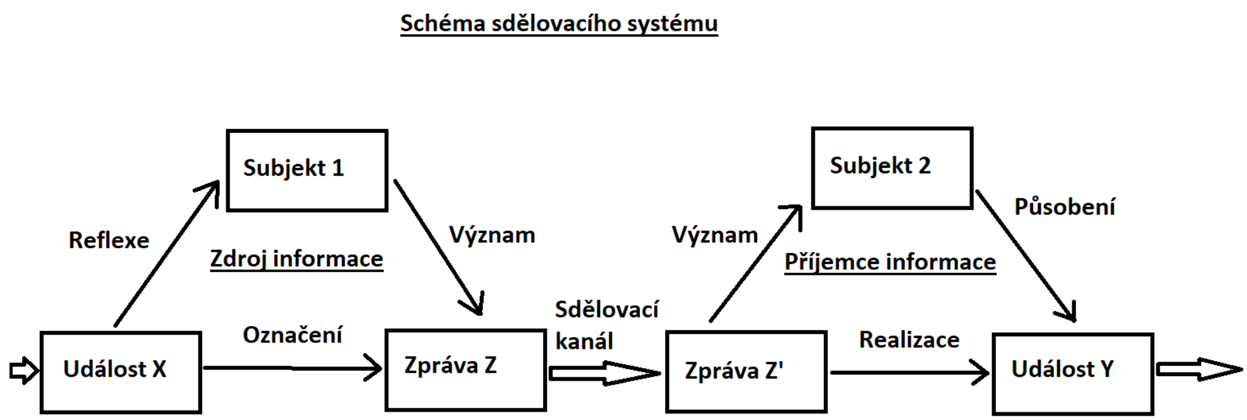
Teorie Informace



Základní pojmy:

Informace - informace je sdělitelný poznatek, který má smysl a snižuje nejistotu (má význam pro komunikátora i příjemce)
Událost - energeticky vázaná->když x je příčinou y a zároveň je y hrazena z energie x
-informačně vázané->x je pouze příčinou y, nesponzoruje
Zpráva - má nehmotný charakter, je však spojena s fyz. Procesem - signálem, množství informace ve zprávě je závislé na zdroji i příjemci, nemusí nést informaci
-přenos zprávy se děje na základě výměny energie mezi zdrojem a příjemcem
Zdroj zpráv - předpokládáme u něj konečnou množinu počtu stavů X={x1,x2,...xn}
-stavům říkáme symboly s pravděpodobností jednotlivých stavů P(xi)
-symboly se z hlediska příjemce objevují náhodně->jinak by neobdržel informaci
-musí platit normovací podmínka:

$$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$$

-míra neurčitosti: určuje nejistotu připadající na určitý konečný stav x_i zdroje zpráv X

$$H(x) = -\log_2 P(x)$$

Příjemce zprávy - pozorovatel pozorující daný objekt, jehož úkolem je určit, ve kterém stavu se objekt nachází
-jestliže příjemce identifikuje stav objektu->obdržel zprávu o stavu zdroje zpráv
Entropie - je střední nejistota připadající na jeden symbol na výstupu zdroje informace

- Popisuje celý zdroj ne jednotlivé zprávu

- Jednotka Sh/symbol

Zákadní vlastnosti: <0;+infinit), je maximální pokud P(xi) je pro všechny i/stavy stejná

$$H(X) = E[H(x_i)] = E[-\log P(X)] = -\sum_{i=1}^{n} P(x_i) \log P(x_i)$$

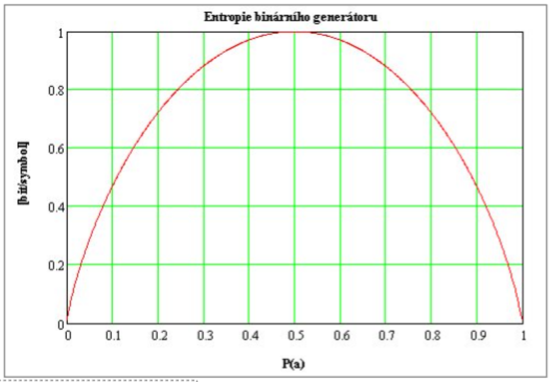
-vzorec

Maximální entropie - pokud P(xi) je pro všechna i/stavy stejná

Entropie binárního zdroje

- Jev X
- 2 symboly: x_1, x_2
- $P(x_1) = a$
- $P(x_2) = 1-a$

$$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$$



$$H_{bin}(X) = a \log_2 \frac{1}{a} + (1-a) \log_2 \frac{1}{(1-a)}$$

Střední informace - průměrné množství informace získané identifikací jednoho symbolu na výstupu zdroje

Entropie složeného zdroje:

- mějme dva signály

$$x_i \in X = \{x_1, \dots x_s\} \qquad y_i \in Y = \{y_1, \dots y_r\}$$

- pak sdružená entropie

$$H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} P(x_i, y_j) \log_2 P(x_i, y_j)$$

Podmíněná entropie:

-zdroj Y je závislým na zdroji X

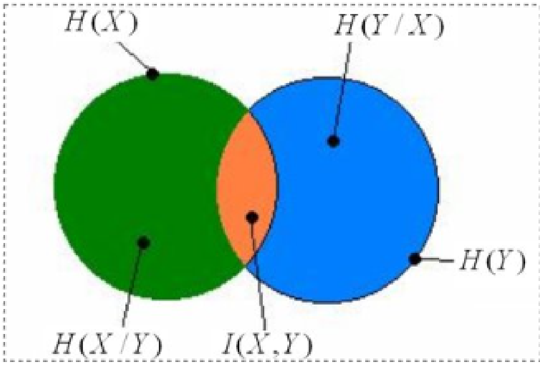
$$H(Y/X) = \sum_{i=1}^{s} P(x_i) \sum_{j=1}^{r} P(y_j / x_i) \cdot \log_2 P(y_j / x_i)$$

Vzájemná informace

-máme 2 závislé náhodné diskrétní veličiny

$$I(X,Y) = H(Y) - H(Y/X) = H(X) - H(X/Y)$$

-vyjadřuje kolik informace nese jedna proměnná o druhé proměnné



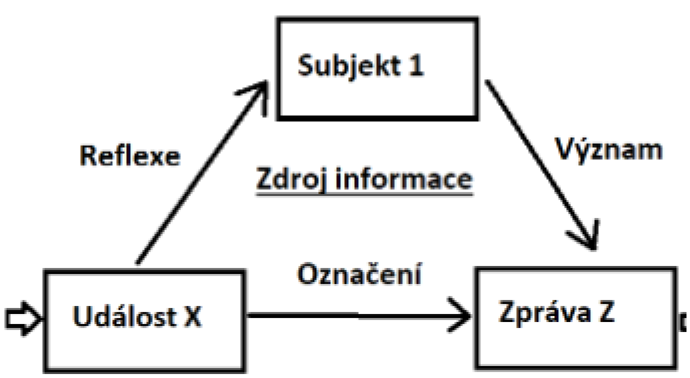
Redundance:

$$r = \frac{H_{\max}(X) - H(X)}{H_{\max}(X)} = 1 - \frac{H(X)}{H_{\max}(X)}$$

-nabývá 0<=r<=1
-udává kolik % symbolů je ve zprávě nadbytečných proti zdroji, který má maximální entropii
-odstraněním redundance zkracujeme zprávu, ale snižujeme odolnost vůči chybám
-dostatečná redundance pomáhá chyby určit či odstranit, ale pouze pokud příjemce ví, jak ve zprávě vzniká redundance (struktura zprávy)
-mírou znalosti struktury zprávy je tzv. Vnitřní informace
-komprese je odstranění vnitřní informace
Kapacita kanálu
Je to převrácená vztažená hodnota k přenosové rychlosti
-jde o metriku pro maximální množství provozu/signálu, které se mohou pohybovat na daném kanále (viz. Průtok hoven klasickým kanálem)
-bílý šum->vyrovnaný šum ve všech složkách (gaussovo rozdělení)
-jednotka b/s

$$C = B \log_2\left(1 + \frac{E_b R_b}{N_0 B}\right)$$

Zdrojové kodování:



-kódování je zobrazení x->z
-x je množina událostí generovaná zdrojem informace
-z je množina zpráv

Střední délka slova:

-důležitou vlastností zobrazení x->z je, aby byla střední délka zpráv co nejkratší->rychlejší předání zpráv
-máme množinu událostí X a jejich pravděpodobnosti P(X), událostem přiřazujeme kódová slova tak, aby ty s největší pravděpodobností byly ty nejkratší a naopak

$$\bar{n} = \sum_{i=1}^{M} n_i \cdot P(x_i)$$

-entropiii pak určuje množství informace na jedno kodové slovo
-pro střední počet symbolů platí, tato nerovnost je známá jak Shannonův teorém

$$\bar{n} \geq \frac{H(X)}{\log D}$$

-tento teorém říká, že existuje dolní hranice počtu symbolů v kodovém slově

Shannonfanuv kod:

-ma prefixovou vlastnost->žádné slovo namá na začátku takovou posloupnost symbolů, aby se vytvořilo jiné slovo (nemusíme oddělovat)
-princip:rozdělit stavy podle pravděpodobnosti a dokola dělit podle pravděpodobnosti na 2 poloviny a přidělovat dle toho 1 a 0
-obecně horší než Huffman

Huffmanuv kod:

-princip:uspořádat stavy dle pravděpodobnosti, pravděpodobnost dvou posledních stavů sečtu a přetřídím, při každém sčítání přidám hornímu 1 a dolnímu 0, při zatřízení značím cesty při každém cyklu->podle toho pak koduji
-využití například v jednom z kroků u JPEGu

Vicenasobne rozšířený zdroj:

-kodování na základě slučování stavů do sebe, entropie se pak blíží entropii zdroje H(X)
Kodovani z abecedy do abecedy:
-za účelem snížení střední délky kodového slova, zvýšení entropie a zkrácení délky zprávy

LZW:

-nejpoužívanější v počítačové grafice
-narozdíl od Huffmana nemusíme znát pravděpodobnostní rozložení jednotlivých symbolů zprávy (->realtime přenos)
-abecedá má D symbolů->D uzlů