信息工程 学院 自动化 系 专业班级 姓名 学号

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

密 封

考试类型： 结果考试 考试方式： 闭卷

太原理工大学 自动控制理论 试卷 (A) 题解

适用专业：自动化2006级 考试日期：2008.7.10 时间：120 分钟 共 5 页

题 号	一	二	三	四	五					总 分
得 分										

一、(20 分) 填空题

1．若单位反馈系统的开环传递函数为 G(s)，则其系统的稳态位置误差系数为：$K_p=\lim\limits_{s\to 0}G(s)$，稳态误差为：$e_{ss}=1/(1+K_p)$。

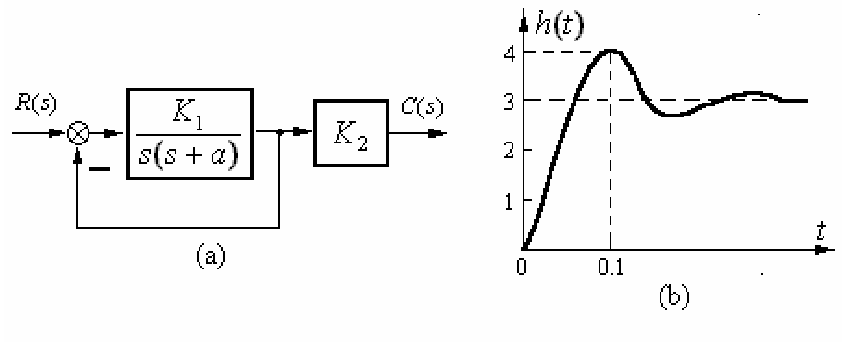
2．串联超前校正方法主要是利用超前校正装置的相位超前效应来改善系统的动态性能指标。

3．二阶线性系统的简单奇点分为四类。其中结点、焦点可以是稳定的或不稳定的；而鞍点总是不稳定的；中心点是中性稳定的。

4．描述函数是等效线性化方法的一种，它是频率法在非线性分析中的推广。

5．如果采样满足采样定理，则采样后采样信号通过一个理想低通滤波器，在其输出端可以得到一个恢复的原连续信号。

二、(20 分) 设图 (a) 所示系统的单位阶跃响应如图 (b) 所示。试确定系统参数 K_1，K_2 和 a。



解：由系统阶跃响应曲线有

$$\begin{cases} h(\infty)=3 \\ t_p=0.1 \\ \sigma\%=(4-3)/3=33.3\% \end{cases} \qquad (6\text{分})$$

根据图(a)可得系统闭环传递函数为

$$\Phi(s)=\frac{K_1K_2}{s^2+as+K_1}=\frac{K_2\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \qquad (1) \qquad (4\text{分})$$

由 $\begin{cases} t_p=\dfrac{\pi}{\sqrt{1-\xi^2}\omega_n}=0.1 \\ \sigma\%=e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}=33.3\% \end{cases}$ 联立求解得 $\begin{cases} \xi=0.33 \\ \omega_n=33.28 \end{cases}$ (4 分)

由式 (1) 知 $\begin{cases} K_1=\omega_n^2=1108 \\ a=2\xi\omega_n=22 \end{cases}$ (4 分)

另外 $h(\infty)=\lim\limits_{s\to 0}s\Phi(s)\cdot\frac{1}{s}=\lim\limits_{s\to 0}\frac{K_1K_2}{s^2+as+K_1}=K_2=3$ (2 分)

信息工程 学院 自动化 系 专业班级 姓名 学号

（密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计）

密 封

三、（20 分）已知系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s)=\frac{K(s+3)}{s(s+2)}$$

(1) 试绘制 K=0→∞ 变化时系统的根轨迹；并根据 K 的取值范围，讨论系统的动态性能特性。

(2) 证明其根轨迹为圆，并求出圆的半径和圆心。

解：1. 开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{K(s+3)}{s(s+2)}$,

(1)系统的开环极点：$p_1=0, p_2=-2$；开环零点：$z_1=-3$ （1 分）

$\therefore$ 系统的根轨迹共有2条，分别起始于p_1, p_2 其中有一条中止于 z_1，另一条中止于无穷远处。

(2) 实轴上的根轨迹分布在(0,−2)区间和(−3,−∞)区间。 （2 分）

(3) 渐进线共有1条，与实轴的夹角 $\varphi_a=\dfrac{\tau(2k+1)\pi}{1}=\pi$ （1 分）

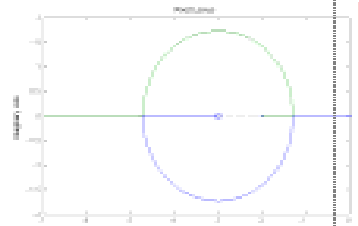
(4) 分离点与会合点坐标 d 为：

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{d-P_i}=\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{d-Z_j}\Rightarrow\frac{1}{d}+\frac{1}{d+2}=\frac{1}{d+3}\Rightarrow d^2+6d+6=0$$

$d_1=-1.268, d_2=-4.732$ （2 分）

或令 $\dfrac{dK}{ds}=\dfrac{d}{ds}\left[-\dfrac{s(s+2)}{s+3}\right]=-\dfrac{s^2+6s+6}{(s+3)^2}=0$，得 $s^2+6s+6=0$

$K_1=-\dfrac{s(s+2)}{s+3}\Big|_{s=-1.268}=0.25$,， $K_2=-\dfrac{s(s+2)}{s+3}\Big|_{s=-4.732}=7.46$ （2 分）



根轨迹，如图所示。 （2 分）

由图可知当 $0<K\le 0.25$ 和 $7.46<K$ 时，系统为单调衰减型；当 $0.25<K<7.46$ 时，系统为振荡衰减型； （4 分）

2. 由特征方程 $1+G(s)H(s)=1+\dfrac{K(s+3)}{s(s+2)}=0$，得 $s^2+(2+k)s+3k=0$； 令 $s=\delta+j\omega$

则根据上式可得 $\begin{aligned}R&=\delta^2-\omega^2+(2+k)\delta+3k=0\\ I&=2\delta\omega+(2+k)\omega=0\end{aligned}$

消去以上两式中的 k 可得：$(\delta+3)^2+\omega^2=3^2-6=3$

可见，s的轨迹是以$(-3,0j)$为圆心，$\sqrt{3}$为半径的圆。 （6 分）

或$\therefore$由相角条件：$\angle(s+3)-\angle s-\angle(s+2)=\pm(2k+1)\pi$

令$s=\delta+j\omega$， 则$\angle(\delta+3+j\omega)-\angle(\delta+j\omega)-\angle(\delta+2+j\omega)=\pm(2k+1)\pi$

即 $\arctan\dfrac{\omega}{\delta+3}-\arctan\dfrac{\omega}{\delta}-\arctan\dfrac{\omega}{\delta+2}=\pm(2k+1)\pi$；

$\arctan\dfrac{\omega}{\delta+3}-\arctan\dfrac{\omega}{\delta+2}=\pm(2k+1)\pi+\arctan\dfrac{\omega}{\delta}$

两边同取tan，则 $\dfrac{\dfrac{\omega}{\delta+3}-\dfrac{\omega}{\delta+2}}{1+\dfrac{\omega}{\delta+3}\bullet\dfrac{\omega}{\delta+2}}=0+\dfrac{\omega}{\delta}$

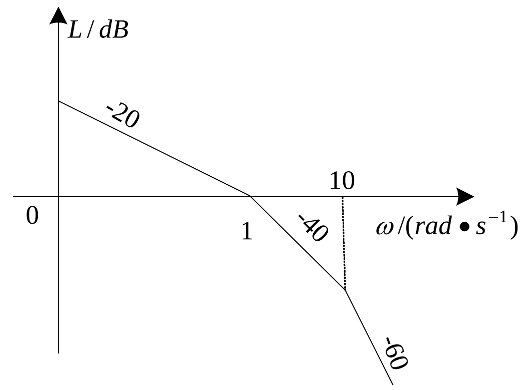
化简，得：$\delta^2+6\delta+\omega^2+6=0$；配方 $(\delta+3)^2+\omega^2=3$

可见，s的轨迹是以$(-3,0j)$为圆心，$\sqrt{3}$为半径的圆。 （6 分）

四、（20 分）已知最小相位系统的开环对数幅频特性的渐近线如图所示。

(1) 求系统的开环传递函数和幅值裕量 K_g；

(2) 若要求系统的相位裕量 $\gamma=30^o$，应如何调整系统的开环对数幅频特性的渐近线。



解：（1）由图可得系统开环传函

$$G(s)=\frac{K}{s(s+1)(\frac{1}{10}s+1)}=\frac{10K}{s(s+1)(s+10)}$$

由 $L(\omega)|_{\omega=1}=20\lg K=0dB$， 得 $K=1$ （4 分）

则 $M(\omega)=\dfrac{1}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\cdot\sqrt{1+(0.1\omega)^2}}$，$\varphi(\omega)=-90°-tg^{-1}(\omega)-tg^{-1}(0.1\omega)$ （4 分）

令 $\varphi(\omega)=-180°$ 得 $\omega_g=3.16rad/s$

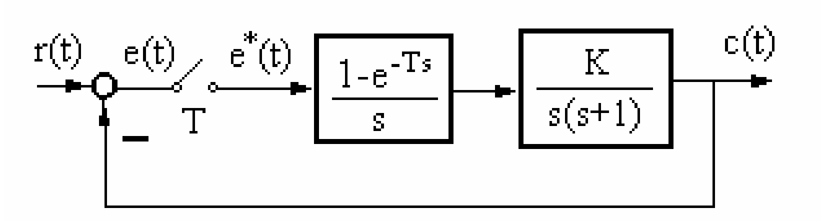
幅值裕量 $K_g=20\lg\dfrac{1}{M(\omega_g)}=20\lg 11=21dB$ （4 分）

（2）若要求 $\gamma=30°$，则 $\varphi(\omega)=-150°$，从而 $\omega=1.3$， （4 分）

由 $M(\omega)=\dfrac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2}\cdot\sqrt{1+(0.1\omega)^2}}\Bigg|_{\omega=1.3}=1$

得 $K=2.13$， $L(\omega)=20\lg K=20\lg 2.13=6dB$ 渐近线上移 $6dB$ （4 分）

五、（20 分）设离散系统方框图如下图所示，采样周期 T=1。试求使系统稳定的 K 值范围，并讨论采样周期 T 对稳定性的影响。



解：由图可求系统的开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{K(1-e^{-Ts})}{s^2(s+1)}$ （3 分）

从而求得：$G(z)=K(1-z^{-1})Z\left[\dfrac{1}{s^2(s+1)}\right]=K(1-z^{-1})Z\left[\dfrac{1}{s^2}-\dfrac{1}{s}+\dfrac{1}{s+1}\right]$

$$G(z)=K\frac{e^{-T}z+(1-2e^{-T})}{z^2-(1+e^{-T})z+e^{-T}}$$ （3 分）

当 T=1 时，$G(z)=K\dfrac{0.368z+0.264}{z^2-1.368z+0.368}$，由$1+G(z)=0$得系统的特征方程为：

$$z^2+(0.368K-1.368)z+(0.264K+0.368)=0$$ （3 分）

令$z=\dfrac{w+1}{w-1}$，代入上式得：

有 $D(w)=0.632Kw^2+(1.264-0.528K)w+(2.736-0.104K)=0$ （3 分）

由 0.632K>0 和 1.264-0.528K>0，2.736-0.104K>0,

得系统稳定的 K 值范围为：

0<K<2.394 （4 分）

根据代数判据知，对于线性二阶连续系统，只要系统中各项系数大于零，系统总是稳定的。(4 分)

信息工程 学院 自动化 系 专业班级＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

(密封线外不要写姓名、学号、班级、密封线内不准答题，违者按零分计)

密 封