Abi 2018 I B 1 a) , b) ,Teil c) und d)

Gegeben ist die in $\mathbb{R}^+$ definierte Funktion $f : x \mapsto 2 \cdot \left( (\ln x)^2 - 1 \right)$. Abbildung 1 zeigt den Graphen $G_f$ von $f$.

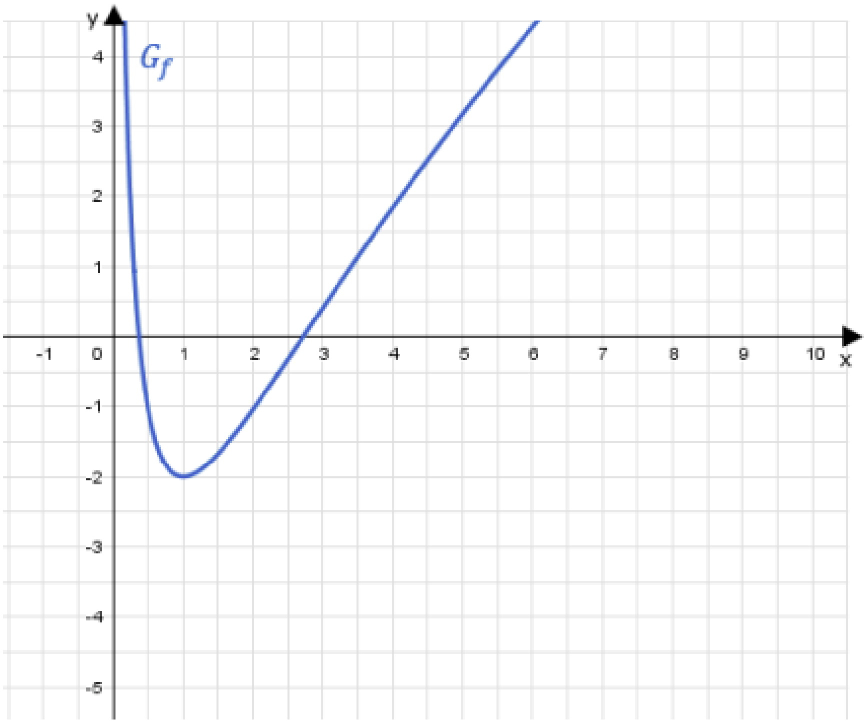



Abb. 1

**Teilaufgabe Teil B 1a** (5 BE)

Zeigen Sie, dass $x = e^{-1}$ und $x = e$ die einzigen Nullstellen von $f$ sind, und berechnen Sie die Koordinaten des Tiefpunkts $T$ von $G_f$.
*(zur Kontrolle: $f'(x) = \frac{4}{x} \cdot \ln x$)*

**Teilaufgabe Teil B 1b** (6 BE)

Zeigen Sie, dass $G_f$ genau einen Wendepunkt $W$ besitzt, und bestimmen Sie dessen Koordinaten sowie die Gleichung der Tangente an $G_f$ im Punkt $W$.
*(zur Kontrolle: $x$-Koordinate von $W$: $e$)*

**Teilaufgabe Teil B 1c** (6 BE)

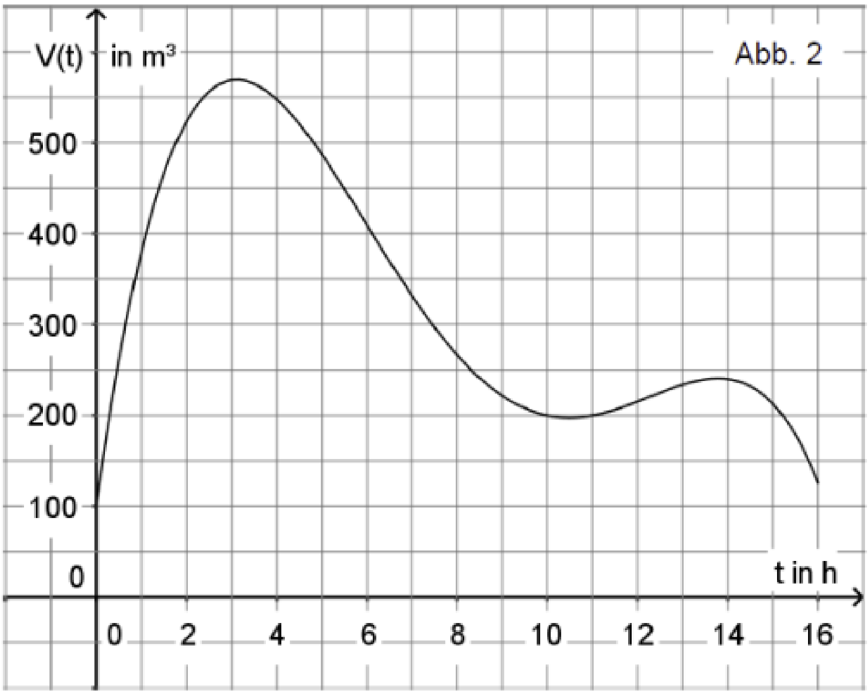
Begründen Sie, dass $\lim\limits_{x \to 0} f'(x) = -\infty$ und $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = 0$ gilt. Geben Sie $f'(0,5)$ und $f'(10)$ auf eine Dezimale genau an

**Teilaufgabe Teil B 1d** (3 BE)

Begründen Sie unter Zuhilfenahme von Abbildung 1, dass es zwei Werte $c \in ]0; 6]$ gibt, für die gilt: $\int\limits_{e^{-1}}^{c} f(x)\ \mathrm{dx} = 0$.

Abi 2017 I B c)-e)

Abbildung 2 zeigt den Graphen einer in $[0;16]$ definierten Funktion $V: t \mapsto V(t)$. Sie beschreibt modellhaft das sich durch Zu- und Abfluss ändernde Volumen von Wasser in einem Becken in Abhängigkeit von der Zeit. Dabei bezeichnen $t$ die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und $V(t)$ das Volumen in Kubikmetern.




Nach 5 Stunden beträgt das Volumen des Wassers ungefähr 490 m³.

**Teilaufgabe Teil B 2c** (3 BE)

Erläutern Sie, was es im Sachzusammenhang bedeutet, wenn für ein $t \in [0;10]$ die Beziehung $V(t+6) = V(t) - 350$ gilt. Entscheiden Sie mithilfe von Abbildung 2, ob für $t = 5$ diese Beziehung gilt, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

In einem anderen Becken ändert sich das Volumen des darin enthaltenen Wassers ebenfalls durch Zu- und Abfluss. Die momentane Änderungsrate des Volumens wird für $0 \leq t \leq 12$ modellhaft durch die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $g: t \mapsto 0{,}4 \cdot \left(2t^3 - 39t^2 + 180t\right)$ beschrieben. Dabei ist $t$ die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und $g(t)$ die momentane Änderungsrate des Volumens in $\frac{m^3}{h}$.

**Teilaufgabe Teil B 2d** (4 BE)

Begründen Sie, dass die Funktionswerte von $g$ für $0 < t < 7{,}5$ positiv und für $7{,}5 < t < 12$ negativ sind.

**Teilaufgabe Teil B 2e** (6 BE)

Erläutern Sie die Bedeutung des Werts des Integrals $\int_a^b g(t)\, dt$ für $0 \leq a < b \leq 12$ im Sachzusammenhang. Berechnen Sie das Volumen des Wassers, das sich 7,5 Stunden nach Beobachtungsbeginn im Becken befindet, wenn zu Beobachtungsbeginn 150 $\text{m}^3$ Wasser im Becken waren. Begründen Sie, dass es sich hierbei um das maximale Wasservolumen im Beobachtungszeitraum handelt.