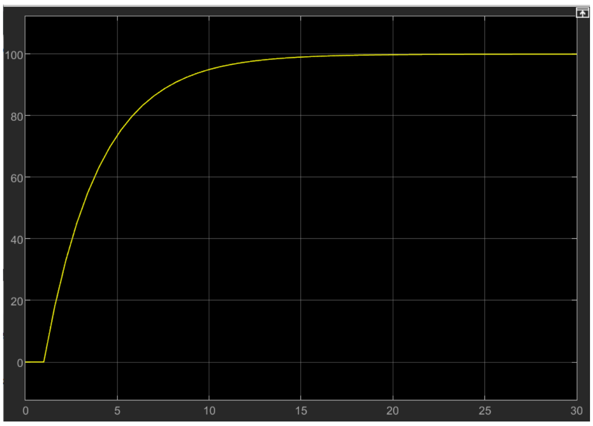
چکیده

بخش 3:مقایسه سیستم های حلقه باز و حلقه بسته

بررسی سرعت سیستم

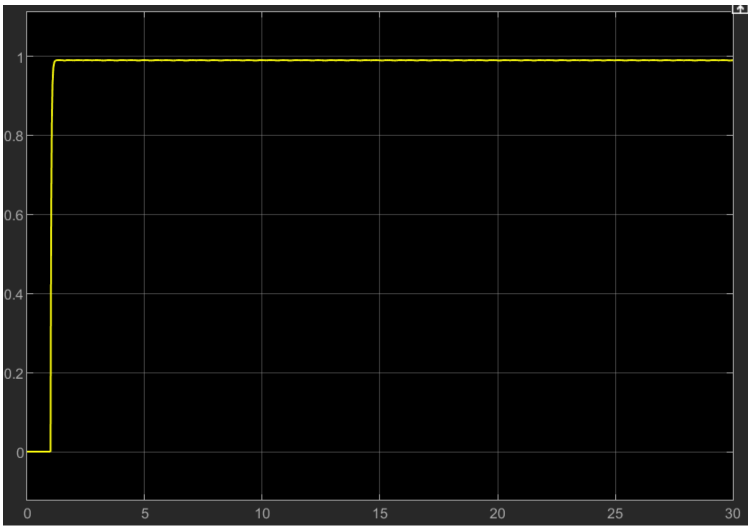
$$G(s) = \frac{100}{\tau s + 1}$$

حلقه باز با $\tau = 3\ sec$



شکل 3-1: پاسخ سیستم حلقه باز به ورودی پله واحد

حلقه بسته با فیدبک منفی واحد با $\tau = 3\ sec$



شکل 3-2: پاسخ سیستم حلقه بسته با فیدبک منفی به ورودی پله واحد

همانطور که در تصاویر بالا مشاهده می شود ، سیستم حلقه بسته دو امکان را برای ما فراهم می کند.(چون مستقیماً و دائماً از خروجی نمونه گرفته می شود و به ورودی داده می شود.)

1) تنظیم بهره سیستم
2) افزایش سرعت رسیدن به حالت ماندگار

بررسی قوام سیستم حلقه باز و حلقه بسته در اثر تغییر پارامتر

- برای بدست آوردن این حساسیت باید حساسیت تابع تبدیل سیستم را نسبت به تغییرات پارامتر τ بدست آوریم.

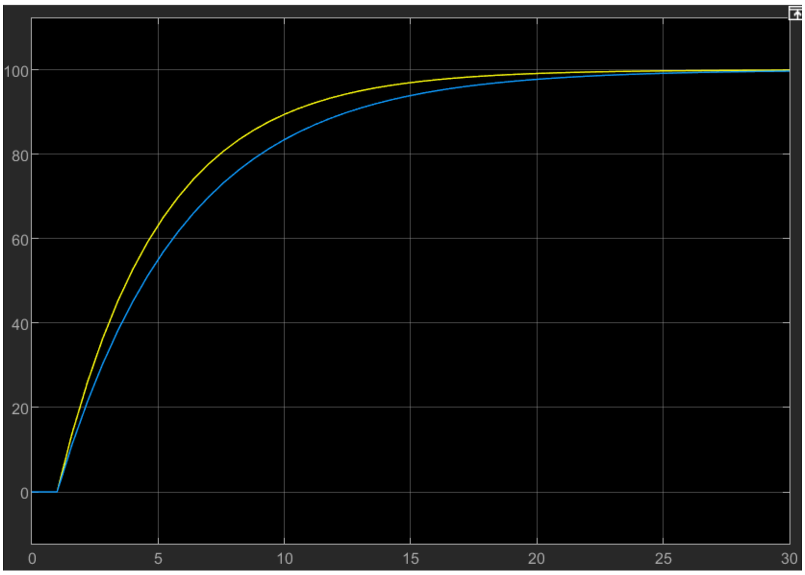
$$S_{\tau}^{Y}=\frac{\tau}{Y}.\frac{d}{d\tau}\left(\frac{100}{\tau s+1}\right)=\frac{\tau}{\left(\frac{100}{\tau s+1}\right)}.\frac{-100s}{(\tau s+1)^{2}}=-\frac{\tau s}{\tau s+1}$$

$$\left|S_{\tau}^{Y}\right|=\left|\frac{\tau s}{\tau s+1}\right|$$

همانطور که مشاهده می شود حساسیت خروجی سیستم حلقه باز به پارامتر نزدیک به 1 بوده و یعنی خروجی سیستم حلقه باز حساسیت بالایی نسبت به تغییر پارامتر دارد.

- بررسی حساسیت سیستم حلقه باز (مقایسه برای $\tau=5\ sec$(زرد)$,\ \tau=4sec$(آبی)):

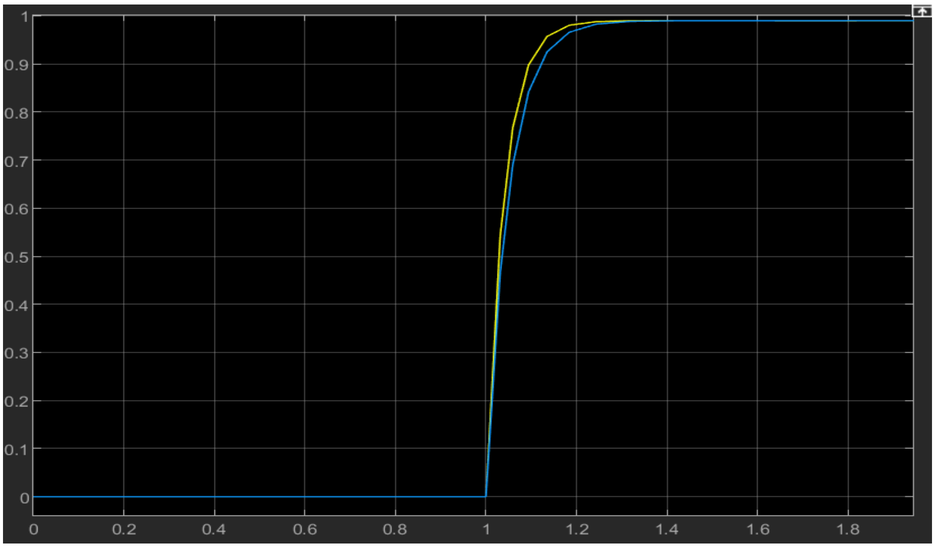
همانطور که در شکل زیر مشاهده می شود ، در دو حالت اختلاف خروجی ها محسوس بوده است و نتیجه میگیریم که سیستم حلقه باز در برابر تغییرات پارامتر حساس است . با افزایش τ ، رسیدن به حالت ماندگار نیز دیرتر اتفاق می افتد.



شکل 3-3: پاسخ سیستم واقعی و سیستم مدل شده

- بررسی حساسیت سیستم حلقه بسته (مقایسه برای $\tau=5\ sec$(زرد)$,\ \tau=4sec$(آبی)):

همانطور که در شکل صفحه بعد مشاهده می شود ، در دو حالت اختلاف خروجی ها محسوس نیست و نتیجه میگیریم که سیستم حلقه بسته در برابر تغییرات پارامتر حساسیت کمی دارد.



شکل 3-4: پاسخ سیستم حلقه بسته به ازای هر دو حالت

- محاسبه مقدار تابع حساسیت دو سیستم حلقه باز و بسته برای $(\tau = 4sec, \tau = 5\ sec)$:

حلقه باز:

$$S_{\tau}^{Y} = -\frac{\tau s}{\tau s+1} \rightarrow \begin{cases} S_{\tau}^{Y}{}_{\tau=4\ sec} = -\frac{4s}{4s+101} \\ S_{\tau}^{Y}{}_{\tau=5\ sec} = -\frac{5s}{5s+101} \end{cases}$$

حلقه بسته:

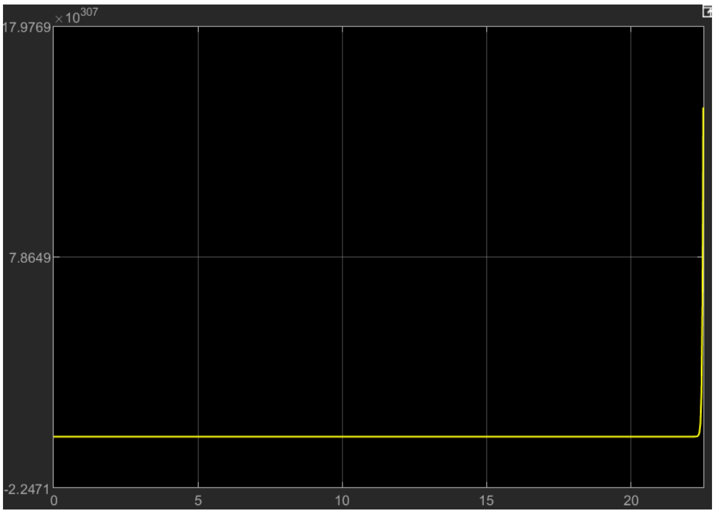
$$S_{\tau}^{Y} = -\frac{\tau s}{\tau s+101} \rightarrow \begin{cases} S_{\tau}^{Y}{}_{\tau=4\ sec} = -\frac{4s}{4s+1} \\ S_{\tau}^{Y}{}_{\tau=5\ sec} = -\frac{5s}{5s+1} \end{cases}$$

- مقایسه اثر تغییر پارامتر در سیستم حلقه باز و حلقه بسته:

همانطور که در مراحل قبلی نتیجه گیری شد به سادگی میتوان دید و فهمید که حساسیت سیستم حلقه بسته نسبت به تغییرات پارامتر کمتر از سیستم حلقه باز است.

بررسی و مقایسه فیدبک واحد مثبت و منفی

در این حالت می بینیم که سیستم حلقه بسته با فیدبک واحد مثبت اصال به حالت پایدار نمی رسد و سیستم کامال ناپایدار است که در معادله سیستم زیر نیز کامل مشخص است (به دلیل تغییر علامت در مخرج سیستم ناپایدار است). شکل صفحه بعد.



شکل 3-5: پاسخ سیستم حلقه بسته با فیدبک مثبت

$$G(s) = \frac{\frac{100}{3s+1}}{1-\frac{100}{3s+1}} = \frac{100}{3s-99}$$

حال برای قسمت 3-2 نیز داریم:

برای این قسمت هم سیستم ناپایدار و به سمت بی نهایت میل میکند.

حساسیت را برای دو ثابت زمانی متفاوت بدست می آوریم:

$$G(s) = \frac{\frac{100}{\tau s+1}}{1-\frac{100}{\tau s+1}} = \frac{100}{\tau s-99} \rightarrow \frac{d\left(\frac{100}{\tau s-99}\right)}{d\tau} = \frac{-100s}{(\tau s-99)^2}$$

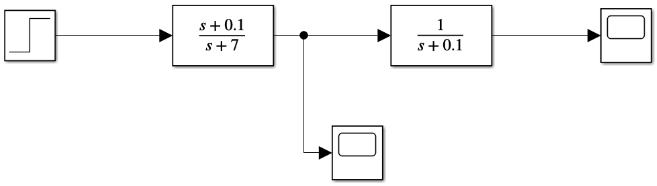
$$S_{\tau}^{Y} =- \frac{-100s}{(\tau s-99)^2} \rightarrow \tau = 4 \rightarrow S = \frac{-100s}{(3s-99)^2}$$

$$S_{\tau}^{Y} =- \frac{-100s}{(\tau s-99)^2} \rightarrow \tau = 5 \rightarrow S = \frac{-100s}{(5s-99)^2}$$

چکیده

بخش 4: حذف صفر و قطب

بررسی حذف صفر حذف صفر و قطب پایدار



شکل 4 - 1: شماتیک اتصال سیستم و کنترل کننده

تابع تبدیل سیستم نهایی به صورت زیر می باشد:

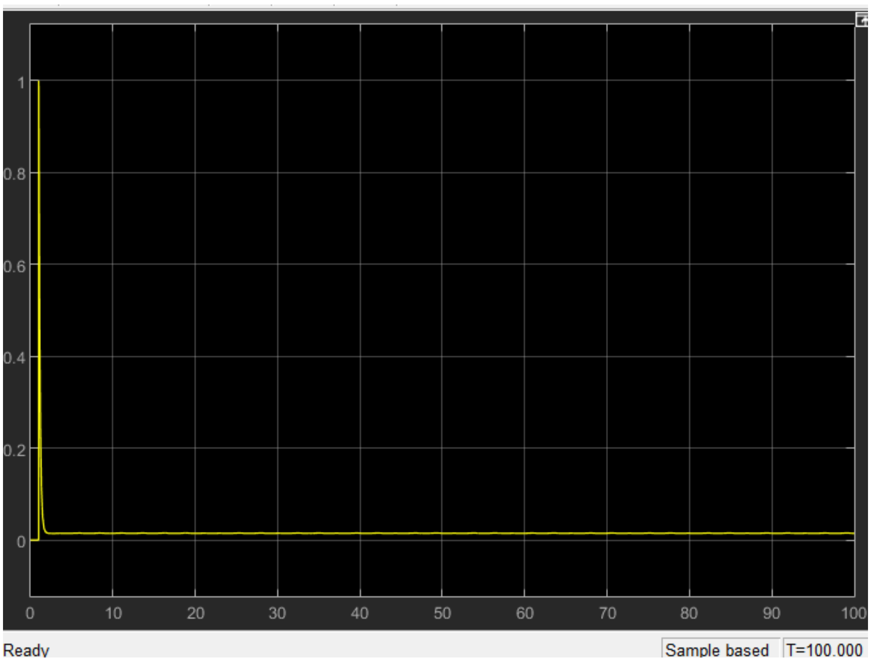
$$G(s)C(s)=\frac{1}{s+0.1}\times\frac{s+0.1}{s+7}=\frac{1}{s+7}$$

خروجی کنترل کننده و سیستم به پله واحد به صورت زیر می باشد:

$$Y1(s)=\frac{1}{s}C(s)=\frac{s+0.1}{s(s+7)}\rightarrow y1(t)=0.0142+0.9857\,e^{-7t}$$

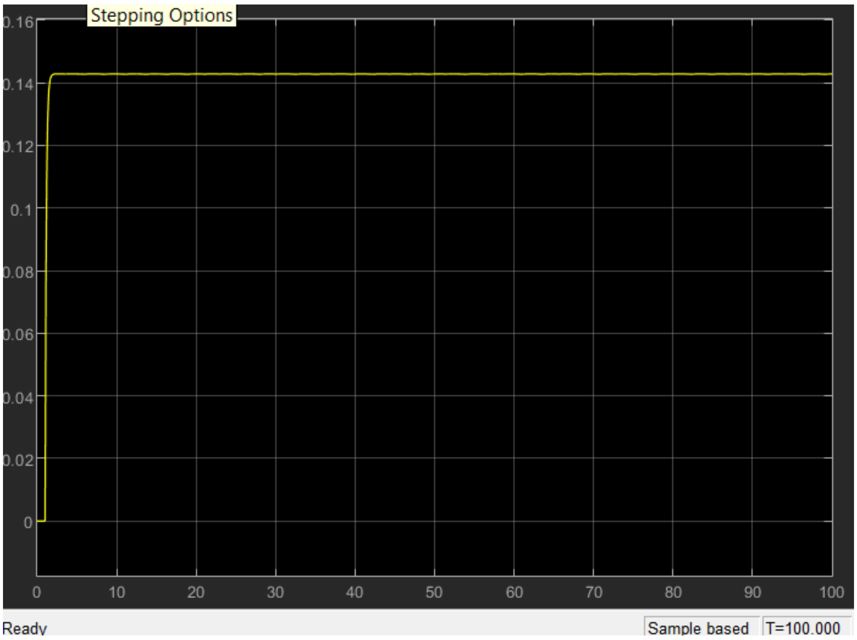
$$Y(s)=\frac{1}{s}G(s)C(s)=\frac{1}{s(s+7)}\rightarrow y(t)=\frac{1}{7}-\frac{1}{7}e^{-7t}$$

شکل 4 - 1 و شکل 4 - 2 به ترتیب خروجی کنترل کننده و سیستم را نشان میدهد.



چکیده

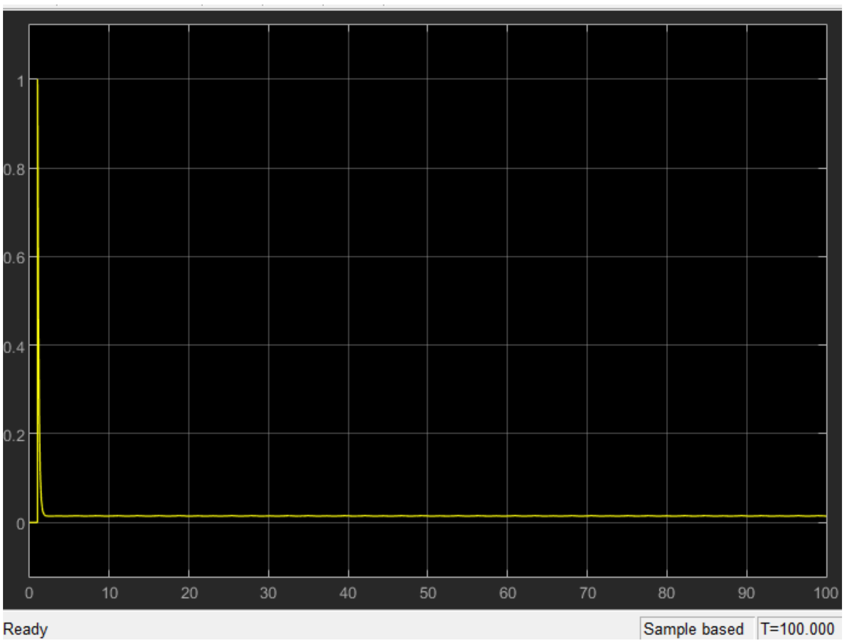
شکل 4 - 2: خروجی کنترل کننده



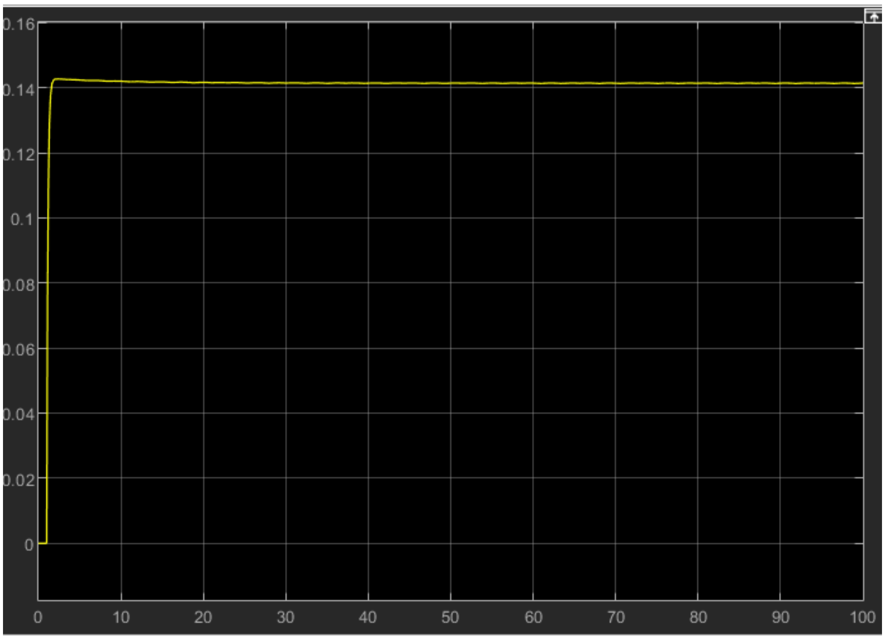
شکل 4 - 3: خروجی سیستم

حال اگر کنترل کننده را به صورت $C(s) = \frac{s+0.099}{s+7}$ تغییر دهیم آنگاه خروجی سیستم به صورت زیر تغییر خواهد کرد :

$$Y(s)=\frac{s+0.099}{s(s+7)(s+0.1)} \rightarrow y(t)=0.141428 - 0.1428\, e^{-7t} + 0.00144\, e^{-0.1t}$$



شکل 4 -4: خروجی برای کنترل کننده



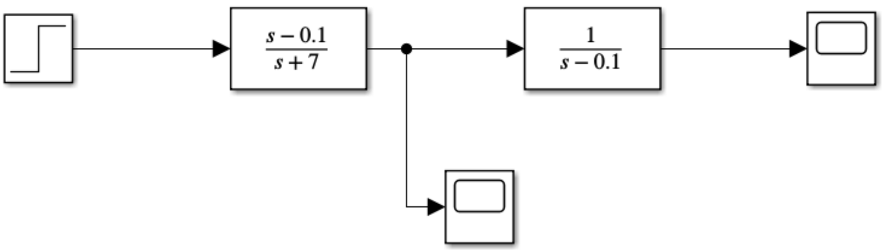
شکل 4 - 5: خروجی سیستم پایدار برای کنترل کننده

همانطور که از دو نمودار مشخص است نموداری که مربوط به سیستم دوم است مقداری overshoot پیدا کرده است.

دلیل این تفاوت به خاطر اثرگذاری صفر بر روی میزان overshoot است و چون در اینجا مقدار کمی صفر سیستم را جابجا شده و با قطب تابع تبدیل سیستم اختلاف دارد انتظار داریم که مقداری overshoot را در نمودار شاهد باشیم. چون قطب سیستم و صفر کنترل کننده نزدیک به هم هستند شاهد overshoot کوچکی خواهیم بود .

چکیده

بررسی حذف صفر حذف صفر و قطب ناپایدار



شکل 4 - 6: شماتیک اتصال سیستم و کنترل کننده

مشابه قسمت قبلی تابع تبدیل سیستم نهایی را به صورت زیر خواهیم داشت:

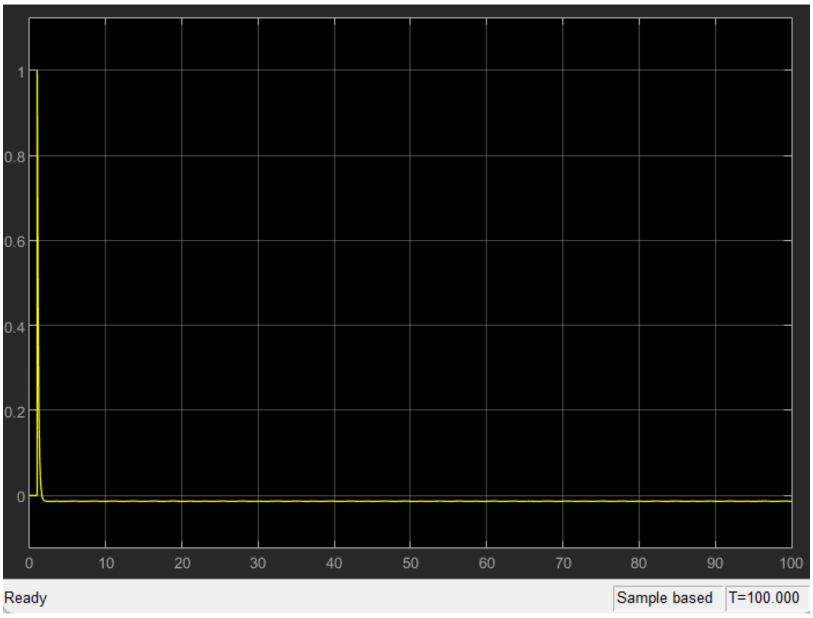
$$G(s)C(s)=\frac{1}{s-0.1}\times\frac{s-0.1}{s+7}=\frac{1}{s+7}$$

خروجی کنترل کننده و سیستم به پله واحد به صورت زیر می باشد:

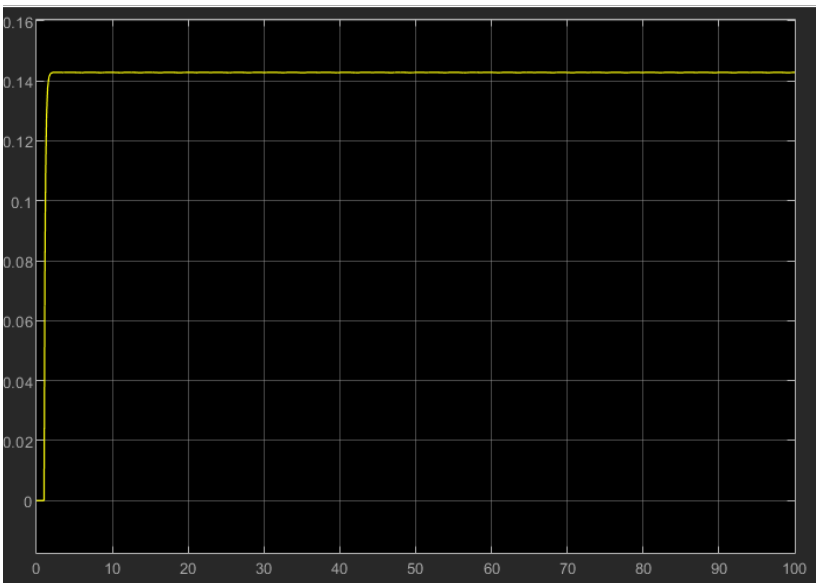
$$Y1(s)=\frac{1}{s}C(s)=\frac{s-0.1}{s(s+7)} \rightarrow y1(t)=1.01428\, e^{-7t} - 0.01428$$

$$Y(s)=\frac{1}{s}G(s)C(s)=\frac{1}{s(s+7)} \rightarrow y(t)=\frac{1}{7} - \frac{1}{7}e^{-7t}$$

حال نمودارها را برای ورودی پله به صورت زیر داریم :



شکل 4 - 7: خروجی کنترل کننده

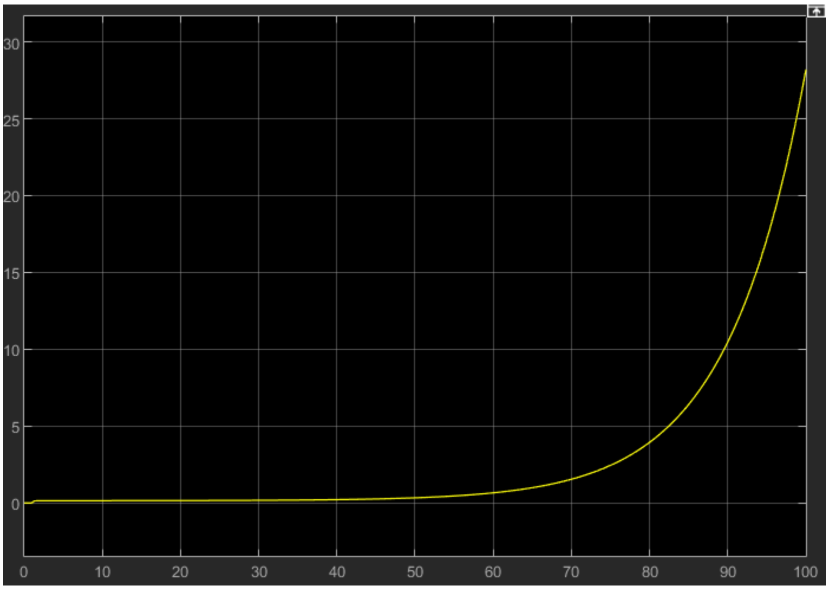


شکل 4 - 8: خروجی سیستم کنترل شده

در صورتی که کنترل کننده را $C(s)\ =\ \frac{1}{s-0.1}$ در نظر بگیریم، با توجه به اینکه یک قطب ناپایدار در s=0.1 داریم، سیستم ناپایدار شده و پاسخ پله آن به صورت زیر خواهد بود .

$$Y(s)=\frac{s-0.099}{s(s+7)(s-0.1)} \rightarrow y(t)=0.141428 - 0.1428\ e^{-7t}\ + 0.00144\ e^{-0.1t}$$

انتظار داریم پاسخ پله روند صعودی داشته باشد و به حالت ماندگار نرسد. شکل زیر ، خروجی پاسخ پله سیستم را نشان میدهد. همانطور که مشاهده می شود ، قطب ناپایدار سیستم جبران نشده و به همین خاطر سیستم در نهایت ناپایدار باقی خواهد ماند.



شکل 4 - 9: خروجی سیستم ناپایدار برای کنترل کننده $C(s) = \frac{1}{s-0.1}$