Departamento de Matemática Aplicada

Facultade de Matemáticas
Campus Vida
Rúa Lope Gómez de Marzoa s/n
15782 Santiago de Compostela

ANÁLISE NUMÉRICA MATRICIAL– CURSO 2018-19
Práctica 3: Métodos de factorización: *LU*, Crout, Cholesky

1 Método de factorización $A = LU$ para resolver un sistema lineal $Au = b$

1.1 Caso xeral

1. Escribe un subprograma `lu(a,deter)` que calcule, se existen, a matriz triangular inferior con 1 na diagonal L e a matriz triangular superior U tales que $A = LU$. Utiliza as fórmulas de cálculo de L por filas e U por columnas estudiadas na teoría. Os elementos non nulos da matriz L (agás a diagonal principal de 1's), ($l_{ij}, i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, i-1$) e os elementos non nulos da matriz U, ($u_{ij}, i = 1, \dots, n$ e $j = i, \dots, n$), deben almacenarse nas correspondentes posicións de memoria da matriz A.

2. Escribe un programa principal `lu_ppal` que lea os datos da matriz A e do segundo membro b me_dian_te a subrutina `datsis(a,b)`, factorice a matriz A chamando a subrutina `lu(a,deter)` e resolva os sistemas lineas triangulares $Lz = b$ e $Uu = z$, chamando respectivamente as subrutinas `sistl(a,b,u)` e `sistu(a,b,u)` xa programadas anteriormente. Non esquecerse dos bloques `interface` para cada unha das subrutinas.

3. Crea ficheiros de datos adecuados para validar a tarefa proposta con sistemas lineais de solución conocida. Comproba os resultados calculando a norma $nr = \|r\|_2$ do residuo $r = Au - b$.

1.2 Caso con A matriz tridiagonal

Supón agora que a matriz A é tridiagonal con diagonal principal `a`, diagonal superior `b` e diagonal inferior `c`. Tendo en conta que a factorización LU conserva o perfil da matriz A, a matriz L ten 1 na diagonal e unha subdiagonal –pódese almacenar en `c`–e a matriz U ten elementos non nulos só na diagonal principal e a diagonal superior que se poden almacenar respectivamente en `a` e `b`. Utilizando as fórmulas dadas para o cáculo de L e U neste caso, escribir un programa principal `lutrid_ppal` que lea as tres diagonais `a,b,c` mais o termo independente `w`, calcule as matrices L e resolva o sistema $Au = w$ polo método LU. É recomendable facer todas as etapas (lectura, factorización, descenso e remonte) no propio programa principal. Crea ficheiros de datos adecuados para validar a tarefa proposta con sistemas lineais de solución conocida ou comproba os resultados calculando a norma $nr = \|r\|_2$ do residuo $r = Au - w$.

2 Método de factorización de Crout $A = LDL^T$ para sistemas con matriz simétrica

1. Escribe un subprograma `croutsim(a,deter)` que calcule, se existen, a matriz triangular inferior con 1 na diagonal L e a matriz diagonal D tales que $A = LDL^T$. Utiliza as fórmulas de cálculo de L por columnas estudiadas na teoría.

2. Escribe un programa principal `croutsim_ppal` que lea os datos da matriz A –e suficiente introducir a parte superior ou inferior da matriz– e do segundo membro b mediante a subrutina `datsissim(a,b)`, factorice a matriz A chamando a subrutina `croutsim(a,deter)` e resolva os

sistemas lineais triangulares $Lw = b$, $Dz = w$ e $L^T u = z$, chamando respectivamente as subrutinas `sistl(a,b,u)` e `sistu(a,b,u)`. Non esquecerse dos bloques `interface` para cada unha das subrutinas.

3. Crea ficheiros de datos adecuados para validar a tarefa proposta con sistemas lineais de solución conocida, calculando a norma euclídea do residuo.

3 Método de factorización de Cholesky ($A = BB^T$) para sistemas $Au = b$ con matriz simétrica e definida positiva

3.1 Caso xeral

1. Escribe un subprograma `cholesky(a,deter)` que calcule, se existe, a matriz triangular inferior B con elementos diagonais positivos tal que que $A = BB^T$. Utiliza as fórmulas de cálculo de B por filas, estudiadas na teoría.

2. Escribe un programa principal `cholesky_ppal` que lea os datos da matriz A –e suficiente introducir a parte superior da matriz– e do segundo membro b mediante a subrutina `datsissim(a,b)`, factorice a matriz A chamando a subrutina `cholesky(a,deter)` e resolva os sistemas lineais triangulares $Bw = b$ e $B^T u = w$, chamando respectivamente as subrutinas `sistl(a,b,u)` e `sistu(a,b,u)`. Non esquecer os bloques `interface` para cada unha das subrutinas.

3. Crea ficheiros de datos adecuados para validar a tarefa proposta con sistemas lineais de solución conocida ou ben calculando a norma euclídea do residuo.

3.2 Caso con A matriz tridiagonal simétrica e definida positiva

Supón agora que a matriz A é tridiagonal simétrica e definida positiva con diagonal principal `ad`, diagonal superior `as` (igual á diagonal inferior). Tendo en conta que a factorización de Cholesky conserva o perfil da matriz A, a matriz B ten unha subdiagonal que se pode almacenar en `as` e unha diagonal principal que se pode almacenar en `ad`.

1. Deduce as fórmulas para o cáculo de B, isto é, da súas dúas diagonais non nulas.

2. Escribe un programa principal `choltrid_ppal` que lea as dúas diagonais `ad,as` mais o termo independente `b` e calcule a matriz B coas fórmulas deducidas e resolva o sistema $Au = b$. É recomendable facer todos os cálculos (lectura, factorización, descenso e remonte) no mesmo programa principal.

3. Crea ficheiros de datos adecuados para validar a tarefa proposta con sistemas lineais de solución conocida ou ben calculando a norma euclídea do residuo $r = Au - b$