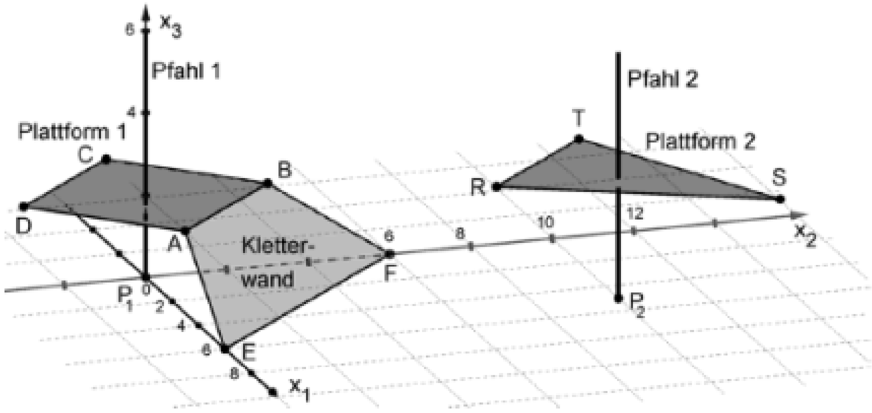
Mathe Abi 2018 VI B a-d

Die Abbildung zeigt modellhaft wesentliche Elemente einer Kletteranlage: zwei horizontale Plattformen, die jeweils um einen vertikal stehenden Pfahl gebaut sind, sowie eine Kletterwand, die an einer der beiden Plattformen angebracht ist.



Im verwendeten Koordinatensystem beschreibt die $x_1 x_2$-Ebene den horizontalen Untergrund. Die Plattformen und die Kletterwand werden als ebene Vielecke betrachtet. Eine Längeneinheit entspricht 1m in der Wirklichkeit. Die Punkte, in denen die Pfähle aus dem Untergrund austreten, werden durch $P_1(0|0|0)$ und $P_2(5|10|0)$ dargestellt. Außerdem sind die Eckpunkte $A(3|0|2)$, $B(0|3|2)$, $E(6|0|0)$, $F(0|6|0)$, $R(5|7|3)$ und $T(2|10|3)$ gegeben. Die Materialstärke aller Bauteile der Anlage soll vernachlässigt werden.

Teilaufgabe Teil B a (3 BE)

In den Mittelpunkten der oberen und unteren Kante der Kletterwand sind die Enden eines Seils befestigt, das 20% länger ist als der Abstand der genannten Mittelpunkte. Berechnen Sie die Länge des Seils.

Teilaufgabe Teil B b (4 BE)

Die Punkte A, B, E und F liegen in der Ebene L. Ermitteln Sie eine Gleichung von L in Normalenform.

(zur Kontrolle: $L: 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 12 = 0$)

Teilaufgabe Teil B c (2 BE)

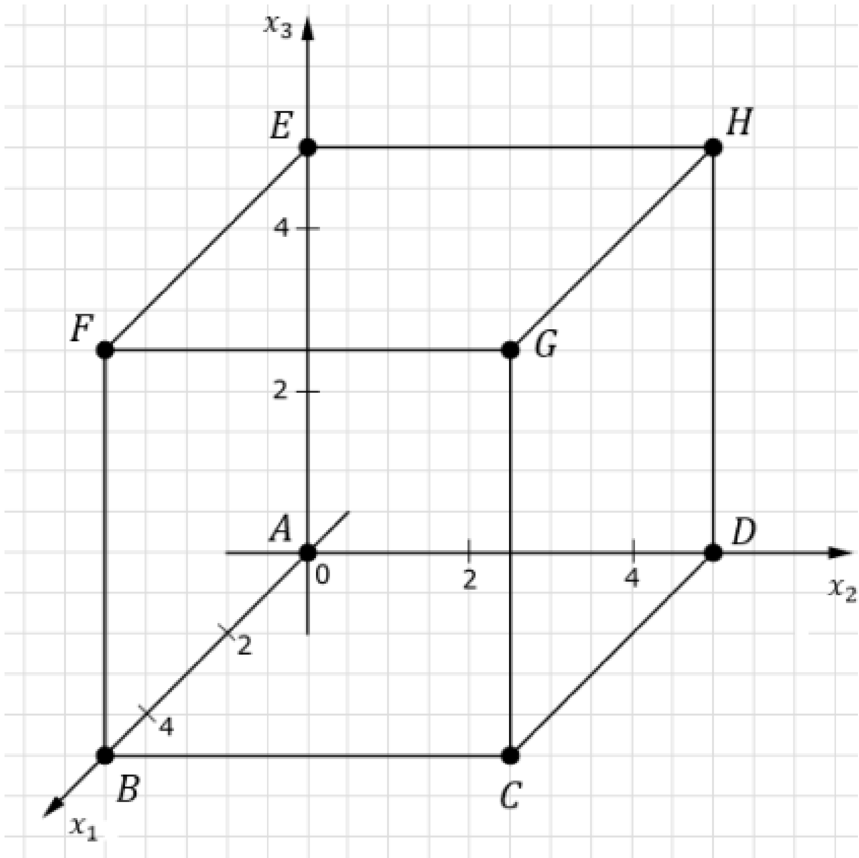
Zeigen Sie, dass die Kletterwand die Form eines Trapezes hat.

Teilaufgabe Teil B d (3 BE)

Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Kletterwand mit dem Untergrund einschließt.

2019 VI B b) – d) + f)

Die Abbildung zeigt den Würfel $ABCDEFGH$ mit $A(0|0|0)$ und $G(5|5|5)$ in einem kartesischen Koordinatensystem. Die Ebene T schneidet die Kanten des Würfels unter anderem in den Punkten $I(5|0|1)$, $J(2|5|0)$, $K(0|5|2)$ und $L(1|0|5)$.



Bei den Viereck IJKL hantelt es sich um ein Trapez , bei dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang sind.

Teilaufgabe Teil B b (3 BE)

Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene T in Normalenform.

(zur Kontrolle: $T : 5x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 30 = 0$)

Für $a \in \mathbb{R}^+$ ist die Gerade $g_a : \overrightarrow{X} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0 \\ 3,5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -10a \\ \frac{2}{a} \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ gegeben.

Teilaufgabe Teil B c (3 BE)

Bestimmen Sie den Wert von a, sodass die Gerade g_a die Würfelfläche CDHG in ihrem Mittelpunkt schneidet.

Für jedes $a \in \mathbb{R}^+$ liegt die Gerade g_a in der Ebene U mit der Gleichung $x_1 = 2,5$.

Teilaufgabe Teil B d (2 BE)

Ein beliebiger Punkt $P\ (p_1|p_2|p_3)$ des Raums wird an der Ebene U gespiegelt. Geben Sie die Koordinaten des Bildpunkts P' in Abhängigkeit von p_1, p_2 und p_3 an.

Teilaufgabe Teil B f (4 BE)

Die Spitze einer Pyramide mit der Grundfläche IJKL liegt auf der Kante $[F\,G]$. Untersuchen Sie, ob die Höhe dieser Pyramide 2 betragen kann.

2018 V B c) & d)

Auf einem Spielplatz wird ein dreieckiges Sonnensegel errichtet, um einen Sandkasten zu beschatten. Hierzu werden an drei Ecken des Sandkastens Metallstangen im Boden befestigt, an deren Enden das Sonnensegel fixiert wird.
In einem kartesischen Koordinatensystem stellt die $x_1 x_2$ -Ebene den horizontalen Boden dar. Der Sandkasten wird durch das Rechteck mit den Eckpunkten $K_1(0|4|0)$, $K_2(0|0|0)$, $K_3(3|0|0)$ und $K_4(3|4|0)$ beschrieben. Das Sonnensegel wird durch das ebene Dreieck mit den Eckpunkten $S_1(0|6|2,5)$, $S_2(0|0|3)$ und $S_3(6|0|2,5)$ dargestellt (vgl. Abbildung 1). Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

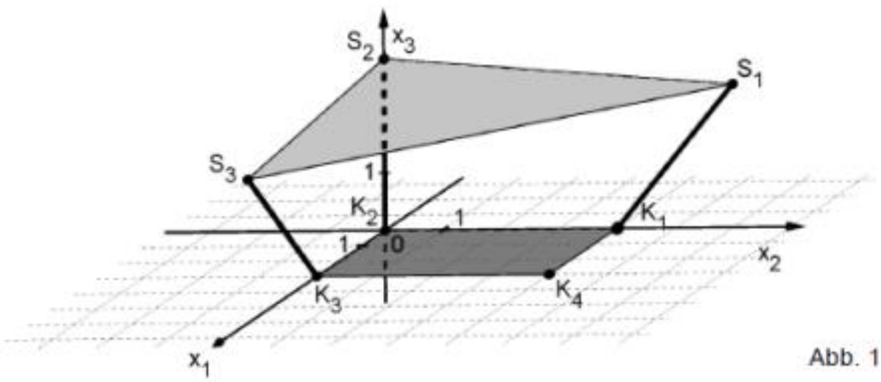


Abb. 1

Die drei Punkte S_1, S_2 und S_3 legen die Ebene E fest.

E : x1 + x2 + 12x3 − 36 = 0

Auf das Sonnensegel fallen Sonnenstrahlen, die im Modell und in der Abbildung 1 durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\overrightarrow{S_1 K_1}$ dargestellt werden können. Das Sonnensegel erzeugt auf dem Boden einen dreieckigen Schatten. Die Schatten der mit S_2 bzw. S_3 bezeichneten Ecken des Sonnensegels werden mit S_2' bzw. S_3' bezeichnet.

Teilaufgabe Teil B c (2 BE)

Begründen Sie ohne weitere Rechnung, dass S_2' auf der x_2 -Achse liegt.

Teilaufgabe Teil B d (3 BE)

S_3' hat die Koordinaten $(6|-2|0)$. Zeichnen Sie das Dreieck, das den Schatten des Sonnensegels darstellt, in Abbildung 1 ein. Entscheiden Sie anhand der Zeichnung, ob mehr als die Hälfte des Sandkastens beschattet ist.