APP de probabilités et statistiques

Florentin Goyens Martin Jacquet Ignace Ransquin Arnaud Cerckel

4 décembre 2013

1 Exercice 1

1.1 Méthode des moments

1.1.1 Echantillon

cf. code `Matlab`

1.1.2 Estimateur

On cherche à déterminer un estimateur
Vu la forme de la loi de densité

$$f(x) = \frac{k}{c}(\frac{x}{c})^{k-1} \exp[(\frac{x}{c})^k]$$

on sait qu'il s'agit d'une distribution de Weibull et que donc :

$$\mu_1' = E(x) = c\Gamma(1 + \frac{1}{k})$$

De plus, par définition,

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$

Or pour une Weibull, on a que

$$V(x) = c^2[\Gamma(1 + \frac{2}{k}) - (\Gamma(1 + \frac{1}{k}))^2]$$

.

On déduit donc aisément que

$$\mu_2' = E(x^2) = c^2\Gamma(1 + \frac{2}{k})$$

De là on tire que :

$$\frac{\mu_1'}{\Gamma(1 + \frac{1}{k})} = c$$

$$\frac{\mu_2'}{\mu_1'^2} = \frac{\Gamma(1 + \frac{2}{k})}{(\Gamma(1 + \frac{1}{k}))^2}$$

Ce qui donne, par propriété de la fonction Γ :

$$\frac{\mu_2'}{\mu_1'^2} = \frac{2k\Gamma(\frac{2}{k})}{(\Gamma(\frac{1}{k}))^2}$$

Ensuite on égalise nos μ et $\hat{\mu}$

$$\frac{\hat{\mu}_2'}{\hat{\mu}_1'^2} = \frac{2k\Gamma(\frac{2}{k})}{(\Gamma(\frac{1}{k}))^2}$$

$$\frac{n\sum_i^n X_i^2}{(\sum_i^n X_i)^2} = \frac{2k\Gamma(\frac{2}{k})}{(\Gamma(\frac{1}{k}))^2}$$

On procède ensuite par itération pour trouver la valeur idéale de k et à partir de laquelle on peut déduire c