

MATEMATIKA DISKRIT

APA

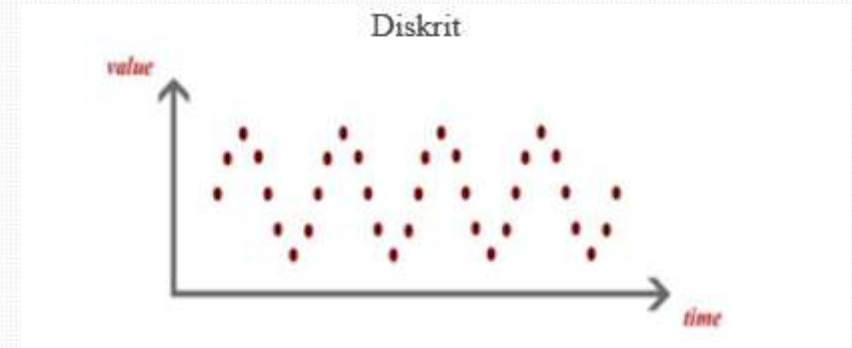
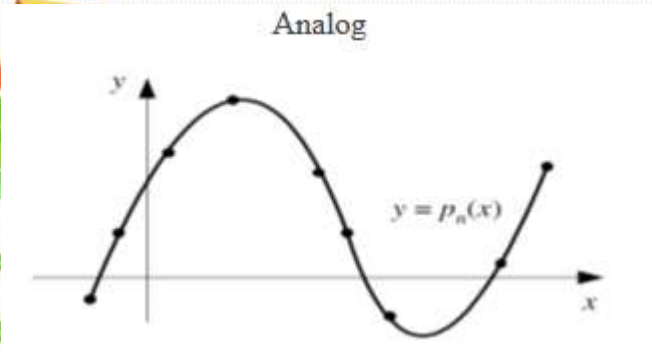
cabang **matematika**

bersifat **diskrit** / tidak kontinyu

MENGAPA

Komputer (digital) beroperasi secara diskrit

Informasi yang disimpan dan dimanipulasi oleh komputer adalah dalam bentuk diskrit.





LOGIKA

Teknik Informatika
Politeknik Negeri Malang
2024

Deasy Sandhya Elya Ikawati, S. Si, M. Si



Logika

Merupakan studi penalaran.

Di dalam matematika, logika digunakan untuk :

- membuktikan teorema
- membantu membedakan antara argumen yang valid dan tidak valid

Di dalam ilmu komputer, logika digunakan untuk membuktikan bahwa program-program berjalan seperti yang diharapkan.



Logika



Pernyataan / Proposisi

Pernyataan Tunggal

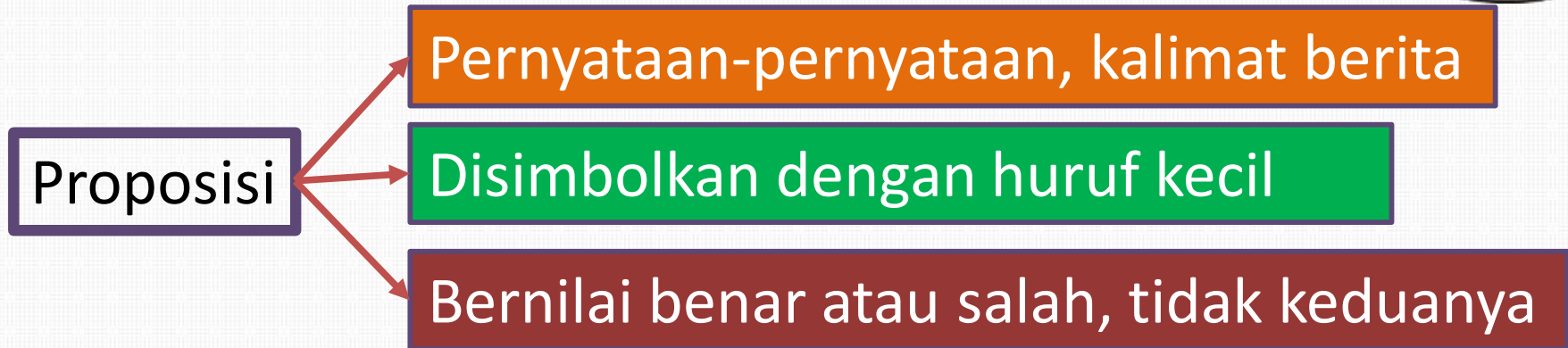
Pernyataan Gabungan

Tabel Kebenaran





Pernyataan



Contoh :

- ✓ 6 adalah bilangan genap.
- ✓ Soekarno adalah Presiden Indonesia yang pertama.

- ☐ Ibukota Provinsi Jawa Barat adalah Semarang.
- ☐ $13 \geq 20$

- ❖ Pemuda itu tinggi.
- ❖ Kehidupan hanya ada di planet Bumi.

Pernyataan



Tunggal



Contoh:
Jakarta adalah ibukota Indonesia.

Gabungan



Beberapa pernyataan yang digabung dengan
kata penghubung / operator logika.





Pernyataan Gabungan

Kata Penghubung / Operator Logika

Konjungsi

$p \wedge q, p \times q, p \cdot q, pq$

Disjungsi

$p \vee q, p + q$

Negasi

$\sim p, p', \bar{p}$

Operator Biner

Operator Uner

Contoh :

p : Tahun ini saya memiliki uang 100 juta.

q : Saya berangkat ke Paris.

$p \wedge q$

$p \vee q,$



Tabel Kebenaran

Kata Penghubung / Operator Logika

Konjungsi

p	q	$p \wedge q$
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	-

Disjungsi

p	q	$p \vee q$
+	+	+
+	-	+
-	+	+
-	-	-

Contoh :

Tahun ini saya memiliki uang 100 juta dan berangkat ke Paris.

p

Tahun ini saya memiliki uang 100 juta

B

q

Saya berangkat ke Paris

B

$$B \wedge B = B$$



Tautologi dan Kontradiksi

Tautologi : proposisi majemuk bernilai benar untuk semua kasus.

$p \vee \sim(p \wedge q)$ adalah sebuah tautologi

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T





Kontradiksi: proposisi majemuk yang bernilai salah untuk semua kasus

$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$ adalah sebuah kontradiksi

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F



Ekivalen

Dua proposisi majemuk dikatakan ekivalen apabila mempunyai tabel kebenaran yang identik.

Hukum De Morgan: $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

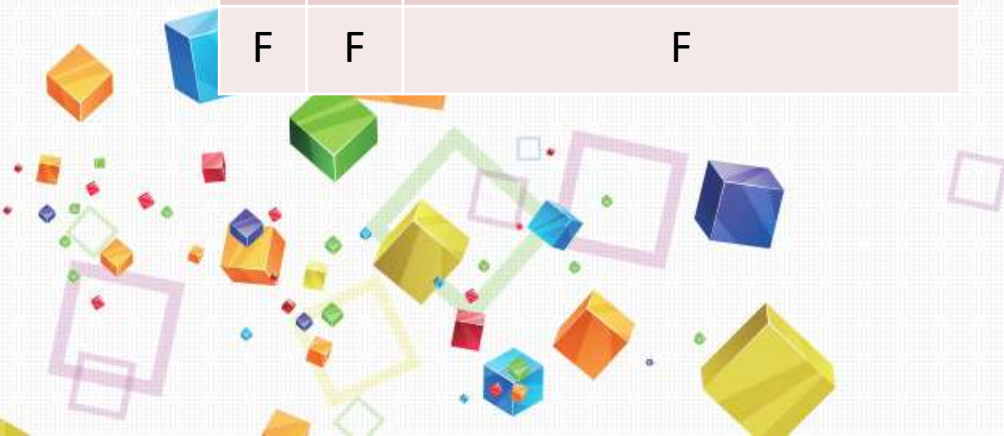


Disjungsi Eksklusif

- Jika p dan q adalah proposisi, proposisi eksklusif bernilai benar jika satu benar. Selain itu salah

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	q	$p \vee q$
+	+	+
+	-	+
-	+	+
-	-	-



Proposisi Bersyarat (Implikasi)

- Proposisi yang mengandung suatu syarat, disebut juga proposisi bersyarat, atau kondisional, atau implikasi
- Ditulisakan secara umum sbb :
 - Jika p , maka q
- *Proposisi p : hipotesis/antesenden/premis*
- *Proposisi q : konklusi /konsekuen*



Proposisi Bersyarat (Implikasi)

- Tabel Implikasi

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

- Contoh :

- Jika saya lulus ujian, maka saya mendapat hadiah dari ayah
- Jika suhu mencapai 80°C , maka *alarm* akan berbunyi
- Jika anda tidak mendaftar ulang, maka anda dianggap mengundurkan diri



Varian proporsi bersyarat

- Terdapat tiga variasi proposisi bersyarat :
 - Konvers (kebalikan) : $q \rightarrow p$
 - Invers : $\sim p \rightarrow \sim q$
 - Kontraposisi : $\sim q \rightarrow \sim p$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	Implikasi $p \rightarrow q$	Konvers $q \rightarrow p$	Invers $\sim p \rightarrow \sim q$	Kontraposisi $\sim q \rightarrow \sim p$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Contoh

Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari:
"Jika Amir mempunyai mobil, maka ia orang kaya"

Maka :

Konvers : Jika Amir orang kaya, maka ia mempunyai mobil


Invers : Jika Amir tidak mempunyai mobil, maka ia bukan orang kaya

Kontraposisi : Jika Amir bukan orang kaya, maka ia tidak mempunyai mobil



Bikondisional (Bi-implikasi)

- Bikondisional termasuk salah satu proposisi bersyarat
- Ditulisakan secara umum sbb : $p \leftrightarrow q$
 - p jika dan hanya jika q
- Tabel kebenaran bikondisional



p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Bikondisional (Bi-implikasi)

- Bikondisional $p \leftrightarrow q$ ekuivalen secara logika dengan $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

Bukti tabel kebenarannya sbb:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	F	T



Contoh

Proposisi majemuk berikut adalah bi-implikasi:

- $1 + 1 = 2$ jika dan hanya jika $2 + 2 = 4$.
- Syarat cukup dan syarat perlu agar hari hujan adalah kelembaban udara tinggi.
- Jika anda orang kaya maka anda mempunyai banyak uang, dan sebaliknya.
- Bandung terletak di Jawa Barat *iff* Jawa Barat adalah sebuah propinsi di Indonesia.



Post Test

1. Buatlah proposisi yang:
 - a. Bernilai benar (1 poin)
 - b. Bernilai salah (1 poin)
2. Buatlah kalimat majemuk
 - a. Implikasi bernilai benar (1 poin)
 - b. Biimplikasi yang bernilai salah (1 poin)
3. Buktikan proposisi berikut equivalen atau tidak dengan menggunakan table kebenaran:
 - a. $\sim(p \vee q)$ dan $\sim p \wedge \sim q$ (3 poin)
 - b. $\sim(p \wedge q)$ dan $\sim p \wedge \sim q$ (3 poin)
 - c. $\sim(p \Rightarrow q)$ dan $p \wedge \sim q$ (3 poin)
4. Tentukan invers, konvers, dan kontraposisi dari pernyataan "Jika saya rajin belajar, maka saya beruntung". (3 poin)

Post Test

5. Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan berikut: (2 poin)
- a. Jika saya makan pedas, maka saya tidak sakit perut
 - b. Jika saya tidur siang maka saya dapat belajar selama 4 jam
6. Buatlah biimplikasi bernilai benar dan biimplikasi bernilai salah (ada 2 jawaban). (2 poin)

NILAI: TOTAL POIN X 5

Daftar Pustaka

Yan watequlis, Cahya Rahmad, Deasy Sandhya Elya,
2017, Matematika Diskrit, Polinema press.

Munir, Rinaldi, "Matematika Diskrit Ed. Revisi Ke-5",
Informatika Bandung, 2012

