



به نام خدا



دانشگاه تهران

دانشکده فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

## آزمایشگاه سیستمهای کنترل خطی

### آزمایش شماره 3

عارف نیک رفتار -- 810199507

کوثر اسدمسجدی -- 810199373

محمد تقی زاده -- 810198373

گروه 1

نیمسال دوم 1402-03

## فهرست

عنوان	شماره صفحه
چکیده	3
بخش 1	4
بخش 2	5
بخش 3	7
بخش 2 - 3	25
بخش 4	29

## چکیده

در این پیش گزارش یاد گرفتیم چگونه با داشتن مداری متشکل از تقویت کننده عملیاتی و المان های الکتریکی دیگر به توابع تبدیل مختلف برسیم. و در این آزمایش به صورت عملی این کار را انجام می دهیم.

در بخش اول و دوم آزمایش به یک سیستم ساده که از نوع مرتبه اول می باشد می پردازیم و می بینیم که از یک تقویت کننده عملیاتی و چند خازن و مقاومت پیاده سازی می شود.

اما در بخش سوم کمی مدار پیچیده تری داریم که از نوع مرتبه دوم می باشد. لذا این مدار دارای دو تقویت کننده عملیاتی می باشد و همچنین به دلیل داشتن فیدبک منفی در این مدار نیاز به یک تقویت کننده دیگر و بستن مدار تفریق کننده داریم.

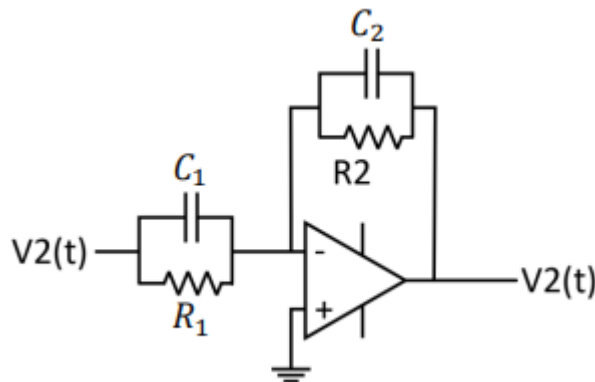
در بخش چهارم نیز سعی می کنیم با استفاده از دو بلوک انتگرال گیر و حلقه فیدبک یک مدار نوسانی طراحی و پیاده سازی کنیم و به بررسی آن پردازیم.

## بخش 1 و 2

تابع تبدیل داده شده در دستور کار به صورت زیر میباشد:

$$G(s) = -\frac{2}{0.1s+1}$$

همانطور که در پیش گزارش نتیجه گرفتیم مدار یک تابع تبدیل درجه 1 به صورت زیر می باشد و ما مقادیر را همانگونه که در پیش گزارش بدست آوردیم بدست می آوریم:



تصویر 1: شماتیک مدار تقویت کننده در پیش گزارش 3

بدست آوردن مقادیر مدار الکتریکی:

$$G(s) = -\frac{R_2 R_1 C_1 s + 1}{R_1 R_2 C_2 s + 1} = -\frac{2}{0.1s + 1} \rightarrow C_1 = 0, C_2 = 100nF$$

$$\frac{\frac{R_2}{R_1}}{R_2 C_2 s + 1} = \frac{2}{0.1s + 1} \rightarrow R_2 C_2 = 0.1 \rightarrow R_1 = 0.5M\Omega, R_2 = 1M\Omega$$

این مدار مطابق تصویر 1 بسته شد و نتایج به صورت زیر بدست آمده اند:



## محاسبات نظری:

(1) ثابت زمانی:

با گرفتن لاپلاس از تابع تبدیل میتوانیم مقدار ثابت زمانی را بدست آوریم:

$$-\frac{2}{0.1s+1} \xrightarrow{L} -20e^{-10t} \rightarrow \tau = 0.1s$$

(2) بهره حالت ماندگار:

در این مرحله ورودی سیستم یک شکل موج مربعی با دامنه 2 ولت می باشد لذا تبدیل لاپلاس آن برابر  $2/s$  می باشد، حال داریم:

$$Y(s) = \frac{-4}{0.1s^2+s} = \frac{4}{s} - \frac{4}{s+10} \rightarrow \text{inverse laplace} = 4u(t) - 40e^{-10t}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} 4u(t) - 40e^{-10t} = 4 \rightarrow \text{بهره حالت ماندگار} = -2$$

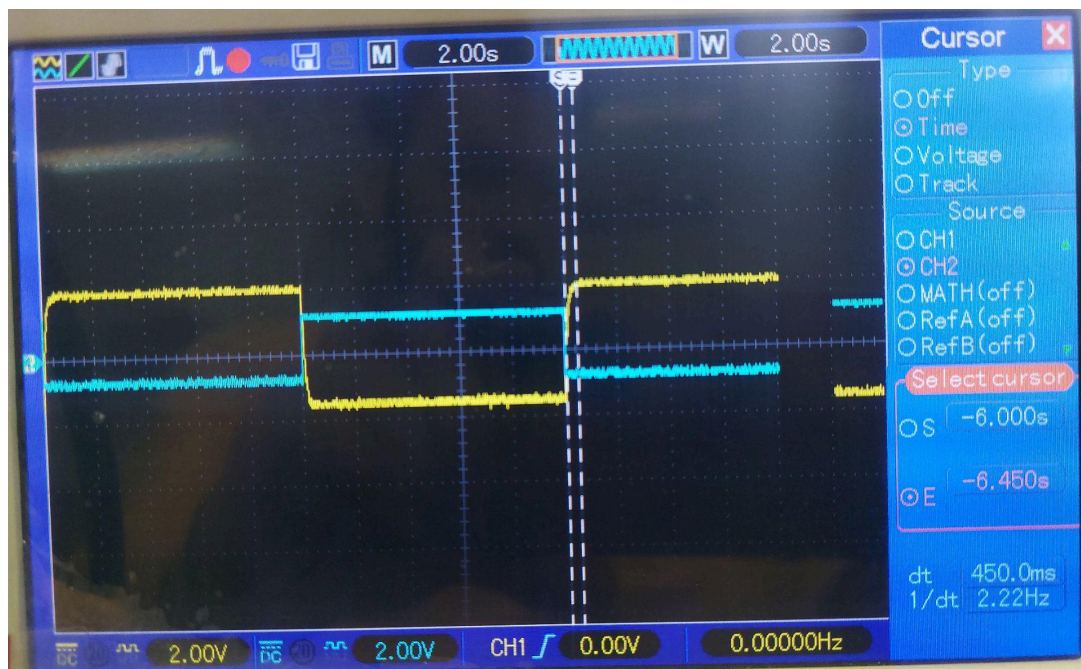
## محاسبات عملی از نتایج آزمایش:

(1) ثابت زمانی:

انتظار داریم پس از گذشت یک ثابت زمانی، پاسخ به 0.63 مقدار نهایی خود برسد:

$$0.63 \times 4 = 2.5V$$

در تصویر 2 مشاهده میشود که در زمان 100-200 میلی ثانیه به مقدار 2.5 ولت می رسیم که تقریباً با مقداری که در محاسبات نظری انجام دادیم همخوانی دارد.



تصویر 2

بهره حالت ماندگار نیز همانطور که در تصویر 2 واضح است برابر -2 می باشد.

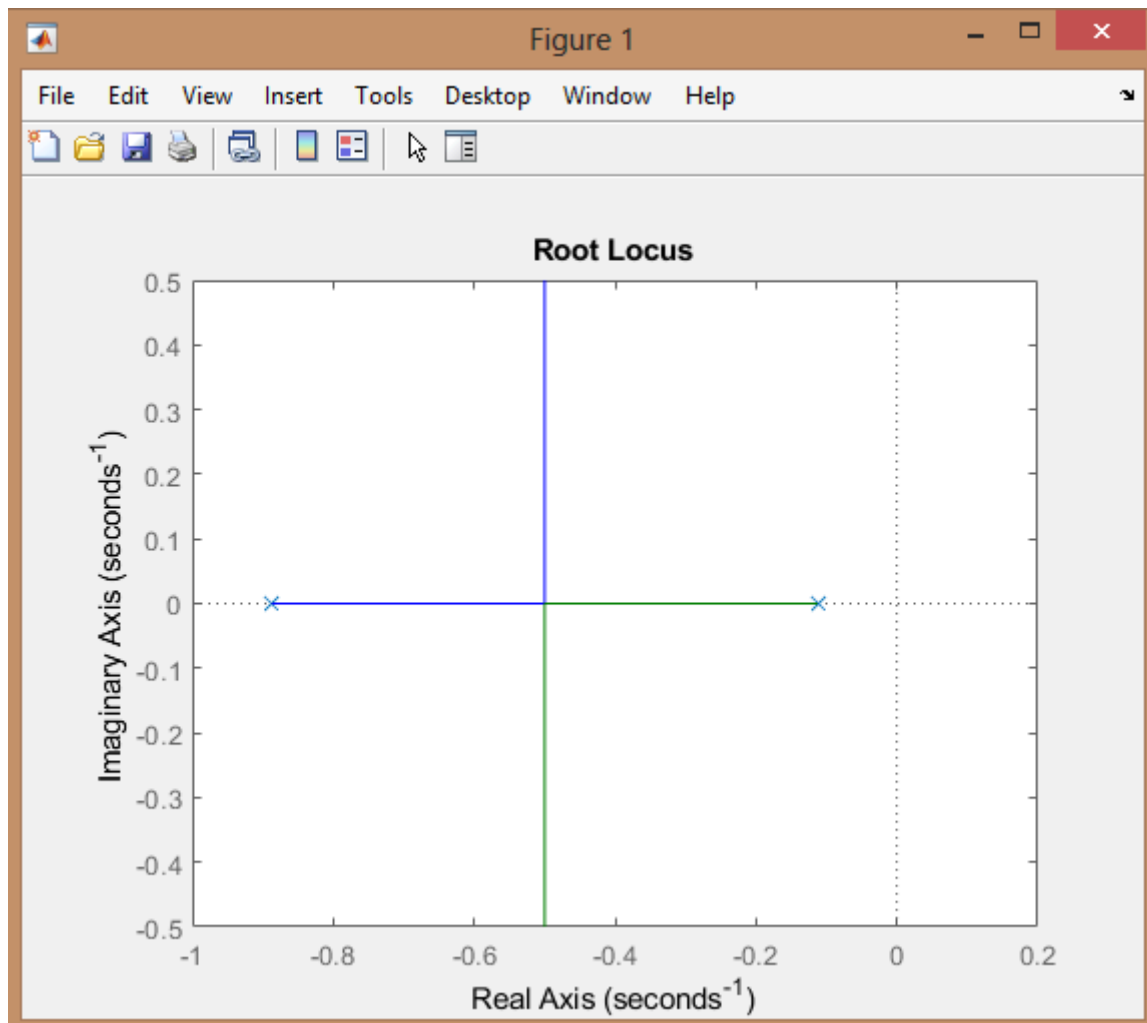
3) بهره حالت ماندگار:

در شکل 2 نیز واضح است که مقدار حالت ماندگار خروجی -2 برابر مقدار ورودی می باشد و با مقدار نظری همخوانی دارد.

اندازه گیری عملی	مقدار نظری	
0.115	0.1	ثابت زمانی (ثانیه) - T
-2	-2	بهره حالت ماندگار - K

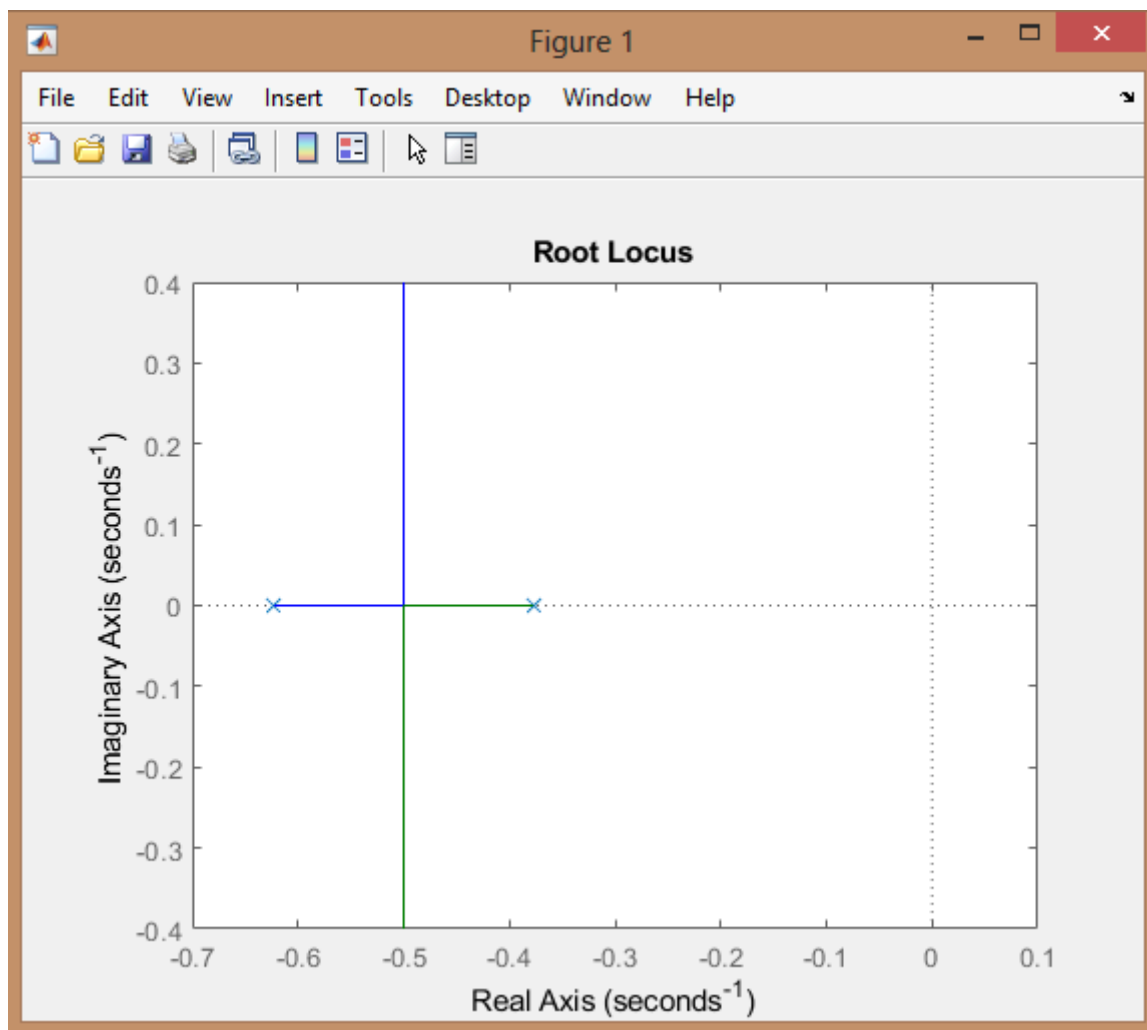
جدول 1: جدول مقایسه مقادیر نظری و عمل

$K = 0.1$



مکان هندسی ریشه های سیستم به ازای  $K = 0.1$

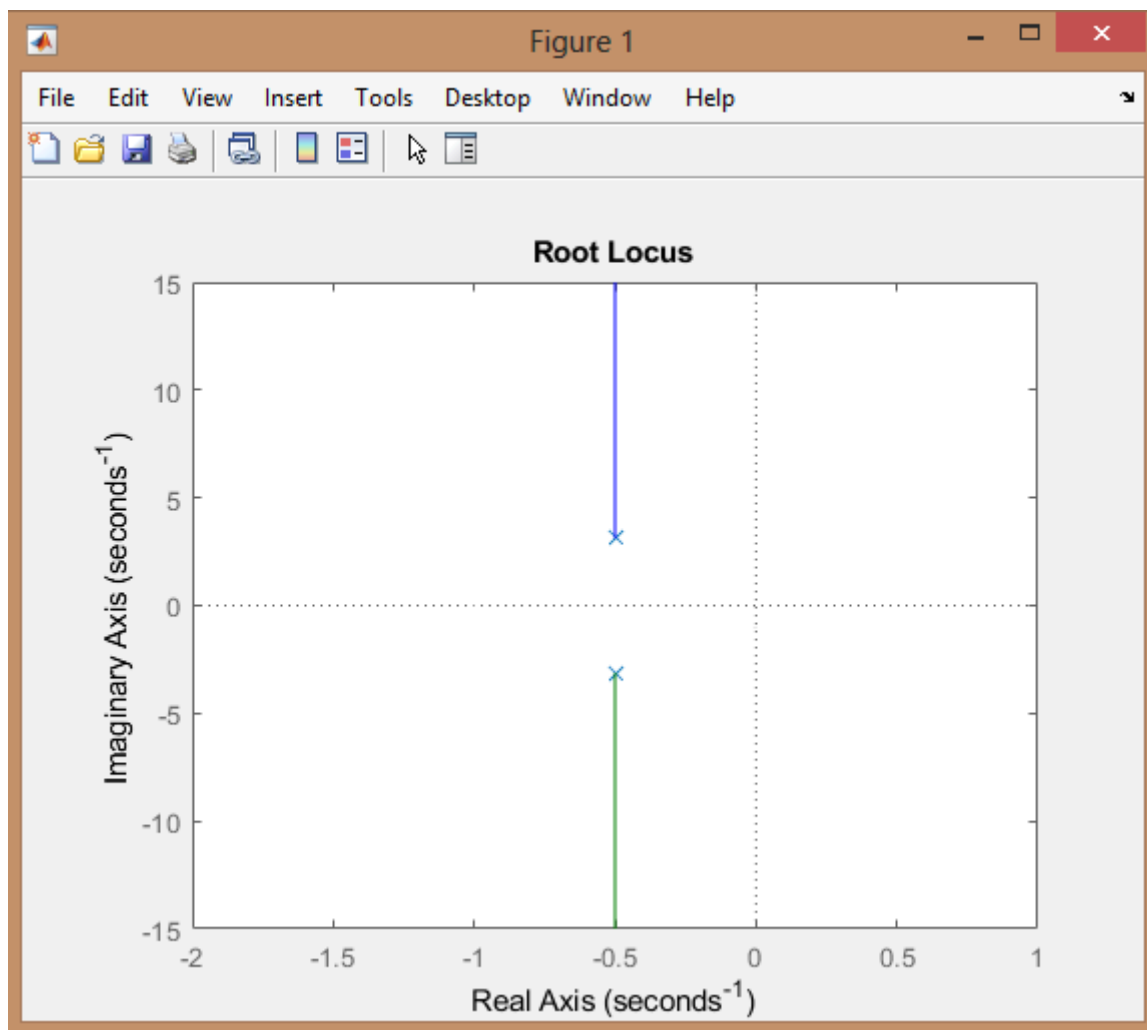
$K = 0.235$



مکان هندسی ریشه های سیستم به ازای  $K = 0.235$



$K = 10$



مکان هندسی ریشه های سیستم به ازای  $K = 10$

حال برای سیستم داده شده براساس حالت های مختلف K، مقادیر خواسته شده را بدست آورده و جدول خواسته شده را براساس مقادیر بدست آورده پر می کنیم.

**K = 0.1**

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.1}{s^2 + s + 0.1} \rightarrow \omega_n^2 = 0.1 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{0.1}, \quad 2\zeta\omega_n = 1$$

$$\Rightarrow \zeta = \frac{1}{2 \times \sqrt{0.1}} = 1.581 > 1$$

در نتیجه سیستم فوق میرا می باشد و پاسخ گذرای سیستم نوسانی نیست.

#### 1. قطب های سیستم:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.1}{s^2 + s + 0.1} \rightarrow s^2 + s + 0.1 = 0 \rightarrow [p_1 = -0.1127, p_2 = -0.8872]$$

که این قطب ها در تصویر مربوط به مکان هندسی ریشه ها مربوط به K = 0.1 نیز دیده می شود.

#### 2. زمان خیز:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s} \times \frac{0.1}{s^2 + s + 0.1} = \frac{0.2}{s(s^2 + s + 0.1)}$$

$$L^{-1} \rightarrow y(t) = 0.2(10 + 1.45497e^{-0.887298t} - 11.455e^{-0.112702t})$$

$$\text{if } t \rightarrow \infty : C_{ss} \approx 2$$

با توجه به ضابطه بدست آمده، مقدار حالت ماندگار برابر 2 است، بنابراین 10% آن برابر 0.2 و 90% آن برابر 1.8 می باشد. حال زمان هایی که خروجی برابر این مقادیر می شود را بدست می آوریم:

$$0.1C_{ss} \approx 0.2 \rightarrow y(t) = 0.2 \Rightarrow t_{0.2} = 1.87$$

$$0.9C_{ss} \approx 1.8 \rightarrow y(t) = 1.8 \Rightarrow t_{1.8} = 21.636$$

$$\rightarrow t_r = t_{1.8} - t_{0.2} = 21.636 - 1.87 = 19.7660 \text{ sec}$$

#### 3. زمان نشست:

برای محاسبه این پارامتر، اولین جایی که مقدار سیستم به حدود 5 درصدی مقدار پایدار خودش می رسد را مشخص می کنیم:

$$0.05C_{ss} + C_{ss} = 1.05C_{ss} \rightarrow \text{non existent}$$

$$-0.05C_{ss} + C_{ss} = 0.95C_{ss} \rightarrow t_s = 27.786$$

#### 4. درصد فراجش:

$$M_p = 0$$

$$K = 0.235$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.235}{s^2 + s + 0.235} \rightarrow \omega_n^2 = 0.235 \Rightarrow \omega_n = 0.4847, 2\zeta\omega_n = 1$$

$$\Rightarrow \zeta \approx 1.031 > 1$$

در نتیجه سیستم فوق میرا می باشد و پاسخ گذرای سیستم نوسانی نیست.

### 1. قطب های سیستم:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0.235}{s^2 + s + 0.235} \rightarrow s^2 + s + 0.235 = 0 \rightarrow [p_1 = -0.3775, p_2 = -0.6224]$$

که این قطب ها در تصویر مربوط به مکان هندسی ریشه ها مربوط به  $K = 0.235$  نیز دیده می شود.

### 2. زمان خیز:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s} \times \frac{0.235}{s^2 + s + 0.235} = \frac{0.47}{s(s^2 + s + 0.235)}$$

$$L^{-1} \rightarrow y(t) = 0.47(4.25532 + 6.55847e^{-0.622474t} - 10.8138e^{-377526t})$$

$$\text{if } t \rightarrow \infty : C_{ss} \approx 2$$

با توجه به ضابطه بدست آمده، مقدار حالت ماندگار برابر 2 است، بنابراین 10% آن برابر 0.2 و 90% آن برابر

1.8 می باشد. حال زمان هایی که خروجی برابر این مقادیر می شود را بدست می آوریم:

$$0.1C_{ss} \approx 0.2 \rightarrow y(t) = 0.2 \Rightarrow t_{0.2} = 1.103$$

$$0.9C_{ss} \approx 1.8 \rightarrow y(t) = 1.8 \Rightarrow t_{1.8} = 8.353$$

$$\rightarrow t_r = t_{1.8} - t_{0.2} = 8.353 - 1.103 = 7.25 \text{ sec}$$

### 3. زمان نشست:

برای محاسبه این پارامتر، اولین جایی که مقدار سیستم به حدود 5 درصدی مقدار پایدار خودش می رسد را مشخص می کنیم:

$$0.05C_{ss} + C_{ss} = 1.05C_{ss} \rightarrow \text{non existent}$$

$$-0.05C_{ss} + C_{ss} = 0.95C_{ss} \rightarrow t_s = 10.272 \text{ sec}$$

### 4. درصد فراجش:

$$M_p = 0$$

$$K = 10$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{10}{s^2 + s + 10} \rightarrow \omega_n^2 = 10 \Rightarrow \omega_n = 3.162, 2\zeta\omega_n = 1$$

$$\Rightarrow \zeta \approx 0.158 < 1$$

در نتیجه سیستم فوق میرا می باشد و پاسخ گذرای سیستم نوسانی است.

### 1. قطب های سیستم:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{10}{s^2 + s + 10} \rightarrow s^2 + s + 10 = 0 \rightarrow [p_1 = -0.5 + 3.122i, p_2 = -0.5 - 3.122i]$$

که این قطب ها در تصویر مربوط به مکان هندسی ریشه ها مربوط به  $K = 10$  نیز دیده می شود.

### 2. زمان خیز:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{2}{s} \times \frac{10}{s^2 + s + 10} = \frac{20}{s(s^2 + s + 10)}$$

$$L^{-1} \rightarrow y(t) = 20 \left( \frac{1}{10} - \frac{e^{-\frac{t}{2}} \left( \sqrt{39} \cos\left(\frac{\sqrt{39}t}{2}\right) + \sin\left(\frac{\sqrt{39}t}{2}\right) \right)}{10\sqrt{39}} \right)$$

$$\text{if } t \rightarrow \infty : C_{ss} \approx 2$$

با توجه به ضابطه بدست آمده، مقدار حالت ماندگار برابر 2 است، بنابراین 10% آن برابر 0.2 و 90% آن برابر 1.8 می باشد. حال زمان هایی که خروجی برابر این مقادیر می شود را بدست می آوریم:

$$0.1C_{ss} \approx 0.2 \rightarrow y(t) = 0.2 \Rightarrow t_{0.2} = 0.146$$

$$0.9C_{ss} \approx 1.8 \rightarrow y(t) = 1.8 \Rightarrow t_{1.8} = 0.513$$

$$\rightarrow t_r = t_{1.8} - t_{0.2} = 0.513 - 0.146 = 0.367 \text{ sec}$$

### 3. زمان نشست:

برای محاسبه این پارامتر، اولین جایی که مقدار سیستم به حدود 5 درصدی مقدار پایدار خودش می رسد را مشخص می کنیم:

$$0.05C_{ss} + C_{ss} = 1.05C_{ss} \rightarrow t_{s1} = 5.019$$

$$-0.05C_{ss} + C_{ss} = 0.95C_{ss} \rightarrow t_{s2} = 4.54$$

$$\rightarrow \max\{t_{s1}, t_{s2}\} = t_{s1} = 5.019 \text{ sec}$$

### 4. درصد فراجهش:

$$M_p = \frac{c(t_p) - C_{ss}}{C_{ss}} = \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = \exp\left(-\frac{0.158\pi}{\sqrt{1-0.158^2}}\right) = 0.6049 \approx 60\%$$

بعد از محاسبه مقادیر به صورت تئوری، جدول 2 (متناظر با مقادیر نظری) را به شکل زیر کامل می کنیم:

درصد فرجهش	زمان نشست (ثانیه)	زمان خیز (ثانیه)	قطب ها	$\frac{K}{s^2+s+K}$
0	27.786	19.766	$p_1 = -0.1127$ $p_2 = -0.8872$	K=0.1
0	10.272	7.25	$p_1 = -0.3775$ $p_2 = -0.6224$	K=0.235
60%	5.019	0.367	$p_1 = -0.5 + 3.122i$ $p_2 = -0.5 - 3.122i$	K=10

حال برای پیاده سازی این سیستم ها به صورت عملی با استفاده از مقاومت و خازن ها، باید مقادیر مربوط به مقاومت و خازن ها را محاسبه کنیم:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+1)} = \left(-\frac{1}{s}\right)\left(-\frac{K}{s+1}\right)$$

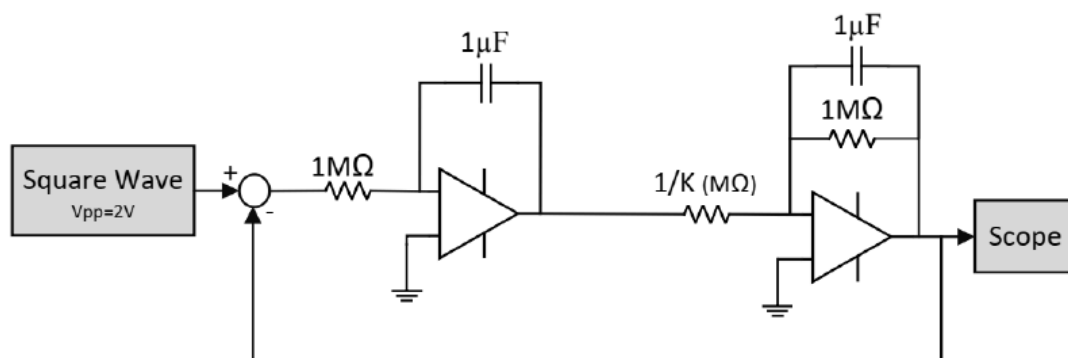
در حقیقت یک تقویت کننده انتگرال گیر و یک تابع تبدیل  $\frac{K}{s+1}$  داریم:

$$G_1(s) = -\frac{1}{s} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1} \rightarrow C_1 = 0, R_2 = \infty \text{ (مدار باز)}, R_1 = 1M\Omega, C_2 = 1\mu F$$

$$G_2(s) = -\frac{1}{s+1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1} \rightarrow C_1 = 0$$

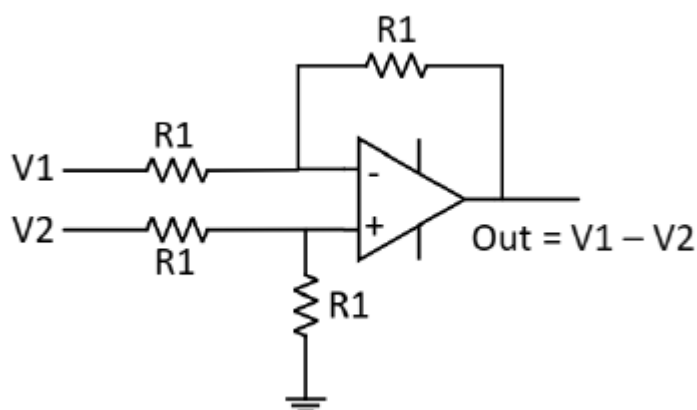
$$\frac{K}{s+1} = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{R_2 C_2 s + 1} \rightarrow R_2 = 1M\Omega, C_2 = 1\mu F, R_1 = \frac{1}{K}(M\Omega)$$

حال به ازای  $K$  های مختلف، مقاومت  $R_1$  را تغییر داده و خروجی سیستم را روی اسیلوسکوپ نمایش می دهیم.



مدار مربوط به پیاده سازی سیستم به ازای  $K$  های مختلف

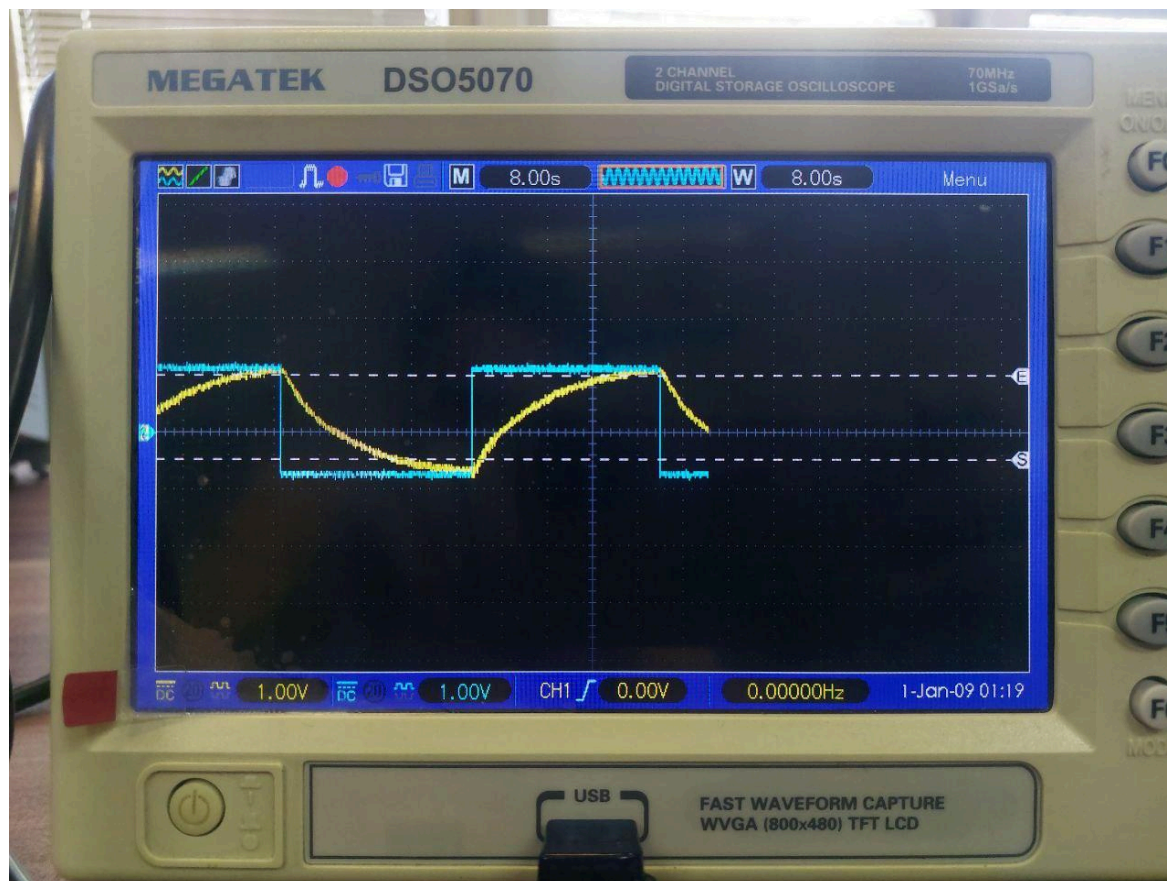
برای پیاده سازی جمع و تفریق کننده در سیستم فوق، از مدار شکل زیر استفاده می کنیم:



مدار تفریق کننده مورد نیاز برای فیدبک

$$K = 0.1 \rightarrow R_1 = 10M\Omega$$

با پیاده سازی سیستم به ازای  $K = 0.1$ ، خروجی به صورت زیر خواهد بود که همان طور که انتظار داشتیم خروجی به صورت غیر نوسانی، میرا است:



خروجی به ازای  $K = 0.1$   
همان طور که در تصویر فوق مشخص است، مقدار فراجش صفر است.



زمان خیز به ازای  $K = 0.1$

همان طور که در تصویر فوق مشخص کردیم، زمان خیز برابر 18 ثانیه است که به مقدار بدست آمده از محاسبات نظری (19.766 ثانیه) نزدیک است.



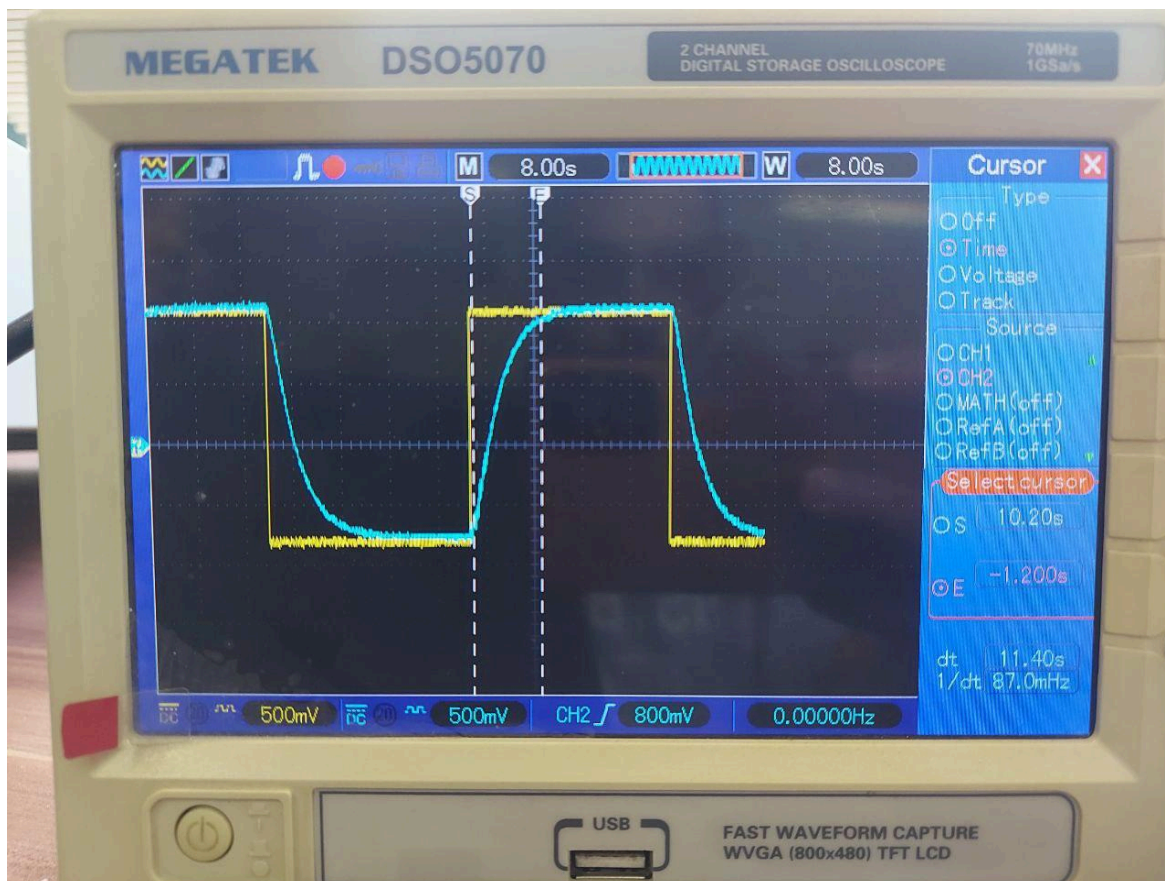


زمان نشست به ازای  $K = 0.1$

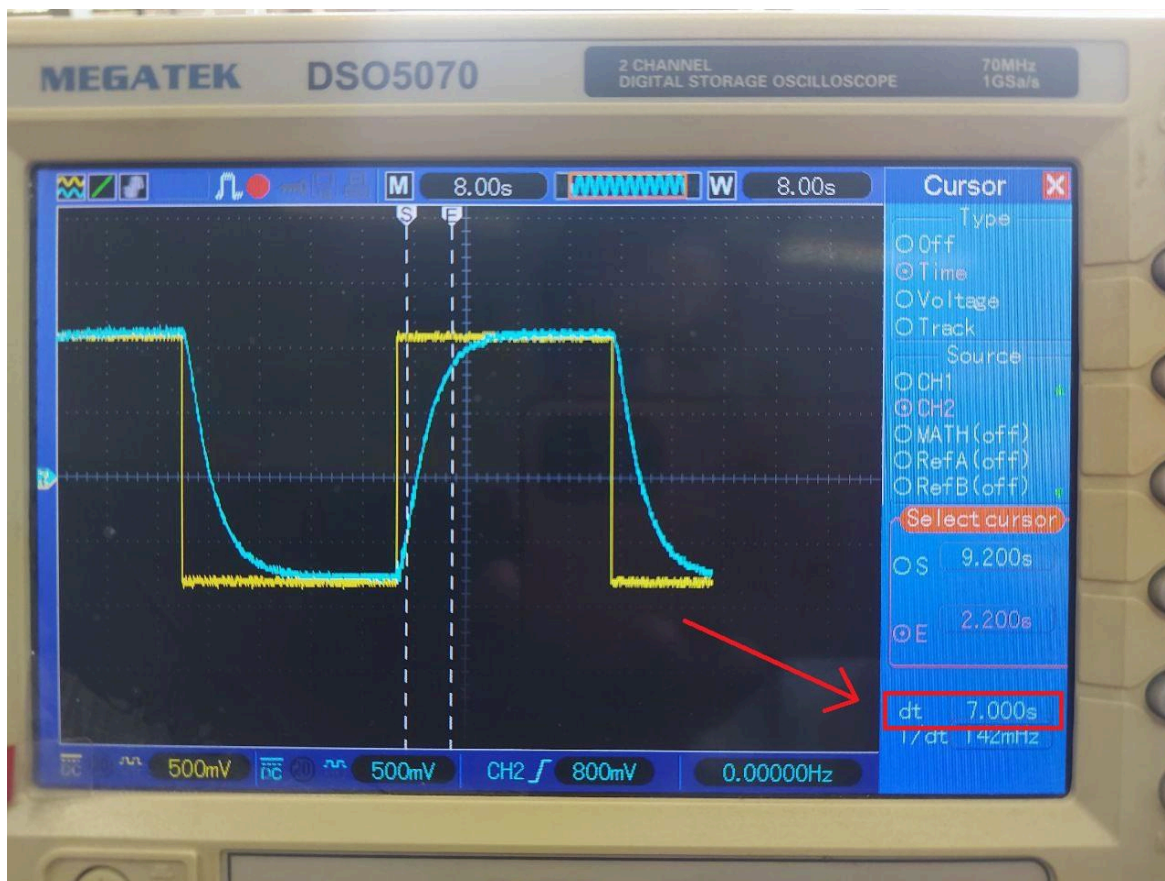
همان طور که در تصویر فوق مشخص کردیم، زمان نشست برابر 23 ثانیه است که به مقدار بدست آمده از محاسبات نظری (27.786 ثانیه) نزدیک است.

$$K = 0.235 \rightarrow R_1 = 4.2553 M\Omega$$

با پیاده سازی سیستم به ازای  $K = 0.235$ ، خروجی به صورت زیر خواهد بود که همان طور که انتظار داشتیم خروجی به صورت غیر نوسانی، میرا است:

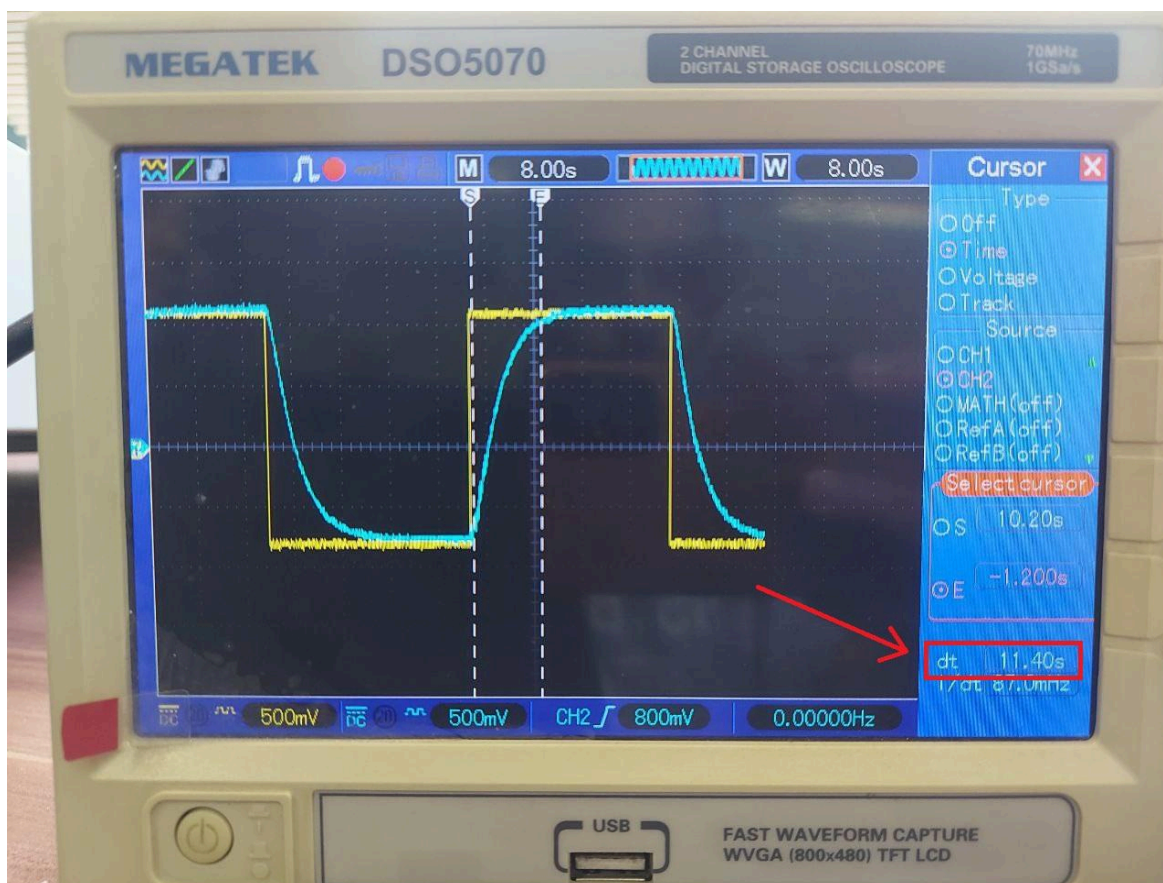


خروجی به ازای  $K = 0.235$  همان طور که در تصویر فوق مشخص است، مقدار فراجش صفر است.



زمان خیز به ازای  $K = 0.235$

همان طور که در تصویر فوق مشخص کردیم، زمان خیز برابر 7 ثانیه است که به مقدار بدست آمده از محاسبات نظری (7.25 ثانیه) نزدیک است.



زمان نشست به ازای  $K = 0.235$

همان طور که در تصویر فوق مشخص کردیم، زمان نشست برابر 11.4 ثانیه است که به مقدار بدست آمده از محاسبات نظری (10.272 ثانیه) نزدیک است.



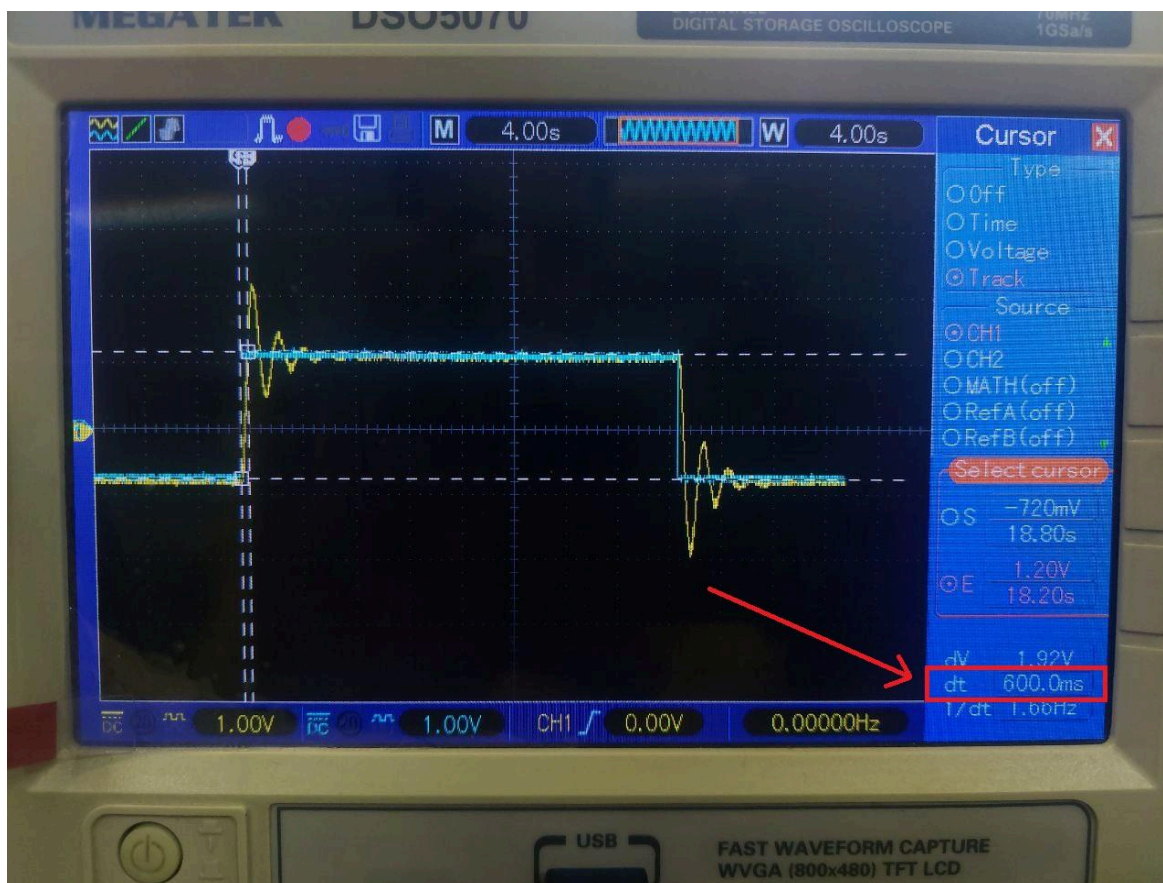
$$K = 10 \rightarrow R_1 = 100K\Omega$$

با پیاده سازی سیستم به ازای  $K = 100$ ، خروجی به صورت زیر خواهد بود که همان طور که انتظار داشتیم خروجی به صورت نوسانی، میرا شونده است:



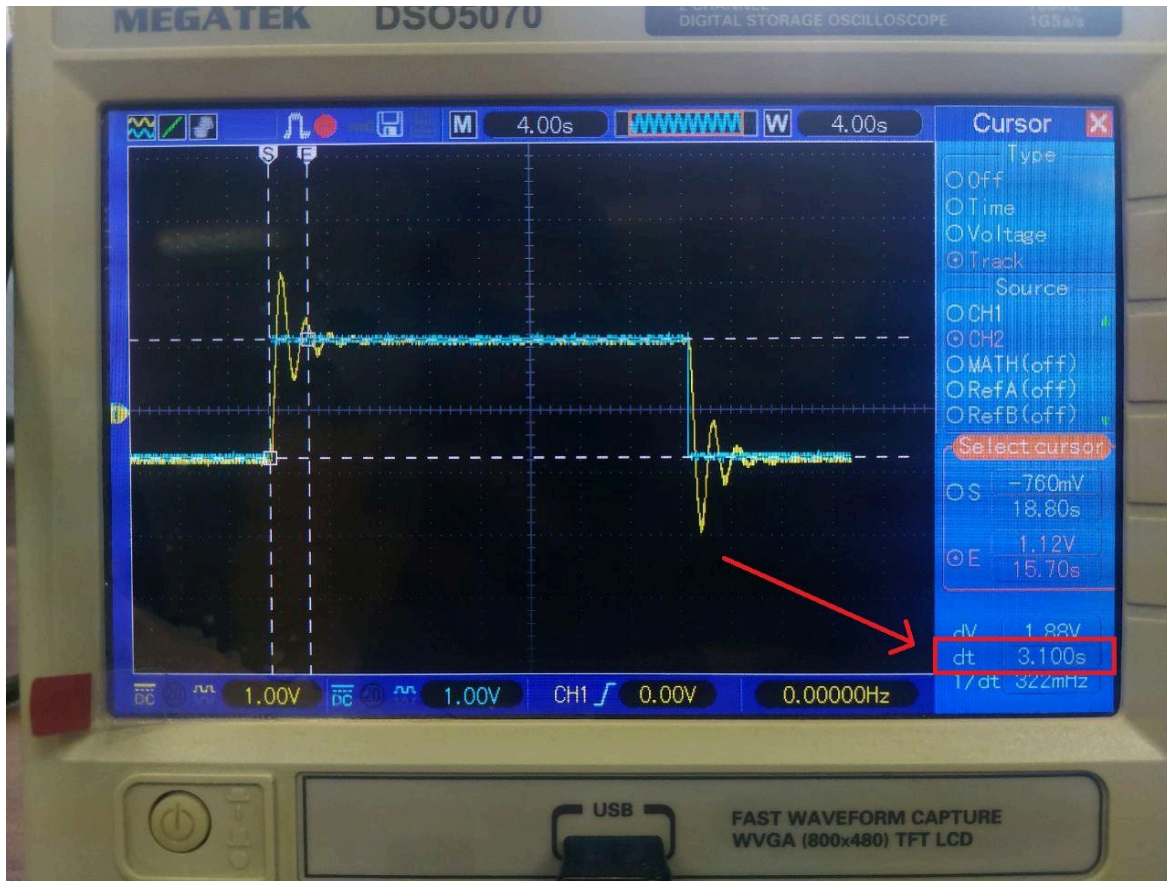
خروجی به ازای  $K = 10$

همان طور که در تصویر فوق مشخص است، در زمان فراجش، پیک به اندازه 1 ولت از حالت ماندگار بالاتر می رود. در نتیجه فراجش برابر  $\frac{1}{2}$  و به میزان 50% می باشد که به مقدار بدست آمده از محاسبات نظری (60%) نزدیک است. البته اگر بهتر و دقیق تر اندازه می گرفتیم مقدار بدست آمده به 60% بیشتر نزدیک می شد.



زمان خیز به ازای  $K = 10$

همان طور که در تصویر فوق مشخص کردیم، زمان خیز برابر 0.6 ثانیه است که به مقدار بدست آمده از محاسبات نظری (0.367 ثانیه) همخوانی دارد. البته اگر بهتر و دقیق تر اندازه می‌گرفتیم مقدار بدست آمده به 0.367 ثانیه بیشتر نزدیک می‌شد.



زمان نشست به ازای  $K = 10$

همان طور که در تصویر فوق مشخص کردیم، زمان نشست برابر 3.1 ثانیه است که با مقدار بدست آمده از محاسبات نظری (5.019 ثانیه) همخوانی دارد. البته اگر بهتر و دقیق تر اندازه می‌گرفتیم مقدار بدست آمده به 5.019 ثانیه بیشتر نزدیک می‌شد.

حال بر اساس نتایج بدست آمده از نمودارهای بدست آمده از اسیلوسکوپ، جدول 3 (مربوط به آزمایش های عملی) را به شکل زیر کامل می کنیم:

درصد فراجش	زمان نشست (ثانیه)	زمان خیز (ثانیه)	قطب ها	$\frac{K}{s^2+s+K}$
0	23	18	$p_1 = -0.1127$ $p_2 = -0.8872$	K=0.1
0	11.4	7	$p_1 = -0.3775$ $p_2 = -0.6224$	K=0.235
50%	3.1	0.6	$p_1 = -0.5 + 3.122i$ $p_2 = -0.5 - 3.122i$	K=10



## خطای حالت دائم سیستم به ورودی شیب:

با دادن ورودی مثلثی با ویژگی های گفته شده به سیستم، می توان گفت که برای محاسبه خطا، باید خطای سیستم به ورودی شیب (ramp) را بدست آوریم. چون در واقع ورودی مثلثی معادل با شیب واحد است. طبق رابطه زیر، خطای سیستم را بدست می آوریم:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \times \frac{1}{s^2} \times \frac{1}{1+G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \times \frac{1}{1+G(s)}$$

$$K = 0.1$$

$$\rightarrow e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \times \frac{1}{1+G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \times \frac{1}{1+\frac{0.1}{s(s+1)}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+1}{s^2+s+0.1} = 10$$

$$\rightarrow e_{ss} = 10$$

پاسخ بدست آمده در صورتی درست است که شیب ورودی اعمال شده، 1 باشد. اما با توجه به تصویر زیر،

مشاهده می شود که شیب ورودی تقریباً برابر با  $\frac{0.928}{50}$  است که باعث می شود که خطای حالت ماندگار در پیاده سازی مداری برابر با  $10 \times \frac{0.928}{50} = \frac{0.928}{5} = 0.1856 V$  شود.



شیب ورودی مثلثی

در تصویر زیر، نمودار صورتی رنگ بیانگر اختلاف خروجی از ورودی می باشد که با توجه به آن، مقدار خطا برابر  $0.2V$  می باشد که به خطایی که به صورت نظری بدست آوردیم ( $0.1856 V$ ) نزدیک است.



خروجی سیستم و ورودی مثلی به ازای  $K = 0.1$

خطای حالت ماندگار به ازای  $K = 0.1$ :

$$e_{ss} \text{ نظری} = \frac{0.928}{5} = 0.1856$$

$$e_{ss} \text{ عملی} = 0.2$$

**K = 0.33**

$$\rightarrow e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \times \frac{1}{1+G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} \times \frac{1}{1+\frac{0.33}{s(s+1)}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s+1}{s^2+s+0.33} \approx 3.03$$

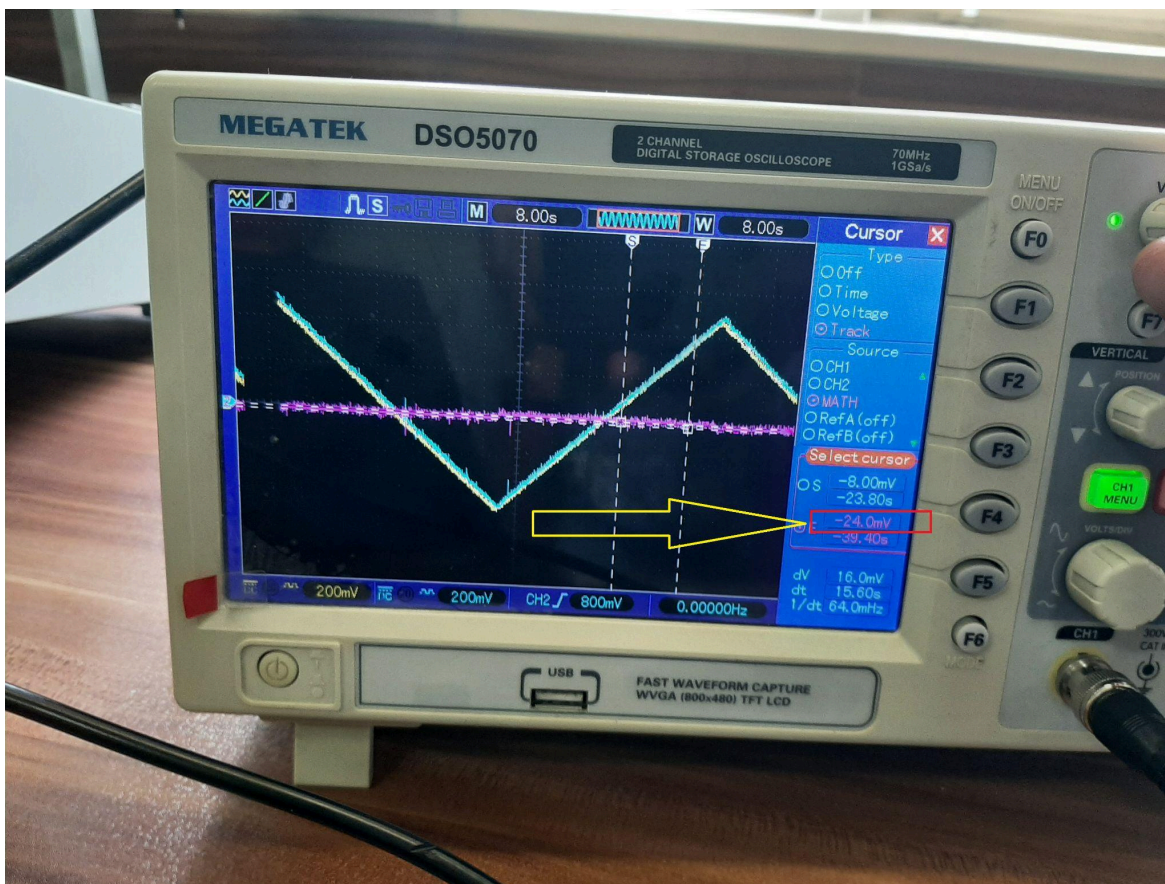
$$\rightarrow e_{ss} \approx 3.03$$

برای پیاده سازی مدار این قسمت از مقاومت  $\frac{1}{K} = 300k$  استفاده می کنیم.

پاسخ بدست آمده در صورتی درست است که شیب ورودی اعمال شده، 1 باشد. اما مشابه حالت  $K = 0.1$ ،

مشاهده می شود که شیب ورودی تقریباً برابر با  $\frac{0.928}{50}$  است که باعث می شود که خطای حالت ماندگار در پیاده سازی مداری برابر با  $0.0562 V = 3.03 \times \frac{0.928}{50}$  شود.

در تصویر زیر، نمودار صورتی رنگ بیانگر اختلاف خروجی از ورودی می باشد که با توجه به آن، مقدار خطا برابر  $0.024 V$  می باشد که با خطایی که به صورت نظری بدست آوردیم ( $0.0562 V$ ) همخوانی دارد. البته اگر بهتر و دقیق تر اندازه می گرفتیم مقدار بدست آمده به  $0.0562 V$  بیشتر نزدیک می شد.



خروجی سیستم و ورودی مثلی به ازای  $K = 0.33$

خطای حالت ماندگار به ازای  $K = 0.33$ :

$$e_{ss} \text{ نظری} = 3.03 \times \frac{0.928}{5} = 0.0562$$

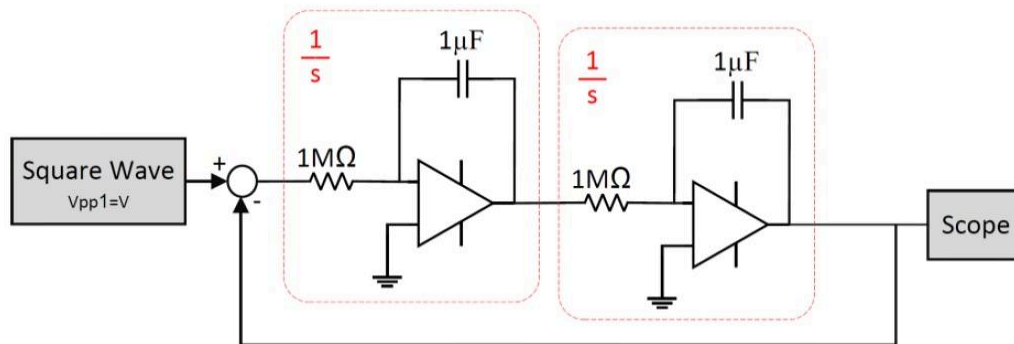
$$e_{ss} \text{ عملی} = 0.024$$

رابطه ای که بین خطا و مقدار پارامتر  $K$  وجود دارد این است که هر چه مقدار  $K$  بزرگتر باشد مقدار خطا به شیب واحد کوچکتر خواهد شد. در شکل نمودارهای خروجی نیز مشاهده می کنیم که برای حالت دوم که مقدار  $K$  بزرگتر شده است دامنه نمودار خطای رسم شده کوچکتر است پس نتایج بدست آمده با پیاده سازی های انجام شده مطابقت دارند.



## بخش 4

این سیستم را با قرار دادن دو انتگرال گیر به عنوان سیستم حلقه باز و یک حلقه فیدبک واحد منفی میسازیم. تصویر زیر پیاده سازی این بخش را نشان میدهد.



پیاده سازی مدار نوسان ساز

پاسخ پله سیستم، مطابق با تصویر زیر می باشد:



خروجی نوسان ساز به ورودی پله

حال خروجی را به صورت تئوری نیز بدست می آوریم:

$$\text{step response} = \frac{1}{s} \times \frac{1}{s^2+1} = \frac{1}{s^3+s}$$

$$L^{-1} \rightarrow 1 - \cos(t) = u(t) - \cos(t)$$

رابطه بدست آمده، یک نوسانی نامیرا است، ولی همان طور که در تصویر فوق مشاهده شد، خروجی نوسانی میرا شده است. علت این اتفاق، غیر ایده آل بودن خازن ها و وجود مقاومت های درونی آنهاست که باعث اتلاف انرژی می شود.