به نام خدا

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آزمایشگاه سیستم های کنترل خطی

گزارش آزمایش 2

گروه 1

عارف نیک رفتار -- 810199507

کوثر اسدمسجدی -- 810199373

محمد تقی زاده -- 810198373

نیمسال دوم 03-1402

فهرست

چکیده

در این آزمایش با عملکرد موتور DC و کاربرد کنترل در مدلسازی سیستم های مکانیکی آشنا شدیم.
همچنین با استفاده از محیط متلب و کتابخانه simscape با روش های مختلف مدلسازی کنیم.

-در بخش دوم با استفاده از معادلات دیفرانسیل بلوک دیاگرام آن را بدست می آوریم و با استفاده از

پاسخ سیستم به ولتاژ ورودی را رسم میکنیم.

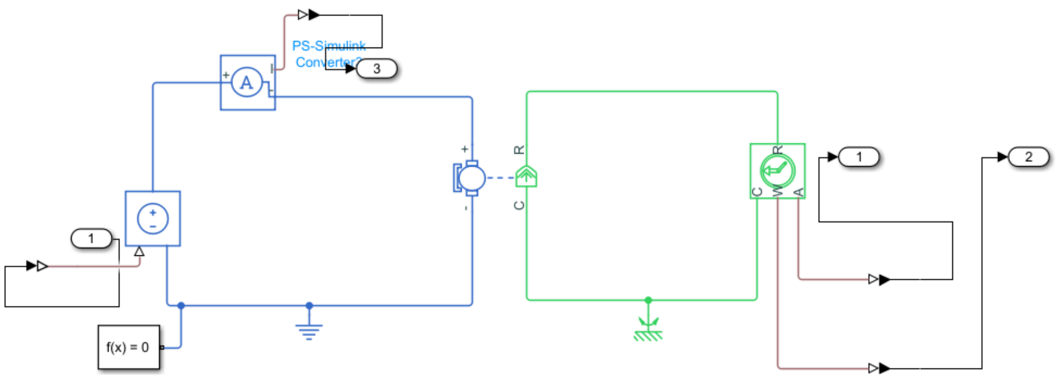
-در بخش سوم نیز به دو شکل مدلسازی موتور DC را انجام میدهیم. روش اول استفاده از دستور ode45 برای حل معادله دیفرانسیل حوزه زمان و روش دیگر استفاده از لاپلاس معادلات دیفرانسیل و بدست آوردن تابع تبدیل و مشاهده خروجی.

- در بخش چهارم مدلسازی موتور را در بخش simscape پیش بردیم و با استفاده از بلوک های این کتابخانه این کار را انجام دادیم.

- در بخش اخر نیز چهار سیستم مکانیکی را مدلسازی میکنیم با استفاده از simMechanics و سپس با نتایج حل تئوری مقایسه می نماییم.

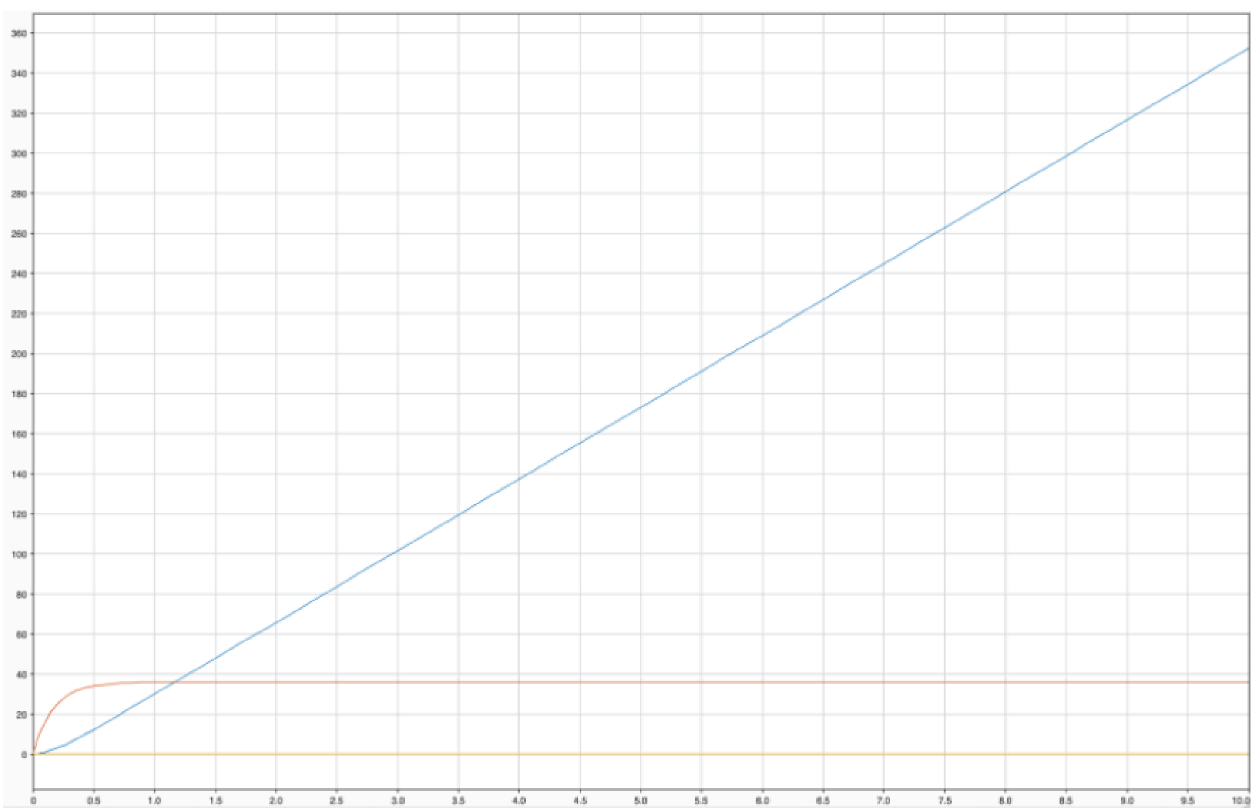
بخش 1: مباحث نظری مربوط به آزمای ش و محاسبه مدل ریاضی موتور

موتور dc را با کمک simscape شبیه سازی میکنیم.



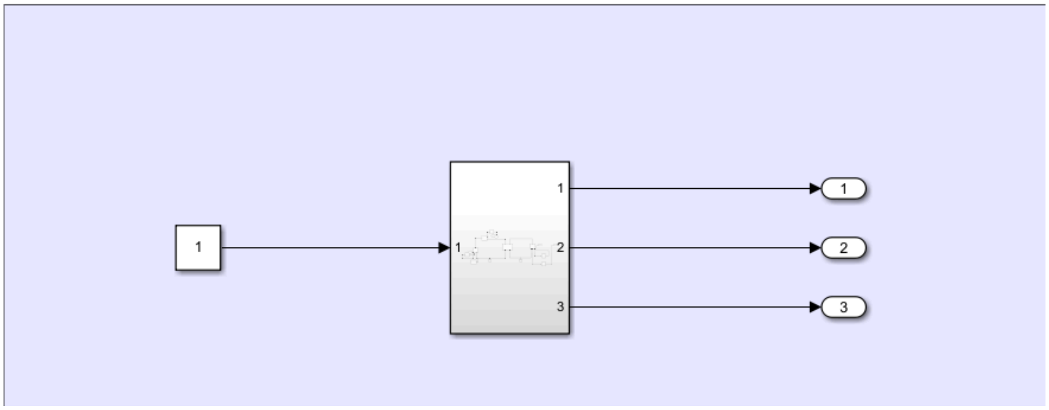
شکل 1-1: مدل موتور DC با استفاده از Simscape

نتیجه شبیه سازی:

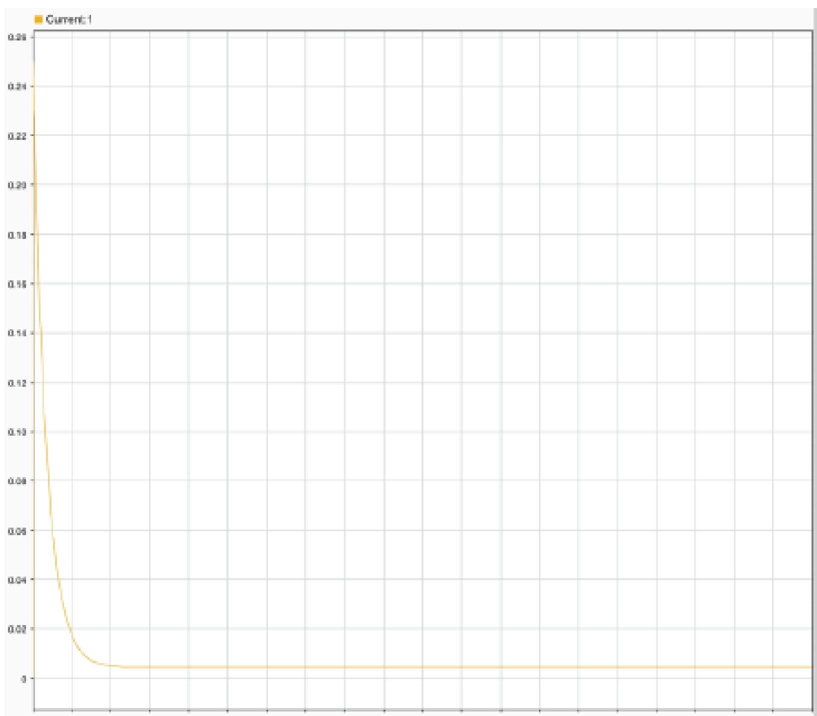


شکل 2-1: نتایج شبیه سازی مدل موتور DC

حال مدل بالا را به یک سیستم تبدیل کرده و به آن ورودی Constant میدهیم.



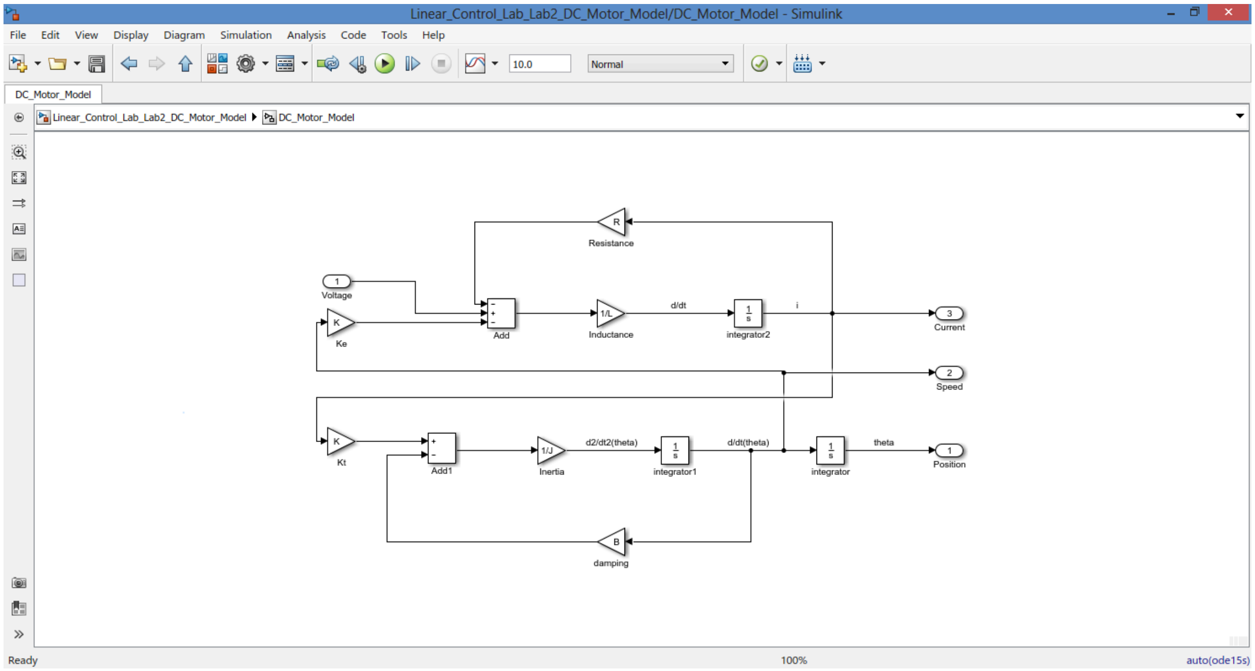
شکل 3-1: مدل subsystem موتور DC با استفاده از Simscape



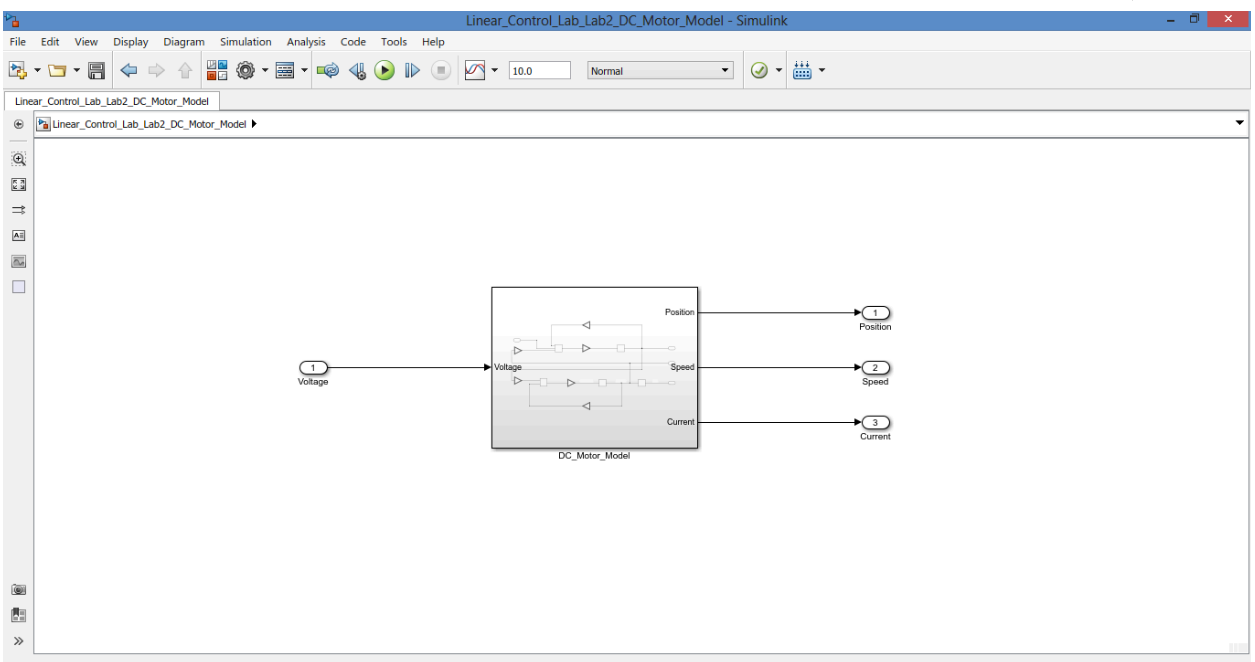
شکل 4-1:سیگنال های جریان آرمیچر

بخش2: شبیه سازی معادلات دیفرانسیل در محیط MATLAB/Simulink

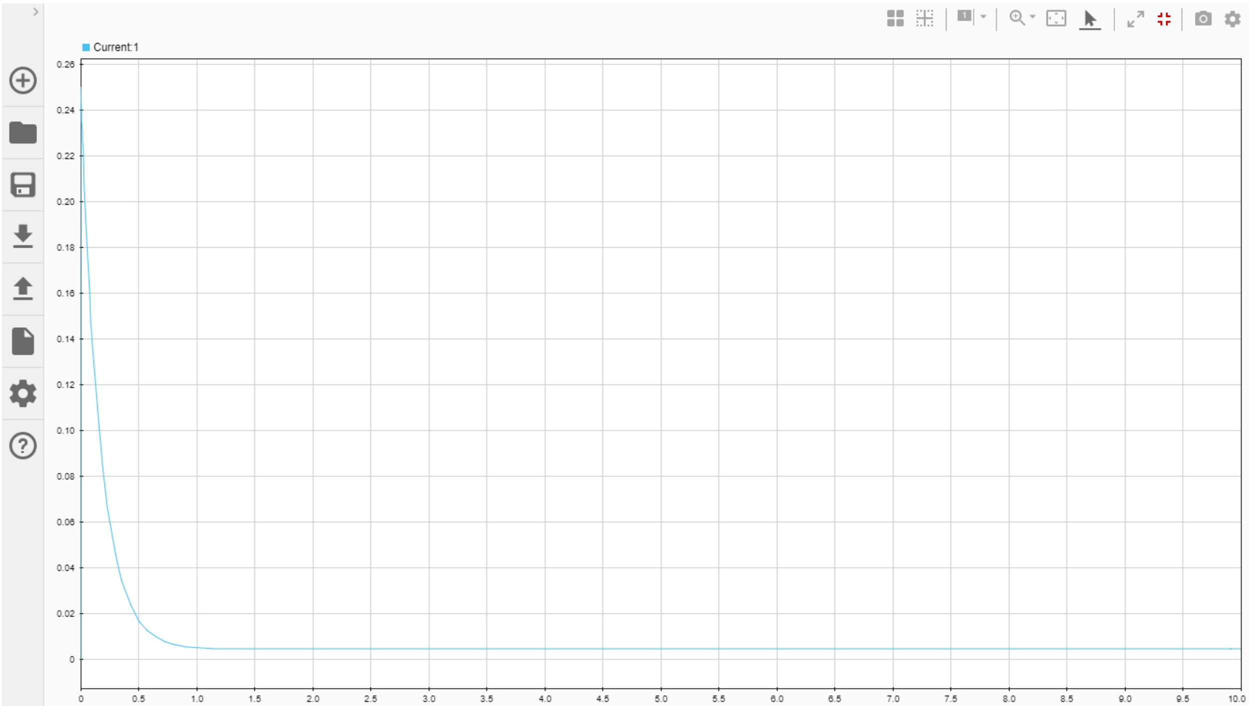
مدل موتور DC در محیط MATLAB/Simulink:



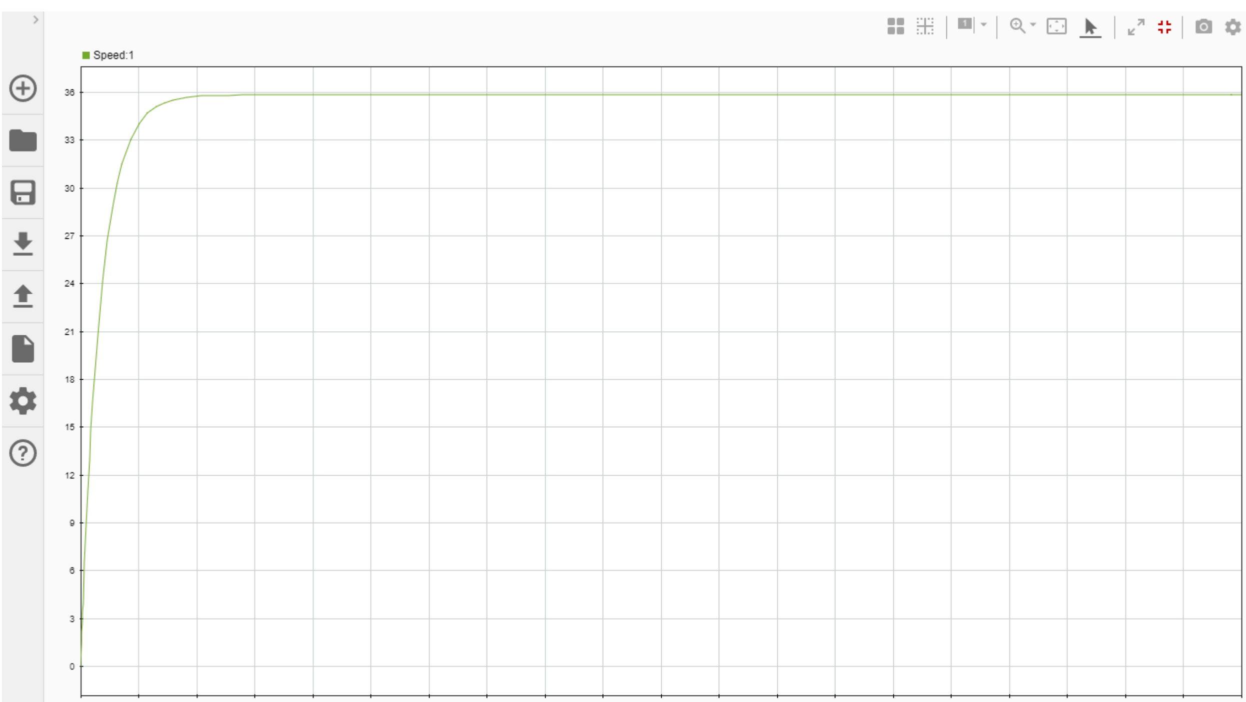
زیر سیستم موتور DC:



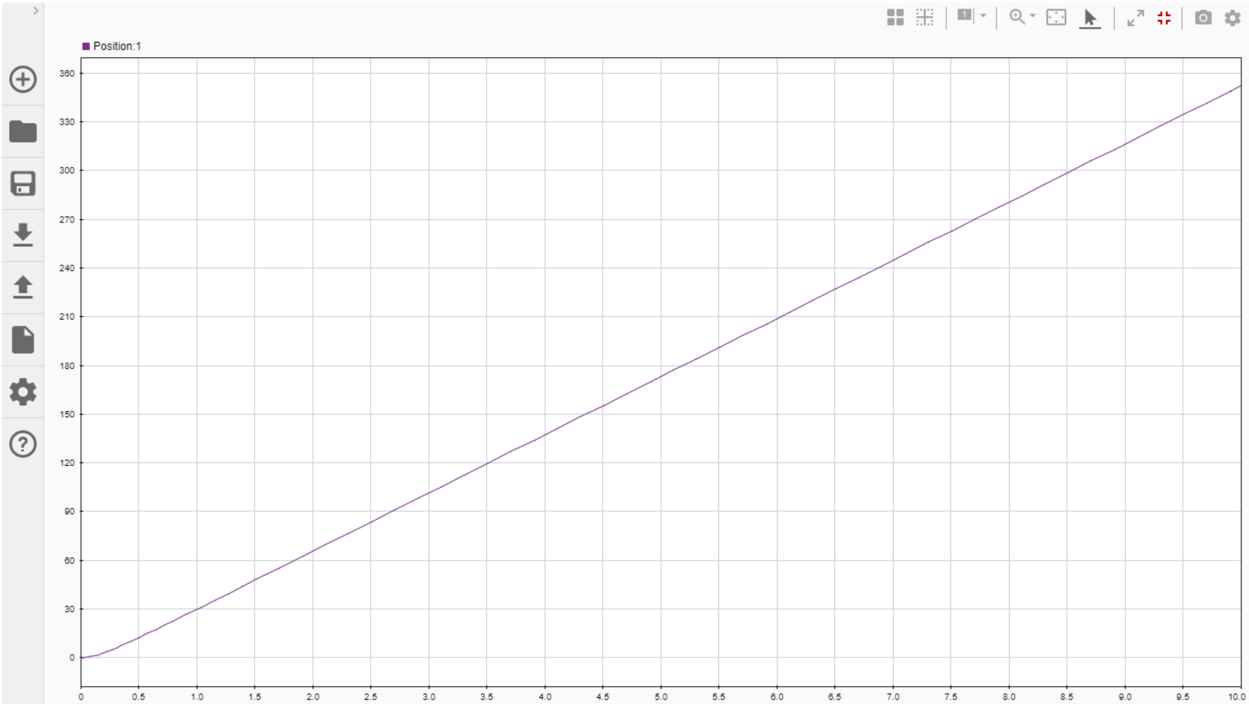
جریان آرمیچر موتور DC مدل شده در طول زمان:



سرعت موتور DC مدل شده در طول زمان:



موقعیت موتور DC مدل شده در طول زمان:



بخش 3: شبیه سازی معادلات دیفرانسیل در محیط MATLAB/Editor

شبیه سازی به کمک معادلات دیفرانسیل

حالت اولیه سیگنال های مدنظر صفراست ، از معادلات بالا تبدیل لاپلاس گرفته و به صورت زیر تابع تبدیل را بدست می آوریم :

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_a + v - K\frac{d\theta}{dt}\right)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J}\left(Ki_a - b\frac{d\theta}{dt}\right)$$

$$1\quad \frac{di}{dt} = \frac{1}{L}\left(-Ri_a + v - K\frac{d\theta}{dt}\right) \xrightarrow{\mathcal{L}} sI_a(s) = \frac{1}{L}\left(-RI_a(s) + V(s) - Ks\theta(s)\right)$$

$$2\quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J}\left(Ki_a - b\frac{d\theta}{dt}\right) \xrightarrow{\mathcal{L}} s^2\theta(s) = \frac{1}{J}\left(KI_a(s) - bs\theta(s)\right)$$

$$\Rightarrow I_a(s) = \frac{1}{K}\left(s^2 + \frac{bs}{J}\right)\theta(s)$$

$$\xrightarrow{1} \left(s + \frac{R}{L}\right)I_a(s) = \frac{1}{L}V(s) - \frac{K}{L}s\theta(s) \rightarrow I_a(s) = \frac{1}{L\left(s + \frac{R}{L}\right)}\left(V(s) - Ks\theta(s)\right)$$

$$\xrightarrow{2} \left(s^2 + \frac{bs}{J}\right)\theta(s) = \frac{K}{J}I_a(s) \overset{1}{\Rightarrow} \left(s^2 + \frac{bs}{J}\right)\theta(s) = \frac{K}{J}\frac{1}{L\left(s + \frac{R}{L}\right)}\left(V(s) - Ks\theta(s)\right)$$

$$\rightarrow \theta(s)\left(s^2 + \frac{bs}{J} + \frac{K^2 s}{J(Ls+R)}\right) = \frac{K\,V(s)}{J(Ls+R)} \rightarrow \theta(s) = \frac{K\,V(s)}{J(Ls+R)\left(s^2 + \frac{bs}{J} + \frac{K^2 s}{J(Ls+R)}\right)}$$

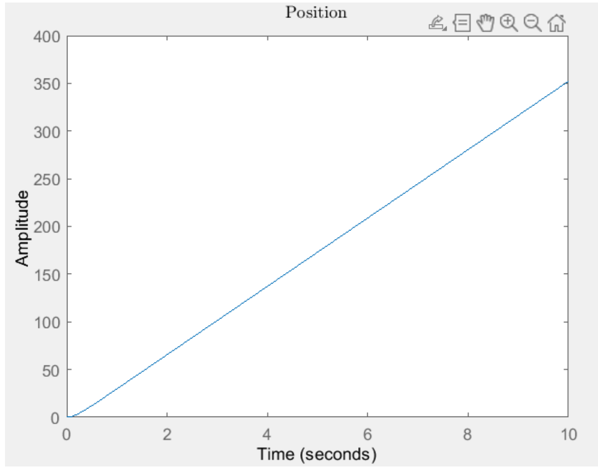
$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{K}{(Ls+R)\left(Js^2 + bs + \frac{K^2 s}{(Ls+R)}\right)}$$

$$\xrightarrow{2} \frac{I_a(s)}{V(s)} = \frac{\left(s^2 + \frac{bs}{J}\right)}{(Ls+R)\left(s^2 + \frac{bs}{J} + \frac{K^2 s}{J(Ls+R)}\right)}$$

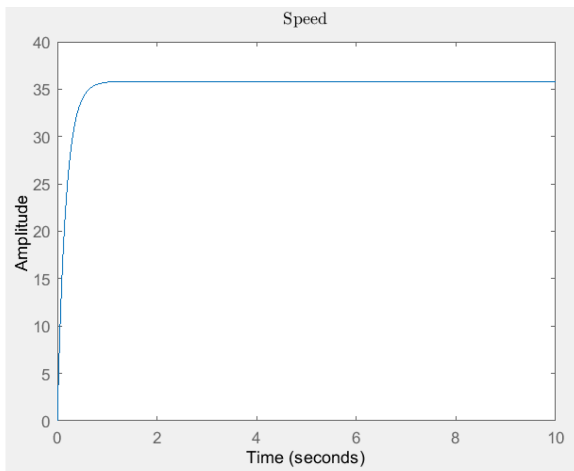
14 of 15

سرعت زاویه ای را نیز به دست می آوریم:

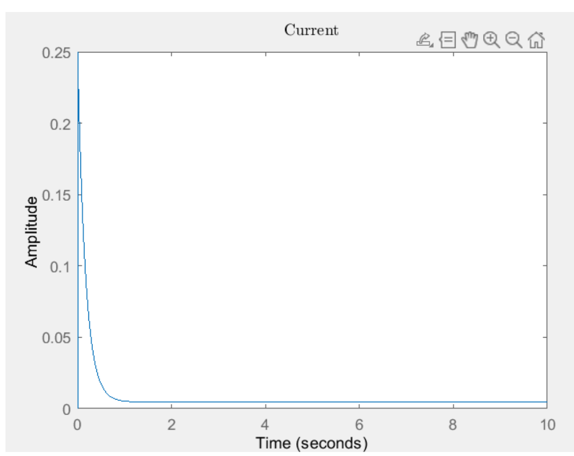
$$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \rightarrow \frac{\Omega(s)}{V(s)} = \frac{s\theta(s)}{V(s)} = \frac{sK}{(Ls+R)\left(Js^2 + bs + \frac{K^2 s}{(Ls+R)}\right)}$$



1 - 3 : سیگنال موقعیت آرمیچر



2 - 3: سیگنال سرعت آرمیچر



3 -3: سیگنال جریان آرمیچر

شبیه سازی به کمک معادله دیفرانسیل

حال با استفاده از معادلات دیفرانسیل داده شده، معادلات فضای حالت را بدست می آوریم :

$x_1 = i_a(t)$ جریان

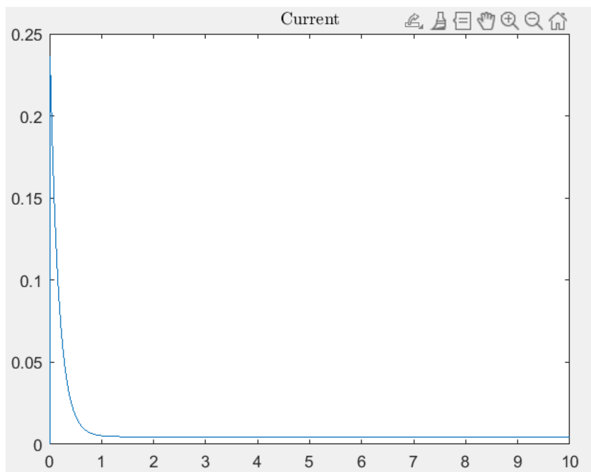
$x_2 = \frac{d\theta}{dt}$ سرعت

$x_3 = \theta(t)$ موقعیت

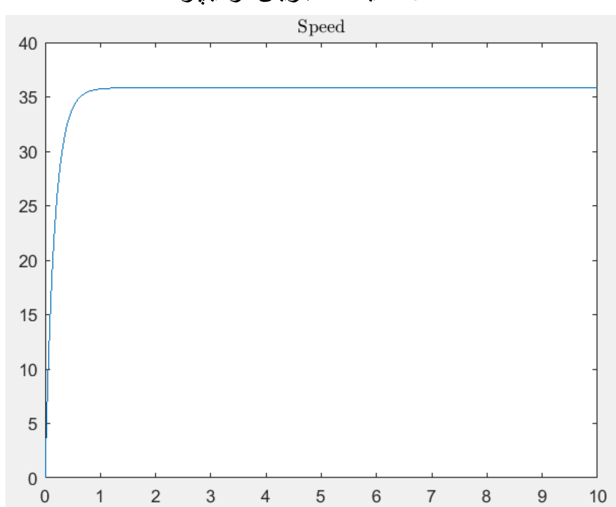
$$\dot{x}_1 = \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L}(-Rx_1 + v - Kx_2)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J}(Kx_1 - bx_2)$$

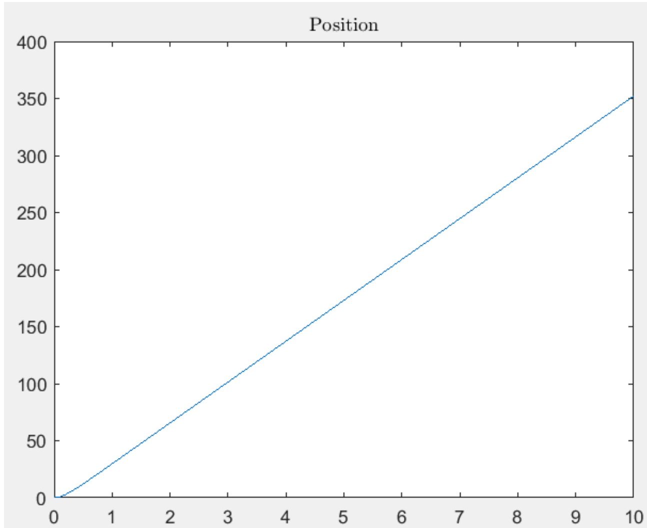
$$\dot{x}_3 = x_2$$



3-4: سیگنال جریان آرمیچر



3-5: سیگنال سرعت آرمیچر

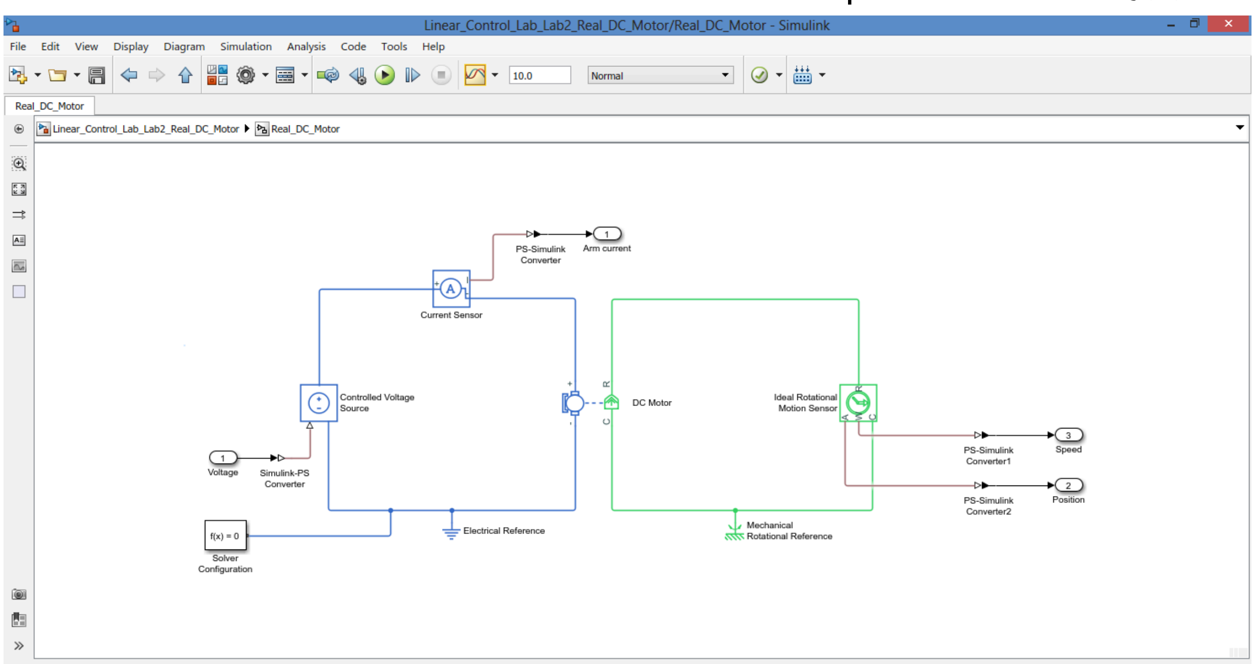


تصویر 3-6: سیگنال موقعیت آرمیچر

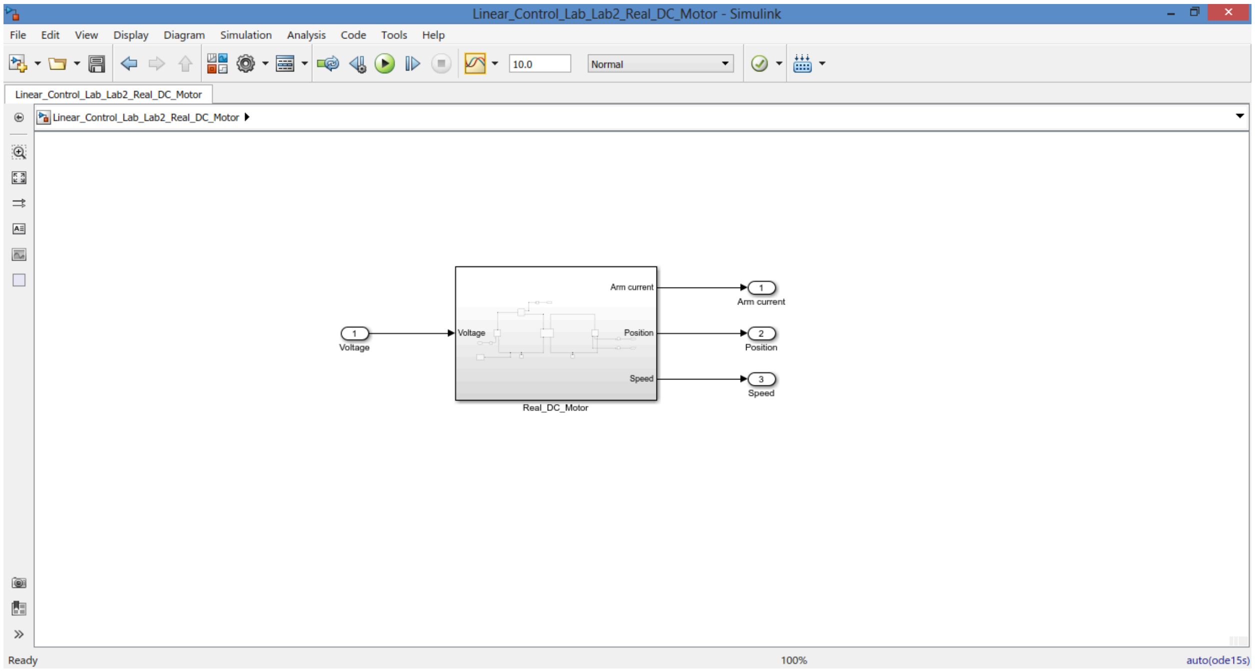
همانطور که دیدیم ، نتایج این بخش نیز شبیه به نتایج Simscape و Simulink است.

بخش 4: مدل کردن موتور DC با استفاده از بخش های مختلف Simscape

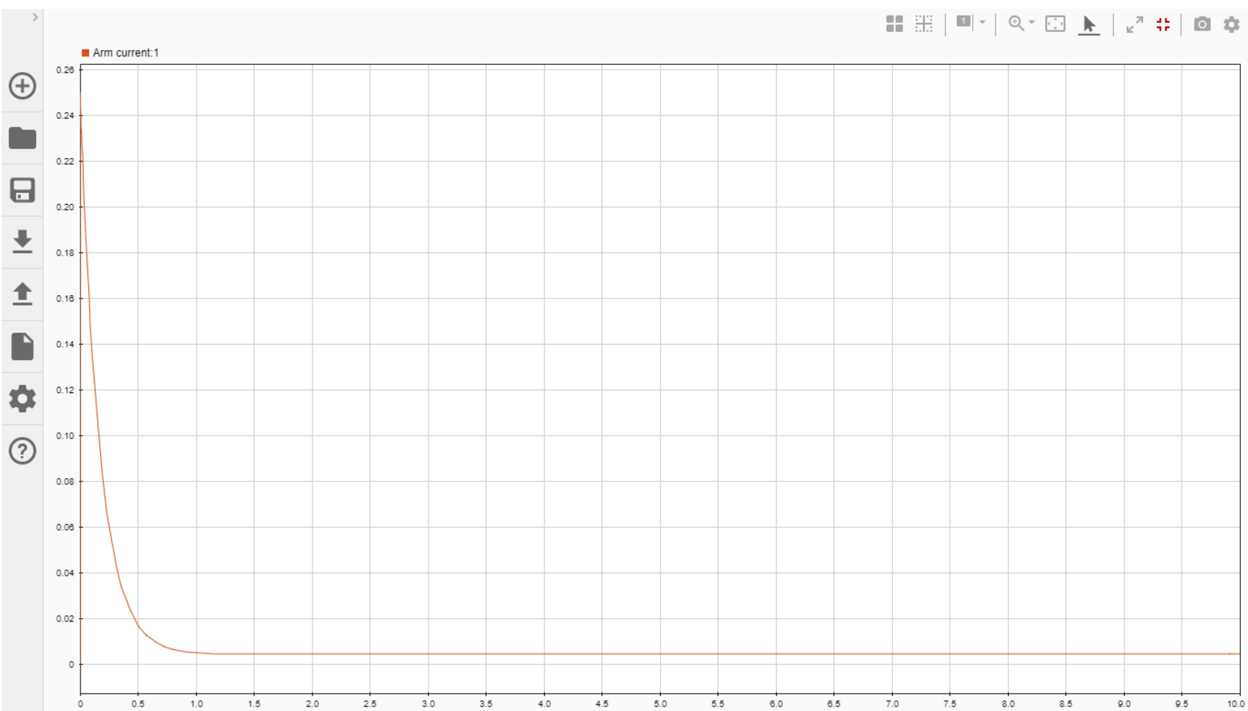
مدل موتور DC ساخته شده با Simscape:



زیر سیستم موتور DC ساخته شده با Simscape:

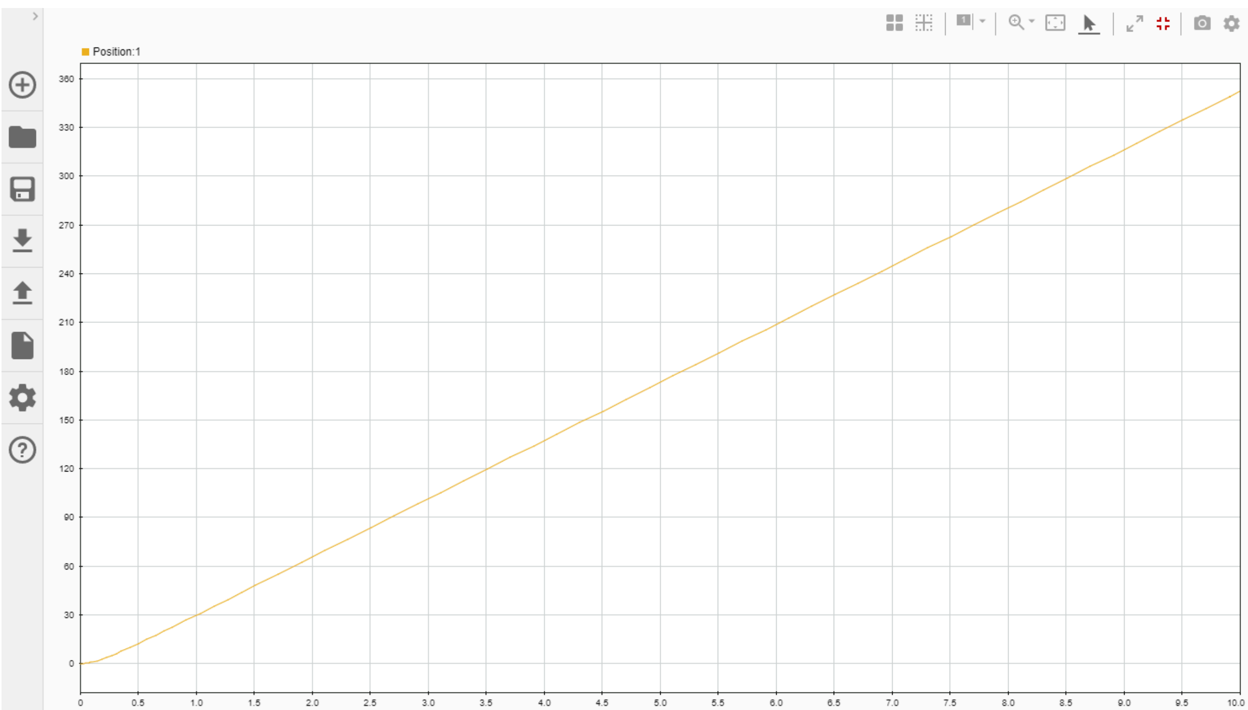


جریان آرمیچر موتور DC ساخته شده با Simscape در طول زمان:



سرعت موتور DC ساخته شده با Simscape در طول زمان:

موقعیت موتور DC ساخته شده با Simscape در طول زمان:

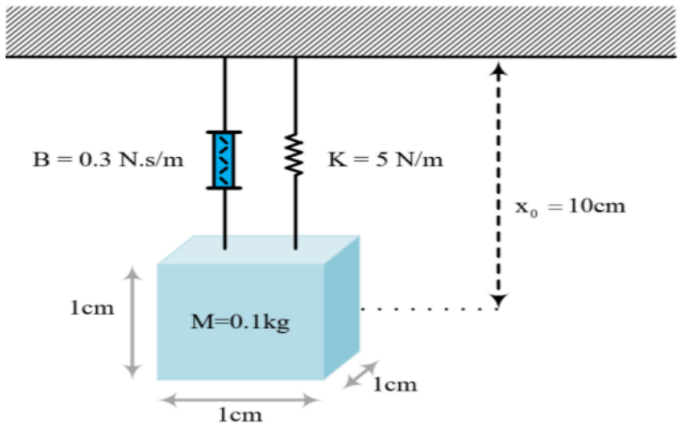


همانطور که مشاهده می شود، شکل موج های حاصل از موتور DC ساخته شده با Simscape تقریبا

با شکل موج های حاصل از موتور DC مدل شده یکسان است که حاکی از نزدیک بودن مدل موتور DC به موتور DC واقعی می باشد.

بخش 5: کار با SimMechanics

سوال 5_1:



- حل تئوری: برای بدست آوردن نقطه تعادل می دانیم سرعت و شتاب در آن نقطه برابر صفر است لذا داریم:

$$W = Mg, f_B = -B\dot{x}, f_k = -kx$$

$$W + f_b + f_k = Ma \rightarrow \dot{x} = \ddot{x} = 0 \rightarrow Mg = kx$$

طبق معادله بدست آمده میتوانیم موقعیت نهایی جسم را بدست آوریم:

$$x = \frac{0.1\times 9.8}{5} = 19.6\ cm$$

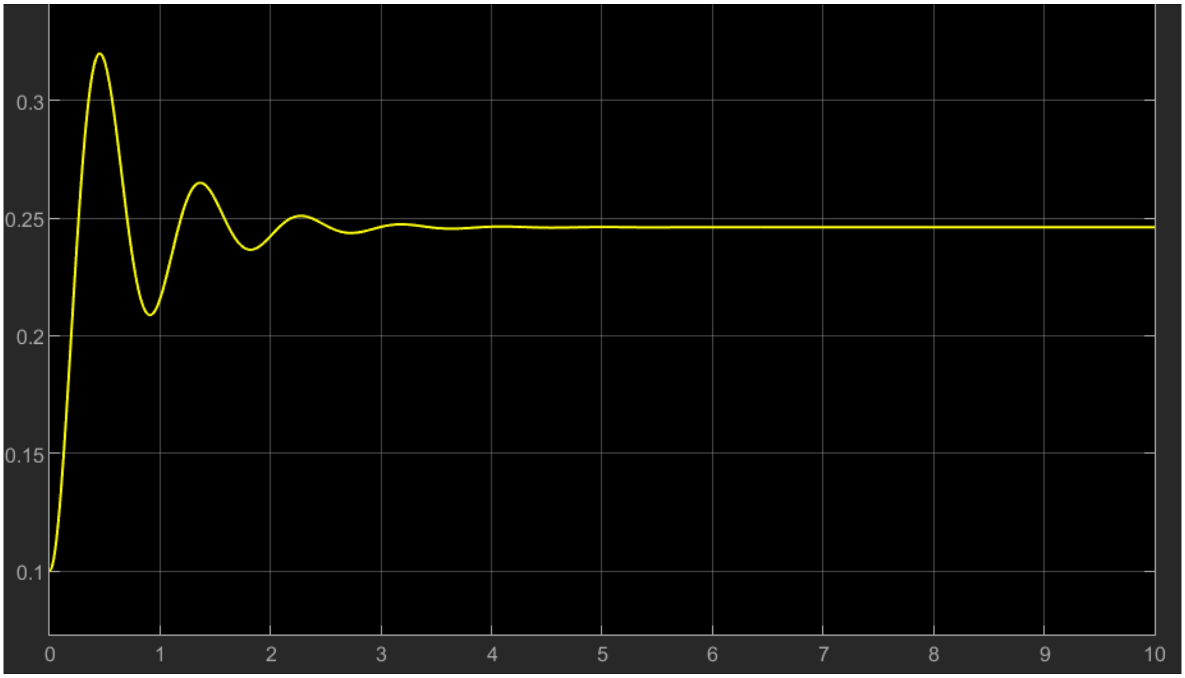
برای بدست آوردن موقعیت نهایی جسم بایستی طول اولیه را نیز لحاظ کنیم:

$xfinal = 19.6\ cm + x_{10} = 29.6\ cm$ → به ازای طول اولیه 10 سانتی متر

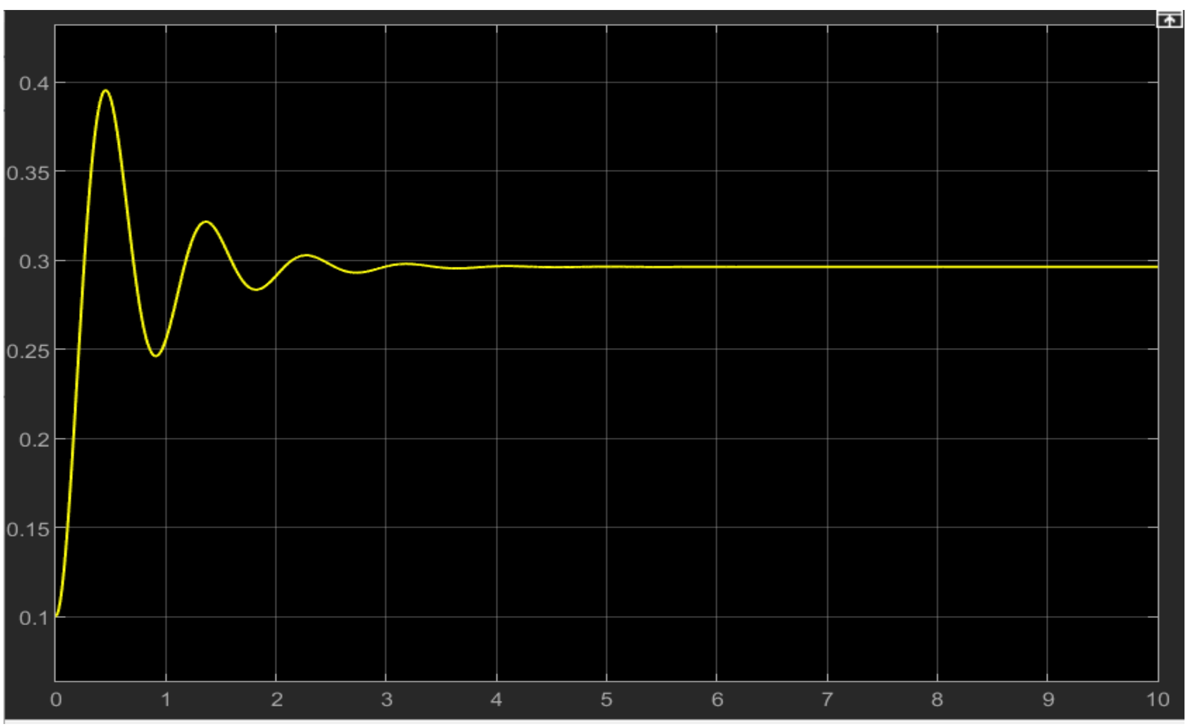
$xfinal = 19.6\ cm + x_5 = 24.6\ cm$ → به ازای طول اولیه 5 سانتی متر

- شبیه سازی:

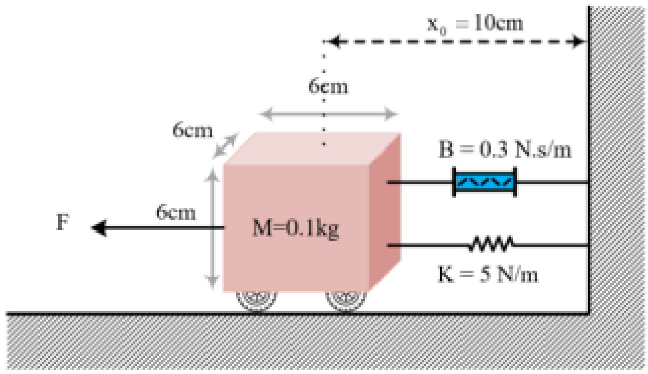
در حالت طول اولیه 5cm:



در حالت طول اولیه 10cm:



سوال 5_2:

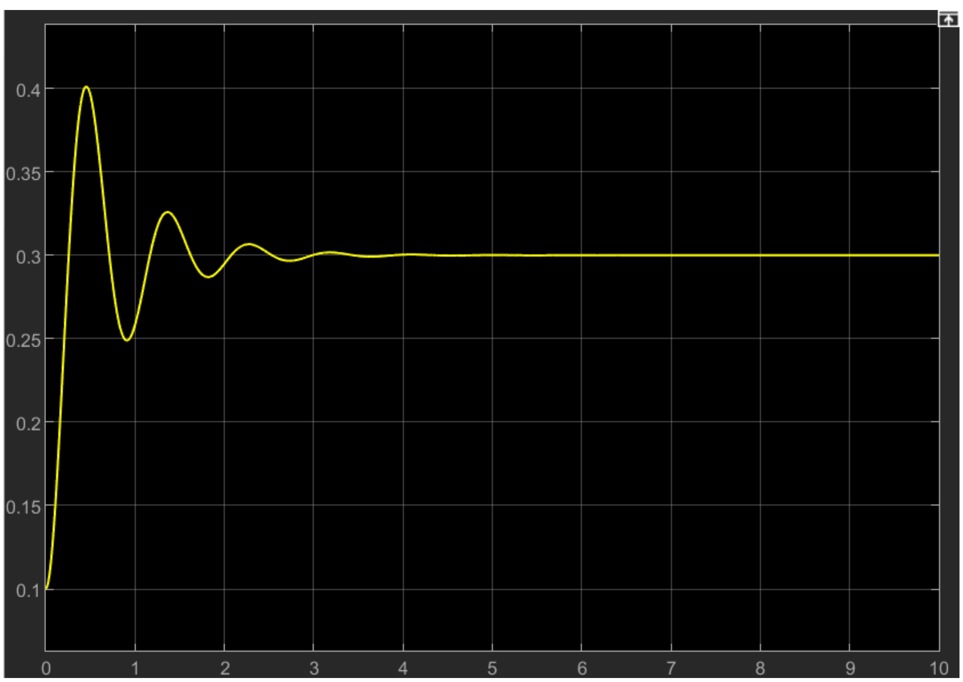


- حل تئوری: میخواهیم نقطه تعادل (سرعت و شتاب صفر) را بدست آوریم که اینجا با توجه به وجود نیروی F در نقطه تعادل، fk تاثیرگذار خواهد بود:

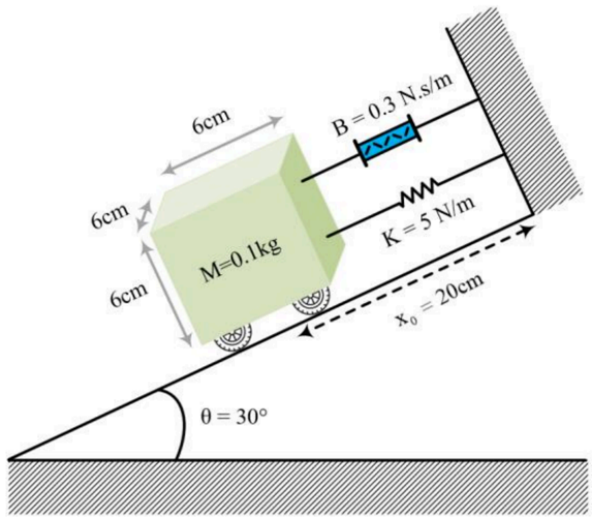
$$F = -f_k - f_B = 5x = 1$$

$$x = 0.2m \rightarrow xfinal = x_0 + x = 0.1 + 0.2 = 0.3\,m = 30\,cm$$

- شبیه سازی:



سوال 3_5:



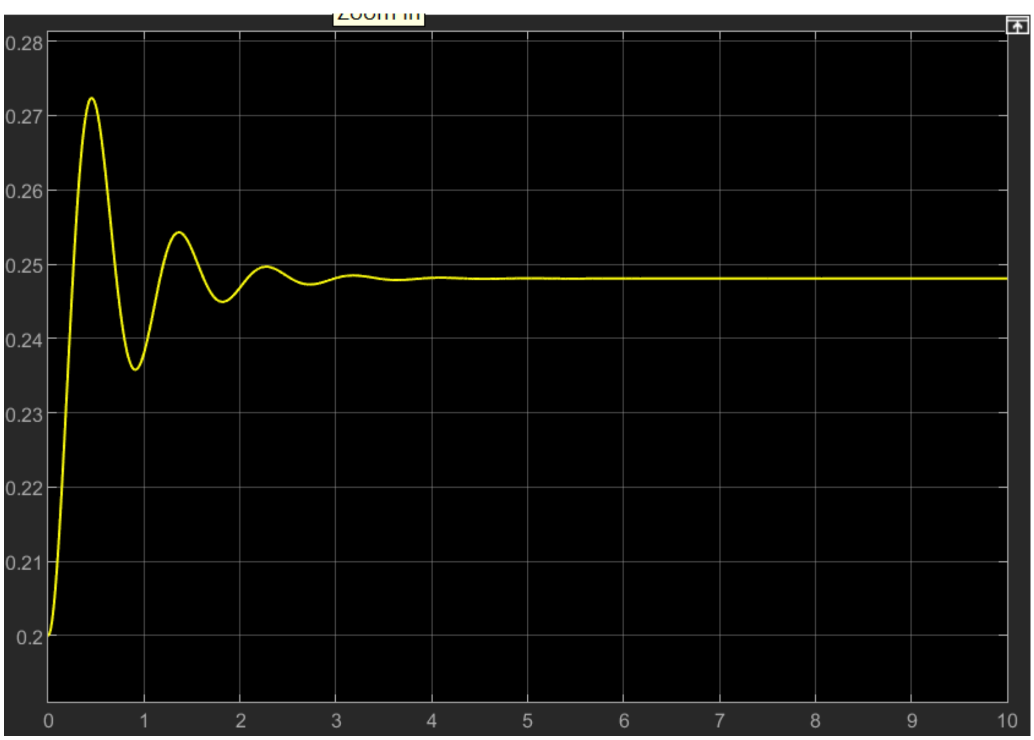
- حل تئوری: در این سیستم نیروی جاذبه که به جسم وارد میشود در راستای زمین نیروی wsin(30) را به جسم وارد میکند که نقطه تعادل را این نیرو و fk و fB تعیین می کنند:

$$Wsin(30) = f_k = kx = 5x \downarrow$$

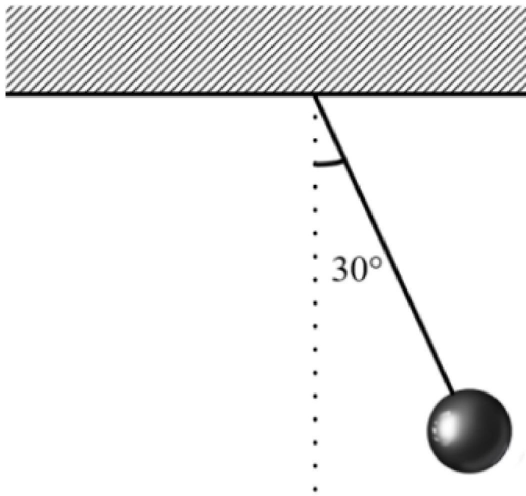
$$9.8 \times 0.1 \div 2 = 0.49 \rightarrow x = 9.8\, cm$$

$$xfinal = x_0 + x = 15 + 9.8 = 24.8\, cm$$

- شبیه سازی:



سوال 4-5:



- طول میله: 24cm
- شعاع میله: 1cm
- چگالی میله: $2700kg/m^3$
- شعاع گوی: 6cm
- چگالی گوی: $7800kg/m^3$
- زاویه اولیه پاندول: 75 درجه

- حل تئوری: معادلات سیستم را بدست می آوریم: (میدانیم نیروی کشش نخ از دوطرف خنثی میشود و نیروی اصطکاک هوا هم نداریم لذا فقط نیروی(mgsin(teta را داریم)
- همانطور که می توان حدس زد به دلیل نبود مقاومت هوا و نیروی مقاوم در برابر نوسان پاندول، سیستم تا بی نهایت در بازه +75 درجه و -75 درجه نوسان خواهد کرد.
-

$$\left\{ \begin{array}{l} F = M\ddot{x} \\ x = -\frac{L}{2\pi}\theta \\ \ddot{x} = -\frac{L}{2\pi}\ddot{\theta} \end{array} \right\} \qquad mg\sin(\theta) = -\frac{ML}{2\pi}\ddot{\theta} \rightarrow$$ θ را بدست می آوریم

مرکز ثقل سیستم نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$M_{sphere} = \frac{4}{3}\pi \times r_{ball}^{3} \times dens = 7\ kg$$

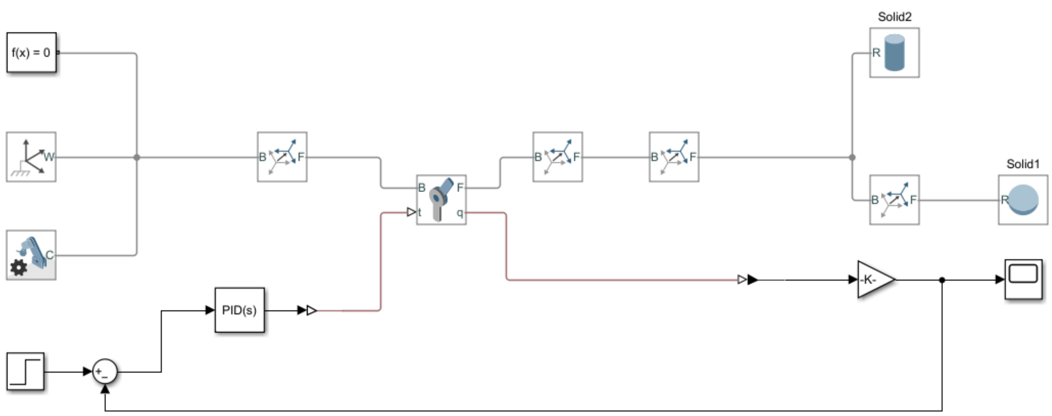
$$M_{rod} = \pi \times r_{rod}^{2} \times dens \times l = 200\ g$$

$$\frac{M_{sphere} \times l_{sphere} + M_{rod} \times l_{rod}}{M_{sphere} + M_{rod}} = 29.5\ cm$$

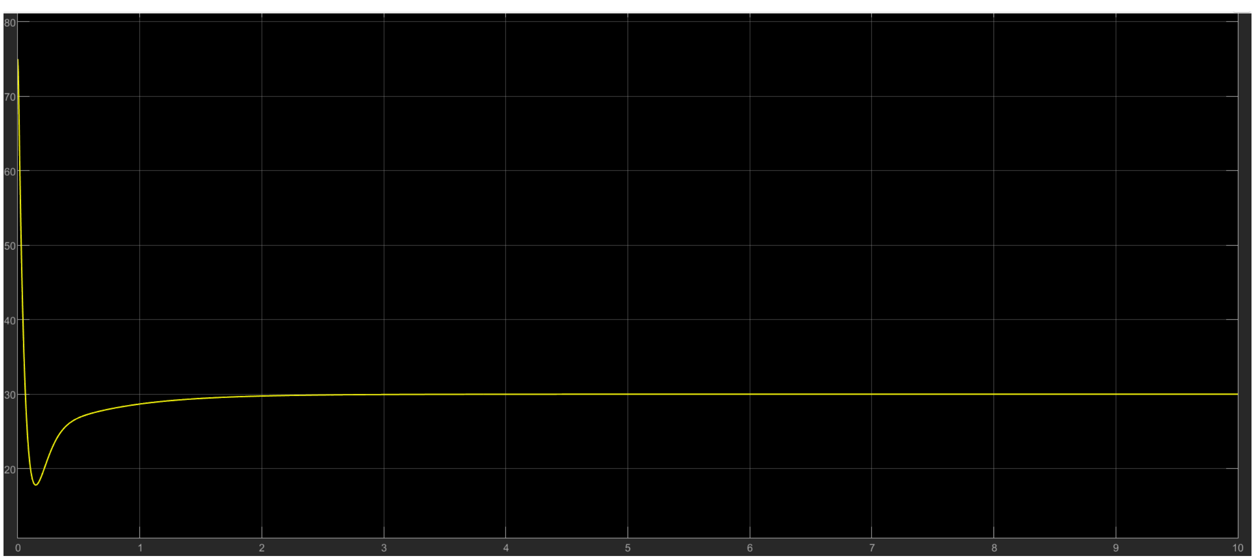
شبیه سازی:

بدون کنترل کننده PID:

حال شبیه سازی را با یک کنترل کننده PID که سیستم را در زاویه 30 درجه پایدار میکند انجام میدهیم:



نتیجه:



در حالت پاندول وارونه نسبت به حالت قبلی تنها تفاوتی که وجود دارد این است که زاویه ثابت شدن را 150 درجه به PID وارد می کنیم: