



Relasi dan Fungsi

Deasy Sandhya Elya Ikawati, S. Si, M. Si

Politeknik Negeri Malang
2020



Definisi

Matriks

Susunan skalar elemen-elemen dalam bentuk baris dan kolom.

Relasi

Merupakan hubungan anantara elemen himpunan satu dengan lainnya

Fungsi

Jenis khusus relasi yang biasaya digunakan dalam penyelesaian masalah tententu

Relasi



Relasi biner R antara himpunan A dan B adalah himpunan bagian dari $A \times B$

Notasi: $R \subseteq (A \times B)$

$a R b$ adalah notasi untuk $(a, b) \in R$, yang artinya a dihubungkan dengan b oleh R

$a \not R b$ adalah notasi untuk $(a, b) \notin R$, yang artinya a tidak dihubungkan oleh b oleh relasi R

Himpunan A disebut daerah asal (*domain*) dari R , dan himpunan B disebut daerah hasil (*range*) dari R .

Misalkan $P = \{2, 3, 4\}$ dan $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$.

Jika kita definisikan relasi R dari P ke Q dengan $(p, q) \in R$ jika p habis membagi q

$R = \{(2, 2), (2, 4), (4, 4), (2, 8), (4, 8), (3, 9), (3, 15)\}$



Representasi Relasi

$P = \{2, 3, 4\}$ dan $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$. $(p, q) \in R$ jika p habis membagi q

Menggunakan
Tabel

Kolom pertama tabel menyatakan daerah asal, sedangkan kolom kedua menyatakan daerah hasil.

P	Q
2	2
2	4
4	4
2	8
4	8
3	9
3	15

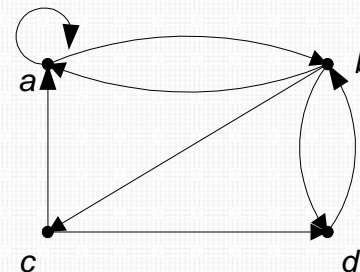
Menggunakan
Matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pengisian elemen matriks dengan nilai 1 jika saling terhubung dan 0 jika tidak terhubung

Menggunakan Graf Berarah

Misalkan $R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (b, c), (b, d), (c, a), (c, d), (d, b)\}$ adalah relasi pada himpunan $\{a, b, c, d\}$.





Relasi Inversi

Misalkan R adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B . Invers dari relasi R , dilambangkan dengan R^{-1} , adalah relasi dari B ke A yang didefinisikan oleh

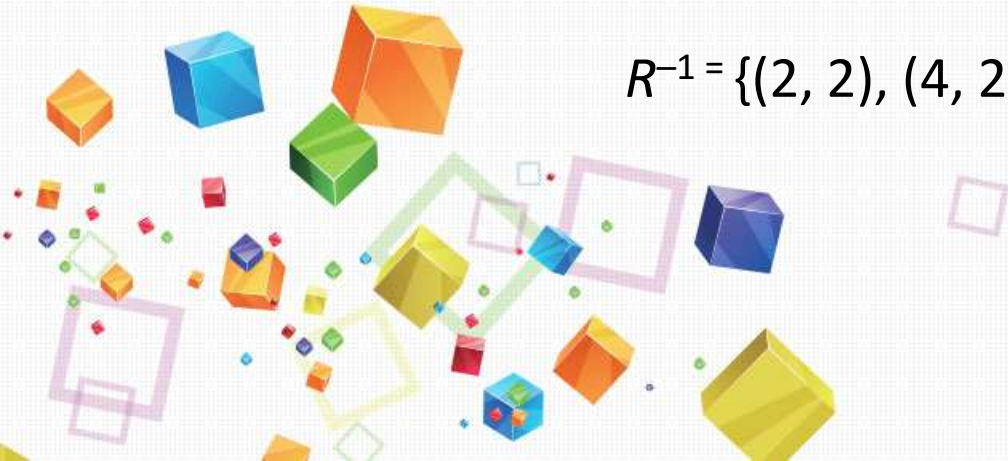
$$R^{-1} = \{(b, a) \mid (a, b) \in R\}$$

$P = \{2, 3, 4\}$ dan $Q = \{2, 4, 8, 9, 15\}$.

Jika kita definisikan relasi R dari P ke Q dengan $(p, q) \in R$ jika **p habis membagi q** maka, $R = \{(2, 2), (2, 4), (4, 4), (2, 8), (4, 8), (3, 9), (3, 15)\}$

R^{-1} adalah *invers* dari relasi R , yaitu relasi dari Q ke P dengan $(q, p) \in R^{-1}$ jika **q adalah kelipatan dari p** .

$$R^{-1} = \{(2, 2), (4, 2), (4, 4), (8, 2), (8, 4), (9, 3), (15, 3)\}$$





Kombinasi Relasi

Jika R_1 dan R_2 masing-masing adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B , maka $R_1 \cap R_2$, $R_1 \cup R_2$, $R_1 - R_2$, dan $R_1 \oplus R_2$ juga adalah relasi dari A ke B

$A = \{a, b, c\}$ dan $B = \{a, b, c, d\}$.

Relasi $R_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$

Relasi $R_2 = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d)\}$

$$R_1 \cap R_2 = \{(a, a)\}$$

$$R_1 \cup R_2 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$R_1 - R_2 = \{(b, b), (c, c)\}$$

$$R_2 - R_1 = \{(a, b), (a, c), (a, d)\}$$

$$R_1 \oplus R_2 = \{(b, b), (c, c), (a, b), (a, c), (a, d)\}$$





Komposisi Relasi

Misalkan R adalah relasi dari himpunan A ke himpunan B , dan S adalah relasi dari himpunan B ke himpunan C . Komposisi R dan S , dinotasikan dengan $S \circ R$, adalah relasi dari A ke C yang didefinisikan oleh

$$S \circ R = \{(a, c) \mid a \in A, c \in C, \text{ dan untuk beberapa } b \in B, (a, b) \in R \text{ dan } (b, c) \in S\}$$

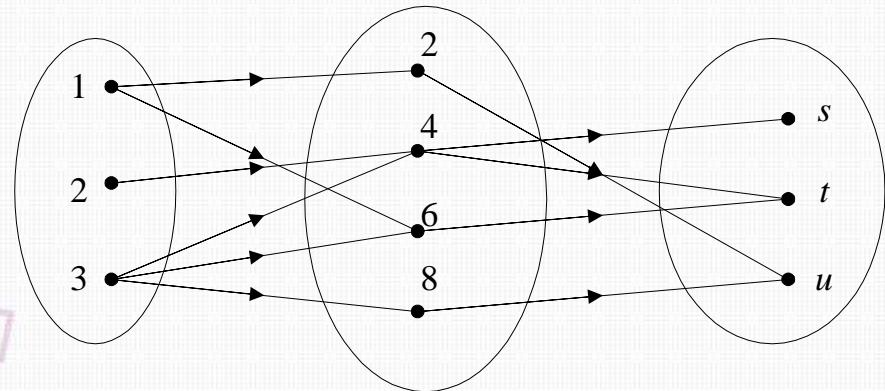
$$R = \{(1, 2), (1, 6), (2, 4), (3, 4), (3, 6), (3, 8)\},$$

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$S = \{(2, u), (4, s), (4, t), (6, t), (8, u)\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}, C = \{s, t, u\}$$

$$S \circ R = \{(1, u), (1, t), (2, s), (2, t), (3, s), (3, t), (3, u)\}$$





Fungsi

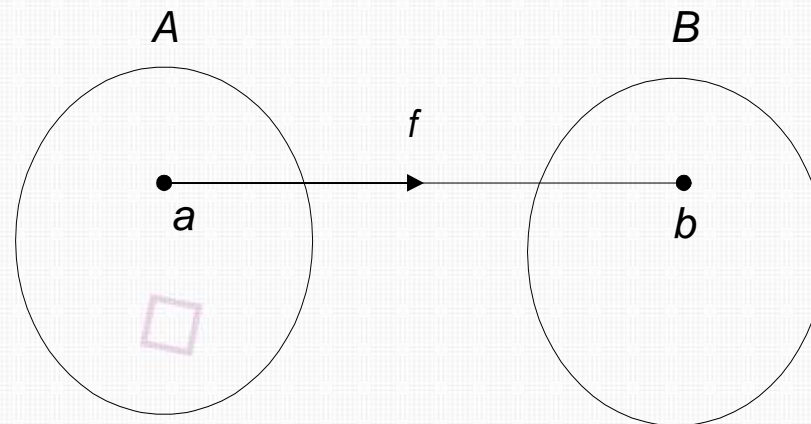
Misalkan A dan B himpunan.

Relasi biner f dari A ke B merupakan suatu fungsi jika **setiap** elemen di dalam A dihubungkan dengan tepat satu elemen di dalam B .

Jika f adalah fungsi dari A ke B kita menuliskan

$$f: A \rightarrow B$$

yang artinya f **memetakan** A ke B .



Contoh Fungsi



$$f = \{(1, u), (2, u), (3, v)\}$$

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ke } B = \{u, v, w\}$$

Fungsi dari A ke B , meskipun u merupakan bayangan dari dua elemen A . Daerah asal fungsi adalah A , daerah hasilnya adalah B , dan jelajah fungsi adalah $\{u, v\}$.

$$f = \{(1, u), (2, v), (3, w)\}$$

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ ke } B = \{u, v, w\}$$

Bukan fungsi, karena tidak semua elemen A dipetakan ke B





Komposisi dari Dua Buah Fungsi

Misalkan g adalah fungsi dari himpunan A ke himpunan B , dan f adalah fungsi dari himpunan B ke himpunan C . Komposisi f dan g , dinotasikan dengan $f \circ g$, adalah fungsi dari A ke C yang didefinisikan oleh

$$(f \circ g)(a) = f(g(a))$$

Contoh

$$g = \{(1, u), (2, u), (3, v)\}$$

$$A = \{1, 2, 3\} \text{ ke } B = \{u, v, w\}$$

$$f = \{(u, y), (v, x), (w, z)\}$$

$$B = \{u, v, w\} \text{ ke } C = \{x, y, z\}$$

$$f \circ g = \{(1, y), (2, y), (3, x)\}$$



Contoh Komposisi Fungsi



Diberikan fungsi $f(x) = x - 1$ dan $g(x) = x^2 + 1$. Tentukan $f \circ g$ dan $g \circ f$.

Jawab :

$$(i) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 1) = x^2 + 1 - 1 = x^2.$$

$$(ii) (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x - 1) = (x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2.$$





Post Test

1. Tulislah pasangan terurut pada relasi R dari $A = \{0,1,2,3,4\}$, $B = \{0, 1,2,3\}$ yang dalam hal ini pasangan terurut $(a, b) \in R$ jika dan hanya jika $a > b$.
2. Nyatakan relasi $R = \{(1,2), (2,1), (3,3), (1,1), (2,2)\}$ pada $X = \{1,2,3\}$ dalam bentuk tabel, matriks, dan graf berarah





Post Test

4. Misalkan R relasi $\{(1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,1)\}$ dan S relasi $\{(2,1), (3,1), (3,2), (4,2)\}$. Tentukan SoR dan RoS .

5. Misalkan $R = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$ dan $S = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (3,4)\}$ adalah relasi dari $\{1,2,3\}$ ke $\{1,2,3,4\}$. Tentukan:

a. $R \cup S$

d. $S - R$

b. $R \cap S$

e. $R \oplus S$

6. Tentukan dan beri alasan apakah relasi berikut sebuah fungsi atau bukan. Beri alasan.

a. $\{(1,1), (2,1), (2,3), (3,1), (3,2), (3,4)\}$

b. $\{(1,2), (2,3), (3,1)\}$

7. Apabila $f = 2x + 3$ dan $g = 6x$, maka tentukan $f \circ g$ dan $g \circ f$.





REFRENSI

- Munir, Rinaldi, "Matematika Diskrit Ed. Revisi Ke-3", Informatika Bandung, 2012
- Yan Watequlis S., ST, "Diktat Kuliah Matematika Diskrit", Program Studi Manajemen Informatika, Politeknik Negeri Malang.

