

# 最小距离分类器(minimum-distance classifier)

## 原理

利用了 *Nearest-neighbour decision rule* 的思想：假定现在有  $n$  类  $c_i \in c_1, c_2, \dots, c_n$

给每一个类可以选出一个 **类代表** (可以是每一个类的中位数(the mean of class) etc. ), 对应的记为  $p_i \in p_1, \dots, p_n$

这里的  $P_i$  维度必须和输入数据的属性维度一样, 既可以看作可输入数据一样的在坐标轴上的一个个的点, 这些点就分别代表了他们各自的类

现在Classifier的思想就是：输入一个数据  $X$ , 分别计算这个数据和各个点  $P_i$  的距离<sup>[1]</sup>, 取距离最近的那一类归位这个点的类

[1]: 这个距离可以为 欧式距离, 曼哈顿距离, etc., 但是一般在坐标轴上就是欧式距离

## 实现公式

假设输入点为  $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ , 点  $P_i$  为  $P = [p_1, p_2, \dots, p_n]$

那么这两点的距离可以记为： $\text{Dis}(X, P_i) = |X - P_i|^2 = X^T X - 2X^T P_i + P_i^T P_i$

因此我们只需要一次计算  $X$  和 各个  $P_i$  之间的取最小的距离即可

$\min_i \text{Dis}(X, P_i) \quad i \in 1, 2, \dots, n$  (number of classes), 其实观察之后可以发现每个距离的第一项  $X^T X$  相等, 则可以不用计算, 式子变为：

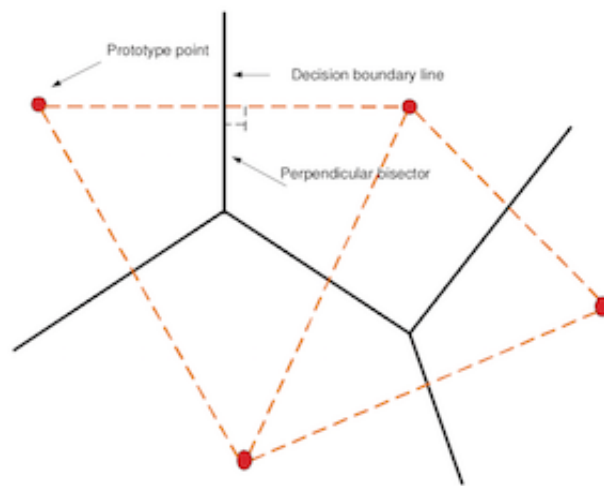
**The class assigned to is :**

$$w_i = \min_i (-2X^T P_i + P_i^T P_i) = \max_i (X^T P_i - \frac{1}{2} P_i^T P_i)$$

结合到我们线性分类器的公式中：

$$g_i(x) = w_i^T X + w_{i0} \quad (w_i = p_i, w_{i0} = -\frac{1}{2} |p_i|^2)$$

## 图示



- 可以看到经过最小距离形成的决策界就是两点连线之间的垂线
- 且这个线性分类决策区域是 **always convex** 的